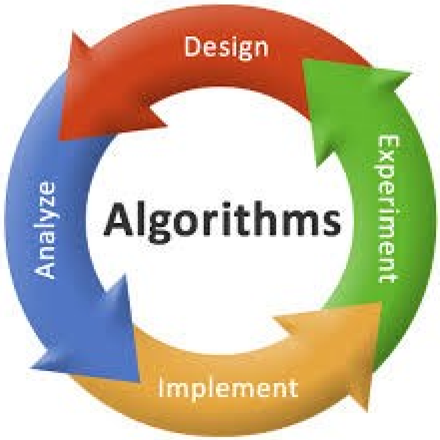
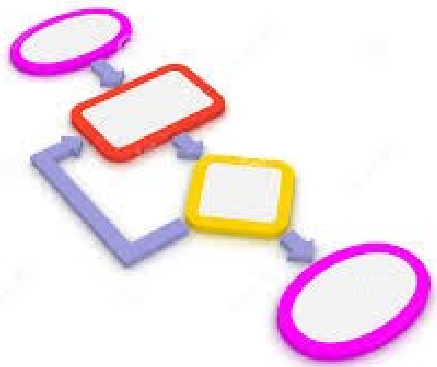




ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Δρ. Χάρης Κουζινόπουλος

Εθνικό Κέντρο Έρευνας και Τεχνολογικής Ανάπτυξης

Πανεπιστήμιο Μακεδονίας

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής

CMOR
Computational Methodologies & Operations Research

Αλγόριθμοι ωμής βίας
Σειριακή αναζήτηση

- Είσοδος: Ένας πίνακας A[0..n-1] και μια επιθυμητή τιμή k
- Έξοδος: Η θέση του k στον πίνακα A, αλλιώς -1

i = 0

while i < n **and** A[i] != k **do**

        i = i+1

if i < n **return** i

else return -1

- Χειρότερη περίπτωση
- Μέση περίπτωση
- Καλύτερη περίπτωση

Αλγόριθμοι ωμής βίας
Σειριακή αναζήτηση

- Είσοδος: Ένας πίνακας A[0..n-1] και μια επιθυμητή τιμή k
- Έξοδος: Η θέση του k στον πίνακα A, αλλιώς -1

```
i = 0
while i < n and A[i] != k do
        i = i+1
if i < n return i
else return -1
```

- Χειρότερη περίπτωση $\Theta(n)$
- Μέση περίπτωση $(1 + 2 + \ldots + n) / n = (n + 1) / 2 = \Theta(n)$
- Καλύτερη περίπτωση $\Theta(1)$

Αλγόριθμοι ωμής βίας
Αναζήτηση προτύπων

- Πρότυπο: Ένα αλφαριθμητικό m χαρακτήρων
- Κείμενο: Ένα αλφαριθμητικό n χαρακτήρων
- Πρόβλημα: Εύρεση του προτύπου στο κείμενο
- Αλγόριθμος ωμής βίας:
  - Ευθυγράμμιση του προτύπου με το αριστερό άκρο του κειμένου
  - Αναζήτηση χαρακτήρα προς χαρακτήρα στο κείμενο
  - Σε περίπτωση αναντιστοιχίας, μετακίνηση του προτύπου κατά μια θέση προς τα δεξιά

```
for i := 0 to n - m, do
   for j := 0 to m, do
     if text[i+j] ≠ pattern[j], then
       break
   done
   if j == m, then
     display the position i, as there pattern found
done
```

Αλγόριθμοι ωμής βίας
Αναζήτηση προτύπων

- Πρότυπο: Ένα αλφαριθμητικό m χαρακτήρων
- Κείμενο: Ένα αλφαριθμητικό n χαρακτήρων
- Πρόβλημα: Εύρεση του προτύπου στο κείμενο
- Αλγόριθμος ωμής βίας:
  - Ευθυγράμμιση του προτύπου με το αριστερό άκρο του κειμένου
  - Αναζήτηση χαρακτήρα προς χαρακτήρα στο κείμενο
  - Σε περίπτωση αναντιστοιχίας, μετακίνηση του προτύπου κατά μια θέση προς τα δεξιά
  - Πολυπλοκότητα:

Μέση πολυπλοκότητα: O(nm)

Καλύτερη περίπτωση: O(n) – όταν ο πρώτος χαρακτήρας του προτύπου δεν εμφανίζεται στο κείμενο

Χειρότερη περίπτωση: O(nm) – όταν όλοι οι χαρακτήρες του κειμένου και του προτύπου είναι ίδιοι, πχ «AAAAAA» και «AA»

Αλγόριθμοι μετασχημάτισε και κυριάρχησε
Έλεγχος μοναδικότητας στοιχείου

- Αλγόριθμος ωμής βίας: O(n^2)
- Με προταξινόμηση:

Ταξινόμηση του πίνακα A
for i < 0 to n-2 do
if A[i] = A[i+1]
return false
else return true

- Συμπέρασμα: η προταξινόμηση βελτιώνει την επίδοση

Πράξεις κινητής υποδιαστολής

Speeds	Floating-point operations per second
1 flop	$10^0 = 1$
1 Kflops	10^3 = 1 Thousand
1 Mflops	10^6 = 1 Million
1 Gflops	10^9 = 1 Billion
1 Tflops	10^{12} = 1 Trillion
1 Pflops	10^{15} = 1 Quadrillion
1 Eflops	10^{18} = 1 Quintillion
1 Zflops	10^{21} = 1 Sextillion
1 Yflops	10^{24} = 1 Septillion

