Anfängerpraktikum der Fakultät für Physik,
Universität Göttingen

Die Potenzialwaage
Protokoll:

Praktikant:	Felix Kurtz
	Michael Lohmann
E-Mail:	felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
	m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer:	Björn Klaas
Versuchsdatum:	04.09.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In diesem Versuch soll die *elektrische Feldkonstante* gemessen werden. Sie ist eine der wichtigsten Größen in der Elektrodynamik. Zur Messung verwenden wir die *Kirchhoffsche Potentialwaage*. Hierbei werden die Kräfte ausgenutzt, die zwischen den Platten eines Kondensators wirken.

2 Theorie

Die Kapazität C eines Plattenkondenstaors mit dem Plattenabstand d und der Plattenfläche A berechnet sich nach der folgenden Formel [Mes10, S.335]

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} \tag{1}$$

Dabei ist ε_0 die elektrische Feldkonstante und ε_r die Permitivität des Mediums, welches sich zwischen den Platten befindet. Mit diesem kann die Kapazität eines Kondensators beträchtlich erhöht werden. So hat Glas eine Dielektriztätskonstante ε_r, die zwischen 5 - 10 liegt [Mes10, S.335]. Da unser Versuch in Luft stattfindet, wird im folgenden mit $\varepsilon_r = 1$ gerechnet.
Um die Energie, die in einem Kondensator gespeichert ist, zu bestimmen, integriert man die Ladung Q nach $\mathrm{d}U$. Da $Q = C \cdot U$ gilt, erhält man:

$$W = \frac{1}{2} C U^2 \tag{2}$$

Da die Kraft F, die zwischen den beiden Platten des Kondensators wirkt, der negative Gradient der Energie ist, folgt mit (1):

$$F = -\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}d} = -\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}d}\frac{A}{d}\, U^2 = \varepsilon_0 \frac{AU^2}{2d^2} \tag{3}$$

Im Gleichgewichtsfall der Kichhoffschen Potentialwaage wird diese Kraft mit der Gewichtskraft F_G des Wägstückes gleichgesetzt (siehe Abschnitt 3 sowie [Mes10, S.329 f.]):

$$\varepsilon_0 \frac{AU^2}{2d^2} = mg \tag{4}$$

3 Durchführung

In Abbildung 1 ist die Potentialwaage schematisch dargestellt. Bei diesem Versuch sollten folgende **Hinweise** beachtet werden: Die Gewichte sollten nur mit einer Pinzette auf die Waage gelegt werden, da schon der kleinste Fettfleck ihre Masse beträchtlich ändern könnte und so die Messung verfälscht. Außerdem muss bei Betrieb der Waage, also

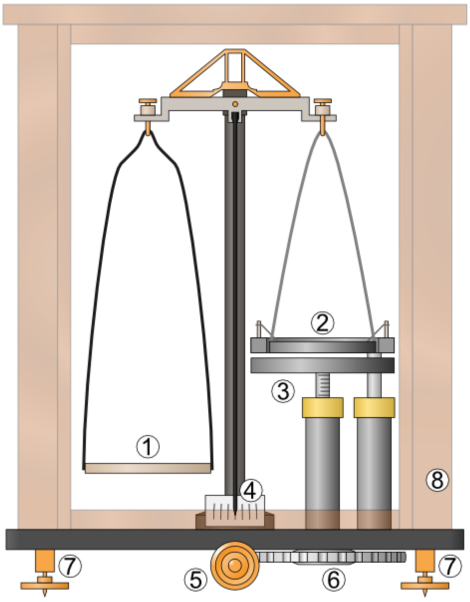

Abbildung 1: Schema der Potentialwaage: *1. Gewichtauflage; 2. obere Kondensatorplatte; 3. untere Kondensatorplatte; 4. Lot; 5. Arretierung; 6. Justierrad der unteren Kondensatorplatte; 7. Justierschrauben; 8. Holz-/Glas-Gehäuse* [LP1, abgerufen am 06.09.2014]

angelegter Hochspannung, aus Sicherheitsgründen das Fenster geschlossen sein.

Messung 1: Zuerst wird die Waage arretiert, um 3g auf die Waagschale zu legen. Dann wird eine Spannung U (2, 3, 4, 5 kV) angelegt und die Arretierung gelöst. Sollte die Waage kippen, muss der Plattenabstand d des Kondensators verkleinert werden. Anschließend wird der Plattenabstand vergrößert, bis die obere Kondensatorplatte abgehoben wird. Diesen Wert notiert man dann. All dies wird noch für eine aufgelegte Masse von $m = 4$g wiederholt.
Messung 2: Nun wird der Plattenabstand auf $d = 2, 2.5, 3, 4\,\mathrm{mm}$ fest eingestellt. Für mindestens 3 verschiedene Massen $1\,\mathrm{g} \leq m \leq 4\,\mathrm{g}$ wird durch Vermindern der angelegten Spannung U die Spannung bestimmt, bei der die Waage kippt.

