

14  
**Wechselstromwiderstände**

---

Praktikant: Felix Kurtz  
Versuchspartner: Michael Lohmann  
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de  
Betreuer: Björn Klaas  
Versuchsdatum: 08.09.2014

Eingegangen am:
-----------------

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Induktiver Widerstand . . . . .	3
2.2	Kapazitiver Widerstand . . . . .	3
2.3	Impedanz und Zeigerdiagramm . . . . .	3
2.4	Parallelschaltung . . . . .	4
2.5	Effektivwerte . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Widerstand und Spule in Reihe . . . . .	5
4.2	RLC-Serienschaltung . . . . .	6
4.3	Parallelkreis . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
	<b>Literatur</b>	<b>10</b>

## 1 Einleitung

Bei diesem Versuch sollen induktive und kapazitive Widerstände und die damit verbundene Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung untersucht werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Induktiver Widerstand

$$X_L = i\omega L. \quad (1)$$

Außerdem besitzen Spulen meist einen nicht zu vernachlässigenden ohmschen Widerstand  $R_L$ , da sie aus sehr langem Draht bestehen.

### 2.2 Kapazitiver Widerstand

$$X_C = -i\frac{1}{\omega C}. \quad (2)$$

### 2.3 Impedanz und Zeigerdiagramm

Impedanz

$$Z = R + X_C + X_L. \quad (3)$$

Scheinwiderstand

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (4)$$

Phasenverschiebung

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right). \quad (5)$$

Minimaler Widerstand bei der Resonanzfrequenz

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (6)$$

## 2.4 Parallelschaltung

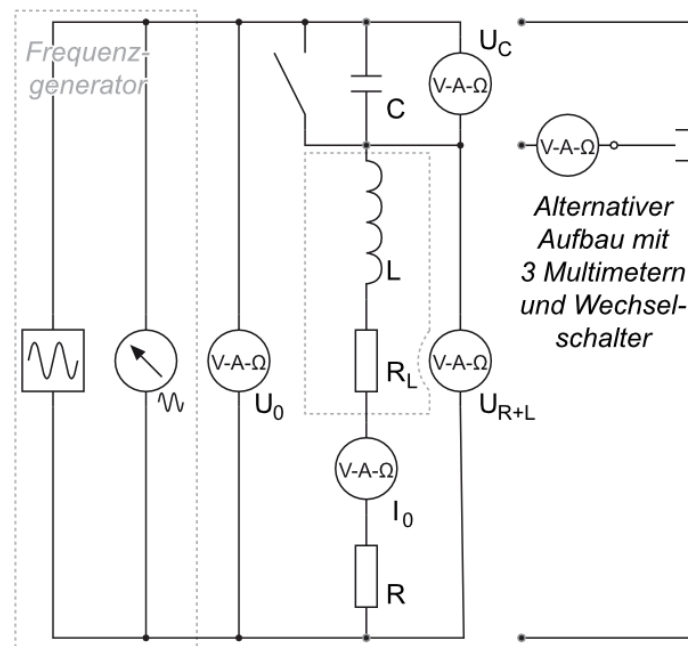
## 2.5 Effektivwerte

Als *Effektivwert* eines Wechselstroms bezeichnet man den Wert, bei dem bei Gleichstrom die gleich Leistung abgegeben würde. Für eine Sinus-förmige Spannung der Amplitude  $U_0$  ergibt sich somit

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot U_0. \quad (7)$$

Analoges gilt für den Strom. Vom Multimeter, welches Wechselstrom misst, wird der Effektivwert und nicht die Amplitude der Messgröße angezeigt.

