## Physikalisches A-Praktikum

Versuch 30

# Spezifische Wärme von Festkörpern

Praktikanten: Nils Kanning

Steffen Klemer

Durchgeführt am: 09.02.2007

Gruppe: 6

Assistent: Till Benter

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung							
2	Theorie							
	2.1	Spezifische Wärmekapazität	4					
	2.2	Regel von Dulong-Petit	4					
	2.3	Das Einstein-Modell	5					
	2.4	Das Debye-Modell	6					
	2.5	Thermoelemente	8					
3	Durchführung							
4	Auswertung							
	4.1	Temperaturverlauf	9					
	4.2	Ohmscher Widerstand des Heizdrahts und elektrische Leistung $$	9					
	4.3	Berechnung der spezifischen Wärmekapazitäten der Proben	10					
5	Einordnung der Ergebnisse							
Α	Tabellen und Grafiken							

4 2 THEORIE

## 1 Einleitung

Im Versuch 6 haben wir uns bereits mit der Spezifischen Wärme von Gasen beschäftigt. Für Festkörper ergeben sich andere Ergebnisse, da diese deutlich inkompressibler sind und auch das Verhalten bei Änderung der Umgebungstemperatur sich stark von den Gasen unterscheidet.

#### 2 Theorie

#### 2.1 Spezifische Wärmekapazität

Die Wärmekapazität eines Körpers ist definiert als die Ableitung der inneren Energie nach der Temperatur:

$$c = \frac{\partial U}{\partial T}.$$

Betrachtet man diese auf eine Masse oder ein Mol normiert, erhält man die spezifische Wärmekapazität:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial T}$$

$$c_{mol} = \frac{1}{\nu} \frac{\partial U}{\partial T}$$
(1)

Bei Gasen unterscheidet man noch zwischen isochoren und isobaren Prozessen, da die Kompressibilität des Festkörper viel geringer und damit vernachlässigbar ist, gilt hier  $c_v \approx c_p$ .

Die Wärmekapazität kann man mittels kalorimetrischer Bestimmungen messen. Analog zur kinetischen Gastheorie ist es auch möglich, einen theoretischen Wert herzuleiten. Dazu bedienen wir uns erstmal der

#### 2.2 Regel von Dulong-Petit

Wie wir in Protokoll 7 - Der Adiabatenexponent gezeigt haben, trägt jeder Freiheitsgrad f die Energie  $\frac{1}{2}k_BT$  zur Gesamtenergie bei. Für N Atome gilt

$$U = \frac{f}{2}Nk_BT = \frac{f}{2}\nu RT$$

für die innere Energie U. Nach Gl. 1 erhalten wir

$$c_{mol} = \frac{f}{2}R.$$

Bei hohen Temperaturen besitzen die Atome 3 Schwingungsfreiheitsgrade, die in die kinetische Energie einfließen. Durch die Kopplung der Atome besitzen diese aber noch eine potentielle Energie. Um die Gesamtenergie zu quantifizieren, betrachten wir die *Hamiltonfunktion* des Systems:

$$H = \sum_{i=1}^{f} \left( \frac{1}{2m} p_i^2 + \frac{m\omega^2}{2} q_i^2 \right).$$

Hierbei modellieren wir die Kopplung zwischen den Atomen als harmonische Oszillatoren. Den Mittelwert der kinetischen Energie erhalten wir über

$$\left\langle p_{ik} \frac{\partial H}{\partial p_{ik}} \right\rangle = \frac{1}{m} \left\langle p_{ik}^2 \right\rangle = E_{kin}$$

$$\left\langle \frac{1}{2m} p_{ik}^2 \right\rangle = E_{kin}$$

für jede Komponente k=x,y,z. Den Durchschnitt der potentiellen Energie erhalten wir direkt über

$$\langle E_{pot} \rangle \quad = \quad \left\langle \frac{m\omega^2}{2} q_i^2 \right\rangle \stackrel{.}{=} \frac{1}{2} E_{kin}$$

für alle Freiheitsgrade i = 1...f. Somit ist

$$U = \langle H \rangle = f E_{kin}$$
.