Η εννοια του Συνολου

- **Ιστορία 150 χρόνων.**
- **Καθιέρωση από τον Γερμανό μαθηματικό Georg Cantor (1845-1918).**
  - ***Σύνολο* *(set): Συλλογή διακεκριμένων πραγμάτων για τα οποία έχουμε μια αντίληψη ότι αποτελούν, εξαιτίας μιας κοινής ιδιότητάς τους, μια ολότητα.***
  - ***ή μια πολλαπλότητα που μπορούμε να την αντιληφθούμε ως ενότητα.***
  - **Τα αντικείμενα ονομάζονται στοιχεία (elements) του συνόλου.**

Συνολο και λογικη

- **Θεμελιώδης ιδιότητα με ρίζες στην Αριστοτέλεια λογική:**
  - **Για ένα στοιχείο *x* και ένα σύνολο *A* <u>μία από τις δύο</u> προτάσεις μπορεί να είναι αληθής:**
  - **Το *x ανήκει* στο *A* (συμβολικά $x \in A$).**
  - **Το *x δεν ανήκει* στο *A* (συμβολικά $x \notin A$).**

Συνολα αριθμων

- Τα σύνολα μπορεί να είναι άπειρα ή πεπερασμένα:
  - $A = \{1, 2, 5, 8, 12\}$
  - $N^+ = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$
- Τα επαναλαμβανόμενα στοιχεία αναγράφονται μια φορά:
  - $\{a, b, a, c, a, a, b\} = \{a, b, c\}$
- Τα στοιχεία ενός συνόλου δεν είναι ταξινομημένα:
  - $\{a, b, c\} = \{c, b, a\}$

Παραδειγματα

- **Εναλλακτική παράσταση του *B*={1,2} (set builder notation):**

$$B = \{x : x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{n : n \in \mathbf{N}, 0 < n < 3\}$$

- **Εναλλακτική παράσταση των άρτιων ακεραίων:**
  - **B={…, -4, -2, 0, 2, 4, …}**
  - **B = {2n:n** $\in Z\}$

Παραδειγματα

- **Το κενό σύνολο:**

$$\varnothing = \{x : x \neq x, x \in \mathrm{N}\}$$

$\emptyset = \{\}$

$|\emptyset| =$ **0**

$|\{\emptyset\}| = 1$ ***(το*** $\emptyset$ ***είναι στοιχείο του συνόλου*** $\{\emptyset\}$***!)***

$|\{\}| = 0$

Υποσυνολο

Έστω δύο σύνολα $S \neq \varnothing$ και A.

Το A ονομάζεται υποσύνολο (subset) του S αν κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του S.

$$\mathrm{A} \subseteq \mathrm{S} \Leftrightarrow a \in A \Rightarrow a \in S$$

$$\forall x (x \in A \rightarrow x \in S)$$

Ισοτητα Συνολων

Δύο σύνολα *A* και *B* λέγονται ίσα αν περιέχουν ακριβώς τα ίδια στοιχεία.

<u>**Εναλλακτικός ορισμός:**</u> τα σύνολα είναι ίσα αν το *A* είναι υποσύνολο του *B* και το *B* είναι υποσύνολο του *A*.

$$\mathrm{A} = \mathrm{B} \Leftrightarrow \mathrm{A} \subseteq \mathrm{B} \quad \kappa\alpha\iota \quad \mathrm{B} \subseteq \mathrm{A}$$

$$\forall x((x \in A \rightarrow x \in B) \wedge (x \in B \rightarrow x \in A))$$

Διαταξη Συνολων

Αν $A \subseteq B$ και $A \neq B$, δηλαδή υπάρχει τουλάχιστον ένα στοιχείο του *B* που δεν ανήκει στο *A*, τότε το *A* είναι *γνήσιο υποσύνολο* (proper subset) του *B* και συμβολίζουμε:

$$A \subset B$$

Ισχύει $\emptyset \subseteq S$ και $S \subseteq S$ για κάθε σύνολο S.

Πραξεις Συνολων - ενωση

Η *ένωση* (union) δύο συνόλων *A* και *B* συμβολίζεται με

$$A \cup B$$

και είναι το σύνολο το οποίο αποτελείται από όλα τα στοιχεία και των δύο συνόλων *A* και *B*.

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ ή } x \in B\}$$

Πραξεις Συνολων - τομη

Η *τομή* (intersection) δύο συνόλων *A* και *B* συμβολίζεται με

$$A \cap B$$

και είναι το σύνολο το οποίο αποτελείται από τα στοιχεία που ανήκουν και στα δύο σύνολα *A* και *B*.

$$A \cap B = \{x : x \in A \,\kappa\alpha\iota\, x \in B\}$$

Δύο σύνολα *A* και *B* λέγονται ***ξένα*** όταν η τομή τους είναι το $\varnothing$.

