

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Beugung und Interferenz von Laserlicht

Praktikant: Felix Kurtz
Michael Lohmann
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Phillip Bastian
Versuchsdatum: 09.03.2015

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Laserprinzip	3
2.2	Beugung und Interferenz	3
2.2.1	Vom Kirchhoffschen Beugungsintegral zur Fraunhofer-Näherung .	3
2.2.2	Doppelspalt	4
2.2.3	Einzelspalt und Steg	4
2.2.4	Kreisblende	5
2.2.5	Mehrfachspalt	5
3	Durchführung	5
4	Auswertung	7
4.1	Objektgrößen bestimmen	7
4.2	Wellenlänge des Lasers bestimmen	7
5	Diskussion	11
6	Anhang	11
6.1	Messwerte	11
6.2	Extrema Tabelle	11

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen die Eigenschaften von Laserlicht für Beugung und Interferenz an verschiedenen Objekten genutzt werden. Da ein Laser auf stimulierter Emission von Photonen basiert, ist sein Licht nämlich sehr monochromatisch sowie zeitlich und räumlich kohärent. Als Lichtquelle wird diesmal ein Helium-Neon-Laser verwendet, der Intensitätsverlauf wird über eine mit einem Schrittmotor bewegbare Fotodiode elektronisch aufgenommen.

2 Theorie

2.1 Laserprinzip

Wie der Name LASER, *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, schon verrät, emittiert dieser Licht aufgrund Stimulierter Emission.

Besetzungsinversion Resonator HeNe

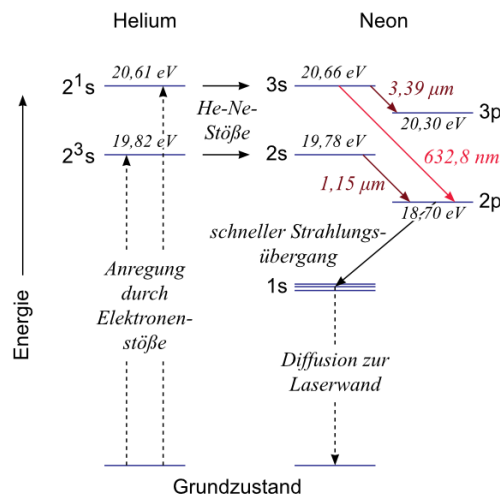


Abbildung 1: Niveauschema des Helium-Neon-Lasers. [?, Datum: 02.01.15]

2.2 Beugung und Interferenz

2.2.1 Vom Kirchhoffschen Beugungsintegral zur Fraunhofer-Näherung

Um das Feld eines bestrahlten Objektes in einer Ebene dahinter zu berechnen, integriert man über alle *Elementarwellen* der Apertur:

$$E(x', y', z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{Apertur} E(x, y, 0) \frac{e^{ikr}}{r} dx dy \quad \text{mit } r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z^2. \quad (1)$$

Dies ist das *Fresnel-Kirchhoffschen Beugungsintegral*.

Die *Fresnel-Näherung* setzt voraus, dass die Bildebene weit entfernt von der Aperturbene ist, also $z \gg x' - x, y' - y$. Dann vereinfacht sich der obige Ausdruck zu

$$E(x', y', z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int_{\text{Apertur}} E(x, y, 0) \exp\left(\frac{ik}{2z} ((x' - x)^2 + (y' - y)^2)\right) dx dy. \quad (2)$$

Befindet man sich mit der Bildebene im *Fernfeld*, kann man die *Fraunhofer-Näherung* benutzen. Dabei ist die Fresnel-Zahl $F = \frac{a^2}{\lambda z}$ mit der die Apertur charakterisierenden Größe a sehr viel geringer als 1. Also können die in x bzw. y quadratischen Terme vernachlässigt werden und man erhält

$$E(x', y', z) = \frac{e^{ikz} \cdot e^{i\frac{k_x x' + k_y y'}{2}}}{i\lambda z} \cdot \int_{\text{Apertur}} E(x, y, 0) e^{-ik_x x} e^{-ik_y y} dx dy, \quad (3)$$

mit $k_x := k \frac{x'}{z}$ und $k_y := k \frac{y'}{z}$.

Das Fernfeld eines bestrahlten Objekts ergibt sich also als Fouriertransformation des Feldes in der Objektebene:

$$E(x', y', z) = B(x, y) \cdot \mathcal{F}[E(x, y, 0)](k_x, k_y). \quad (4)$$

2.2.2 Doppelspalt

Für einen Doppelspalt mit einem Spaltabstand d und infinitesimaler Spaltbreite ergibt sich nach (4) dieser Intensitätsverlauf

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \cos^2(\varepsilon) \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}. \quad (5)$$

Man transformiert nämlich zwei Delta-Peaks.

2.2.3 Einzelspalt und Steg

Für einen Einzelspalt mit einer Spaltbreite b ergibt sich nach (4) dieser Intensitätsverlauf

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \text{sinc}^2(\varepsilon) \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi b \sin \alpha}{\lambda}. \quad (6)$$

Da das Fernfeld eines unendlichen Schirmes, also die Superposition aus Einzelspalt und Steg, perfekt dunkel ist, gilt:

$$E_{\text{Spalt}} + E_{\text{Steg}} = 0.$$

Da man nur die Intensität, also das Quadrat des E-Feldes, misst ergibt sich als Fernfeld des Stegs der Länge b die gleiche Verteilung wie bei einem Einzelspalt gleicher Spaltbreite.

2.2.4 Kreisblende

Für eine Kreisblende mit dem Durchmesser D ergibt sich – nach etwas komplexerer Rechnung – nach (4) dieser Intensitätsverlauf

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \left(\frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \right)^2 \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi D \sin \alpha}{\lambda}. \quad (7)$$

Dabei ist J_1 die zylindrische Besselfunktion. Das erste Minimum von $\left(\frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \right)^2$ liegt bei 1.22. Diese Zahl taucht auch beim Auflösungsvermögen bzw. Rayleigh-Kriterium auf.

