

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Beugung und Interferenz von Laserlicht

Praktikant: Felix Kurtz
Michael Lohmann
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Phillip Bastian
Versuchsdatum: 09.03.2015

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Laserprinzip	3
2.2	Beugung und Interferenz	3
2.2.1	Vom Kirchhoffschen Beugungsintegral zur Fraunhofer-Näherung .	3
2.2.2	Doppelspalt	4
2.2.3	Einzelspalt und Steg	4
2.2.4	Kreisblende	5
2.2.5	Mehrfachspalt	5
3	Durchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Objektgrößen bestimmen	6
4.2	Wellenlänge des Lasers bestimmen	7
5	Diskussion	11
5.1	Objektgrößen	11
5.2	Wellenlänge	11
6	Anhang	12
6.1	Messwerte	12
6.2	Extrema Tabelle	12
	Literatur	12

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen die Eigenschaften von Laserlicht für Beugung und Interferenz an verschiedenen Objekten genutzt werden. Da ein Laser auf stimulierter Emission von Photonen basiert, ist sein Licht nämlich sehr monochromatisch sowie zeitlich und räumlich kohärent. Als Lichtquelle wird diesmal ein Helium-Neon-Laser verwendet, der Intensitätsverlauf wird über eine mit einem Schrittmotor bewegbare Fotodiode elektronisch aufgenommen.

2 Theorie

2.1 Laserprinzip

Wie der Name LASER, *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, schon verrät, emittiert dieser Licht aufgrund Stimulierter Emission.

Besetzungsinversion Resonator HeNe

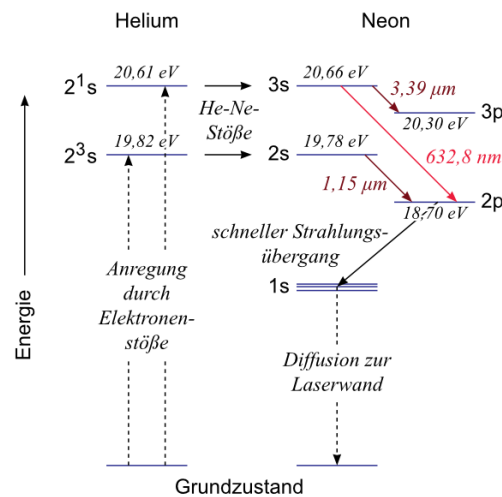


Abbildung 1: Niveauschema des Helium-Neon-Lasers. [LP2, Datum: 02.01.15]

2.2 Beugung und Interferenz

2.2.1 Vom Kirchhoffschen Beugungsintegral zur Fraunhofer-Näherung

Um das Feld eines bestrahlten Objektes in einer Ebene dahinter zu berechnen, integriert man über alle *Elementarwellen* der Apertur:

$$E(x', y', z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\text{Apertur}} E(x, y, 0) \frac{e^{ikr}}{r} dx dy \quad \text{mit } r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z^2. \quad (1)$$

Dies ist das *Fresnel-Kirchhoffschen Beugungsintegral*.

Die *Fresnel-Näherung* setzt voraus, dass die Bildebene weit entfernt von der Aperturbene ist, also $z \gg x' - x, y' - y$. Dann vereinfacht sich der obige Ausdruck zu

$$E(x', y', z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{\text{Apertur}} E(x, y, 0) \exp\left(\frac{ik}{2z} ((x' - x)^2 + (y' - y)^2)\right) dx dy. \quad (2)$$

Befindet man sich mit der Bildebene im *Fernfeld*, kann man die *Fraunhofer-Näherung* benutzen. Dabei ist die Fresnel-Zahl $F = \frac{a^2}{\lambda z}$ mit der die Apertur charakterisierenden Größe a sehr viel geringer als 1. Also können die in x bzw. y quadratischen Terme vernachlässigt werden und man erhält

$$E(x', y', z) = \frac{e^{ikz} \cdot e^{i\frac{k_x x' + k_y y'}{2}}}{i\lambda z} \cdot \int_{\text{Apertur}} E(x, y, 0) e^{-ik_x x} e^{-ik_y y} dx dy, \quad (3)$$

mit $k_x := k \frac{x'}{z}$ und $k_y := k \frac{y'}{z}$.

Das Fernfeld eines bestrahlten Objekts ergibt sich also als Fouriertransformation des Feldes in der Objektebene:

$$E(x', y', z) = B(x, y) \cdot \mathcal{F}[E(x, y, 0)](k_x, k_y). \quad (4)$$

2.2.2 Doppelspalt

Für einen Doppelspalt mit einem Spaltabstand d und infinitesimaler Spaltbreite ergibt sich nach (4) dieser Intensitätsverlauf

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \cos^2(\varepsilon) \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}. \quad (5)$$

Man transformiert nämlich zwei Delta-Peaks.

2.2.3 Einzelspalt und Steg

Für einen Einzelspalt mit einer Spaltbreite b ergibt sich nach (4) dieser Intensitätsverlauf

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \text{sinc}^2(\varepsilon) \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi b \sin \alpha}{\lambda}. \quad (6)$$

Da das Fernfeld eines unendlichen Schirmes, also die Superposition aus Einzelspalt und Steg, perfekt dunkel ist, gilt:

$$E_{\text{Spalt}} + E_{\text{Steg}} = 0.$$

Da man nur die Intensität, also das Quadrat des E-Feldes, misst ergibt sich als Fernfeld des Stegs der Länge b die gleiche Verteilung wie bei einem Einzelspalt gleicher Spaltbreite.

2.2.4 Kreisblende

Für eine Kreisblende mit dem Durchmesser D ergibt sich – nach etwas komplexerer Rechnung – nach (4) dieser Intensitätsverlauf

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \left(\frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \right)^2 \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi D \sin \alpha}{\lambda}. \quad (7)$$

Dabei ist J_1 die zylindrische Besselfunktion. Das erste Minimum von $\left(\frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \right)^2$ liegt bei 1.22. Diese Zahl taucht auch beim Auflösungsvermögen bzw. Rayleigh-Kriterium auf.