Setzen wir nun die 3N Schwingungsfreiheitsgrade in einem N-Elementigen Festkörper ein, so erhalten wir das  $Gesetz\ von\ Dulong-Petit:$ 

$$c = 3Nk_B$$

$$c_{mol} = 3R (2)$$

Diese Näherung gilt für alle Festkörper bei ausreichend hohen Temperaturen. Bei niedrigen Temperaturen frieren dagegen einige Freiheitsgrade ein und haben folglich keinen Beitrag mehr an der inneren Energie. Dies wollen wir im Folgenden quantisieren.

#### 2.3 Das Einstein-Modell

EINSTEIN postulierte, dass das Kristallgitter, ähnlich der elektromagnetischen Strahlung, Energie nur in gequantelter Form, den *Phononen*, aufnehmen kann. Diesen schrieb er die Energie  $\varepsilon_n = n \cdot \hbar \omega (n \in \mathbb{N})$  zu. Nun sei  $p_n$  die Anzahl an Schwingungen mit n Energiequanten, dann ist die Gesamtzahl der Schwingungen  $\sum p_n = 3N$  und die mittlere Energie einer solchen Schwingung

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar \omega \cdot \langle n \rangle = \hbar \omega \cdot \frac{\sum n \cdot p_n}{\sum p_n}.$$
 (3)

Im Gleichgewicht können wir die Boltzmannverteilung annehmen

$$p_n = p_0 \cdot e^{-n\hbar\omega/k_B T} =: p_0 \cdot v^n,$$

was uns zu

$$\frac{p_n}{\sum p_n} = \frac{v^n}{\sum v^n} = \frac{v^n}{\left(\frac{1}{1-v}\right)}$$

führt. Den Zähler aus Gl. 3 kann man als geometrische Reihe anders ausdrücken:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n \cdot v^n = v \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}v} \sum_{l=0}^{\infty} v^n = \frac{v}{(1-v)^2}$$

Damit wird Gl. 3 zu

$$\langle \varepsilon \rangle = \hbar \omega \frac{1}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1},$$
 (4)

6 2 THEORIE

was, wie besprochen, der mittleren Energie pro Gitterschwingung entspricht. Damit beträgt die innere Energie eines Festkörpers mit N Atomen, die in 3 unabhängigen Richtungen schwingen können:

$$U = 3N \cdot \langle \varepsilon \rangle$$
$$= 3N \left( \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / k_B T} - 1} + \frac{1}{2} \hbar \omega \right)$$

Der letzte Term wird auch als *Nullpunktsenergie* bezeichnet. Leiten wir diese nun nach der Temperatur ab, so erhalten wir wieder die spezifische Wärmekapazität

$$c_{mol} = \frac{1}{\nu} \frac{3N}{k_B T^2} \frac{(\hbar \omega)^2}{(e^{\hbar \omega/k_B T} - 1)^2} \cdot e^{\hbar \omega/k_B T}$$
 (5)

$$= \frac{1}{\nu} \frac{3\nu N_A}{k_B T^2} \frac{(\hbar\omega)^2}{(e^{\hbar\omega/k_B T} - 1)^2} \cdot e^{\hbar\omega/k_B T}, \tag{6}$$

welche sich mit der Einstein-Temperatur  $\Theta_E = \frac{\hbar \omega}{k_B}$  etwas übersichtlicher schreiben lässt:

$$c_{mol} = 3R \frac{\Theta_E^2}{T^2} \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}$$

$$\tag{7}$$

Um einen groben Überblick zu bekommen, betrachten wir zwei Grenzfälle:

