

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,  
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

---

**Messung von großen Widerständen**  
**Protokoll:**

---

Praktikant: Felix Kurtz  
Michael Lohmann  
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de  
m.lohmann@stud.uni-goettingen.de  
Betreuer: Björn Klaas  
Versuchsdatum: 03.09.2014

Testat:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Messung mittels einem Kondensator . . . . .	3
2.2	Analoger Stromintegrator . . . . .	3
2.3	RLC-Schwingkreis . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1	Kalibrieren des Ladungsmessgerätes . . . . .	4
3.2	Entladung des Plattenkondensators . . . . .	4
3.3	Schwingkreise . . . . .	4
3.4	Messungen mit dem Multimeter . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Kalibration des Ladungsmessgerätes . . . . .	5
4.2	Berechnung von $\varepsilon_0$ . . . . .	6
4.3	Entladung des Kondensators . . . . .	6
4.4	Messungen mit dem Oszilloskop . . . . .	8
4.4.1	Eingangswiderstand des Oszilloskops und Kapazität des Plattenkondensators . . . . .	8
4.4.2	Bestimmung des unbekannten Widerstandes $R_x$ . . . . .	9
4.4.3	Induktivität und ohmscher Widerstand der Spulen . . . . .	9
4.4.4	Kapazität des Folienkondensators . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>9</b>

## 1 Einleitung

Um einen Widerstand zu messen, nutzt man meistens das Ohmsche Gesetz. Ist der Widerstand jedoch hochohmig, stößt dieses Verfahren an seine Grenzen. Man arbeitet mit hohen Spannungen und kleinen Strömen. Außerdem sind die Innenwiderstände der Messgeräte ein großer Störfaktor. Deshalb werden wir in diesem Versuch lernen, wie man das besser machen kann.

## 2 Theorie

### 2.1 Messung mittels einem Kondensator

$$Q(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \quad (1)$$

Kennt man die Kapazität  $C$  und die Ladung, die sich auf dem Kondensator befindet, zu zwei verschiedenen Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$ , kann man also den Widerstand  $R$  berechnen, über den der Strom abfließt:

$$R = -\frac{t_2 - t_1}{C \cdot \ln \frac{Q(t_2)}{Q(t_1)}} \quad (2)$$

Der hier verwendete Kondensator hat einen Plattenradius  $r = 0.1$  m, einen Plattenabstand  $d = 0.005$  m und eine Plattenzahl  $n = 65$ . Für die Berechnung der Kapazität müssen also Randeffekte betrachtet werden. Dabei wird diese Formel verwendet:

$$C_n = (n - 1)\varepsilon_0\varepsilon_r \left[ \frac{\pi r^2}{d} + r \left( \ln \frac{16\pi r}{d} - 1 \right) \right] \quad (3)$$

### 2.2 Analoger Stromintegrator

Nach der *Kirchhoffschen Knotenregel* bei S gilt  $I_R + I_C = 0$ . Mit den folgenden Beziehungen der Ströme  $I_R = U_E/R$  und  $I_C = \dot{Q}_C = C\dot{U}_A$  erhält man:

$$U_A = -\frac{1}{RC} \int_{t_0}^t U_E dt \quad (4)$$

### 2.3 RLC-Schwingkreis

$$\ddot{Q} + 2\beta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0 \quad (5)$$

$$\beta = \frac{R_L}{2L} \quad , \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad , \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Mit dem Logarithmischen Dekrement  $\Lambda = \beta T$  ergibt sich für die Induktivität der Spule

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{C(\omega^2 + \beta^2)} = \frac{1}{C} \frac{T^2}{4\pi^2 + \Lambda^2} \quad (6)$$

$$L = \mu_0 \cdot A \cdot \left(\frac{n}{l}\right)^2 \quad (7)$$

## 3 Durchführung

### 3.1 Kalibrieren des Ladungsmessgerätes

Dazu wird der Eichkreis nach Abb. ?? verschaltet. Der Eichgenerator wird in der Stellung *Zeitmessung* mit dem Oszilloskop auf verschiedene Zeitdauern der Spannungsimpulse eingestellt. Erwartet werden Werte zwischen 50 und 500 Millisekunden. Je eingestellter Zeitdauer wird dann in der Stellung *Eichen* dreimal der Messwert des Ladungsmessgerätes notiert. Dies geschieht für 5 verschiedene Zeiten.