2.2.5 Mehrfachspalt

Bei einem Mehrfachspalt, bei dem N Spalte der Breite b und dem Abstand d beleuchtet werden, erhält man die Fernfeldverteilung aus dem Faltungssatz als Produkt aus Einzelpalteffekt und der Fouriertransformation von N Delta-Peaks:

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi \alpha b}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\sin(N\varepsilon)}{\sin(\varepsilon)} \right)^2 \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}. \quad (8)$$

3 Durchführung

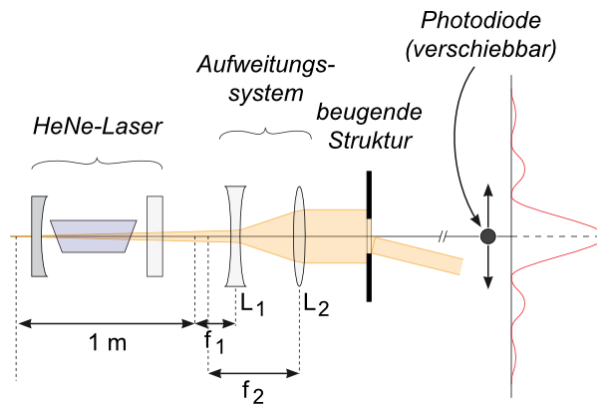


Abbildung 2: Aufbau. [LP2, Datum: 02.01.15]

Um die Messergebnisse nicht zu verfälschen ist es immens wichtig, die Beugungsobjekte nur an der Fassung anzufassen. Genauso vorsichtig soll auch mit den Linsen umgegangen werden.

Zuerst schaltet man den PC an und startet das Programm *Lasersteuerung* auf dem Desktop. Der Motor der Fotodiode bewegt sich dann auf die Nullposition. Nun kann der

Laser mittels Schiebeschalter auf der Rückseite angeschaltet werden.

Vor jeder Messung weitet man das Strahlenbündel mit Zerstreuungs- und Sammellinse auf, sodass das gesamte Objekt homogen, parallel und ausreichend breit beleuchtet wird. Außerdem überlegt man sich, welche Beugungsmuster zu erwarten sind.

Nun beginnt die Messung. Um eine möglichst parallele Bestrahlung zu ermöglichen, muss der Abstand zwischen Objekt und Laserdiode möglichst groß sein. Außerdem soll er gemessen werden. Zuerst stellt man im Programm ein, von wo bis wo die Diode den Verlauf aufnehmen soll ($400 \text{ Schritte} \hat{=} 1 \text{ mm}$) und welcher Spannungsbereich erfasst werden soll. Dabei kann man je nach Intensität zwischen $0 - 1 \text{ V}$ und $0 - 10 \text{ V}$ wählen. Die symmetrischen Spektren sollen bis zum vierten Nebenmaximum – links wie rechts – vom Hauptmaximum aufgenommen werden. Außerdem genügt es beim Gitter sowie bei der Doppelochblende, nur bis zum ersten Nebenmaximum des Einzelspalteffektes bzw. der Blendenfunktion zu messen, da die Intensität danach zu gering ist. Außerdem sollen alle Extrema deutlich bestimmt werden. Dazu ist es wichtig den richtigen Messbereich auszuwählen, da am Rand die Maxima sehr schwach sind. Also werden zwei Messungen durchgeführt: einmal das Zentrum und danach die Randgebiete. In welchem Messbereich man sich befindet, kann man an der Anzeige der aktuellen Fotospannung ablesen.

Die Fotodiode wird mit der manuellen Steuerung im oberen Teil des Programmfensters zuerst an die beiden Ränder der bevorstehenden Messung gefahren, die Positionswerte werden notiert und dann als Grenzen der Messung eingegeben. Nun muss noch die Schrittweite eingegeben werden. Sie sollte unter 50 Schritten, also einem Achtel Millimeter liegen. Im Fenster unten links wird dann der automatische Messvorgang gestartet. Das Spektrum wird abgespeichert und mit einem Plotprogramm dargestellt, beschriftet und schließlich ausgeguckt meldet sich unter dem Benutzer "laser" ohne Passwort an. Dies dient als Messprotokoll. Neben dem Beugungsobjekt und den Achsen mit Einheiten sollen noch der Konversionsfaktor in Schritten/mm, der Objektabstand von der Diode sowie die Wellenlänge des Lasers als auch die charakteristische Größe des Objekts enthalten.

Schließlich werden alle Daten auf einem USB-Stick gespeichert.

4 Auswertung

4.1 Objektgrößen bestimmen

Die Abbildungen 9-16 zeigen die Messdaten aller Objekte. Daran sind im folgenden nur die Extrema interessant.

Alle erkennbaren Extrema (absolute und relative Position sowie Winkel α) mit zu-

gehörigem $\frac{\varepsilon}{\pi}$ sind in Tabelle 2 und 3 zu finden. Dabei wird der Winkel mithilfe der Kleinwinkelnäherung berechnet: $\alpha \approx \sin \alpha = \arctan \frac{x}{l} \approx \frac{x}{l}$. Hier bezeichnet x die relative Position zum 0. Hauptmaximum und l den Abstand zwischen Beugungsobjekt und Schirm. Er beträgt $l = 1.225$ m. Die Extremapositionen wurden durch genaue Analyse der Messdaten (Augenmaß) bestimmt. Dabei nehmen wir eine Ungenauigkeit von 0.25 mm an. Dies entspricht einer Winkelungenauigkeit von $\sigma_\alpha = 0.2 \cdot 10^{-3}$ rad. Der Wert für $\frac{\varepsilon}{\pi}$ kann aus den theoretischen Intensitätsverläufen berechnet werden, indem man die Extrema von $I(\varepsilon)$ untersucht.