Παραδειγματα

Αν:

$A=\{0,2,4,6,8\}$

$B=\{0,1,2,3,4\}$

$C=\{0,3,6,9\}$

να βρεθούν τα σύνολα:

$A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C$

$(A \cap B) \cup (B \cap C)$

Παραδειγματα

Αν: να βρεθούν τα σύνολα:

A={0,2,4,6,8} $A \cup (B \cup C)$

B={0,1,2,3,4} $(A \cap B) \cap C$

C={0,3,6,9} $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

Απάντηση:

Είναι: $B \cup C=\{0,1,2,3,4,6,9\}$, $A \cap B=\{0,2,4\}$, $B \cap C=\{0,3\}$, άρα:

$A \cup (B \cup C) = \{0,1,2,3,4,6,8,9\}$

$(A \cap B) \cap C = \{0\}$

$(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{0,2,3,4\}$

Πληθαριθμος

- **Ο πληθάριθμος (cardinality) ενός συνόλου *A* είναι το πλήθος των στοιχείων του *A* και αναπαρίσταται από |*A*|**

Πραξεις Συνολων - Διαφορα

- **Η *διαφορά* (difference) δύο συνόλων *A* και *B* συμβολίζεται με *A*-*B* και είναι το σύνολο το οποίο αποτελείται από όλα τα στοιχεία του *A* που δεν ανήκουν στο *B:***

$$A - B = \{x : x \in A \;\text{αλλά}\; x \notin B\}$$

- Παράδειγμα: Αν A={1,2,3,4,5} και B={0,1,3,6} να βρεθούν τα σύνολα A-B και B-A.
- Απάντηση:

A-B={2,4,5}   και   B-A={0,6}

Πραξεις Συνολων – Συμπληρωμα

- **Αν $A \cap B = \emptyset$ ισχύει *A*-*B*=*A***
- **Συμπληρωματικό (complement) σύνολο $\overline{B}$ ενός συνόλου B, ονομάζεται το σύνολο που περιέχει όλα τα στοιχεία που δεν περιέχονται στο B**
- **Αν $B \subseteq A$, τότε το σύνολο *A*-*B* είναι *συμπληρωματικό* του *B* ως προς το *A*. (Το *A* συνήθως το ονομάζουμε *σύμπαν*)**

Πραξεις Συνολων – Συμπληρωμα

- **Παραδείγματα:**
- **Έστω ότι Α όλοι οι ακέραιοι. Εάν Β όλοι οι άρτιοι αριθμοί, τότε το συμπλήρωμά του θα είναι όλοι οι περιττοί αριθμοί.**
- **Έστω ότι Α όλοι οι ακέραιοι. Εάν Β όλοι οι αριθμοί που είναι ακέραια πολλαπλάσια του 3, τότε το συμπλήρωμά του θα είναι όλοι οι αριθμοί που δεν είναι ακέραια πολλαπλάσια.**
- **Έστω ότι Α όλες οι κάρτες μιας τράπουλας 52 φύλλων. Εάν Β είναι όλα τα σπαθιά, τότε το συμπλήρωμά του θα είναι {κούπες, καρό, μπαστούνια}**

Πραξεις Συνολων – Συμπληρωμα

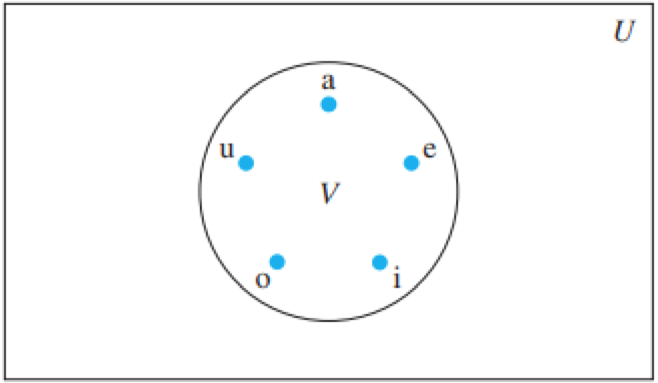
<u>Ιδιότητες:</u>

$$B \cup \overline{B} = A \qquad B \cap \overline{B} = \varnothing$$

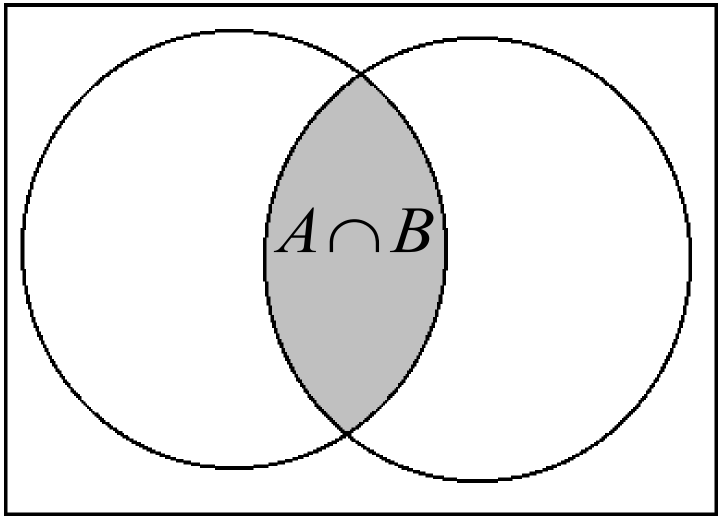
$$\overline{\overline{B}} = B \qquad \overline{\varnothing} = A \qquad \overline{A} = \varnothing$$