2.2.5 Mehrfachspalt

Bei einem Mehrfachspalt, bei dem N Spalte der Breite b und dem Abstand d beleuchtet werden, erhält man die Fernfeldverteilung aus dem Faltungssatz als Produkt aus Einzelpalteffekt und der Fouriertransformation von N Delta-Peaks:

$$I(\varepsilon) = I_0 \cdot \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi \alpha b}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\sin(N\varepsilon)}{\sin(\varepsilon)} \right)^2 \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi d \sin \alpha}{\lambda}. \quad (8)$$

3 Durchführung

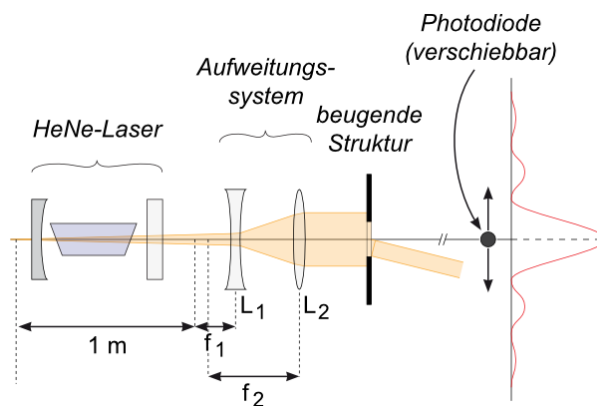


Abbildung 2: Aufbau. [?, Datum: 02.01.15]

Um die Messergebnisse nicht zu verfälschen ist es immens wichtig, die Beugungsobjekte nur an der Fassung anzufassen. Genauso vorsichtig soll auch mit den Linsen umgegangen werden.

Zuerst schaltet man den PC an und startet das Programm *Lasersteuerung* auf dem Desktop. Der Motor der Fotodiode bewegt sich dann auf die Nullposition. Nun kann der

Laser mittels Schiebeschalter auf der Rückseite angeschaltet werden.

Vor jeder Messung weitet man das Strahlenbündel mit Zerstreuungs- und Sammellinse auf, sodass das gesamte Objekt homogen, parallel und ausreichend breit beleuchtet wird. Außerdem überlegt man sich, welche Beugungsmuster zu erwarten sind.

Nun beginnt die Messung. Um eine möglichst parallele Bestrahlung zu ermöglichen, muss der Abstand zwischen Objekt und Laserdiode möglichst groß sein. Außerdem soll er gemessen werden. Zuerst stellt man im Programm ein, von wo bis wo die Diode den Verlauf aufnehmen soll ($400 \text{ Schritte} \hat{=} 1 \text{ mm}$) und welcher Spannungsbereich erfasst werden soll. Dabei kann man je nach Intensität zwischen $0 - 1 \text{ V}$ und $0 - 10 \text{ V}$ wählen. Die symmetrischen Spektren sollen bis zum vierten Nebenmaximum – links wie rechts – vom Hauptmaximum aufgenommen werden. Außerdem genügt es beim Gitter sowie bei der Doppelochblende, nur bis zum ersten Nebenmaximum des Einzelspalteffektes bzw. der Blendenfunktion zu messen, da die Intensität danach zu gering ist. Außerdem sollen alle Extrema deutlich bestimmt werden. Dazu ist es wichtig den richtigen Messbereich auszuwählen, da am Rand die Maxima sehr schwach sind. Also werden zwei Messungen durchgeführt: einmal das Zentrum und danach die Randgebiete. In welchem Messbereich man sich befindet, kann man an der Anzeige der aktuellen Fotospannung ablesen.

Die Fotodiode wird mit der manuellen Steuerung im oberen Teil des Programmfensters zuerst an die beiden Ränder der bevorstehenden Messung gefahren, die Positionswerte werden notiert und dann als Grenzen der Messung eingegeben. Nun muss noch die Schrittweite eingegeben werden. Sie sollte unter 50 Schritten, also einem Achtel Millimeter liegen. Im Fenster unten links wird dann der automatische Messvorgang gestartet. Das Spektrum wird abgespeichert und mit einem Plotprogramm dargestellt, beschriftet und schließlich ausgeund meldet sich unter dem Benutzer "laser" ohne Passwort an. Dies dient als Messprotokoll. Neben dem Beugungsobjekt und den Achsen mit Einheiten sollen noch der Konversionsfaktor in Schritten/mm, der Objektabstand von der Diode sowie die Wellenlänge des Lasers als auch die charakteristische Größe des Objekts enthalten.

Schließlich werden alle Daten auf einem USB-Stick gespeichert.

4 Auswertung

4.1 Objektgrößen bestimmen

$$D = \frac{\varepsilon}{\alpha} \lambda = \frac{\lambda}{m}, \quad (9)$$

$$\sigma_D = \frac{\lambda}{m^2} \cdot \sigma_m. \quad (10)$$

Objekt	Angabe	Größe [μm]	tatsächliche Größe [μm]	Abweichung	beste Größe [μm]	Abweichung
Spalt	B	216.1 ± 0.8	250	14%	225	4%
Steg	B	192.2 ± 0.6	200	4%	195	2%
Loch	D	191.1 ± 0.4	200	5%	-	-
Doppelloch (nah)	B	486 ± 8	500	3%	490	1%
	D	189 ± 19	200	6%	210	10%
Doppelloch (mittel)	B	930 ± 11	700	33%	1000	7%
	D	199 ± 21	200	1%	210	6%
Gitter	a	483 ± 11	285	70%	490	2%
	B	194 ± 25	175	11%	210	14%