1. Mit  $T \to \infty$ , also  $T >> \Theta_E$  folgt

$$e^{\Theta_E/T} \approx 1 + \Theta_E/T$$
  
 $\Rightarrow c_{mol} \approx 3R,$ 

also das Gesetz von Dulong-Petit

2. Mit  $T << \Theta_E$ , ist  $e^{\Theta_E/T} - 1 \approx e^{\Theta_E/T}$  und somit  $c_{mol} \approx 3R \frac{\Theta_E^2}{T^2} \frac{1}{e^{\Theta_E/T}}$ , was für  $T \to 0$  ein  $c_{mol} = 0$  ergibt, wie es aus dem dritten Hauptsatz hervorgeht und wir in  $Protokoll\ 8$  -  $Der\ Dampfdruck\ von\ Wasser\ gezeigt\ haben$ .

Damit beschreibt das Einsteinsche Modell beide Grenzfälle sehr gut. Vergleicht man jedoch experimentell ermittelte Kurven mit den theoretisch vorhergesagten, so streben die experimentellen etwas langsamer gegen 0. Die theoretische Kurve liegt unterhalb der experimentellen Werte<sup>1</sup>. Der Fehler hierbei ist die Annahme, dass allen Gitterschwingungen die gleiche Frequenz  $\omega$  zugeordnet wird. Daher erweiterte DEBYE das Modell um eine Frequenzverteilung  $p(\omega)$  über einen Frequenzbereich  $\Delta \omega = \omega_{max} - \omega_{min}$ .

#### 2.4 Das Debye-Modell

Das Modell basiert im wesentlichen auf dem einsteinschen. Wir betrachten nun aber eine Vielzahl von Schwingungsmoden, bei N Teilchen genau 3N, 2 transversale und eine longitudinale. Ebenfalls ordnen wir jeder Mode ein Phonon der Energie  $\hbar\omega_i$  zu. Der wirksame Beitrag zur Gesamtenergie ist erneut  $\hbar\omega_i/(e^{\hbar\omega_i/k_BT}-1)$ . Nun müssen wir über alle Frequenzen summieren, was bei der Großzahl an Teilchen durch ein Integral genähert werden kann. Hierzu betrachten wir zuerst die Verteilung der Frequenzen der Normalschwingungen der stehenden Wellen, da in ihnen die Energie

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>vgl. Demtröder, Experimentalphysik III, Springer Verlag, 1996, Abschnitt 12.2

2.5 Thermoelemente

7

gespeichert ist. Damit haben wir eine Bedingung an die Wellenlänge, da in einem Gitter der Länge  $L=\sqrt[3]{N}\cdot d$  (d ist der Gitterabstand) nur ganzzahlige Vielfache k der halben Wellenlänge solche Wellen erzeugen. Damit ergibt sich direkt  $\lambda=2\frac{kd}{N}$ . In einem kleinen Frequenzintervall  $[\omega,\omega+\mathrm{d}\omega]$  kann es nun

$$z = \frac{2L^3\omega^3}{2\pi^2c_s^2}$$

Normalschwingungen der Energie

$$\mathrm{d}E = 2\frac{4\pi L^3 \hbar \omega^3 \mathrm{d}\omega}{8\pi^3 c_s^3} \frac{1}{e^{\hbar \omega/k_B T} - 1}$$

geben. z ergibt sich aus der geometrischen Anschauung eines Frequenzwürfels<sup>2</sup>. Außerdem bezeichnet  $c_s$  die Schallgeschwindigkeit im Kristall. Die Gesamtenergie erhalten wir nun durch

$$U = \int_{E_{min}}^{E_{max}} dE$$
$$= \frac{3L^3}{2\pi^2 c_s^3} \int_0^{\omega_{max}} \omega^2 \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/k_B T} - 1} d\omega.$$