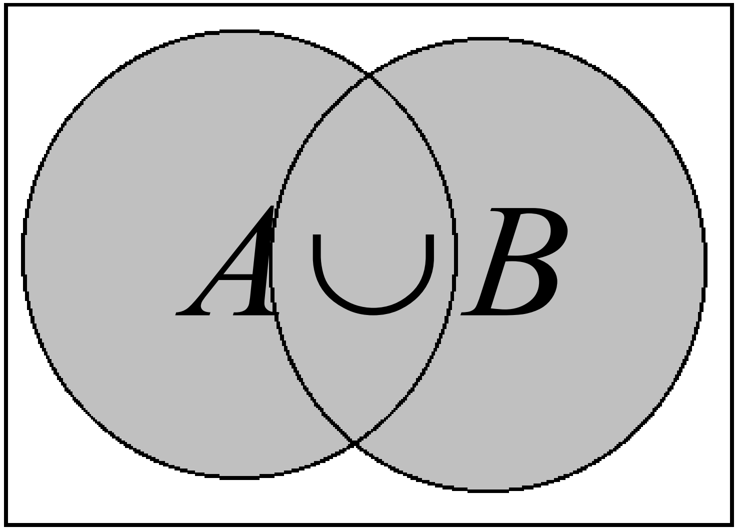
Διαγραμματα Venn (Venn diagrams)

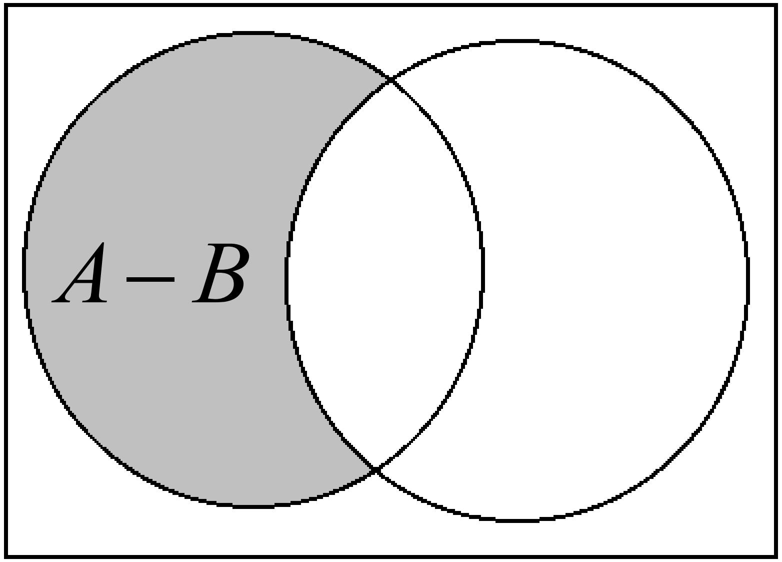
- Το διάγραμμα Venn για το σύνολο των φωνηέντων V στο σύμπαν U των γραμμάτων της Αγγλικής αλφαβήτου



Διαγραμματα Venn
(Venn diagrams)







Παραδειγμα

- **Η Σοφία λέει την αλήθεια κάθε Δευτέρα, Τρίτη, Τετάρτη και Πέμπτη, ενώ η αδερφή της Μαρία λέει την αλήθεια κάθε Δευτέρα, Παρασκευή, Σάββατο και Κυριακή. Ποιες μέρες λένε και οι δύο αλήθεια/ψέματα; Ποιες μέρες λέει αλήθεια μόνο η μία από τις δύο;**

Διαμεριση Συνολου

Μια n-διαμέριση ενός συνόλου Χ αποτελεί ένα σύνολο από μη κενά υποσύνολα του Χ, τέτοια ώστε κάθε στοιχείο x του Χ να περιέχεται σε ακριβώς ένα από τα υποσύνολα αυτά.

Με άλλα λόγια: Το σύνολο *D={A_1, A_2,…, A_n}* όπου:

$$A_i \neq \varnothing, i = 1, \ldots, n \text{ και } A_i \subseteq S$$

αποτελεί ***n-διαμέριση*** (partition) του συνόλου *S* εάν:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S$$

$$A_i \cap A_j = \varnothing, \forall i \neq j$$

Παραδειγμα (1)