In den Abbildungen 3-8 sind die Winkel α_i gegen den zugehörigen Wert $\frac{\varepsilon_i}{\pi}$ für die verschiedenen Objekte aufgetragen. In allen Fällen ergibt sich eine Gerade. Aus deren Steigung kann man nun die Objektgröße berechnen:

$$D = \frac{\frac{\varepsilon}{\pi}}{\alpha} \lambda = \frac{\lambda}{m}, \quad (9)$$

$$\sigma_D = \frac{\lambda}{m^2} \cdot \sigma_m. \quad (10)$$

Zur Bestimmung der kleinsten Objektstruktur, also des Lochdurchmessers der Doppelochblenden und der Spaltbreite des Gitters, konnten nur die ersten Nullstellen der Einhüllenden genutzt werden. Deshalb wird der Fehler auch doppelt so groß wie zuvor angenommen: $\sigma_x = 0.5$ mm. Es ergaben sich folgende relative Positionen für die Nullstellen der Einhüllenden: Doppeloch (nah) ± 5 mm, Doppeloch (fern) ± 4.75 mm, Gitter ± 4 mm. Wie oben auch kann man den Lochdurchmesser und die Spaltbreite berechnen. Alle so berechneten Werte finden sich in Tabelle 1 wieder. Dabei bezeichnet B die Spalt-/Stegbreite sowie den Lochabstand der Doppelochblenden, D den Lochdurchmesser und a den Spaltabstand. Die berechneten Werte werden mit den Werten aus [Sch14, S.196] verglichen. Unser Versuchsaufbau war der an der Wand. Zusätzlich vergleichen wir sie noch mit den am nächsten liegenden Werten aller drei Versuchsaufbauten. Bei Objekten mit zwei zu bestimmenden Größen ist immer die größere für den zweiten Vergleich ausschlaggebend.

4.2 Wellenlänge des Lasers bestimmen

Stellt man (9) nach der Wellenlänge λ um, erhält man folgende Formel und ihre Fehlerabschätzung:

$$\lambda = mD, \quad (11)$$

$$\sigma_\lambda = D \cdot \sigma_m. \quad (12)$$

Den besten Korrelationskoeffizienten wies die **Lochblenden-Messung** mit $r = 0.99998$ auf. Setzt man einen Durchmesser $D = 200 \mu\text{m}$ der Lochblende voraus und verwendet die in Abbildung 5 gefittete Geradensteigung m ergibt sich folgende Wellenlänge des HeNe-Lasers:

$$\lambda = (662.4 \pm 1.4) \text{ nm}.$$

Objekt	Angabe	Größe [μm]	tatsächliche Größe [μm]	Abw.	beste Größe [μm]	Abw.
Spalt	B	216.1 ± 0.8	250	14%	225	4%
Steg	B	192.2 ± 0.6	200	4%	195	2%
Loch	D	191.1 ± 0.4	200	5%	-	-
Doppelloch (nah)	B	486 ± 8	500	3%	490	1%
	D	189 ± 19	200	6%	210	10%
Doppelloch (mittel)	B	930 ± 11	700	33%	1000	7%
	D	199 ± 21	200	1%	210	6%
Gitter	a	483 ± 11	285	70%	490	2%
	B	194 ± 25	175	11%	210	14%

Tabelle 1: Aus den Geradensteigungen berechnete Objektgrößen verglichen mit den tatsächlichen Werten

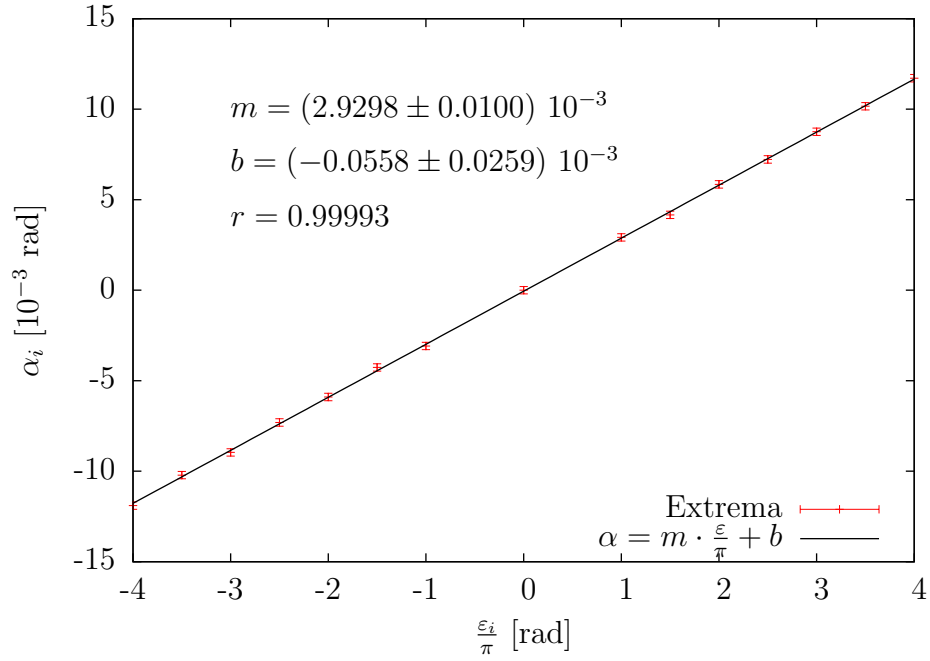


Abbildung 3: Spalt

Dieser Wert ist etwa 5% größer als der Literaturwert $\lambda = 632.8 \text{ nm}$.