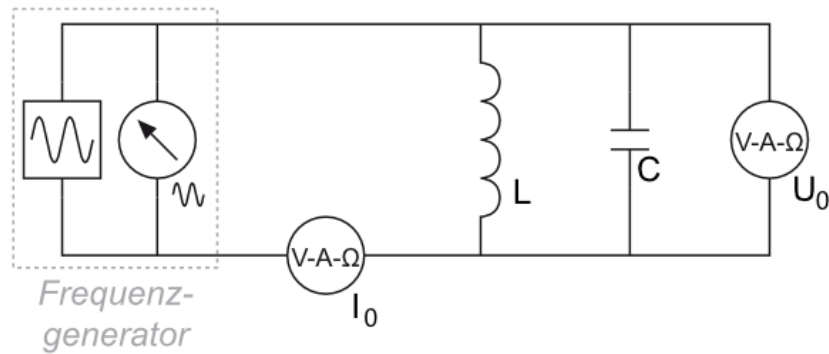
## 3 Durchführung



**Abbildung 1:** Serienschaltung [LP1, Datum: 03.10.14].

Zuerst wird der **Serienresonanzkreis** aus Abb. (1) aufgebaut. Dabei wird das Oszilloskop so angeschlossen und eingestellt, dass die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung abgelesen werden kann. Zur ersten Messung überbrückt man den Kondensator, indem man den Schalter schließt. Nun wird für mindestens 10 Frequenzen Spannung und Strom sowie deren Phasenverschiebung gemessen. Daraus kann man später die Induktivität der Spule sowie den ohmschen Widerstand berechnen.

Die nächsten Messungen finden mit dem Kondensator statt, der Schalter wird also geöffnet. In Abhängigkeit der Frequenz werden jetzt der Strom  $I$ , die Spannung  $U$  sowie die Teilspannungen  $U_C$  und  $U_{L+R}$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$  gemessen. Dabei sollen möglichst viele Messungen in der Nähe der Resonanzfrequenz  $\omega_R$  durchgeführt werden.



**Abbildung 2:** Serienschaltung [LP1, Datum: 03.10.14].

Als nächstes wird die Schaltung nach Abb. (2) zu einem **Parallelkreis** aus Spule und Kondensator umgebaut. Wieder wird die Spannung und der Strom in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Hier liegt der Fokus wie zuvor auf der Resonanzfrequenz.

Zum Schluss misst man mit dem Multimeter den Innenwiderstand des Amperemeters und die ohmschen Widerstände  $R_\Omega$  sowie  $R_L$ . Außerdem werden die Kapazität des Kondensators gemessen und die Spulendaten notiert.

## 4 Auswertung

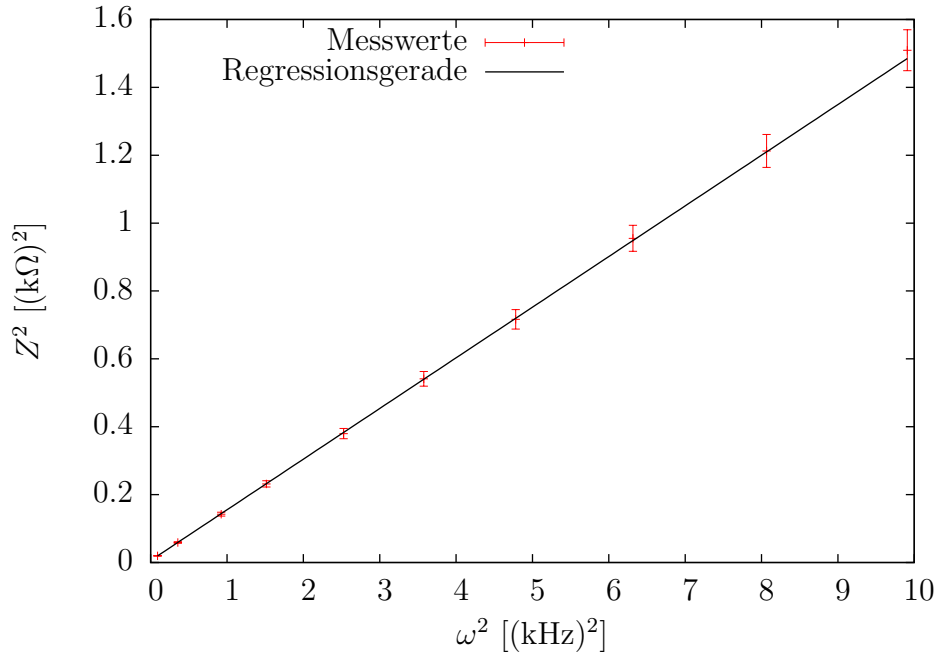
### 4.1 Widerstand und Spule in Reihe

Trägt man das Quadrat der Impedanz gegen das der Kreisfrequenz auf, ergibt sich eine Gerade  $Z^2 = R^2 + L^2\omega^2 = b + m \cdot (\omega^2)$ . Dies kann man in Abbildung (3) erkennen. Um aus dem Ergebnis der linearen Regression  $m$  und  $b$  die Induktivität  $L$  sowie den ohmschen Widerstand  $R$  zu berechnen, muss also die Wurzel gezogen werden. Der Fehler von  $x = \sqrt{y}$  berechnet man mit der Formel  $\sigma_x = \frac{\sigma_y}{2\sqrt{y}}$ , welche aus der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung stammt.