### 3.2 Entladung des Plattenkondensators

Der Plattenkondensator wird mit 220V aufgeladen und sofort durch den Messkreis entladen. Dabei wird die geflossene Ladung gemessen. Dies geschieht fünfmal.

Nun wird der Kondensator wieder aufgeladen und nach bestimmten Zeiten ( $t=0, 1, 2, 3, 5$  Minuten) über das Ladungsmessgerät entladen. Die verbleibende Ladung wird notiert. In der Zwischenzeit ist Ladung über den Isolationswiderstand des Kondensators abgeflossen. Mit dieser Methode kann man eben diesen bestimmen.

Parallel wird der unbekannte Widerstand  $R_x$  geschaltet und vorige Messung für folgende Zeiten wiederholt: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 30 und 60 Sekunden. Für jede Zeitspanne werden zwei Werte aufgenommen.

### 3.3 Schwingkreise

Man tauscht im Messkreis das Ladungsmessgerät durch das Oszilloskop. Dieses soll den Spannungsverlauf  $U(t)$  am Kondensator zeigen.

1. Plattenkondensator alleine
2. Kondensator und  $2M\Omega$ -Widerstand parallel dazu
3. Kondensator und Widerstand  $R_x$  parallel dazu

4. Kondensator und Drosselspule parallel
5. Kondensator und Luftspule parallel
6. Kommerzieller Kondensator (Folienkondensator) und  $2M\Omega$ -Widerstand parallel dazu

Die vom Oszilloskop angezeigten Spannungsverläufe werden mit dem zugehörigen Drucker ausgedruckt. Bei Messungen von einem RC-Kreis sollte man die *Abfallzeit* vom Oszilloskop berechnen lassen, also die Zeit, die zwischen 90% und 10% der Maximalspannung vergeht<sup>1</sup>. Dies vereinfacht die Auswertung. Bei den RLC-Kreisen benötigt man die Periode der abklingenden Schwingung. Zur Erzielung guter Ergebnisse mussten wir am Oszilloskop die Einstellung *Tastknopf* auf 50x stellen.

### 3.4 Messungen mit dem Multimeter

Mit dem Multimeter werden folgende Größen gemessen:

- ohmsche Widerstände  $R_L$  der beiden Spulen
- ohmscher Widerstand  $R_2$  ( $2M\Omega$ )
- Isolationswiderstand  $R_{\text{iso}}$  des Plattenkondenstaors
- unbekannter Widerstand  $R_x$
- Kapazitäten  $C$  der beiden Kondensatoren

Außerdem werden die Daten der Luftspule an deren Ende abgelesen.