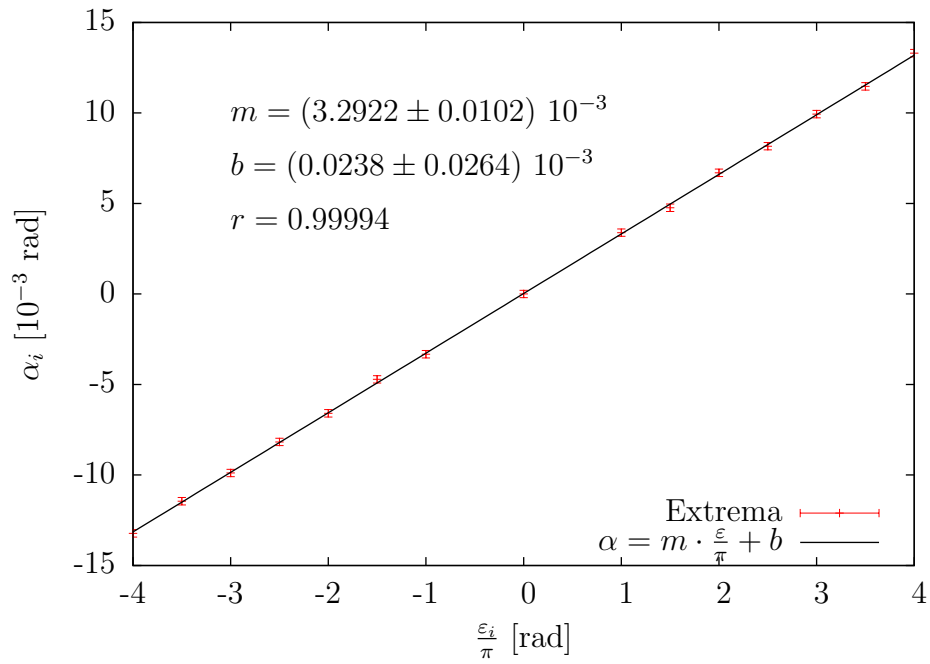


Abbildung 4: Steg

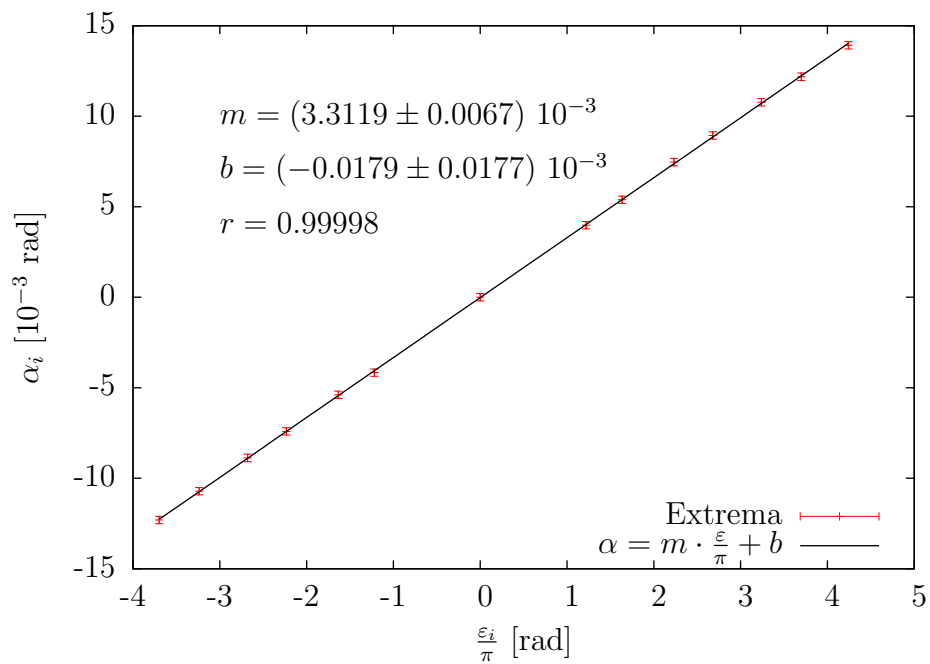


Abbildung 5: Lochblende

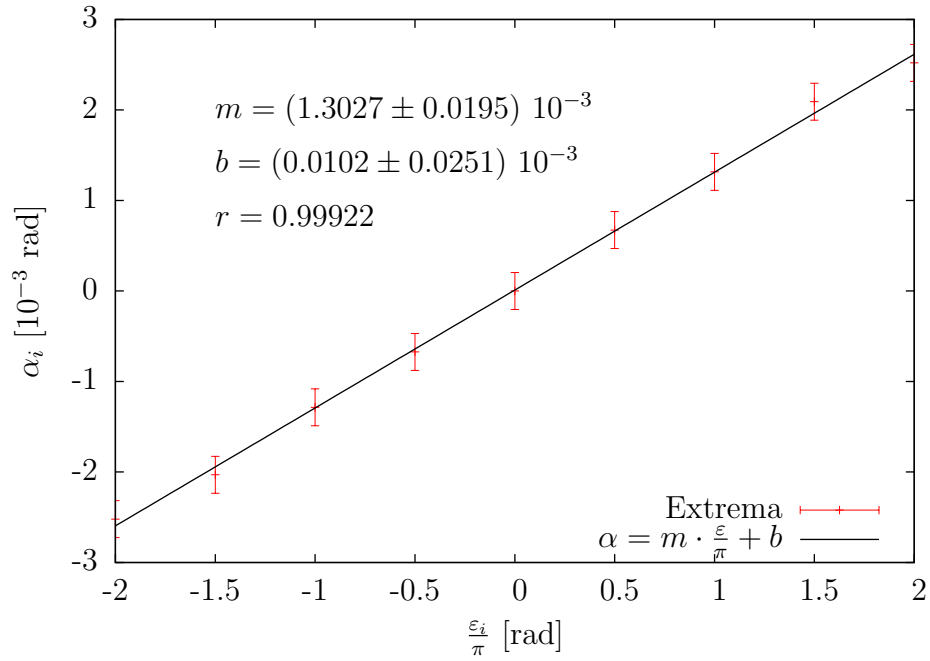


Abbildung 6: Doppelloch-Blende mit kleinstem Lochabstand

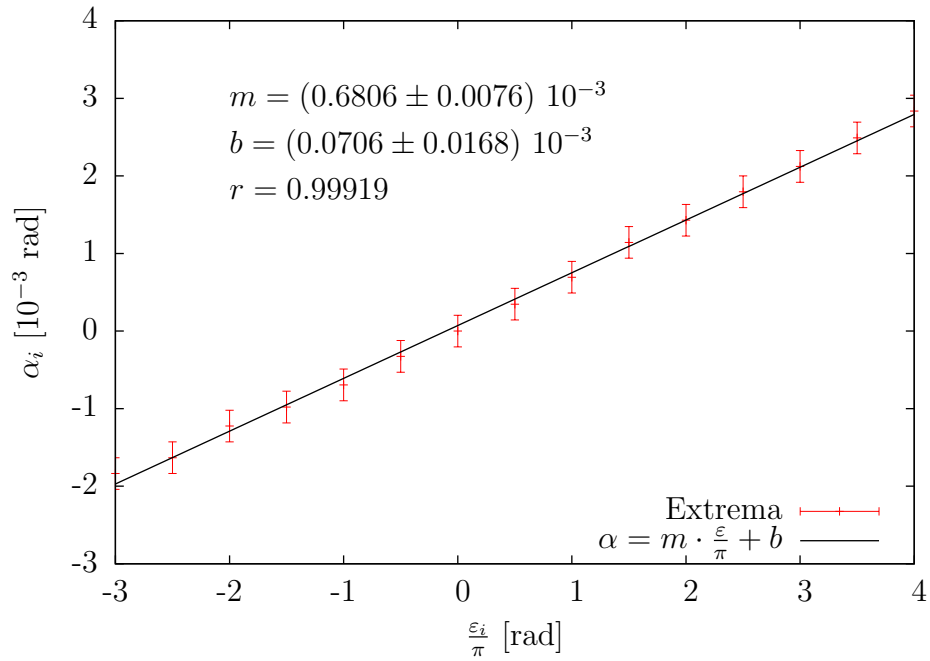


Abbildung 7: Doppelloch-Blende mit mittlerem Lochabstand

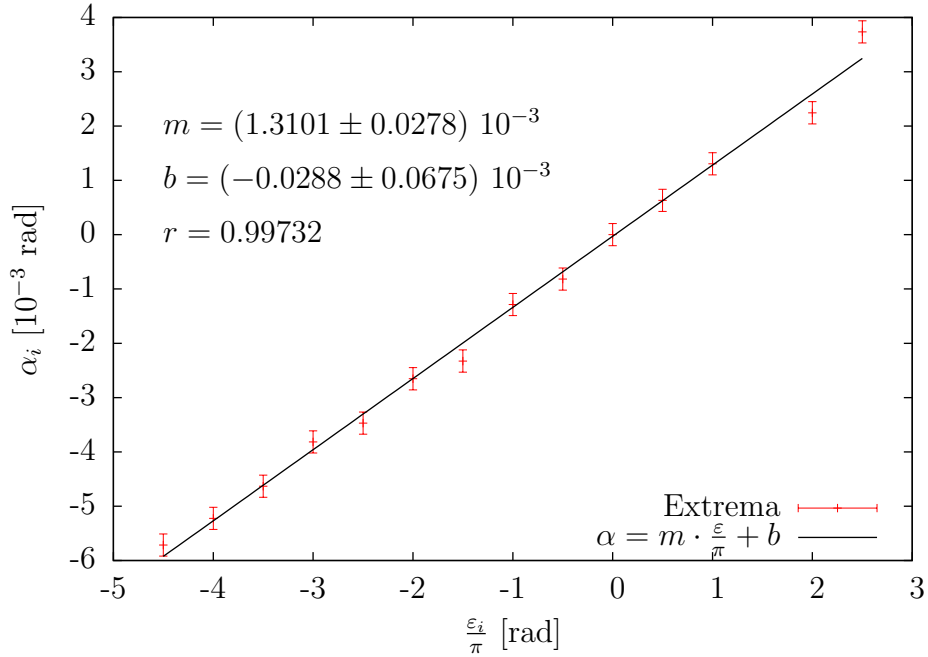


Abbildung 8: Gitter

5 Diskussion

5.1 Objektgrößen

Somit nehmen wir an, dass die Sets der Beugungsobjekte vom mittleren Versuchsaufbau sich bei uns an der Wand befanden und umgekehrt. Man sollte nochmal nachmessen und alle Praktikanten darauf hinweisen, dass die drei Versuchsaufbauten nicht die gleichen Objektgrößen benutzen und man die Objekte nicht vertauschen sollte. Zusätzlich könnte man sie markieren. Dies alles lässt eine bessere Vergleichbarkeit der Messwerte mit den angegebenen Werten zu.

5.2 Wellenlänge

Die Wellenlänge des Lasers ist 5% kleiner als berechnet und liegt auch nicht im Fehlerintervall. Da aber die Werte in Abb.5 einen hohen Korrelationskoeffizienten aufweisen, kann