Tabelle 1: Aus den Geradensteigungen berechnete Objektgrößen verglichen mit den tatsächlichen Werten

4.2 Wellenlänge des Lasers bestimmen

Stellt man (9) nach der Wellenlänge λ um, erhält man folgende Formel und ihre Fehlerabschätzung:

$$\lambda = mD, \quad (11)$$

$$\sigma_\lambda = D \cdot \sigma_m. \quad (12)$$

Den besten Korrelationskoeffizienten wies die **Lochblenden-Messung** mit $r = 0.999998$ auf. Setzt man einen Durchmesser $D = 200 \mu\text{m}$ der Lochblende voraus und verwendet die in Abbildung 5 gefittete Geradensteigung m ergibt sich folgende Wellenlänge des HeNe-Lasers:

$$\lambda = (662.4 \pm 1.4) \text{ nm}.$$

Dieser Wert ist etwa 5% größer als der Literaturwert $\lambda = 632.8 \text{ nm}$.

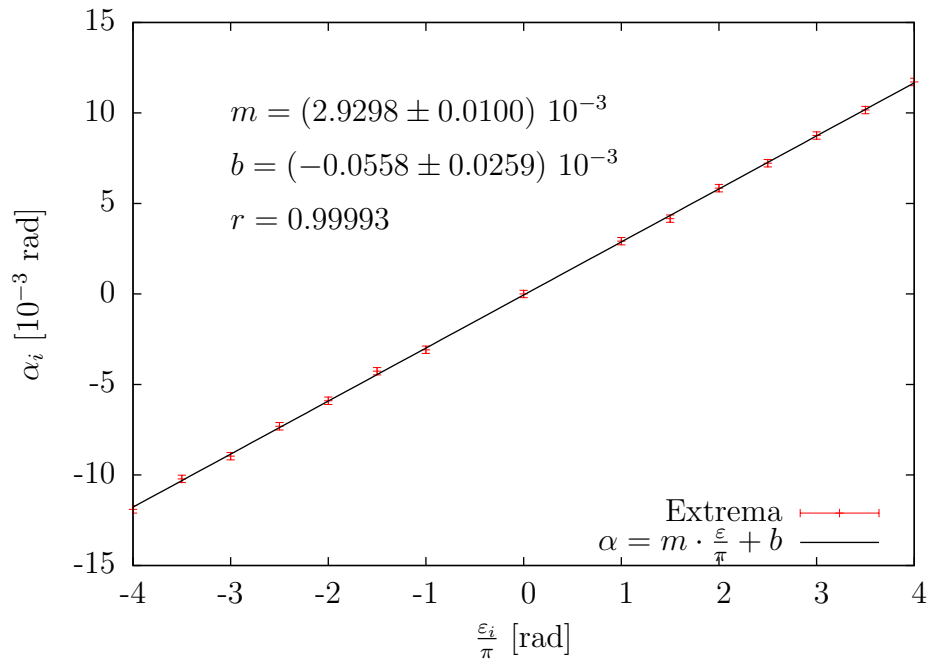


Abbildung 3: Spalt

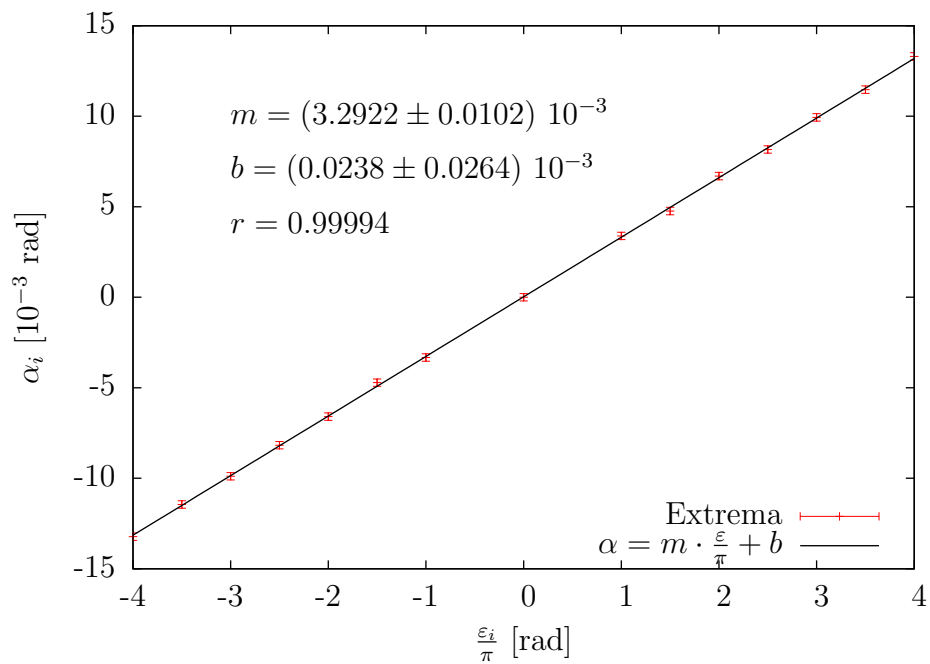


Abbildung 4: Steg

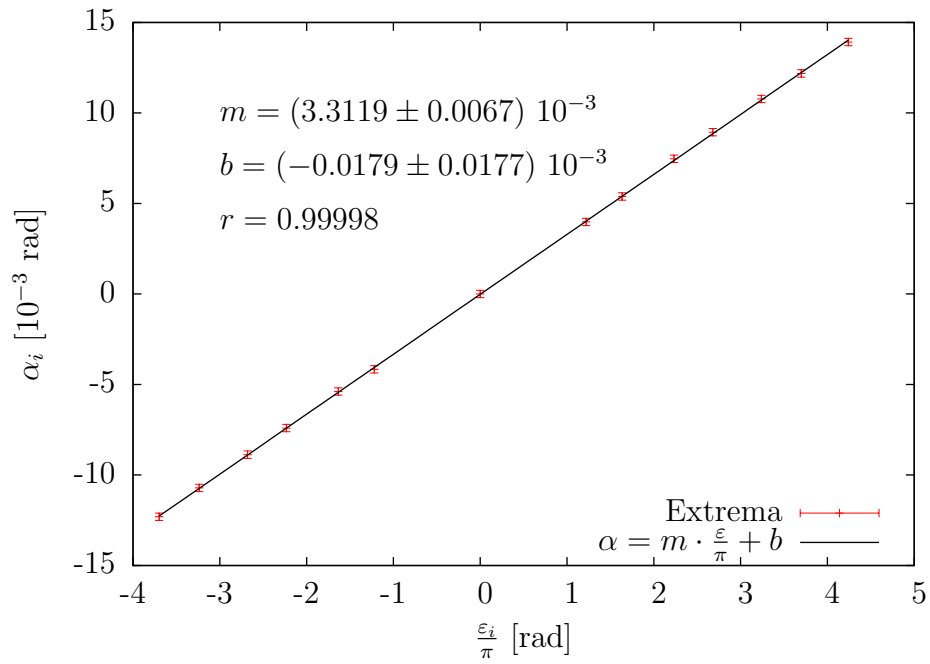


Abbildung 5: Lochblende

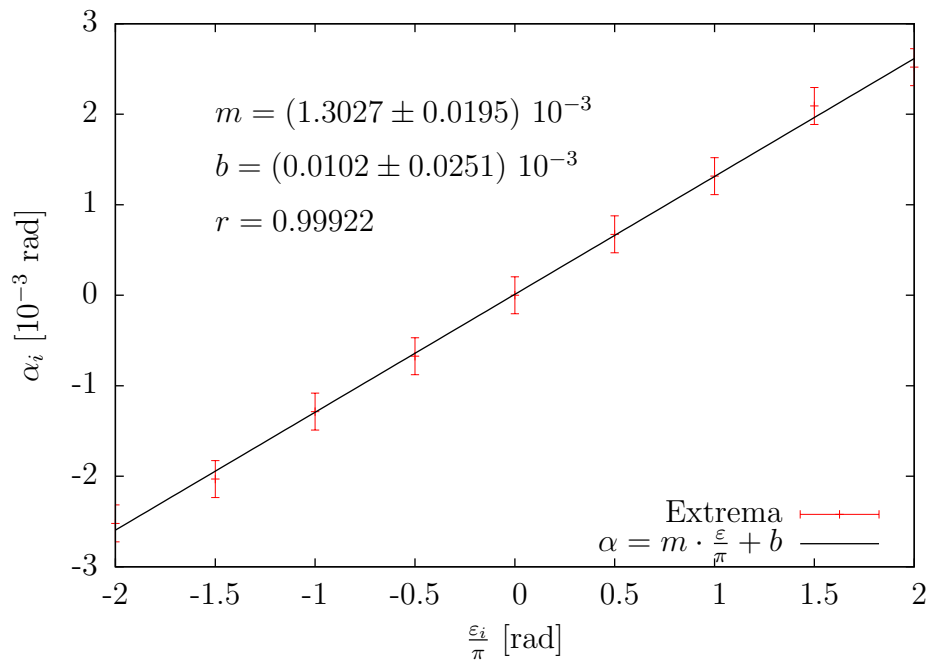


Abbildung 6: Doppelloch-Blende mit kleinstem Lochabstand

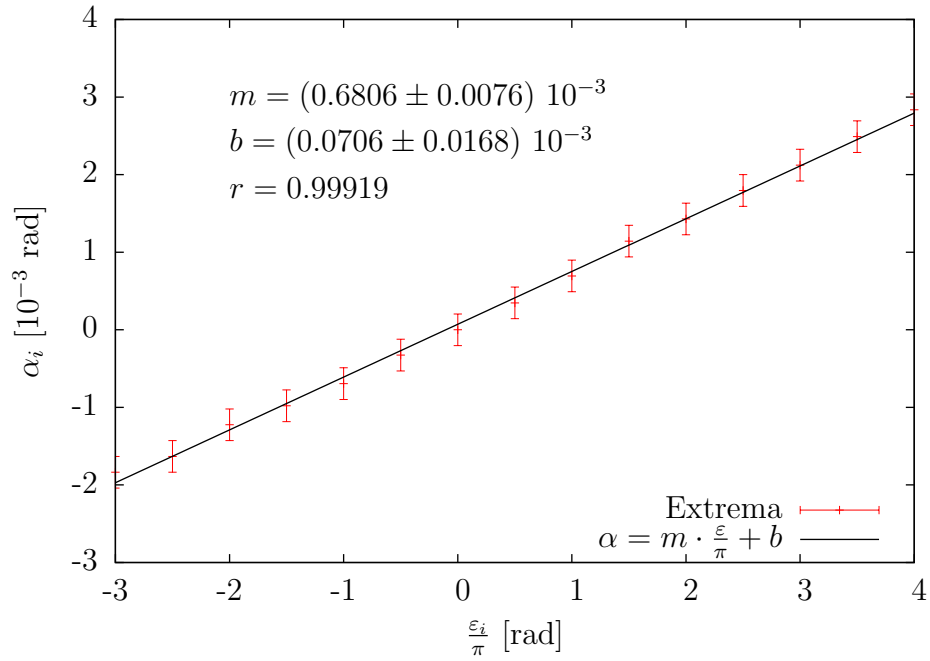