Hierbei können wir  $\omega_{max}$  mit der *Debye-Frequenz*  $\omega_d$ , die sich aus der Beschränkung auf 3N Moden ergibt, gleichsetzen. Außerdem setzen wir nun  $N=L^3/d^3$  sowie die *Debye-Temperatur* 

$$\Theta_D = \frac{\hbar \omega_d}{k_B} = \frac{c_s \hbar}{k_B} \left( \frac{6\pi^2}{L^3} \right)$$

ein. Damit erhalten wir nach einer weiteren Substitution  $x = \hbar\omega/k_BT$ 

$$U = 9Nk_B \frac{T^3}{\Theta_D^3} \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$
 (8)

Auch hier betrachten wir wieder beide Grenzfälle:

- 1. Für  $T >> \Theta_D$  ergibt sich mit der gleichen Näherung wie zuvor  $U = 3Nk_BT = 3RT$ , also  $c_{mol} = 3R$ .
- 2. Für sehr kleine Temperaturen  $T \ll \Theta_D$  kann die obere Grenze des Integrals durch  $\infty$  ersetzt werden. Dieses ist tabelliert und wir erhalten als Ergebnis  $\pi^4/15$ , also

$$c_{mol} = \frac{12\pi^4 RT^3}{5\Theta_D^3},$$

was für kleine Temperaturen ein  $T^3$ -Gesetz ergibt und ebenfalls mit  $T\to 0$  gegen 0 strebt. Die kubische Abhängigkeit beschreibt die experimentellen Kurven sehr gut.

Die gravierendste Näherung in diesem Modell stellt die Vereinfachung zu einer frequenzunabhängigen Schallgeschwindigkeit dar. Dies ist vor allem im kurzwelligen Bereich nicht richtig. Trotzdem beschreibt Debye das Verhalten der spezifischen Wärme sehr exakt.

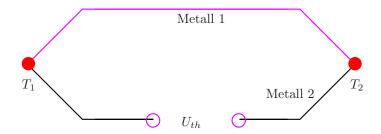


Abbildung 1: Schema des Thermoelementes

#### 2.5 Thermoelemente

Zur Messung der Temperatur verwenden wir in diesem Versuch ein Thermoelement (Schema siehe Abb. 1). Mit diesem ist es ähnlich dem im Protokoll 8 vorgestellten Widerstandsthermometer möglich, eine Temperaturdifferenz in eine Spannung umzuwandeln. Im Unterschied zu diesem, gibt man im Prinzip keine Spannung auf das Bauteil, sondern die Spannung entsteht durch den Seebeckeffekt aufgrund der unterschiedlichen Diffusionsgeschwindigkeiten in verschiedenen Metallen. Das Element besteht aus 2 Metalldrähten, die an den Enden in engem Kontakt stehen. Herrscht nun eine inhomogene Temperaturverteilung entlang der Leiter, so liegt im wärmeren Bereich eine größere Bewegungsenergie der Elektronen vor, sie können sich weiter verteilen. In kalten Bereichen liegt somit eine höhere Elektronendichte vor. Dies sorgt für eine Spannung

$$U = \alpha \Delta T$$

in jedem Draht.  $\alpha$  ist der Seebeck-Koeffizient. Dieser ist aber für beide Metalle verschieden. Damit ergibt sich eine Spannung an den Kontakten

$$U = \alpha_1(T_0 - T_A) + \alpha_2(T_A - T_B) + \alpha_1(T_B - T_0) = (\alpha_2 - \alpha_1)(T_A - T_B)$$
 (9)

Gewöhnlich muss nun die eine Seite des Thermoelementes in ein Reservoir bekannter Temperatur (hier Eiswasser) gebracht werden. In Messgeräten neuerer Bauert kann dies aber durch eine entsprechende Vorspannung erzeugt werden.

## 3 Durchführung

In diesem Versuch werden wir die Temperaturentwicklung von zwei verschiedenen Metallproben untersuchen. Die jeweils untersuchte Probe befindet sich in einem Kalorimeter. Dies ist ein nach außen isoliertes Gefäß das mit einer Flüssigkeit oder einem Gas gefüllt ist.