So erhält man aus  $m = (0.1493 \pm 0.0005) \Omega^2/\text{Hz}^2$  und  $b = (0.00597 \pm 0.00017) (\text{k}\Omega)^2$

$$L = (386.3 \pm 0.6) \text{ mH} \quad \text{sowie} \quad (8)$$

$$R = (77.3 \pm 1.1) \Omega. \quad (9)$$



**Abbildung 3:** RL-Serienschaltung: Quadrat der Impedanz als Funktion der Kreisfrequenz.

## 4.2 RLC-Serienschaltung

Aus

$$R = (80.9 \pm 0.5) \Omega, \quad (10)$$

$$L = (386.1 \pm 1.0) \text{ mH} \quad \text{und} \quad (11)$$

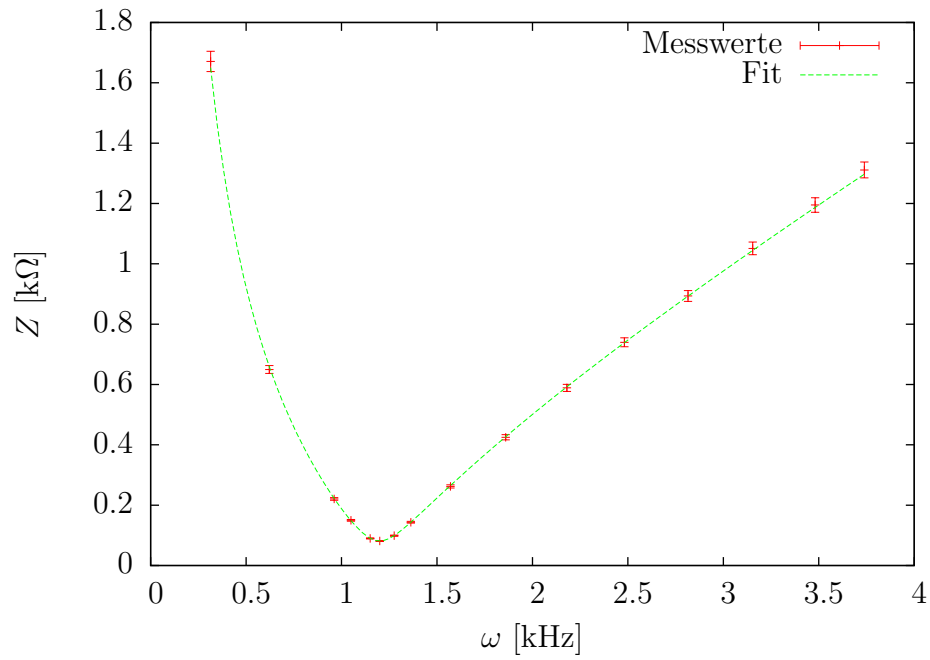
$$C = (1.799 \pm 0.005) \mu\text{F}. \quad (12)$$