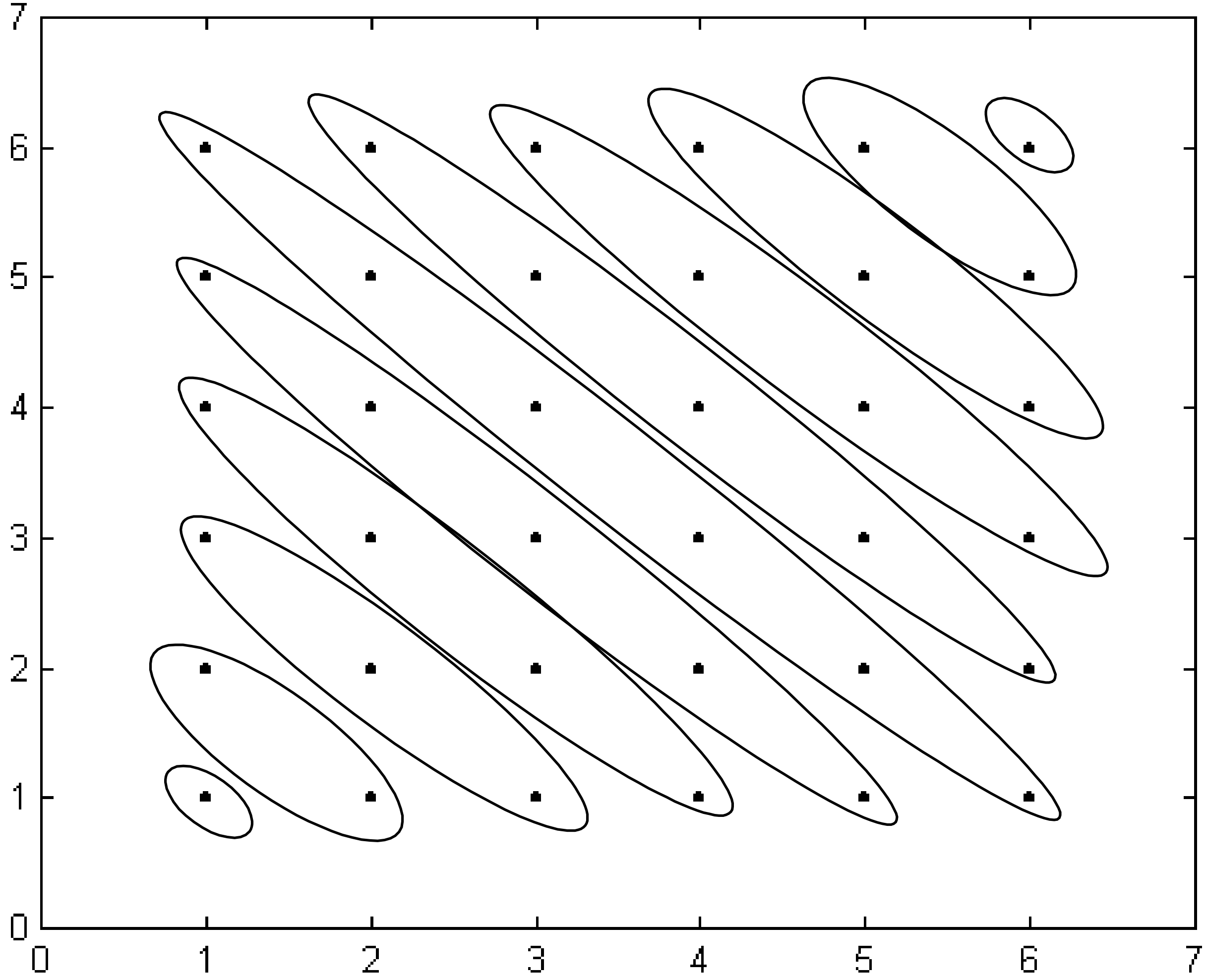
- *A* = το σύνολο των δυνατών ενδείξεων που μπορεί να προκύψουν από τη ρίψη δύο ζαριών.
- Να κατασκευαστεί διαμέριση του *A* σε υποσύνολα όπου το άθροισμα των ενδείξεων των δύο ζαριών να είναι το ίδιο.
- Το σύνολο A είναι:
- A = {(1,1), (1,2), (2,1), …, (6,6)}

Παραδειγμα (2)

- **Δυνατά αθροίσματα: 2, 3, 4, …, 12.**
- **Κατασκευή 11-διαμέρισης:**

$$A_1 = \{(1,1)\},$$
$$A_2 = \{(1,2),(2,1)\}$$
$$A_3 = \{(1,3),(2,2),(3,1)\}$$
$$A_4 = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$$
$$A_5 = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$$
$$A_6 = \{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$$
$$A_7 = \{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$$
$$A_8 = \{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$$
$$A_9 = \{(4,6),(5,5),(6,4)\}$$
$$A_{10} = \{(5,6),(6,5)\}$$
$$A_{11} = \{(6,6)\}$$

Παραδειγμα (3)



Διατεταγμενο Ζευγος και συνολο

(ordered pair, ordered n-tuple)

- **Διατεταγμένο σύνολο είναι το ταξινομημένο σύνολο** $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ **το οποίο έχει το** a_1 σαν το πρώτο του στοιχείο, το a_2 σαν το δεύτερο κλπ
- **Δυο διατεταγμένα σύνολα είναι ίσα εάν και μόνο αν κάθε ζεύγος από στοιχεία των δύο συνόλων είναι ίσα:**

$$(a_1, a_2, \ldots, a_n) = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$$

- **Διατεταγμένα σύνολα δύο στοιχείων ονομάζονται διατεταγμένα ζεύγη:**

(a,b) = (c,d) είναι ίσα εάν και μόνο αν a = c και b = d

(a,b) δεν είναι ίσο με το (b,a) *εκτός αν a = b*

Καρτεσιανο γινομενο (Cartesian product)