Die Temperatur wird mit dem, im Theorieteil beschriebenen, Thermoelement gemessen. Dazu wird der Referenzkontakt des Elements in ein mit Eiswasser gefülltes Gefäß, was einer Temperatur von  $0\,^{\circ}C$  entspricht, gebracht.

Der erste Probekörper wird in das, zunächst mit Luft gefüllte, Kalorimeter gebracht. Die Luft hat zu Beginn des Versuches Umgebungstemperatur. Diese Umgebungstemperatur wird mit einem Thermometer gemessen. Der zweite Kontakt des Thermoelements wird mit der Probe verbunden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>vgl. Demtröder, Experimentalphysik III, Springer Verlag, 1996, Abschnitt 12.3

Nun wird für etwa 5 min die Temperatur der Probe alle 30 s protokolliert.

Danach wird die Probe mit einem konstanten elektrischen Strom I von 0.5~A über einen Zeitraum von 15~min erwärmt. Um den Strom konstant zu halten, wird gegebenenfalls die Spannungsquelle U nachgeregelt. Ebenfalls alle 30~s wird sowohl die momentane Temperatur, als auch die Spannung des Heizstroms protokolliert. Es ist darauf zu achten, dass die Temperatur der Probe  $90~^{\circ}C$ , was etwa einer Spannung von 5~mV am Thermoelement entspricht, nicht übersteigt.

Nach den 15~min wird der Heizstrom ausgeschaltet. Die Abkühlkurve der Probe wird über weitere 10~min protokolliert.

Nach dieser ersten Messung wird der Ablauf mit einem, mit flüssigem Stickstoff gefüllten, Kalorimeter wiederholt. Vor Beginn der Messreihe muss abgewartet werden, bis die Temperatur der Probe die Temperatur des Stickstoffs von  $-196.15\,^{\circ}C$  erreicht hat.

Nach Abschluss dieser Messung wird sowohl die Messung in der Luft-Umgebung, als auch jene in der Stickstoff-Umgebung mit einem weiteren Probekörper wiederholt.

Die Massen m der beiden Proben sowie die am Versuchsaufbau angegebenen Daten des verwendeten Thermoelements werden notiert.

## 4 Auswertung

Wir haben in diesem Versuch als metallische Probekörper ein Stück Beryllium Be der Masse  $0.0789\ kg$  und Aluminium Al des Masse  $0.0522\ kg$  verwendet.

#### 4.1 Temperaturverlauf

Die Temperaturen der Proben berechnen wir aus den, am Thermoelement gemessenen, Spannungen  $U_{\rm th}$  unter Verwendung der im Praktikumsskript<sup>3</sup> gegebenen Beziehung:

$$T(U_{\rm th}) = 0.0219\,^{\circ}C + 20.456\,\frac{^{\circ}C}{mV} \cdot U_{\rm th} - 0.302\,\frac{^{\circ}C}{mV^2} \cdot U_{\rm th}^2 + 0.009\,\frac{^{\circ}C}{mV^3} \cdot U_{\rm th}^3$$

Dabei hat die Spannung  $U_{\text{th}}$  die Einheit mV.

In Abb. 2 haben wir den zeitlichen Temperaturverlauf beider Proben in der Luftumgebung dargestellt. Abb. 3 zeigt die entsprechenden Werte für die Stickstoff-Umgebung.

# 4.2 Ohmscher Widerstand des Heizdrahts und elektrische Leistung

Die Heizung der Probe war mit einem Kupferdraht realisiert. Dessen Widerstand R ist temperaturabhängig und damit in unserem Fall auch zeitabhängig. Auf Grund des zeitlich konstanten Heizstroms I und der zeitabhängigen Spannung U(t) gilt:

$$R(t) = \frac{U(t)}{I}$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Peter Schaaf: Das Physikalische Praktikum. 2006, S. 223.

