Anfängerpraktikum der Fakultät für Physik,
Universität Göttingen

Die Potenzialwaage
Protokoll:

Praktikant:	Felix Kurtz
	Michael Lohmann
E-Mail:	felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
	m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer:	Björn Klaas
Versuchsdatum:	04.09.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In diesem Versuch soll die *elektrische Feldkonstante* gemessen werden. Sie ist eine der wichtigsten Größen in der Elektrodynamik. Zur Messung verwenden wir die *Kirchhoffsche Potentialwaage*. Hierbei werden die Kräfte ausgenutzt, die zwischen den Platten eines Kondensators wirken.

2 Theorie

Die Kapazität eines Plattenkondenstaors mit dem Plattenabstand d und der Plattenfläche A berechnet sich nach der folgenden Formel:

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} \tag{1}$$

Dabei ist ε_0 die elektrische Feldkonstante und ε_r die Permitivität des Mediums, welches sich zwischen den Platten befindet. Da unser Versuch in Luft stattfindet, wird im folgenden mit $\varepsilon_r = 1$ gerechnet.
Um die Energie, die in einem Kondensator gespeichert ist, zu bestimmen, integriert man die Ladung Q nach $\mathrm{d}U$. Da $Q = C \cdot U$ gilt, erhält man:

$$W = \frac{1}{2} C U^2 \tag{2}$$

Da die Kraft F, die zwischen den beiden Platten des Kondensators wirkt, der Gradient der Energie ist, folgt mit (1):

$$F = -\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}d} = -\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}d}\frac{A}{d}\, U^2 = \varepsilon_0 \frac{AU^2}{2d^2} \tag{3}$$

Bei der Kichhoffschen Potentialwaage wird diese Kraft mit der Gewichtskraft F_G des Wägstückes gleichgesetzt (siehe Abschnitt 3):

$$\varepsilon_0 \frac{AU^2}{2d^2} = mg \tag{4}$$

3 Durchführung

Die Gewichte sollten nur mit einer Pinzette auf die Waage gelegt werden, da schon der kleinste Fettfleck ihre Masse beträchtlich ändern könnte und so die Messung verfälscht. Außerdem muss bei Betrieb der Waage, also angelegter Hochspannung, aus Sicherheitsgründen das Fenster geschlossen sein.

[1]Quelle: https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3664, abgerufen am 06.09.2014

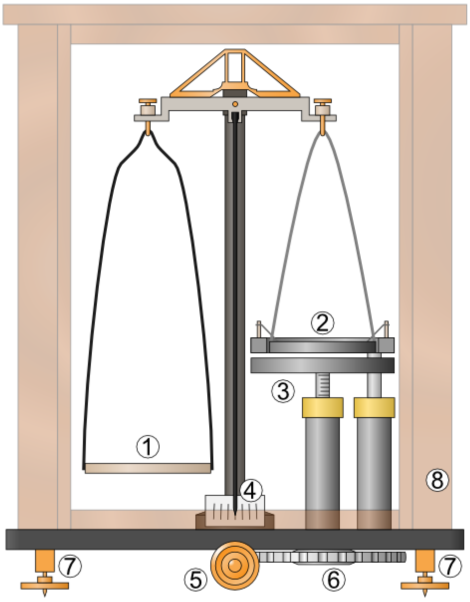

Abbildung 1: Schema der Potentialwaage: *1. Gewichtauflage; 2. obere Kondensatorplatte; 3. untere Kondensatorplatte; 4. Lot; 5. Arretierung; 6. Justierrad der unteren Kondensatorplatte; 7. Justierschrauben; 8. Holz-/Glas-Gehäuse*[1]

Messung 1: Zuerst wird die Waage arretiert, um 3g auf die Waagschale zu legen. Dann wird eine Spannung U (2, 3, 4, 5 kV) angelegt und die Arretierung gelöst. Sollte die Waage kippen, muss der Plattenabstand d des Kondensators verkleinert werden. Anschließend wird der Plattenabstand vergrößert, bis die obere Kondensatorplatte abgehoben wird. Diesen Wert notiert man dann. All dies wird noch für eine aufgelegte Masse von $m = 4$g wiederholt.
Messung 2: Nun wird der Plattenabstand auf $d = 2, 2.5, 3, 4\,\text{mm}$ fest eingestellt. Für mindestens 3 verschiedene Massen $1\,\text{g} \leq m \leq 4\,\text{g}$ wird durch Vermindern der angelegten Spannung U die Spannung bestimmt, bei der die Waage kippt.