- **Έστω A και B σύνολα. Το Καρτεσιανό γινόμενο του A με το B,** $A \times B$**, αποτελεί το σύνολο όλων των διατεταγμένων ζευγών (a,b), όπου** $\mathrm{a} \in A$ **και** $\mathrm{b} \in B$**:**

$$A \times B = \{(a, b) | a \in \mathrm{A} \wedge b \in B\ \}$$

- **Παράδειγμα: Ποιο το Καρτεσιανό γινόμενο του A={1,2} με το B = {a, b, c};**

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$$

Ισχύει ότι $A \times B = \mathrm{B} \times \mathrm{A}$**;**

Καρτεσιανο γινομενο (Cartesian product)

- **Υπολογίστε το $A \times B \times C$ όπου A={0, 1}, B={1, 2} και C={0, 1, 2}**

Καρτεσιανο γινομενο (Cartesian product)

- **Υπολογίστε το $A \times B \times C$ όπου A={0, 1}, B={1, 2} και C={0, 1, 2}**
- **Το $A \times B \times C$ αποτελείται από όλες τις διατεταγμένες τριάδες (a, b, c) όπου $\mathrm{a} \in A, b \in B, c \in C$:**
- **$A \times B \times C$ = {(0, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 2, 0), (0, 2, 1), (0, 2, 2), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 0), (1, 2, 1), (1, 2, 2)}**

- ***Σημείωση: Για A, B, C σύνολα, το** $(A \times B) \times C$ **δεν*** **είναι ισοδύναμο με το $A \times B \times C$**

Καρτεσιανο γινομενο (Cartesian product)

- ***Το*** $A \times \mathrm{A}$ **συμβολίζεται με** A^2
- **Υπολογίστε το** A^2 $και$ A^3 **όπου A = {1,2}**

Καρτεσιανο γινομενο (Cartesian product)

- ***Το*** $A \times \mathrm{A}$ **συμβολίζεται με** A^2
- **Υπολογίστε το** $A^2\ και\ A^3$ **όπου A = {1,2}**
- $A^2 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$
- $A^3 = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,2,1), (1,2,2), (2,1,1), (2,1,2), (2,2,1), (2,2,2)\}$

Λογική

«Όλοι οι ελέφαντες είναι ροζ»

Λογική

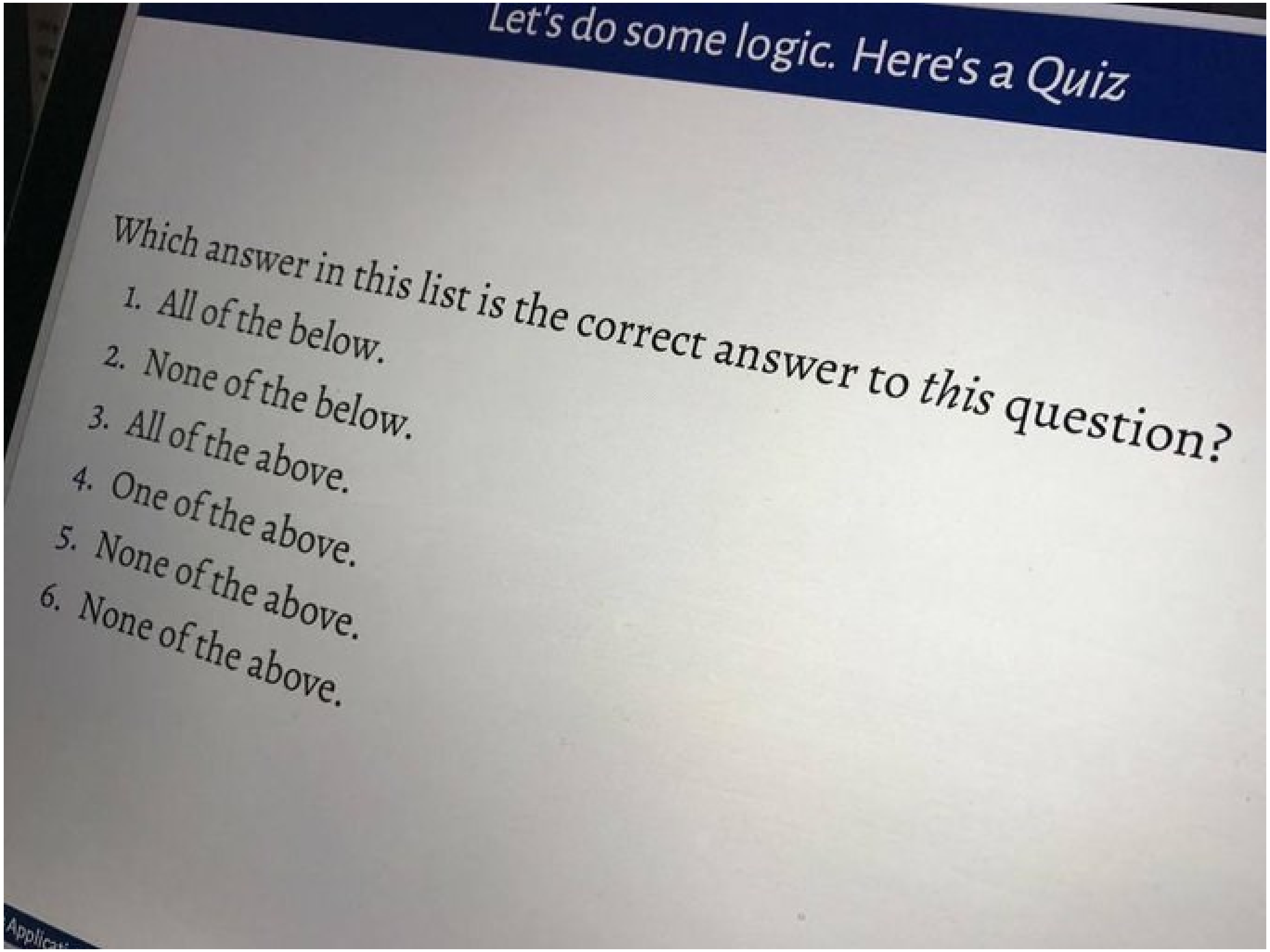
«Λογική είναι η επιστήμη των απαραίτητων κανόνων της σκέψης, χωρίς τους οποίους δεν είναι δυνατόν να υπάρξει κατανόηση ή συλλογισμός.»