10 4 AUSWERTUNG

Hieraus lässt sich die momentane elektrische Leistung  $P_{\rm el}$  ermitteln:

$$P_{\rm el}(t) = U(t)I = R(t)I^2$$

Auf Grund der Ergebnisse aus 4.1 können wir nun jeder Zeit t die momentane Temperatur der Probe T zuordnen:

$$P_{\rm el}(T) = U(T)I = R(T)I^2$$

Da sich der Widerstand R(T) von der Leistung  $P_{\rm el}(T)$  nur um einen konstanten Faktor  $I^2$  unterscheidet, wurde lediglich die Leistung in Abb. 4 und Abb. 5 gegen die Temperatur aufgetragen.

## 4.3 Berechnung der spezifischen Wärmekapazitäten der Proben

Um auf die spezifische Wärmekapazität zu schließen, beginnen wir mit einer Energiebetrachtung im Sinne des ersten Hauptsatzes.

Zunächst konzentrieren wir uns auf die Phase, in der die Probe erwärmt wird. Wir verrichten am Probekörper die elektrische Arbeit  $\Delta W = \Delta W_{\rm el}$ . Dies führt zu einer Änderung der inneren Energie um  $\Delta U$ . Bei diesem Prozess gibt die Probe jedoch auch die Wärmemenge  $\Delta Q$  an die Umgebung ab. Wir schreiben:

$$\Delta W_{\rm el} = \Delta U - \Delta Q$$

Betrachten wir die sich hieraus ergebenden Änderungen der infinitisimalen Größen, so bedeutet dies:

$$P_{\rm el}(T) = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}Q(T)}{\mathrm{d}t}$$

Wir drücken dies mit Hilfe der Wärmekapazität C aus:

$$P_{\rm el}(T) = C \left. \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \right|_{\mathrm{Erw}} - \frac{\mathrm{d}Q(T)}{\mathrm{d}t}$$

Nun betrachten wir die Abkühlungsphase. In dieser wird am System keine Arbeit verrichtet. Folglich ist  $\mathrm{d}W/\mathrm{d}t=0$ . Wir nehmen an, dass  $\mathrm{d}Q(T)/\mathrm{d}t$  nur von der Temperatur abhängt. Dies bedeutet:

$$0 = C \left. \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \right|_{\mathrm{Abk}} - \frac{\mathrm{d}Q(T)}{\mathrm{d}t}$$

Wir kombinieren die für die Erwärmung und die Abkühlung erhaltenen Beziehungen und bekommen:

$$C(T) = \frac{P_{\rm el}(T)}{\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\Big|_{\rm Erw} - \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\Big|_{\rm Abk}}$$

Mit der Masse m der Probe erhalten wir so die spezifische Wärmekapazität c:

$$c(T) = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \frac{P_{\rm el}(T)}{\left. \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \right|_{\rm Erw} - \left. \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \right|_{\Delta \, \rm bk}}$$

Um diese Beziehung verwenden zu können, nehmen wir nun während der Erwärmung einen linearen Verlauf der Temperatur  $T(t)|_{\text{Erw}}$  an:

$$T(t)|_{\text{Erw}} = at + c$$

Es folgt:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathrm{Erw}} = a$$

Die Abkühlung beschreiben wir exponentiell:

$$T(t)|_{\Delta bk} = c'e^{-bt} + c''$$

Dies ergibt:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\Big|_{\mathrm{Abk}} = -b |T(t)|_{\mathrm{Abk}}$$

Wir bestimmen die Koeffizienten a und b für die in Abb. 2 und Abb. 3 dargestellten Temperaturverläufe durch Regression. Diese sind in Tab. 1 zusammengestellt. Die sich ergebenden Kurven sind ebenfalls in Abb. 2 und Abb. 3 zu sehen.