4 Auswertung

Bevor mit der eigentlichen Auswertung begonnen wird, berechnen wir die effektive Fläche A des Kondensators, da hier die kapazitiven Effekte zwischen Ring und Platte beachtet werden müssen. Diese berechnet man nach der Formel aus dem Praktikumshandbuch:

$$A = \pi(r^2 + ra)$$

Dabei ist $r = 40\,\text{mm}$ der Radius der oberen Platte ohne Schutzring und $a = 1\,\text{mm}$ die Breite des Schlitzes. So ergibt sich:

$$A = 5.152 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$$

Im folgenden wird mit einer Erdbeschleunigung von $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$ gerechnet.

4.1 konstante Kraft

Aus Gleichung (4) folgt eine lineare Abhängigkeit zwischen der Spannung U und dem Plattenabstand d für eine konstante Gewichtskraft, also wenn die Masse m fest ist.

$$d = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 A}{2mg}} \cdot U \tag{5}$$

In der nachfolgenden Abbildung 2 ist diese Abhängigkeit dargestellt. Aus der Geraden-

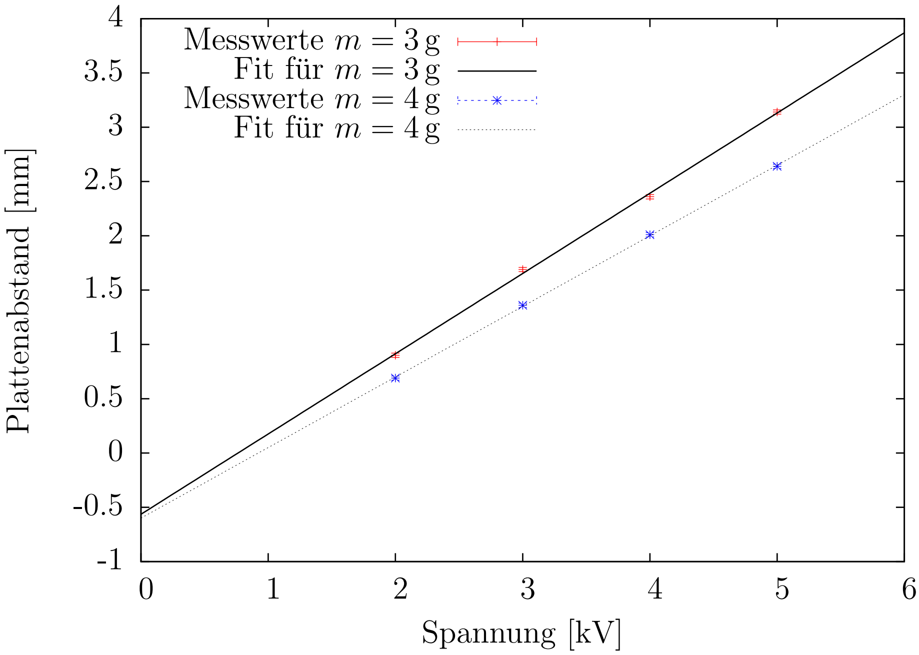

Abbildung 2: Plattenabstand in Abängigkeit der angelegten Spannung

steigung k lässt sich durch Umstellen der obigen Formel ε_0 berechnen:

$$\varepsilon_0 = \frac{2mg}{A} \cdot k^2$$

Es ergeben sich diese Steigungen k und die daraus resultierenden Werte für ε_0:
Es ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$\boxed{\overline{\varepsilon_0} = (6.40 \pm 0.13) \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}}$$

m [g]	k $\left[\frac{\text{mm}}{\text{kV}}\right]$	ε_0 $\left[10^{-12}\,\frac{\text{A s}}{\text{V m}}\right]$
3	0.739 ± 0.017	6.24 ± 0.29
4	0.650 ± 0.007	6.44 ± 0.14

Tabelle 1: Geradensteigung und daraus berechnete elektrische Feldkonstante

m [g]	Δ [mm]
3	0.56 ± 0.06
4	0.650 ± 0.007

Tabelle 2: Offset des Abstandes

Aus der linearen Regression folgt der Offset des Plattenabstandes als das Negative des y-Achsenabschnittes:

Es ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$\boxed{\overline{\Delta} = (0.595 \pm 0.022)\,\text{mm}}$$

Für den wahren Plattenabstand d_w muss also zum gemessenen Wert d noch Δ addiert werden.