der Fehler nur bei der Größe der Lochblende gesucht werden. Laut der Tabelle auf Seite 196 aus [Sch14] ist sie jedoch für alle Objekte gleich groß. Sie kann also auch nicht aus einem anderen Versuchsaufbau stammen. Es könnte sich aber Schmutz abgelagert haben, sodass der Durchmesser geringer ist als angenommen. Dann wird die berechnete Laserwellenlänge geringer. Man sollte den Durchmesser also nochmal nachmessen. Außerdem hätte man für ihn einen Fehler annehmen sollen. Da wir allerdings nicht wissen, wie und vor allem wie genau die Bestimmung des Durchmessers verlief, können wir

keinen vernünftig begründbaren Fehler angeben.

6 Anhang

6.1 Messwerte

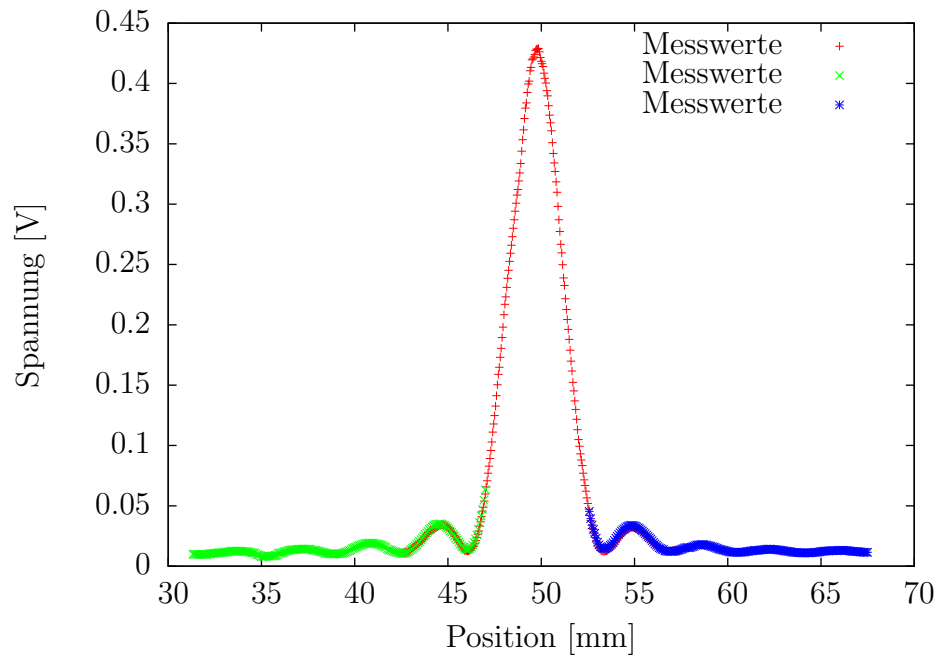


Abbildung 9: Einzelspalt

6.2 Extrema Tabelle

Literatur

- [LP2] *Lehrportal der Universität Göttingen.* <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4346>.
- [Sch14] Schaaf, Jörn Große Knetter Peter: *Das Physikalische Praktikum, Handbuch 2014 für Studentinnen und Studenten der Physik.* Universitätsdrucke Göttingen, 2014, ISBN 978-3-86395-157-3.