Zusammen mit den, in Abb. 4 und Abb. 5 aufgetragenen elektrischen Leistungen  $P_{\rm el}(T)$ , können wir nun gemäß Gl. 10 die spezifische Wärmespazität c(T) für die beiden Probekörper berechnen:

$$c(T) = \frac{M_{mol}}{m} \frac{P_{el}(T)}{a + bT}$$

In Abb. 6 haben wir für beide Proben c(T) aufgetragen. Außerdem ist in dieser Abbildung der aus dem Dulong-Petitschen Gesetz hervorgehende Wert verzeichnet.

In den Fehler von c(T) gehen die Fehler von  $P_{\rm el}(T)$  und den Konstanten a und b ein.

## 5 Einordnung der Ergebnisse

Die Ergebnisse sind sehr durchwachsen. Einerseits verlaufen die Kurven durchaus so, wie wir sie theoretisch erwartet hätten und auch die Fits haben nur geringe Fehler. Andererseits liegt aber die gemessene Wärmekapazität bei Raumtemperatur und höher noch sehr weit weg vom Erwartungswert aus dem Dulong-Petit'schen Gesetz.

Das ist nur sehr schwer erklärlich, da selbst bei einem schlechten Kalorimeter, also einer ineffizienten Isolierung und damit einem großen systematischen Fehler die Werte nach oben abweichen müssten. Würde Wärme an die Umgebung abgegeben, müsste die Kapazität ja gerade größer sein, da man mehr Energie hineinstecken müsste. Die Ursache konnten wir bisher leider nicht klären.

Insgesamt war der Versuch recht spaßig, konnte doch endlich mal flüssiger Stickstoff verwendet werden. Warum aber nicht mehr Messgeräte zur Verfügung standen, so dass man 1.5h warten musste, bis sich (noch immer kein perfektes) Gleichgewicht eingestellt hatte bleibt fraglich. Würde man als erstes beide Proben mit dem Stickstoff ansetzen können und in der Zeit die warmen Messungen durchführen, wäre der Versuch wesentlich effektiver.