4.2 konstanter Plattenabstand

$$\varepsilon_0 = k \cdot \frac{2d_w^2}{A} \tag{6}$$

$$\sigma_{\varepsilon_0} = \sqrt{\sigma_k^2 \cdot \left(\frac{2d_w^2}{A}\right)^2 + \sigma_{d_w}^2 \cdot \left(\frac{4d_w k}{A}\right)^2} \tag{7}$$

d [mm]	d_w [mm]	k [N/(kV)^2]	ε_0 $\left[10^{-12}\,\frac{\text{A s}}{\text{V m}}\right]$
2.000 ± 0.010	2.595 ± 0.024	0.00226 ± 0.00005	5.92 ± 0.16
2.500 ± 0.010	3.095 ± 0.024	0.001680 ± 0.000026	6.25 ± 0.14
3.000 ± 0.010	3.595 ± 0.024	0.001288 ± 0.000022	6.46 ± 0.14
4.000 ± 0.010	4.595 ± 0.024	0.000870 ± 0.000022	7.13 ± 0.20

Tabelle 3: Werte dieser Messung

Für ε_0 ergibt sich ein gewichteter Mittelwert von

$$\boxed{\overline{\varepsilon_0} = (6.37 \pm 0.08) \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{A s}}{\text{V m}}}$$

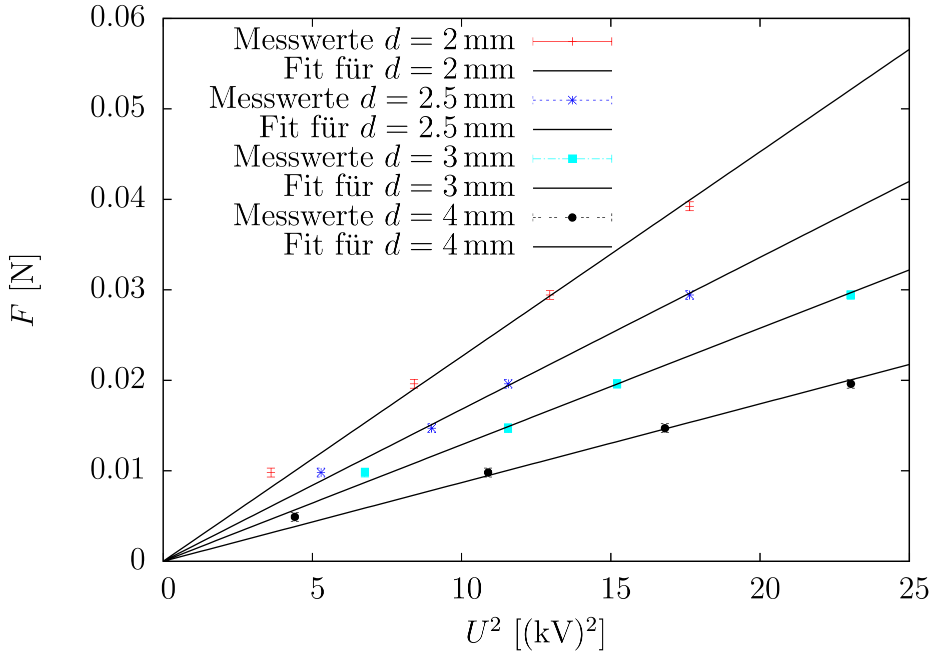

Abbildung 3: Kraft in Abängigkeit des Quadrats der angelegten Spannung

5 Diskussion

Vergleicht man beide Werte für ε_0 untereinander, fällt auf, dass sie weniger als 1% voneinander abweichen und der eine Wert im Fehlerintervall des jeweils anderen liegt. Verglichen mit dem Literaturwert $\varepsilon_0 \approx 8.854 \cdot 10^{-12} \, \frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$ ergibt sich jedoch eine erhebliche Abweichung von mehr als 25%. Dies deutet also auf einen systematischen Fehler im Versuchsaufbau hin.
Die Annahme $\varepsilon_r = 1$ kann auch weiter verwendet werden, da für alle anderen Medien als Vakuum ε_r größer ist und so der gemessene Wert für ε_0 größer sein müsste.

6 Anhang