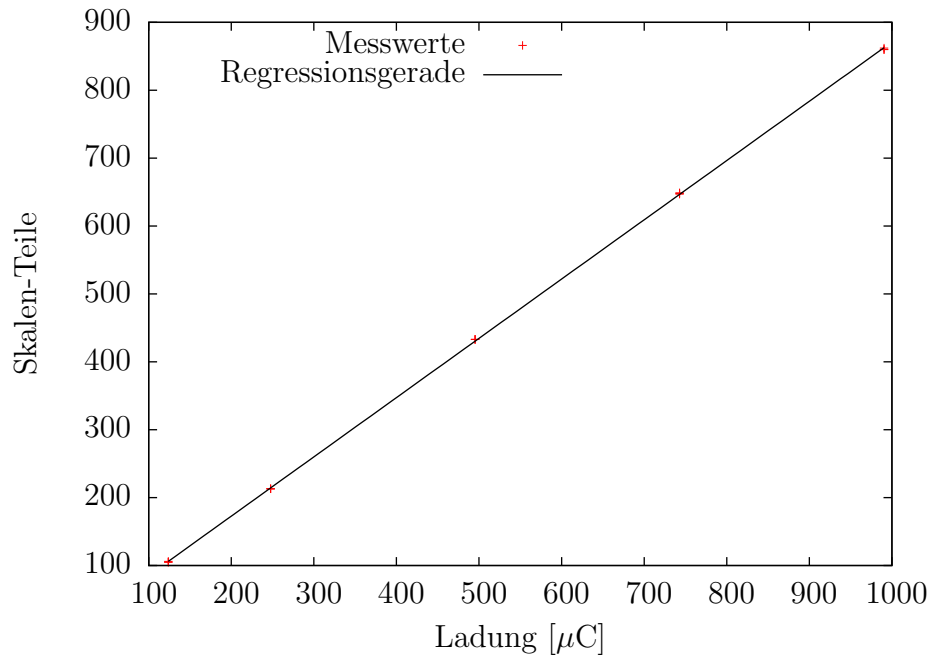
## 4 Auswertung

### 4.1 Kalibration des Ladungsmessgerätes

$$m = 0.8729 \pm 0.0017 \text{ Skt./}\mu\text{C}$$

---

<sup>1</sup>aus der Anleitung (S. 29) des verwendeten Oszilloskops TDS 2001C, abgerufen am 09.09.2014:  
<http://www.praktikum.physik.uni-goettingen.de/allgemeines/anleitung/downloads/TDS200E-71048501.pdf>



**Abbildung 1:** Skalenteile des Messgeräts in Abhängigkeit der geflossenen Ladung

## 4.2 Berechnung von $\varepsilon_0$

$$\varepsilon_0 = (9.19 \pm 0.07) \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}} \quad (8)$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$\sigma_C = \frac{1}{U^2} \cdot \sqrt{Q^2 \cdot \sigma_U^2 + \sigma_Q^2 \cdot U^2}$$

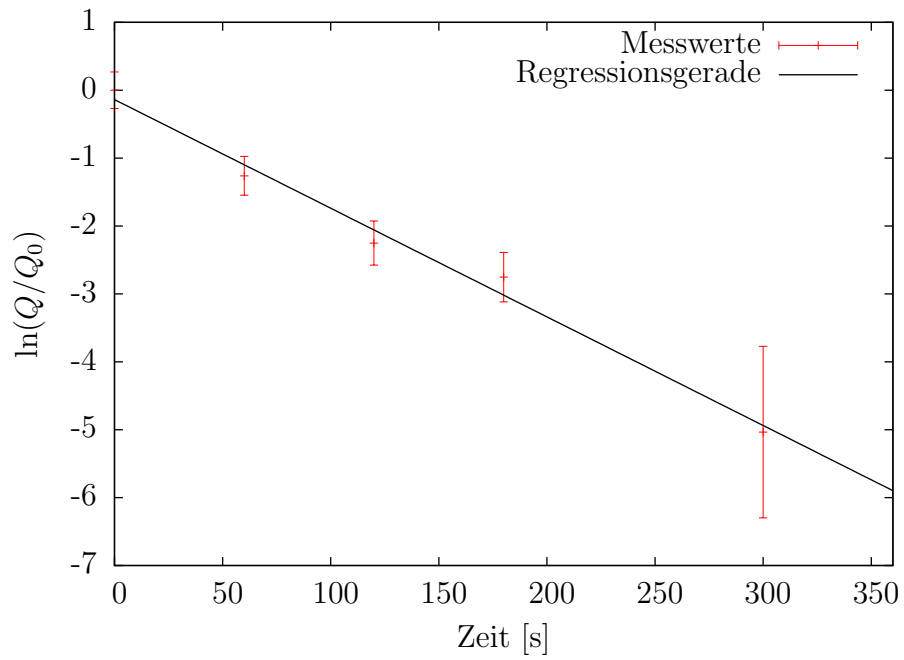
$$C = (4.04 \pm 0.03) \text{ nF} \quad (9)$$