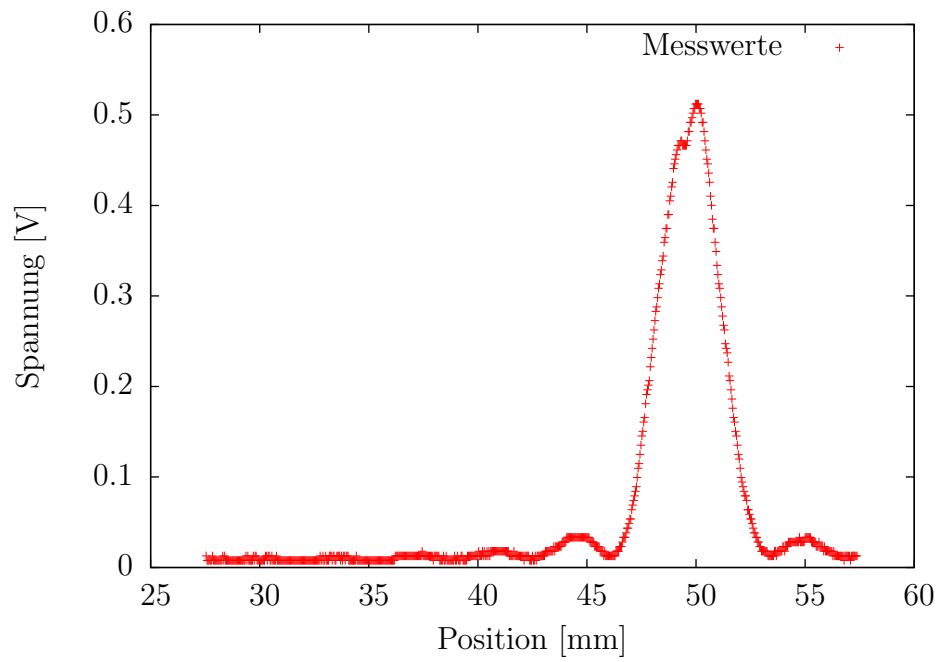


Abbildung 10: Einzelspalt grob

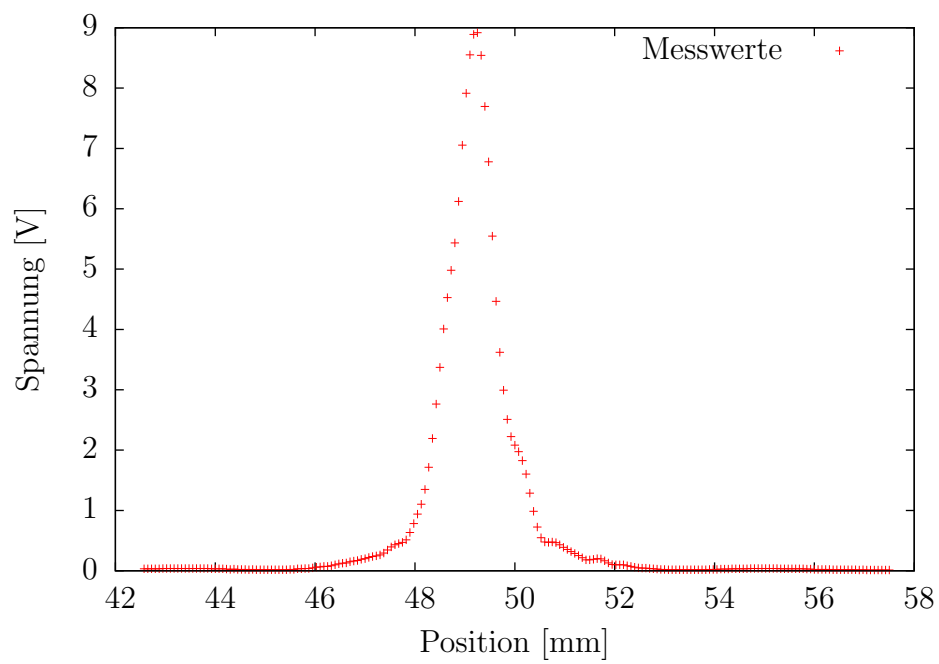


Abbildung 11: Steg: Hauptmaximum

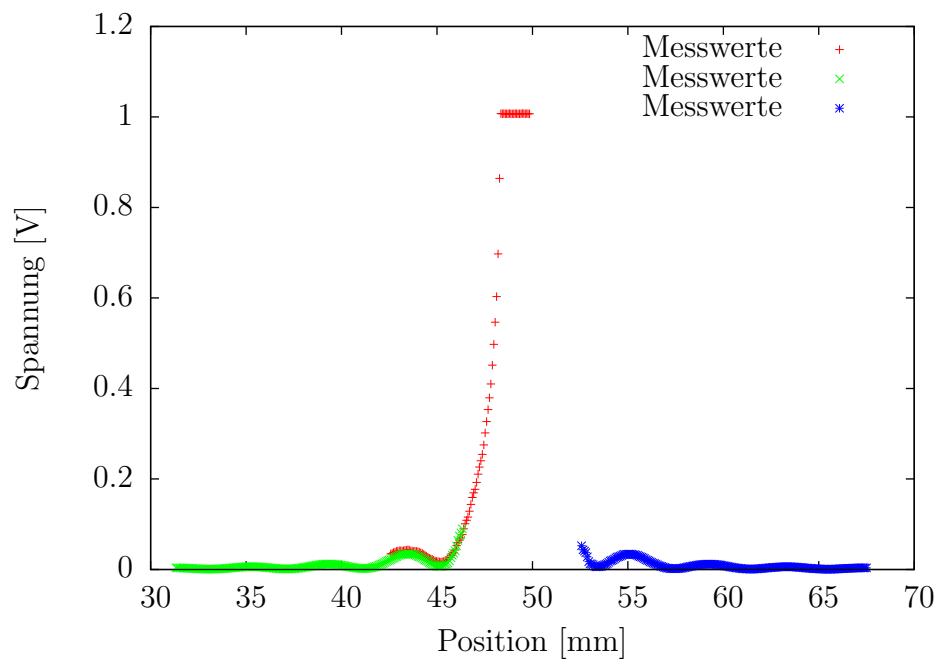


Abbildung 12: Steg

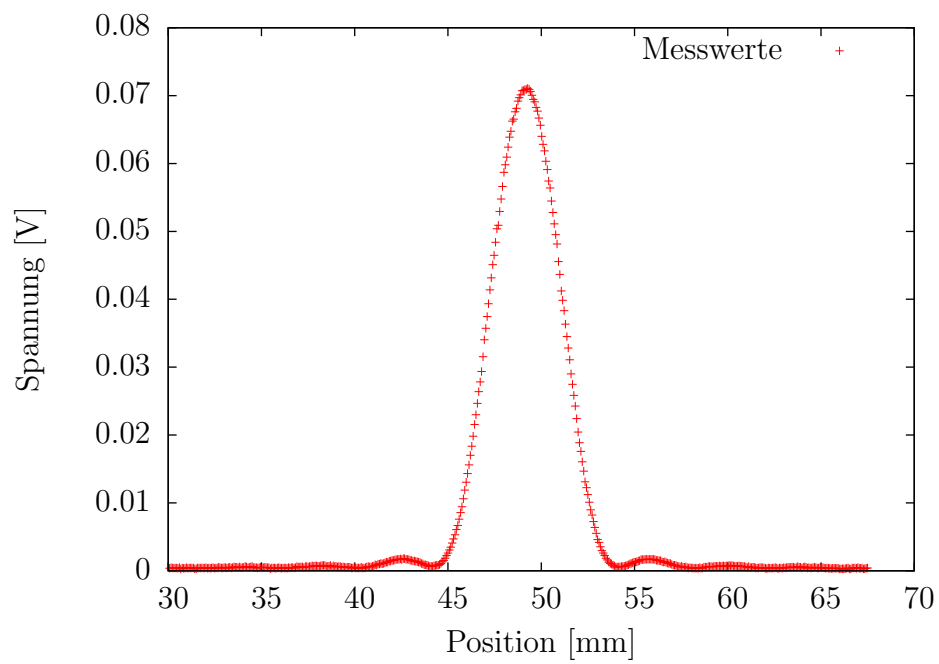


Abbildung 13: Lochblende

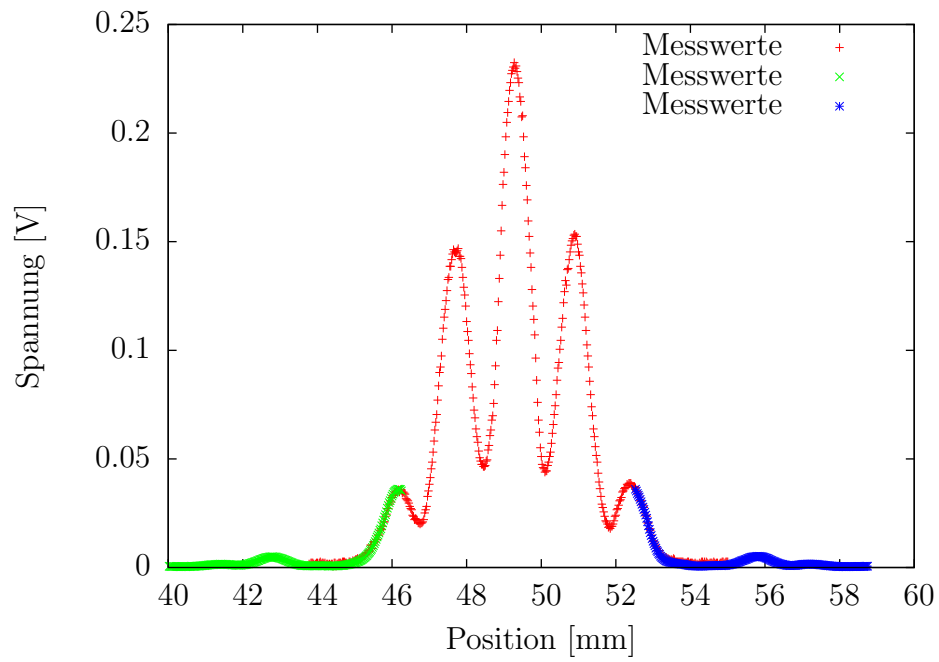


Abbildung 14: Doppellochblende mit dem kleinsten Lochabstand

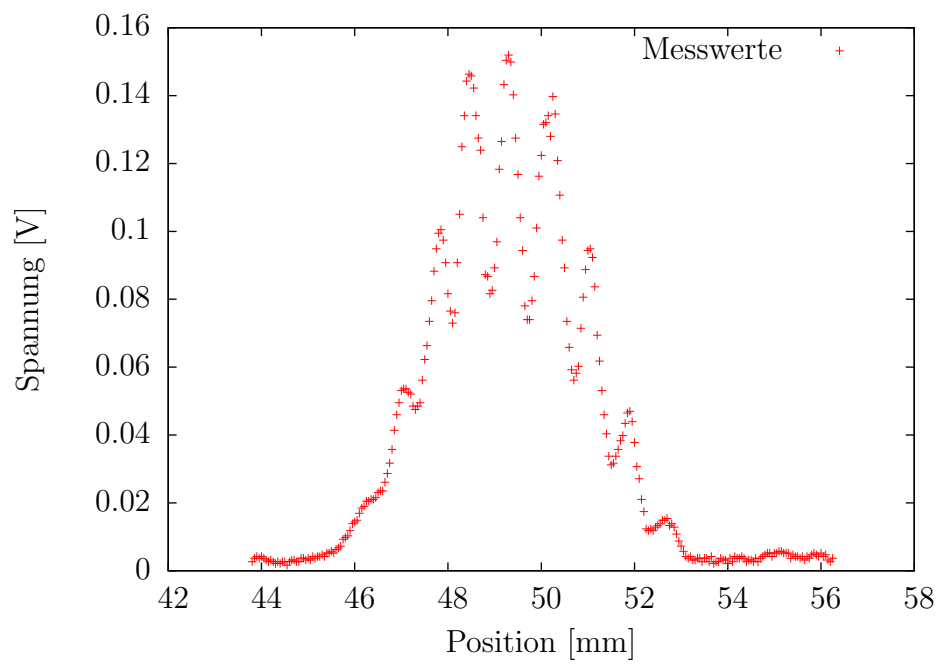


Abbildung 15: Doppellochblende mit dem mittleren Lochabstand

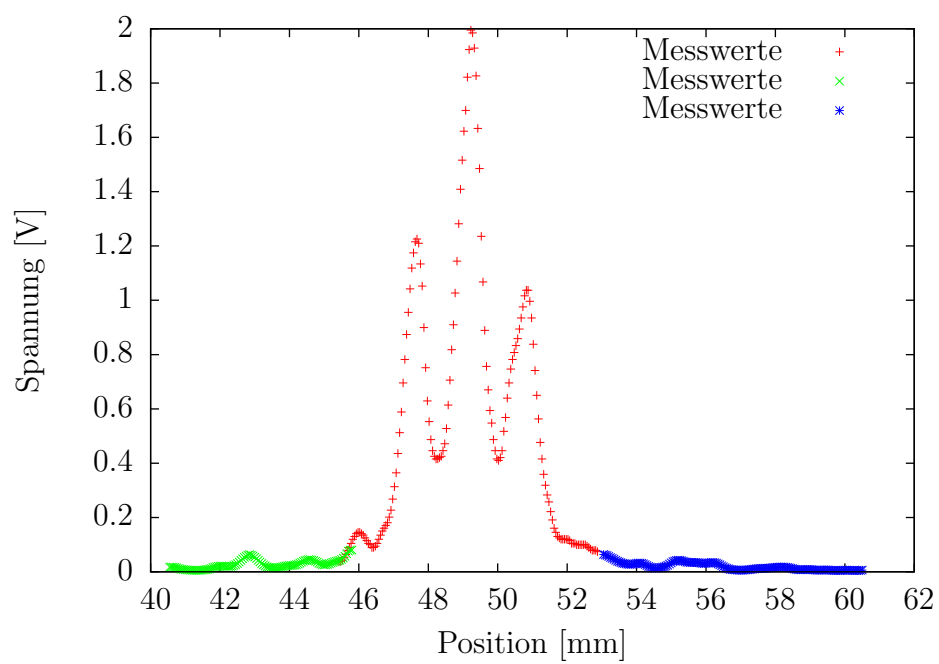


Abbildung 16: Gitter

Objekt	$\frac{\varepsilon}{\pi}$	Position [mm]		Winkel α [10^{-3} rad]
		absolut	relativ	
Spalt	-4	35.225	-14.575	-2.974
	-3.5	37.288	-12.513	-2.554
	-3	38.825	-10.975	-2.240
	-2.5	40.850	-8.950	-1.827
	-2	42.575	-7.225	-1.474
	-1.5	44.575	-5.225	-1.066
	-1	46.025	-3.775	-0.770
	0	49.800	0.000	0.000
	1	53.375	3.575	0.730
	1.5	54.900	5.100	1.041
	2	56.963	7.163	1.462
	2.5	58.650	8.850	1.806
	3	60.525	10.725	2.189
	3.5	62.250	12.450	2.541
	4	64.150	14.350	2.929