4 Auswertung

Bevor mit der eigentlichen Auswertung begonnen wird, berechnen wir die effektive Fläche A des Kondensators, da hier die kapazitiven Effekte zwischen Ring und Platte beachtet werden müssen. Diese berechnet man nach der Formel aus dem Praktikumshandbuch:

$$A = \pi(r^2 + ra)$$

Dabei ist $r = 40\,\mathrm{mm}$ der Radius der oberen Platte ohne Schutzring und $a = 1\,\mathrm{mm}$ die Breite des Schlitzes. So ergibt sich:

$$A = 5.152 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$$

Im Folgenden wird mit einer Erdbeschleunigung von $g = 9.81\,\mathrm{m/s}^2$ gerechnet.

4.1 konstante Kraft

Aus Gleichung (4) folgt eine lineare Abhängigkeit zwischen der Spannung U und dem Plattenabstand d für eine konstante Gewichtskraft, also wenn die Masse m fest ist.

$$d = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 A}{2mg}} \cdot U \tag{5}$$

In der Abbildung 2 ist diese Abhängigkeit dargestellt. Aus der Geradensteigung k lässt sich durch Umstellen der obigen Formel ε_0 berechnen:

$$\varepsilon_0 = \frac{2mg}{A} \cdot k^2$$

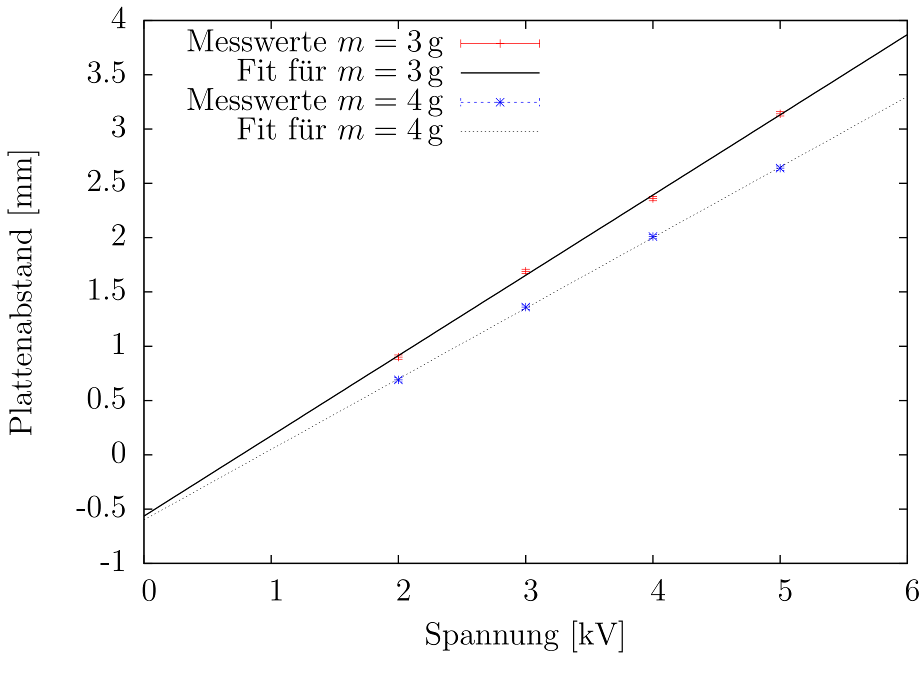

Abbildung 2: Plattenabstand in Abängigkeit der angelegten Spannung

Es ergeben sich diese Steigungen k und die daraus resultierenden Werte für ε_0:

m [g]	k $\left[\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{kV}}\right]$	ε_0 $\left[10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}\right]$
3	0.739 ± 0.017	6.24 ± 0.29
4	0.650 ± 0.007	6.44 ± 0.14

Tabelle 1: Geradensteigung und daraus berechnete elektrische Feldkonstante

Es ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$\boxed{\overline{\varepsilon_0} = (6.40 \pm 0.13) \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}}$$

Aus der linearen Regression folgt der Offset Δ des Plattenabstandes als das Negative des y-Achsenabschnittes:

m [g]	Δ [mm]
3	0.56 ± 0.06
4	0.650 ± 0.007

Tabelle 2: Offset des Abstandes

Es ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$\boxed{\overline{\Delta} = (0.595 \pm 0.022)\,\mathrm{mm}}$$

Für den wahren Plattenabstand d_w muss also zum gemessenen Wert d noch Δ addiert werden. Da wir von einer Unsicherheit $\sigma_d = 0.01\,\mathrm{mm}$ ausgehen, ergibt sich für den Fehler des wahren Abstandes

$$\sigma_{d_w} = \sqrt{\sigma_d^2 + \sigma_\Delta^2} = 0.024\,\mathrm{mm}\ .$$

4.2 konstanter Plattenabstand

Lässt man nun aber den Plattenabstand d konstant ergibt sich direkt aus (4) eine proportionale Abhängigkeit zwischen der Kraft F_G und dem Quadrat der Spannung U. Diese ist in Abb.3 für die 4 verschiedenen Plattenabstände d, die wir vermessen haben, zu erkennen.
Aus der Geradensteigung k lässt sich wieder ε_0 bestimmen. Dabei muss jedoch der wahre Plattenabstand aus dem obigen Abschnitt verwendet werden. Des Weiteren folgt aus der