## 4.3 Entladung des Kondensators

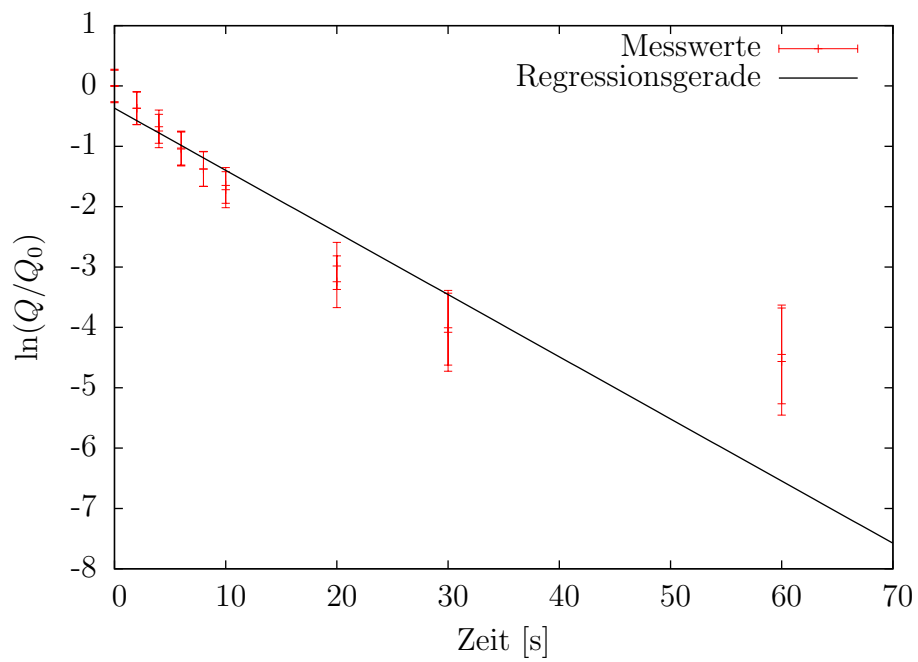
$$R_{\text{iso}} = -\frac{1}{C \cdot m_{\text{iso}}}$$

$$\sigma_{R_{\text{iso}}} = \frac{1}{C^2 \cdot m_{\text{iso}}^2} \cdot \sqrt{C^2 \cdot \sigma_{m_{\text{iso}}}^2 + m_{\text{iso}}^2 \cdot \sigma_C^2}$$

$$R_{\text{iso}} = (15 \pm 1) \text{ G}\Omega \quad (10)$$



**Abbildung 2:** Entladung des Kondensators über den Isolationswiderstand  $R_{\text{iso}}$



**Abbildung 3:** Entladung des Kondensators über  $R_x$  und  $R_{\text{iso}}$

$$R = -\frac{1}{C \cdot m}$$

$$\sigma_R = \frac{1}{C^2 \cdot m^2} \cdot \sqrt{C^2 \cdot \sigma_m^2 + m^2 \cdot \sigma_C^2}$$

$$R = (2.4 \pm 0.2) \text{ G}\Omega \quad (11)$$

$$R_x = \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_{\text{iso}}} \right)^{-1}$$

$$\sigma_{R_x} = \frac{1}{(R_{\text{iso}} - R)^2} \cdot \sqrt{R_{\text{iso}}^4 \cdot \sigma_R^2 + R^4 \cdot \sigma_{R_{\text{iso}}}^2}$$

$$R_x = (2.8 \pm 0.4) \text{ G}\Omega \quad (12)$$

## 4.4 Messungen mit dem Oszilloskop

Die ausgedruckten Spannungsverläufe befinden sich im Anhang. Wie erwartet ergibt sich folgendes: Bei RC-Schaltungen ergibt sich eine abfallende Exponentialfunktion. Je größer der Widerstand bzw. die Kapazität, desto größer die Abfallzeit. Bei den RLC-Kreisen ergibt sich eine abfallende Schwingung: Je größer der Widerstand bzw. kleiner die Induktivität, desto schneller fällt die Einhüllende ab. All dies wird in der nachfolgenden Auswertung verifiziert.