Steg	-4	33.050	-16.200	-3.306
	-3.5	35.225	-14.025	-2.862
	-3	37.138	-12.113	-2.472
	-2.5	39.238	-10.013	-2.043
	-2	41.175	-8.075	-1.648
	-1.5	43.475	-5.775	-1.179
	-1	45.175	-4.075	-0.832
	0	49.250	0.000	0.000
	1	53.400	4.150	0.847
	1.5	55.088	5.838	1.191
	2	57.450	8.200	1.673
	2.5	59.250	10.000	2.041
	3	61.425	12.175	2.485
	3.5	63.300	14.050	2.867
	4	65.550	16.300	3.327
Loch- blende	3.6987	34.125	-15.075	-3.077
	3.2383	36.075	-13.125	-2.679
	2.6793	38.325	-10.875	-2.219
	2.2331	40.125	-9.075	-1.852
	1.6347	42.600	-6.600	-1.347
	1.2197	44.100	-5.100	-1.041
	0	49.200	0.000	0.000
	1.2197	54.075	4.875	0.995
	1.6347	55.800	6.600	1.347
	2.2331	58.350	9.150	1.867
	2.6793	60.150	10.950	2.235
	3.2383	62.400	13.200	2.694
	3.6987	64.125	14.925	3.046
	4.2411	66.250	17.050	3.480

Tabelle 2: Spalt, Steg und Lochblende: Extrema absolut und relativ sowie zugehöriger Winkel

Objekt	$\frac{\varepsilon}{\pi}$	Position [mm]		Winkel α [10^{-3} rad]
		absolut	relativ	
Doppel- loch (nah)	-2	46.200	-3.088	-0.630
	-1.5	46.800	-2.488	-0.508