Abbildung 7: Doppelloch-Blende mit mittlerem Lochabstand

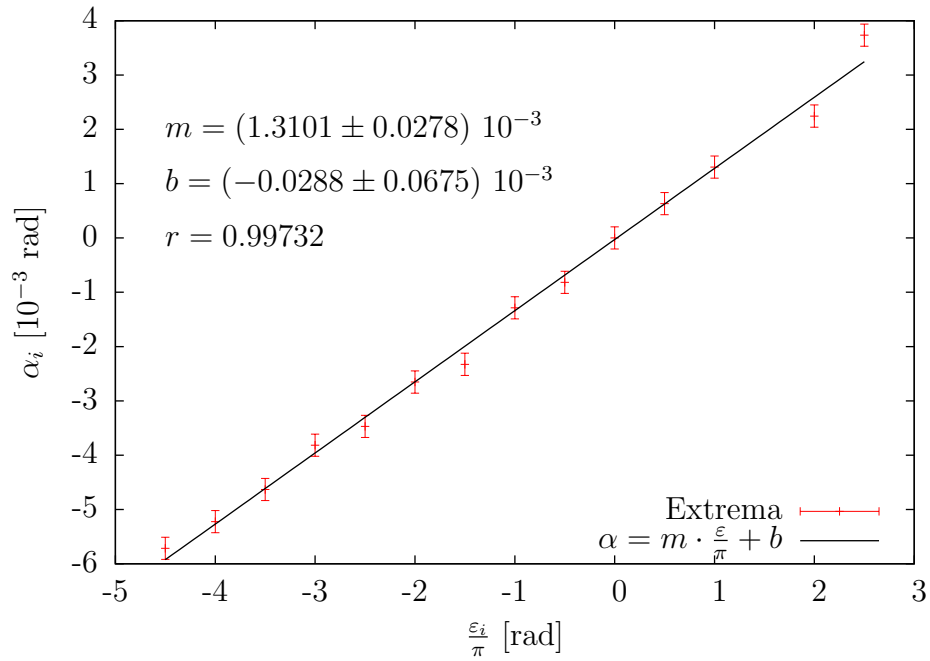


Abbildung 8: Gitter

5 Diskussion

6 Anhang

6.1 Messwerte

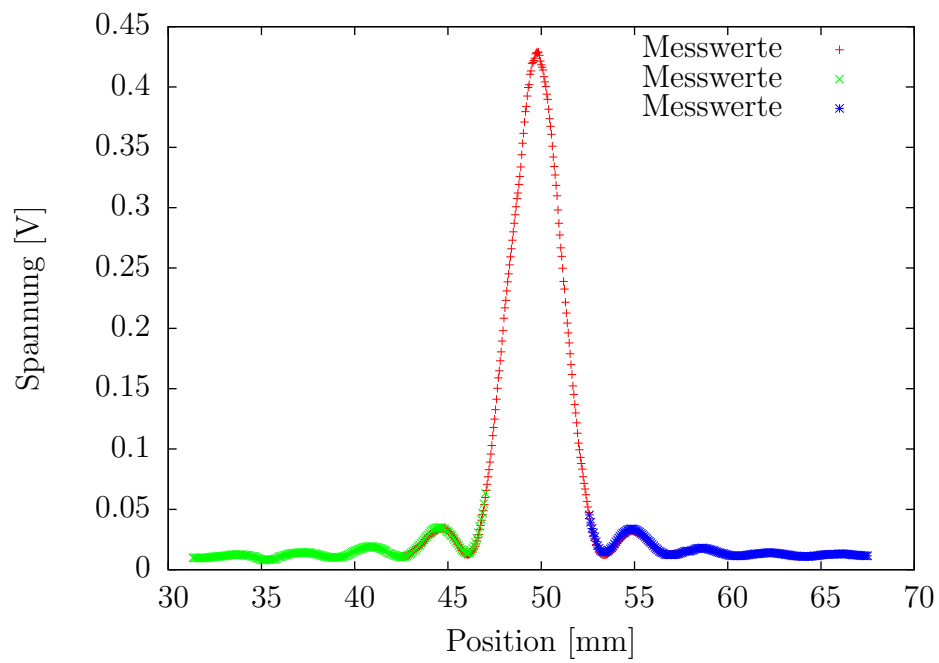


Abbildung 9: Einzelspalt

6.2 Extrema Tabelle

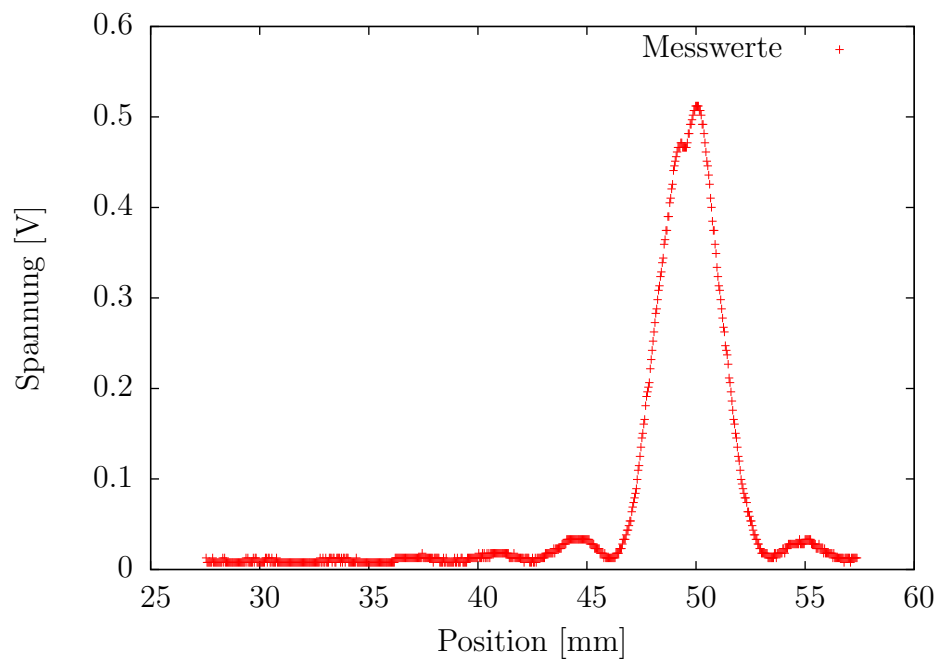


Abbildung 10: Einzelspalt grob

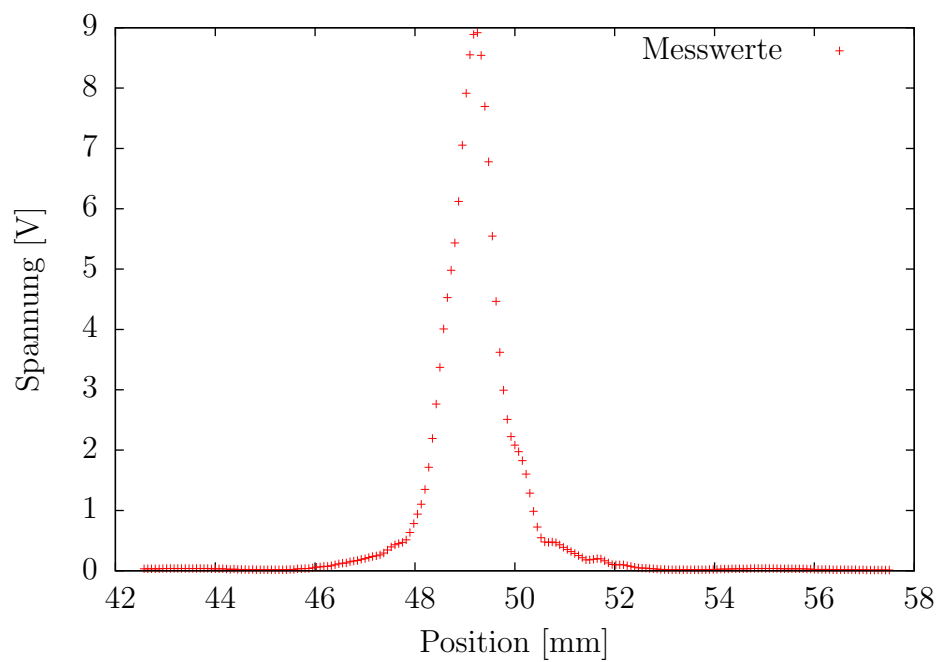