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (13)$$

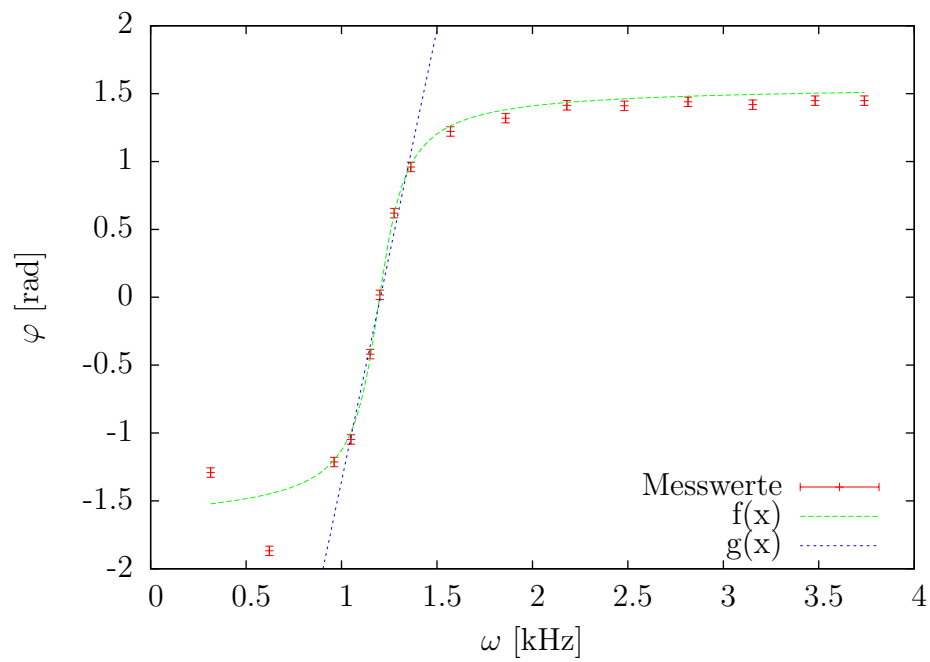
$$\sigma_{\omega_R} = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{\sigma_C^2}{C^2}}}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot \sqrt{L}}. \quad (14)$$

$\omega_R = (1199.9 \pm 2.3) \text{ Hz}.$

Das Programm *Gnuplot* liefert bei dem Theorie-Fit der Phasenverschiebung aus Formel (5) für die drei Parameter  $R$ ,  $L$  und  $C$  Fehler, die dreimal so groß sind wie der eigentliche Wert. Um dies zu beheben, setzt man den Wert für den Widerstand fest und fittet nur die anderen beiden Parameter. Dabei wird der Mittelwert  $\bar{R} = (80.2836 \pm 0.455183) \Omega$



**Abbildung 4:** Impedanz des Serienresonanzkreis als Funktion der Kreisfrequenz.



**Abbildung 5:** Phasenverschiebung des Serienresonanzkreises.

aus den beiden obigen Werten verwendet. Man erhält

$$C = (1.80 \pm 0.24) \mu\text{F} \quad \text{und} \quad (15)$$

$$L = (390 \pm 50) \text{ mH}. \quad (16)$$

Die daraus berechnete Resonanzfrequenz beträgt

$$\omega_R = (1200 \pm 110) \text{ Hz}.$$

Bei der Resonanzfrequenz verschwindet die Phasenverschiebung. In diesem Bereich ist der arcustangens in etwa linear. So kann man zusätzlich zu dem Fit der Theoriekurve (5) noch eine Gerade durch die Werte in der Nähe der Resonanzfrequenz legen. Aus der Steigung  $m = (6.7 \pm 0.5) \text{ Hz}^{-1}$  und dem y-Achsenabschnitt  $b = (-8.0 \pm 0.6)$  kann man mit

$$\omega_R = \omega(\varphi = 0) = -\frac{b}{m}, \quad (17)$$

$$\sigma_{\omega_R} = \frac{1}{m^2} \cdot \sqrt{b^2 \cdot \sigma_m^2 + m^2 \cdot \sigma_b^2} \quad (18)$$

die Resonanzfrequenz berechnen. Man erhält

$$\omega_R = (1200 \pm 120) \text{ Hz}.$$

Trägt man die Teilspannungen  $U_C$  und  $U_{L+R}$  in Abhängigkeit der Frequenz auf (Abb. 6, fällt auf, dass beide ihr Maximum bei der Resonanzfrequenz haben. Außerdem ist dieses gleich groß. Dies war zu erwarten, da sich dort kapazitiver Widerstand und induktiver Widerstand aufheben.