	-1	47.713	-1.575	-0.321
	-0.5	48.463	-0.825	-0.168
	0	49.288	0.000	0.000
	0.5	50.113	0.825	0.168
	1	50.900	1.613	0.329
	1.5	51.850	2.563	0.523
	2	52.375	3.088	0.630
Doppel- loch (mittel)	-3	47.050	-2.250	-0.459
	-2.5	47.300	-2.000	-0.408
	-2	47.800	-1.500	-0.306
	-1.5	48.100	-1.200	-0.245
	-1	48.450	-0.850	-0.173
	-0.5	48.900	-0.400	-0.082
	0	49.300	0.000	0.000
	0.5	49.725	0.425	0.087
	1	50.150	0.850	0.173
	1.5	50.700	1.400	0.286
	2	51.050	1.750	0.357
	2.5	51.500	2.200	0.449
	3	51.900	2.600	0.531
	3.5	52.350	3.050	0.622
	4	52.775	3.475	0.709
Gitter	-4.5	42.250	-7.000	-1.429
	-4	42.850	-6.400	-1.306
	-3.5	43.575	-5.675	-1.158
	-3	44.575	-4.675	-0.954
	-2.5	45.000	-4.250	-0.867
	-2	46.000	-3.250	-0.663
	-1.5	46.400	-2.850	-0.582
	-1	47.675	-1.575	-0.321
	-0.5	48.250	-1.000	-0.204
	0	49.250	0.000	0.000
	0.5	50.025	0.775	0.158
	1	50.850	1.600	0.327
	1.5	53.825	4.575	0.934
	2	52.000	2.750	0.561
	2.5	53.825	4.575	0.934

Tabelle 3: Doppellochblenden und Gitter: Extrema absolut und relativ sowie zugehöriger Winkel