Abbildung 11: Steg: Hauptmaximum

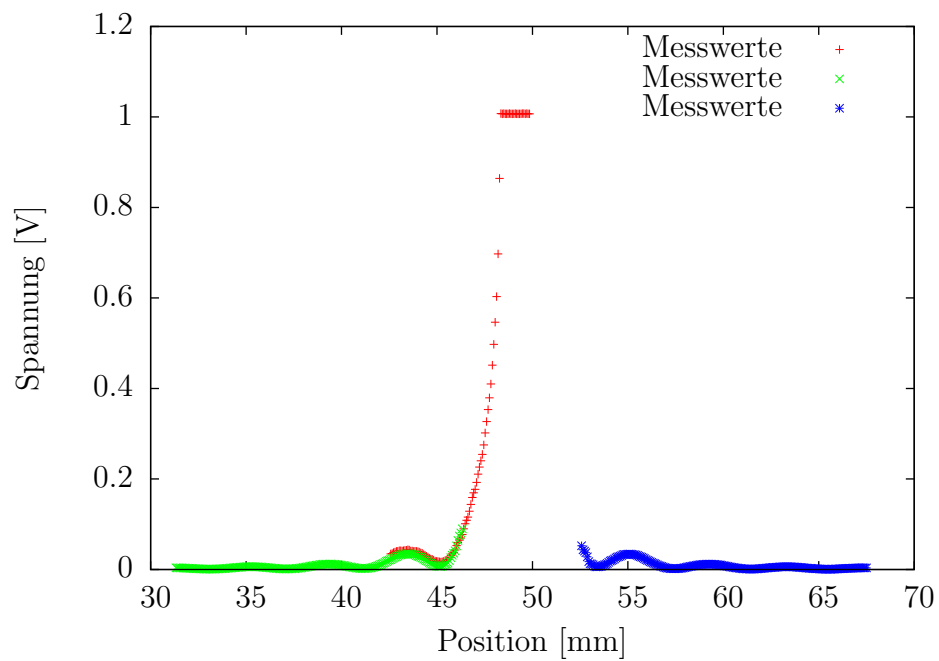


Abbildung 12: Steg

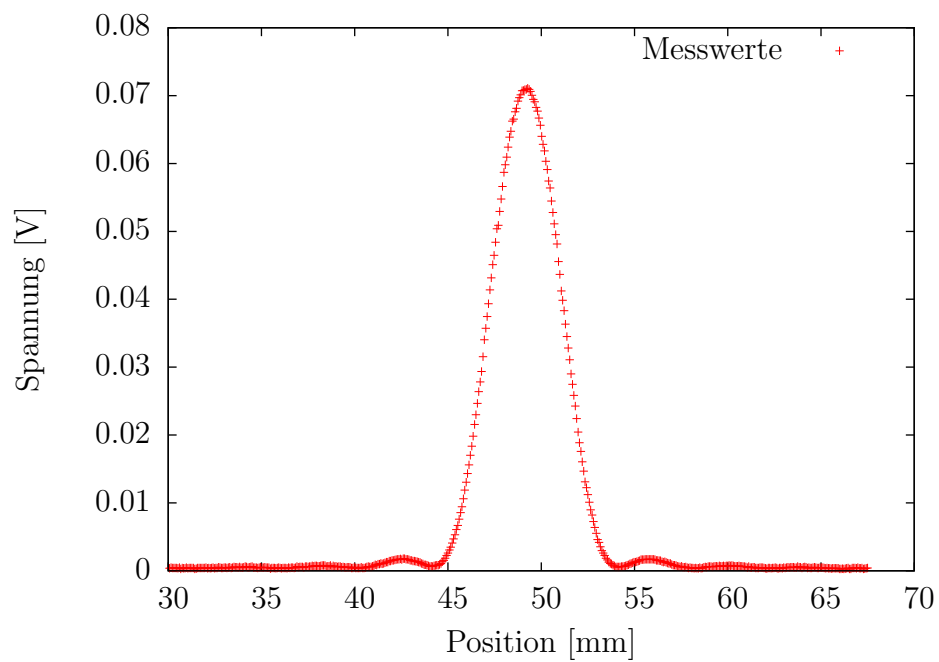


Abbildung 13: Lochblende

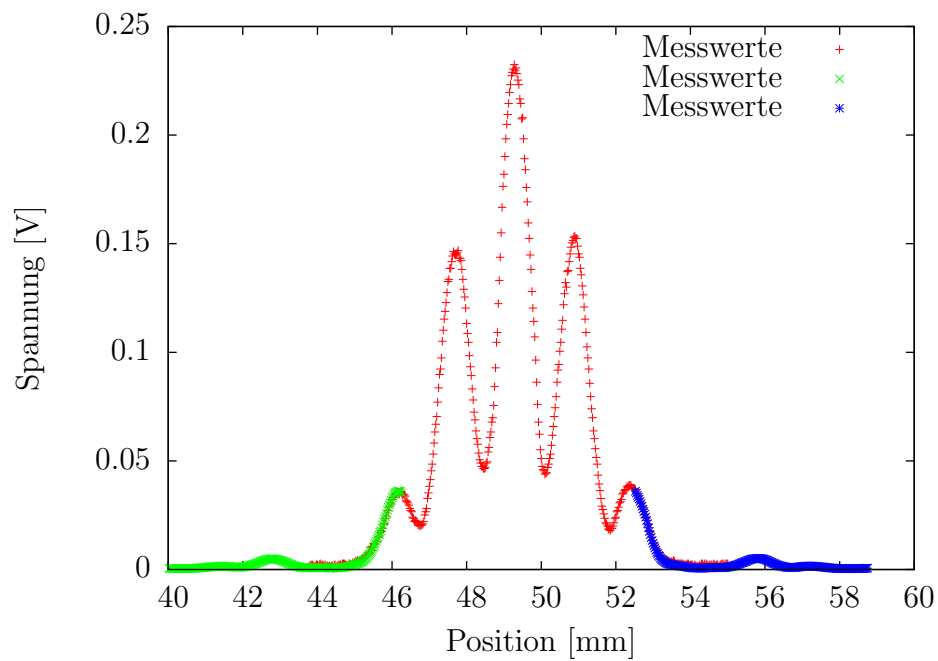


Abbildung 14: Doppellochblende mit dem kleinsten Lochabstand

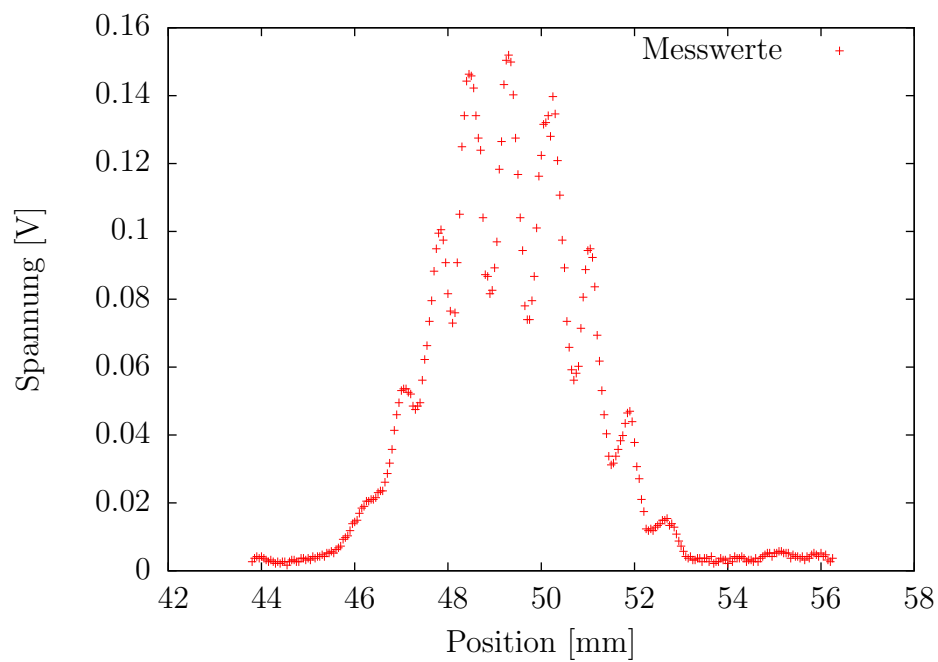
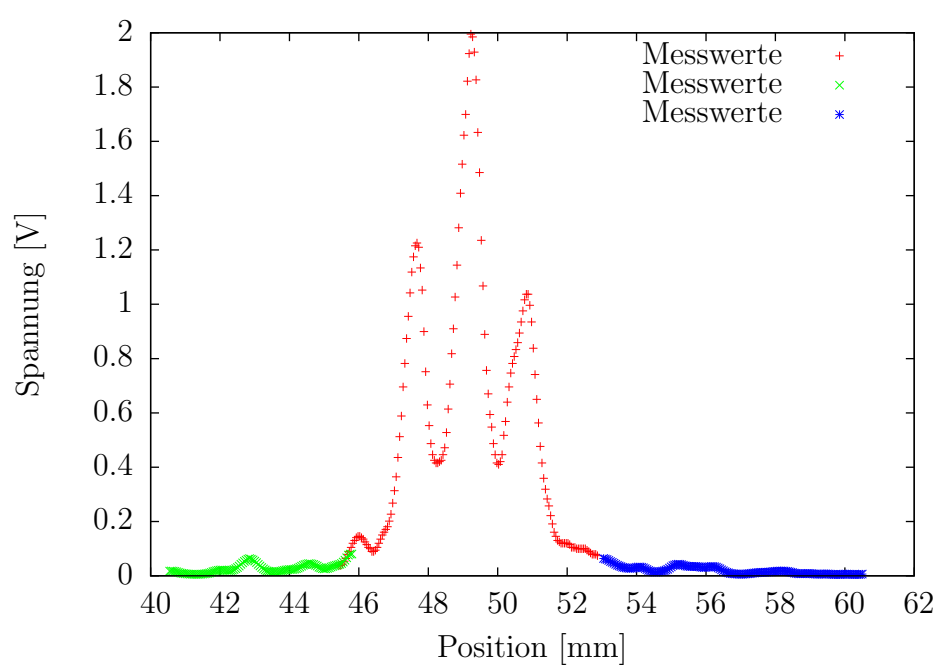