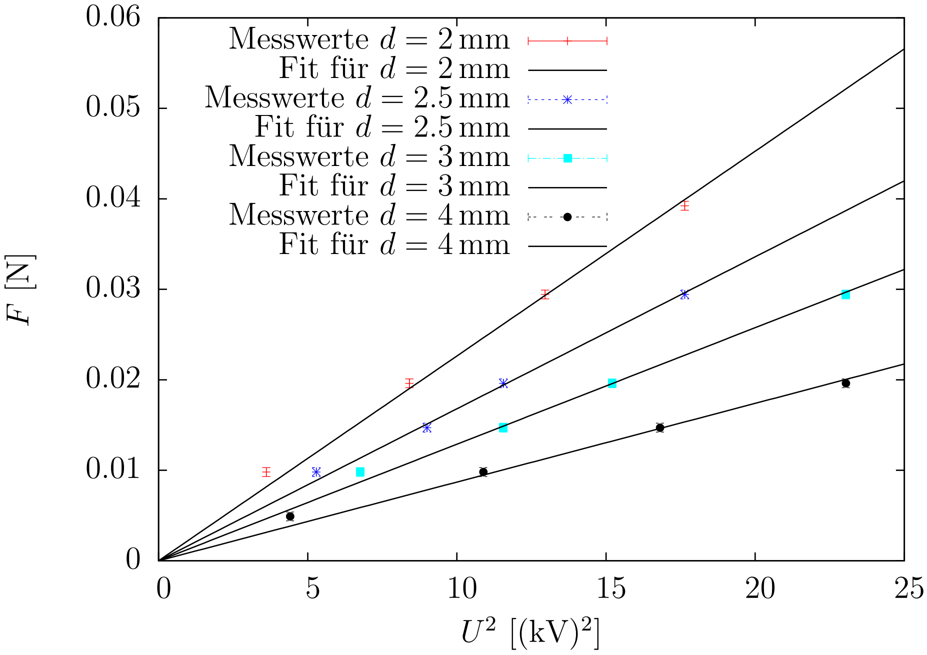

Abbildung 3: Kraft in Abängigkeit des Quadrats der angelegten Spannung

Fehlerfortpflanzung die untere der beiden Formeln.

$$\varepsilon_0 = k \cdot \frac{2d_w^2}{A} \tag{6}$$

$$\sigma_{\varepsilon_0} = \sqrt{\sigma_k^2 \cdot \left(\frac{2d_w^2}{A}\right)^2 + \sigma_{d_w}^2 \cdot \left(\frac{4d_w k}{A}\right)^2} \tag{7}$$

In Tabelle 3 sind neben dem Plattenabstand d und d_w die Geradensteigung k und der resultierende Wert für ε_0 aus unseren Messreihen zu finden.

d [mm]	d_w [mm]	k [N/(kV)^2]	ε_0 $\left[10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}\right]$
2.000 ± 0.010	2.595 ± 0.024	0.00226 ± 0.00005	5.92 ± 0.16
2.500 ± 0.010	3.095 ± 0.024	0.001680 ± 0.000026	6.25 ± 0.14
3.000 ± 0.010	3.595 ± 0.024	0.001288 ± 0.000022	6.46 ± 0.14
4.000 ± 0.010	4.595 ± 0.024	0.000870 ± 0.000022	7.13 ± 0.20

Tabelle 3: Werte dieser Messung

Für ε_0 ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$\boxed{\overline{\varepsilon_0} = (6.37 \pm 0.08) \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}}$$

5 Diskussion

Vergleicht man beide Werte für ε_0 untereinander, fällt auf, dass sie weniger als 1% voneinander abweichen und der eine Wert im Fehlerintervall des jeweils anderen liegt. Verglichen mit dem Literaturwert $\varepsilon_0 \approx 8.854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$ ergibt sich jedoch eine erhebliche Abweichung von mehr als 25%. Dies deutet also auf einen systematischen Fehler im Versuchsaufbau hin.
Die Annahme $\varepsilon_r = 1$ kann auch weiterhin verwendet werden, da für alle anderen Medien als Vakuum ε_r größer ist und so der gemessene Wert für ε_0 größer sein müsste.

Außerdem stellt man fest, dass die ε_0-Werte aus Tabelle 3 nicht nur sehr streuen, sondern auch mit zunehmendem Plattenabstand größer werden. Wir haben allerdings keine Erklärung für diesen merkwürdigen Zusammenhang.

Literatur

[LP1] *Lehrportal der Universität Göttingen.* https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3664.

[Mes10] Meschede, Dieter: *Gerthsen Physik.* Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 24. Auflage, 2010, ISBN 978-3-642-12893-6.