## A Tabellen und Grafiken

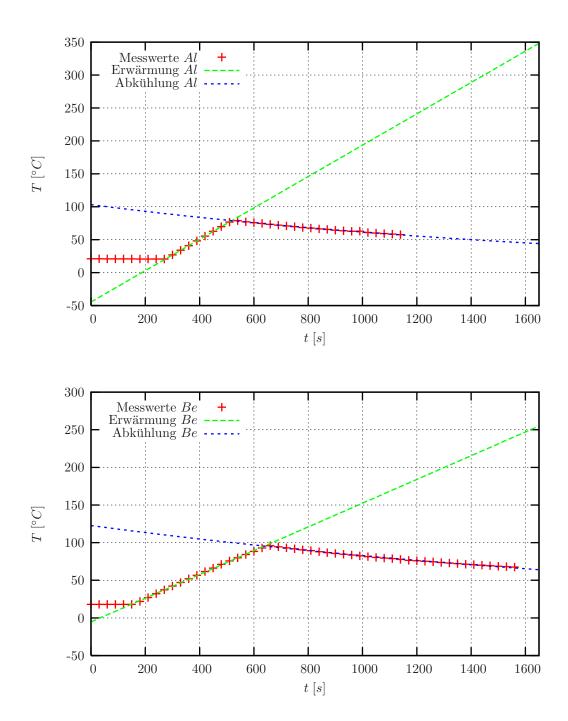


Abbildung 2: Temperatur der Probekörper in der Luft-Umgebung

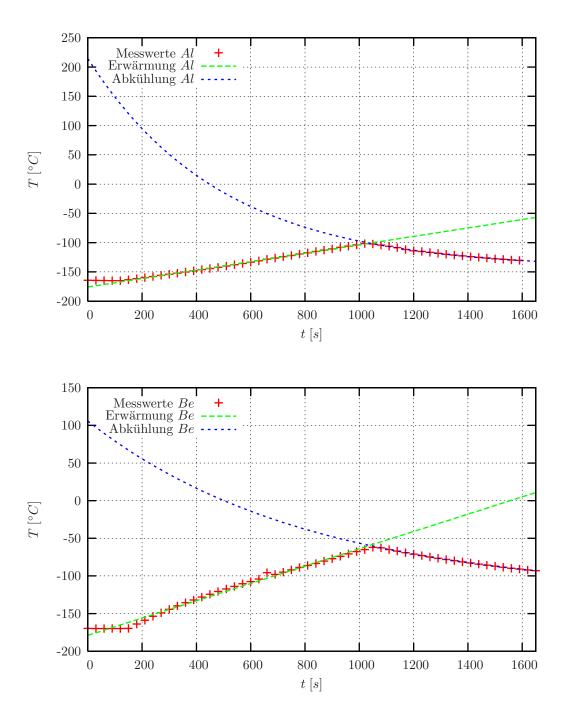


Abbildung 3: Temperatur der Probekörper in der Stickstoff-Umgebung

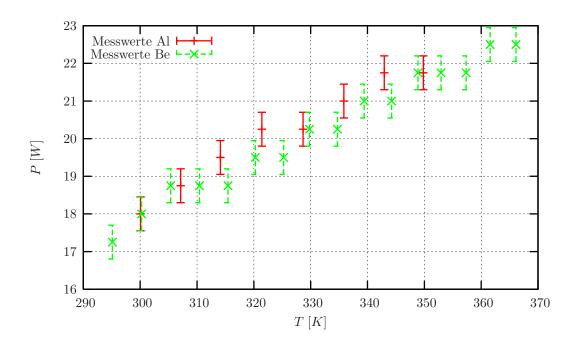


Abbildung 4: Elektrische Leistung in der Luft-Umgebung

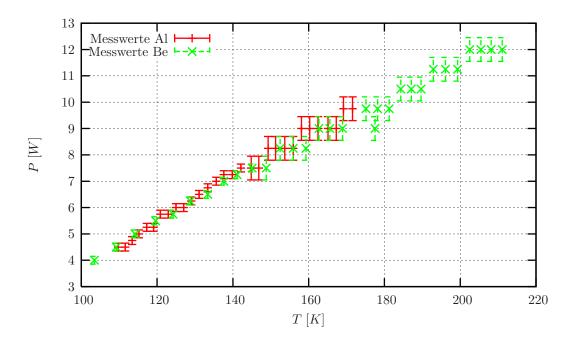


Abbildung 5: Elektrische Leistung in der Stickstoff-Umgebung

Probekörper	Umgebung	$a \left[ {^{\circ}C  s^{-1}} \right]$	$b[s^{-1}]$	$c \ [^{\circ}C]$	c' [° $C$ ]	c'' [°C]
Al	Luft	0,2380(7)	0,000515(8)	-44(1)	103(1)	0(1)
	Stickstoff	0,0720(4)	0,0020(1)	-175(1)	359(36)	-144(2)
Be	Luft	0,157(1)	0,000393(5)	-5(1)	122(1)	0(1)
	Stickstoff	0,115(2)	0,00123(2)	-178(2)	228(3)	-122(7)

Tabelle 1: Koeffizienten der Regression

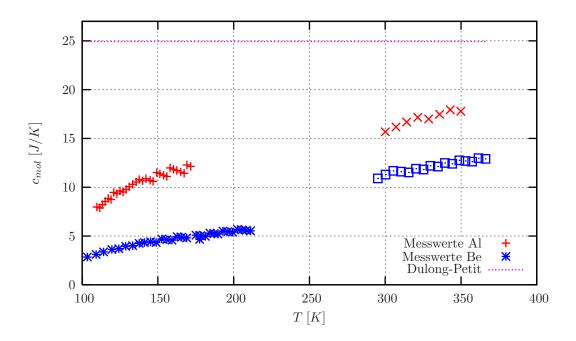


Abbildung 6: Spezifische Wärmekapazität in Abhängigkeit von der Temperatur