### 4.4.1 Eingangswiderstand des Oszilloskops und Kapazität des Plattenkondensators

$$R_{\text{oszi}} = R_2 \cdot \left( \frac{m_{\text{ges}}}{m_{\text{oszi}}} - 1 \right)$$

$$\sigma_{R_{\text{oszi}}} = \frac{1}{m_{\text{oszi}}^2} \cdot \sqrt{m_{\text{ges}}^2 \cdot R_2^2 \cdot \sigma_{m_{\text{oszi}}}^2 + m_{\text{oszi}}^2 \cdot \left( R_2^2 \cdot \sigma_{m_{\text{ges}}}^2 + \sigma_{R_2}^2 \cdot (m_{\text{ges}} - m_{\text{oszi}})^2 \right)}$$

$$R_{\text{oszi}} = (900 \pm 60) \text{ k}\Omega \quad (13)$$

$$C = -\frac{1}{m_{\text{oszi}} \cdot R_{\text{oszi}}}$$

$$\sigma_C = \frac{1}{m_{\text{oszi}}^2 \cdot R_{\text{oszi}}^2} \cdot \sqrt{m_{\text{oszi}}^2 \cdot \sigma_{R_{\text{oszi}}}^2 + R_{\text{oszi}}^2 \cdot \sigma_{m_{\text{oszi}}}^2}$$

$$C = (4.3 \pm 0.3) \text{ nF} \quad (14)$$



#### 4.4.2 Bestimmung des unbekannten Widerstandes $R_x$

$$R_x = \frac{R_{\text{oszi}}}{\frac{m_x}{m_{\text{oszi}}} - 1}$$

$$\sigma_{R_x} = \frac{1}{(m_x - m_{\text{oszi}})^2} \cdot \sqrt{m_{\text{oszi}}^2 \cdot \sigma_{R_{\text{oszi}}}^2 \cdot (m_x - m_{\text{oszi}})^2 + R_{\text{oszi}}^2 \cdot (m_x^2 \cdot \sigma_{m_{\text{oszi}}}^2 + m_{\text{oszi}}^2 \cdot \sigma_{m_x}^2)}$$

$$\boxed{R_x = (-0.3 \pm 1.2) \text{ G}\Omega} \quad (15)$$

#### 4.4.3 Induktivität und ohmscher Widerstand der Spulen

$$L = \frac{T^2}{C \cdot (\beta^2 \cdot T^2 + 4 \cdot \pi^2)}$$

$$\sigma_L = \frac{T}{C^2 \cdot (\beta^2 \cdot T^2 + 4 \cdot \pi^2)^2} \cdot \sqrt{4 \cdot \beta^2 \cdot C^2 \cdot \sigma_\beta^2 \cdot T^6 + 64 \cdot \pi^4 \cdot C^2 \cdot \sigma_T^2 + \sigma_C^2 \cdot T^2 \cdot (\beta^2 \cdot T^2 + 4 \cdot \pi^2)^2}$$

$$R_L = 2 \cdot \beta \cdot L$$

$$\sigma_{R_L} = 2 \cdot \sqrt{\beta^2 \cdot \sigma_L^2 + L^2 \cdot \sigma_\beta^2}$$

Für die Drosselspule ergibt sich:

$$\boxed{L = (9.6 \pm 0.7) \text{ H} , R_L = (6.1 \pm 0.5) \text{ k}\Omega} \quad (16)$$

Für die Luftspule erhält man:

$$\boxed{L = (0.018 \pm 0.001) \text{ H} , R_L = (160 \pm 10) \Omega} \quad (17)$$