Immanuel Kant, 1785

«Αν ένα γεγονός είναι ενάντια στη κοινή λογική, αλλά παρόλα αυτά είμαστε υποχρεωμένοι να το δεχθούμε και να ασχοληθούμε μαζί του, τότε μαθαίνουμε να αλλάζουμε την έννοια της κοινής λογικής.»

P. J Davis and R. Hersh, 1981

Λογική


Let's do some logic. Here's a Quiz
Which answer in this list is the correct answer to this question?
1. All of the below.
2. None of the below.
3. All of the above.
4. One of the above.
5. None of the above.
6. None of the above.

Λογική

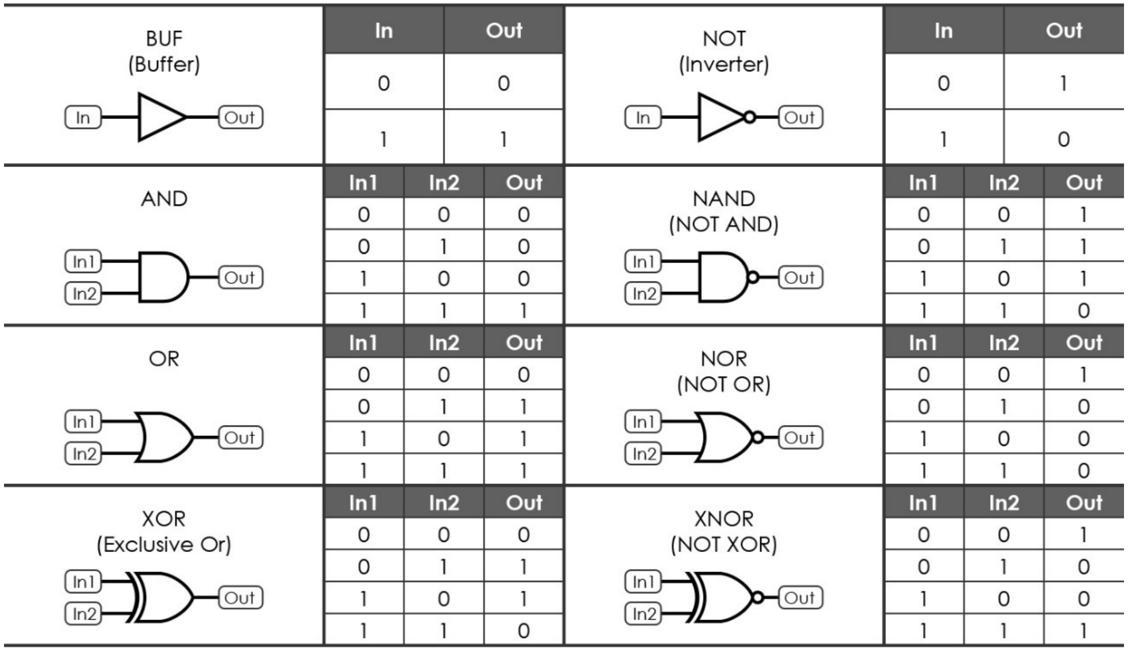
Μια πιθανή απάντηση:

Contradictions between answers, such as between 3 and 4, eliminate 1 as a possibility. 2 is false because if it were correct, then 3 would also be true. It follows that 3 is false because both 1 and 2 are false. Similarly, it follows that 4 is false. Aha! 5 is true! Of course, that result makes 6 false.

Λογική
Εφαρμογές στην Πληροφορική

- **Λογικά κυκλώματα (Logic Circuits)**
  - **Λογικά κυκλώματα σχηματίζονται με συνδυασμούς πυλών AND, OR, NOT.**

Logic Gates - Symbols and Truth Tables



BUF (Buffer)

In	Out
0	0
1	1

NOT (Inverter)

In	Out
0	1
1	0

AND

In1	In2	Out
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NAND (NOT AND)

In1	In2	Out
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

OR

In1	In2	Out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOR (NOT OR)

In1	In2	Out
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XOR (Exclusive Or)

In1	In2	Out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XNOR (NOT XOR)

In1	In2	Out
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A circle behind a symbol indicates that the output signal is inverted.

Σύζευξη (conjunction)

- **"*p* και *q*"**

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

Παράδειγμα

«Σήμερα είναι Παρασκευή.»