### 4.3 Parallelkreis

Aus Fit von Messung 3:

$$R = (68 \pm 5) \text{ k}\Omega \quad (19)$$

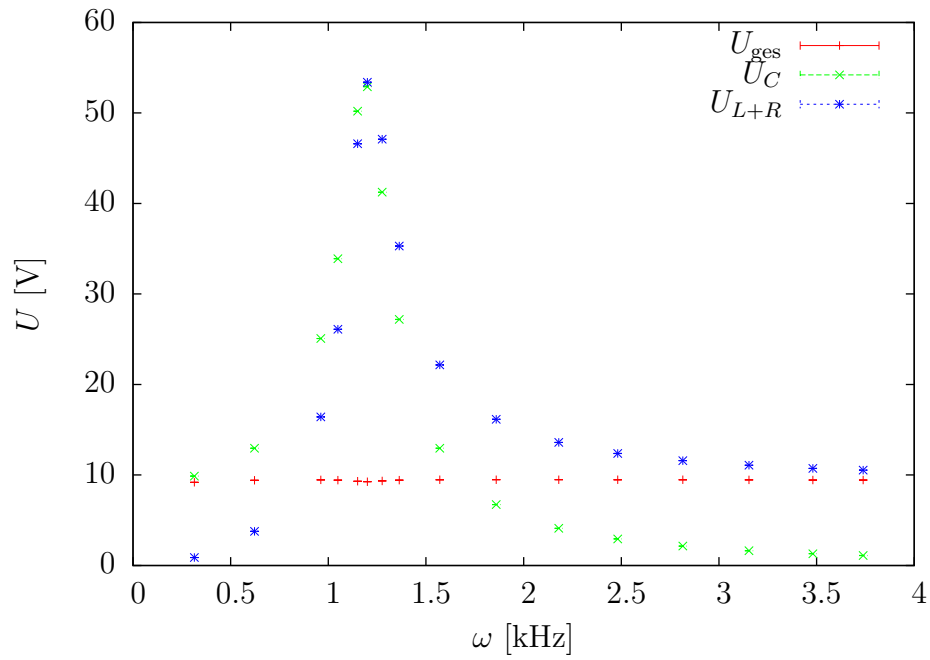
$$L = (370 \pm 10) \text{ mH} \quad (20)$$

$$C = (1.88 \pm 0.05) \mu\text{F} \quad (21)$$

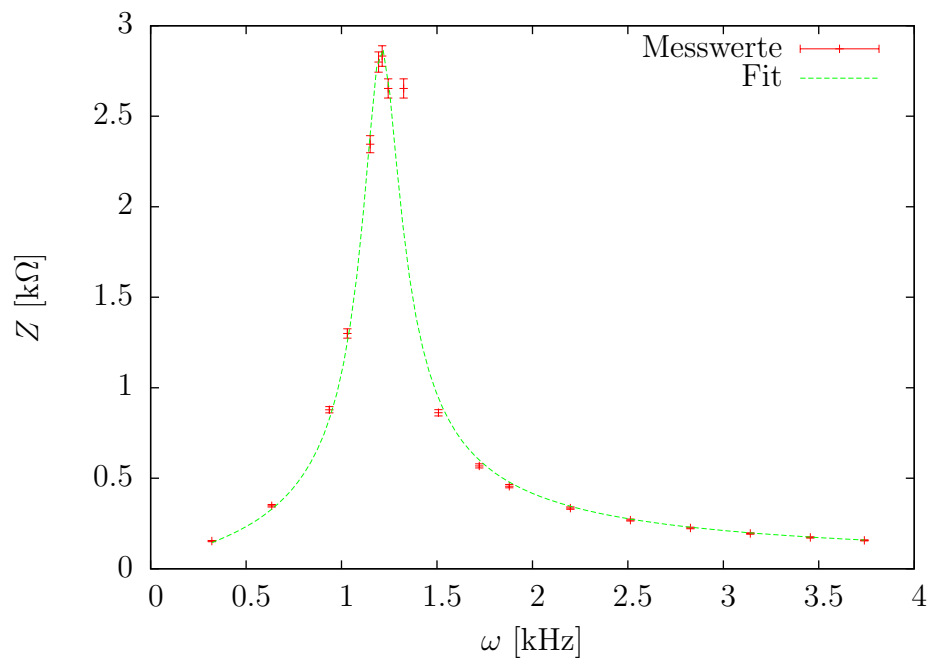
Daraus ergibt sich eine Resonanzfrequenz

$$\omega_R = (1199 \pm 23) \text{ Hz}.$$





**Abbildung 6:** Teilspannungen des Serienresonanzkreises.



**Abbildung 7:** Impedanz des Parallelkreises als Funktion der Kreisfrequenz.

## 5 Diskussion

### Literatur

[LP1] *Lehrportal der Universität Göttingen: Wechselstromwiderstände*. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4165>.