#### 4.4.4 Kapazität des Folienkondensators

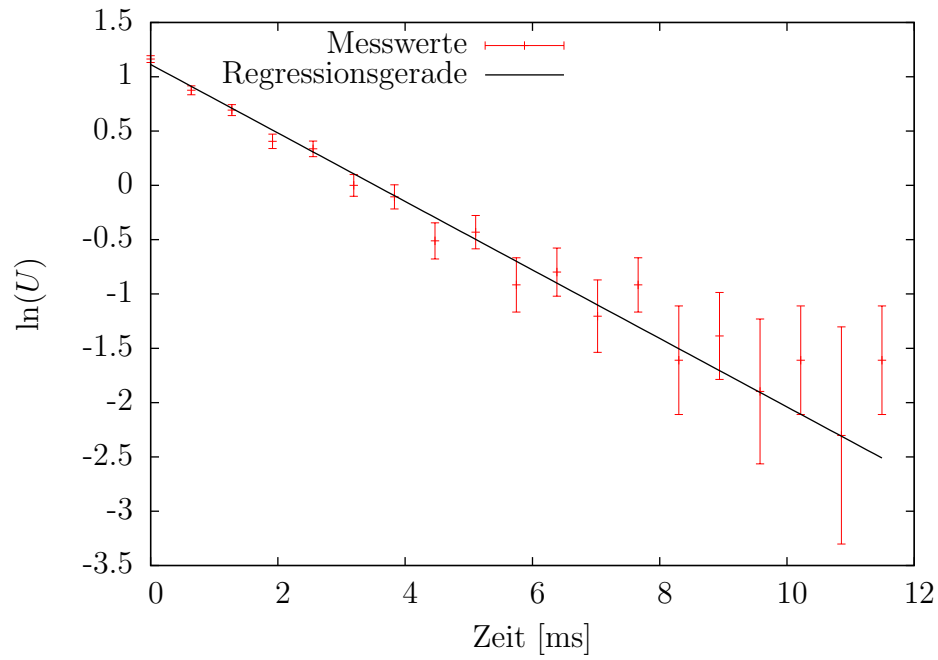
$$C_2 = \frac{C_{\text{Pl.}}}{m_g} \cdot m_c$$

$$\sigma_{C_2} = \frac{1}{m_g^2} \cdot \sqrt{C_{\text{Pl.}}^2 \cdot m_c^2 \cdot \sigma_{m_g}^2 + m_g^2 \cdot (C_{\text{Pl.}}^2 \cdot \sigma_{m_c}^2 + m_c^2 \cdot \sigma_{C_{\text{Pl.}}}^2)}$$

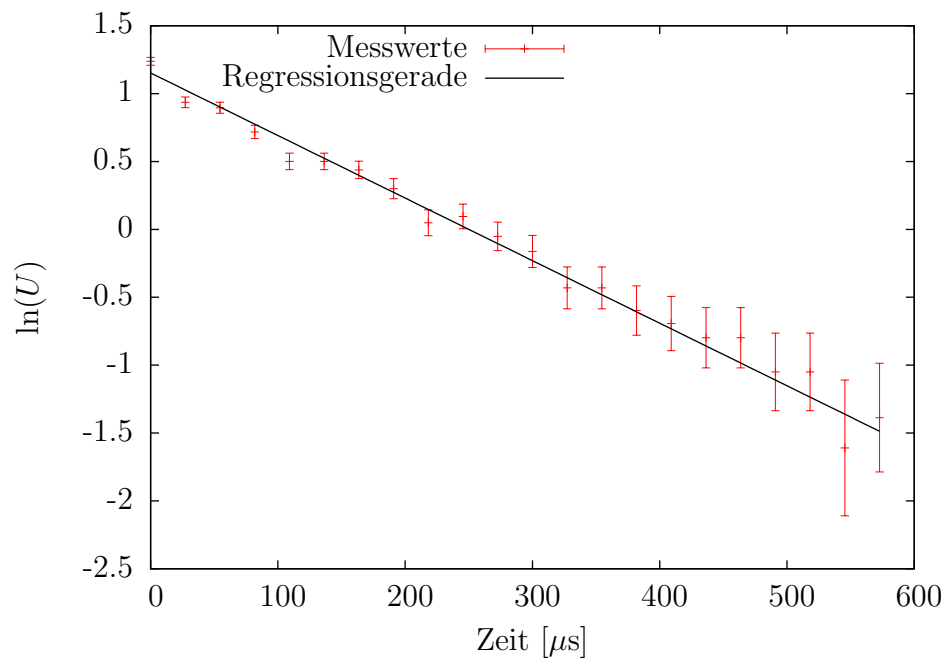
$$\boxed{C_2 = (3.1 \pm 0.2) \text{ nF}} \quad (18)$$

## 5 Diskussion

## 6 Anhang



**Abbildung 4:** *Drosselspule*: Extrema des Spannungsverlauf logarithmisch gegen die Zeit



**Abbildung 5:** *Luftspule*: Extrema des Spannungsverlauf logarithmisch gegen die Zeit