«Σήμερα δεν βρέχει.»

<u>Σύζευξη</u>:

«Σήμερα είναι Παρασκευή και δεν βρέχει.»

Διάζευξη (disjunction)

- "***p*** **ή** ***q***"

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

Παράδειγμα

«Σήμερα θα πάμε στο σινεμά.»

«Σήμερα θα πάμε στο θέατρο.»

<u>Διάζευξη</u>:

«Σήμερα θα πάμε στο σινεμά ή θα πάμε στο θέατρο.»

Αποκλειστική Διάζευξη (disjunction)

- "***p* ή *q* αλλά όχι και τα δύο**"

p	q	$p \oplus q$
F	*F*	*F*
F	*T*	*T*
T	*F*	*T*
T	*T*	*F*

Παράδειγμα

«Ένας φυσικός αριθμός είναι άρτιος.»

«Ένας φυσικός αριθμός είναι περιττός.»

<u>Αποκλειστική Διάζευξη:</u>

«Ένας φυσικός αριθμός είτε είναι άρτιος είτε είναι περιττός.»

(δεν μπορεί να είναι και τα δύο)

Λογικές Πράξεις: Άρνηση (negation)

- **"όχι "** ***p*** **:**

Πίνακας Αληθείας

p	$\neg p$
F	T
T	F

Παράδειγμα

«Σήμερα είναι Παρασκευή»

«Ένας φυσικός αριθμός είναι άρτιος.»

<u>Άρνηση</u>:

«Σήμερα δεν είναι Παρασκευή»

«Ένας φυσικός αριθμός δεν είναι άρτιος.»

Συνεπαγωγή (implication)

- **«*p* συνεπάγεται την *q*»**
- **«Αν *p* τότε *q*»**

Υπόθεση

Συμπέρασμα

$$p \rightarrow q$$

Η συνεπαγωγή διαφέρει από τις υπόλοιπες πράξεις λόγω της αιτιότητας που εγγενώς έχει. Εμείς δεν θα ασχοληθούμε με αυτό μιας και είναι περισσότερο θέμα φιλοσοφίας. Μας ενδιαφέρει μόνο ο πίνακας αληθείας της.

Συνεπαγωγή (implication)

- ***«p* συνεπάγεται την *q»***
- **«Αν *p* τότε *q»***

Υπόθεση Συμπέρασμα

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Ο πίνακας αληθείας της συνεπαγωγής είναι ψευδής **μόνο** όταν p = T και q = F. Γιατί;

Συνεπαγωγή (implication)

- **«*p* συνεπάγεται την *q*»**
- **«Αν *p* τότε *q*»**

- Έστω η συνεπαγωγή:
  - «Εάν έχει ήλιο, θα φορέσω αντιηλιακό»
- Πότε δεν θα ικανοποιήσω την υπόσχεσή μου;
  - Εάν έχει ήλιο και φορέσω αντιηλιακό;
  - Εάν δεν έχει ήλιο;
  - Εάν έχει ήλιο και δεν φορέσω αντιηλιακό;

Συνεπαγωγή (implication)

$$p \to q \equiv (\neg p \vee q)$$

p	q	$\neg p$	$p \to q$	$\neg p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Χρήσιμοι συμβολισμοί – [1]

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ	ΕΡΜΗΝΕΙΑ
$\forall$	Για κάθε ή για όλα.
$a \in A$	Το a είναι ένα στοιχείο του συνόλου Α ή το a ανήκει στο σύνολο Α.
$a \notin A$	Το a δεν ανήκει στο σύνολο Α.
$A \subseteq B$	Το σύνολο Α είναι υποσύνολο του συνόλου Β ή $\forall\ x, x \in A \Rightarrow x \in B$
$A \cup B$	Ένωση των συνόλων Α και Β ή $\{x: x \in A$ ή $x \in B\}$
$A \cap B$	Τομή των συνόλων Α και Β ή $\{x: x \in A$ και $x \in B\}$
$A \setminus B$	Διαφορά των συνόλων Α και Β ή $\{x: x \in A$ και $x \notin B\}$
$\exists$	Υπάρχει ή για τουλάχιστον ένα.

Χρήσιμοι συμβολισμοί – [2]

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ	ΕΡΜΗΝΕΙΑ
$\vee$	Λογικό ή.
$\wedge$	Λογικό και.
$\neg$	Λογική άρνηση.
$\approx$	Περίπου ίσο.

Χρήσιμες Ιδιότητες
$x^0=1$
$x^{-a}=1/x^a$
$x^{a+b}=x^a x^b$
$x^{a-b}=x^a/x^b$
$x^{ab}=(x^a)^b$

Χρήσιμες Ιδιότητες
$x^z=y \Leftrightarrow z=\log_x y$
$\log_x y=\frac{\log_z y}{\log_z x}$

Χρήσιμες Ιδιότητες
$\sum_{i=1}^{n} 1=n$
$\sum_{i=1}^{n} i=\frac{n(n+1)}{2}$

Quiz – [2]

Υπάρχει αλγόριθμος τον οποίο αν τον εφαρμόσει κάποιος τότε θα κερδίζει σχεδόν πάντα (τις περισσότερες φορές) στο κλασσικό παιχνίδι κρεμάλα?