Abbildung 15: Doppellochblende mit dem mittleren Lochabstand

**Abbildung 16:** Gitter

Objekt	$\frac{\varepsilon}{\pi}$	Position [mm]		Winkel α [10^{-3} rad]
		absolut	relativ	
Spalt	-4	35.225	-14.575	-2.974
	-3.5	37.288	-12.513	-2.554
	-3	38.825	-10.975	-2.240
	-2.5	40.850	-8.950	-1.827
	-2	42.575	-7.225	-1.474
	-1.5	44.575	-5.225	-1.066
	-1	46.025	-3.775	-0.770
	0	49.800	0.000	0.000
	1	53.375	3.575	0.730
	1.5	54.900	5.100	1.041
	2	56.963	7.163	1.462
	2.5	58.650	8.850	1.806
	3	60.525	10.725	2.189
	3.5	62.250	12.450	2.541
	4	64.150	14.350	2.929
Steg	-4	33.050	-16.200	-3.306
	-3.5	35.225	-14.025	-2.862
	-3	37.138	-12.113	-2.472
	-2.5	39.238	-10.013	-2.043
	-2	41.175	-8.075	-1.648
	-1.5	43.475	-5.775	-1.179
	-1	45.175	-4.075	-0.832
	0	49.250	0.000	0.000
	1	53.400	4.150	0.847
	1.5	55.088	5.838	1.191
	2	57.450	8.200	1.673
	2.5	59.250	10.000	2.041
	3	61.425	12.175	2.485
	3.5	63.300	14.050	2.867
	4	65.550	16.300	3.327
Loch- blende	3.6987	34.125	-15.075	-3.077
	3.2383	36.075	-13.125	-2.679
	2.6793	38.325	-10.875	-2.219
	2.2331	40.125	-9.075	-1.852
	1.6347	42.600	-6.600	-1.347
	1.2197	44.100	-5.100	-1.041
	0	49.200	0.000	0.000
	1.2197	54.075	4.875	0.995
	1.6347	55.800	6.600	1.347
	2.2331	58.350	9.150	1.867
	2.6793	60.150	10.950	2.235
	3.2383	62.400	13.200	2.694
	3.6987	64.125	14.925	3.046
	4.2411	66.250	17.050	3.480

Tabelle 2: Spalt, Steg und Lochblende: Extrema absolut und relativ sowie zugehöriger Winkel

Objekt	$\frac{\varepsilon}{\pi}$	Position [mm]		Winkel α [10^{-3} rad]
		absolut	relativ	
Doppel- loch (nah)	-2	46.200	-3.088	-0.630
	-1.5	46.800	-2.488	-0.508
	-1	47.713	-1.575	-0.321
	-0.5	48.463	-0.825	-0.168
	0	49.288	0.000	0.000
	0.5	50.113	0.825	0.168
	1	50.900	1.613	0.329
	1.5	51.850	2.563	0.523
	2	52.375	3.088	0.630
Doppel- loch (mittel)	-3	47.050	-2.250	-0.459
	-2.5	47.300	-2.000	-0.408
	-2	47.800	-1.500	-0.306
	-1.5	48.100	-1.200	-0.245
	-1	48.450	-0.850	-0.173
	-0.5	48.900	-0.400	-0.082
	0	49.300	0.000	0.000
	0.5	49.725	0.425	0.087
	1	50.150	0.850	0.173
	1.5	50.700	1.400	0.286
	2	51.050	1.750	0.357
	2.5	51.500	2.200	0.449
	3	51.900	2.600	0.531
	3.5	52.350	3.050	0.622
	4	52.775	3.475	0.709
Gitter	-4.5	42.250	-7.000	-1.429
	-4	42.850	-6.400	-1.306
	-3.5	43.575	-5.675	-1.158
	-3	44.575	-4.675	-0.954
	-2.5	45.000	-4.250	-0.867
	-2	46.000	-3.250	-0.663
	-1.5	46.400	-2.850	-0.582
	-1	47.675	-1.575	-0.321
	-0.5	48.250	-1.000	-0.204
	0	49.250	0.000	0.000
	0.5	50.025	0.775	0.158
	1	50.850	1.600	0.327
	1.5	53.825	4.575	0.934
	2	52.000	2.750	0.561
	2.5	53.825	4.575	0.934

Tabelle 3: Doppellochblenden und Gitter: Extrema absolut und relativ sowie zugehöriger Winkel