
Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer Protokoll:

Praktikant: Skrollan Detzler
Felix Kurtz
E-Mail: skrollan.detzler@stud.uni-goettingen.de
felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Martin Ochmann
Versuchsdatum: 02.06.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Ideales Gas und Absoluter Temperaturnullpunkt	3
2.2	Spezifische Wärme der Luft	3
3	Durchführung	4
3.1	Gasthermometer	4
3.2	Spezifische Wärme der Luft	5
4	Auswertung	6
4.1	Gasthermometer	6
4.1.1	Erwärmung des Gases	6
4.1.2	Abkühlung des Gases	7
4.1.3	Mittelwert	8
4.2	Spezifische Wärme von Luft	8
4.2.1	Freiheitsgrade der Luft	8
4.2.2	Spezifische Wärme c_v	10
5	Diskussion	10
5.1	Gasthermometer	10
5.2	Spezifische Wärme der Luft	10
6	Anhang	11
	Literatur	11

1 Einleitung

Der erste Teil des Versuches dient der Bestimmung des absoluten Temperatur-Nullpunktes, eine der wichtigsten Naturkonstanten in der Thermodynamik. Dies geschieht mithilfe eines Gasthermometers.

Im zweiten Teil bestimmt man die spezifische Wärme c_V von Luft. Diese gibt an, wie viel Energie pro Kilogramm benötigt wird, um sie um ein Kelvin zu erwärmen.

2 Theorie

2.1 Ideales Gas und Absoluter Temperaturnullpunkt

Um Gase zu beschreiben benutzen wir hier das einfachste Modell, nämlich das des idealen Gases. Dabei geht man von Punktteilchen aus. Für mehratomige Gase wird diese Annahme immer ungenauer.

Die Abhängigkeiten zwischen Druck p , Volumen V und Temperatur T eines idealen Gases wird durch die folgende *universelle Gasgleichung* [1, S.261] beschrieben.

$$p \cdot V = nRT \quad (1)$$

Dabei ist $R \approx 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ die universelle Gaskonstante und n die Stoffmenge in Mol. Hält man neben der Stoffmenge noch V oder p konstant, erhält man folgende Abhängigkeiten (Gesetze von Gay-Lussac [1, S.261]):

$$p(\vartheta) = p_0[1 + \beta\vartheta] \quad , \quad V = \text{const.} \quad (2)$$

$$V(\vartheta) = V_0[1 + \beta\vartheta] \quad , \quad p = \text{const.} \quad (3)$$

Hierbei wird die Temperatur ϑ in Celsius gemessen, sodass p_0 der Druck und V_0 das Volumen bei 0°C ist. Außerdem ist der Faktor $\beta = 1/(273.15^\circ\text{C})$ der Umrechnung zwischen der Kelvin- und der Celsius-Skala geschuldet.

Aus obigen Gesetzmäßigkeiten kann der absolute Nullpunkt abgeleitet werden, der den Ursprung der absoluten Temperaturskala definiert, also $0 \text{ K} = -273.15^\circ\text{C} = -1/\beta$. Bei dieser Temperatur hätte jeder Stoff keine Ausdehnung. Er ist jedoch experimentell nicht zu erreichen und kann per Extrapolation berechnet werden.

2.2 Spezifische Wärme der Luft

Die innere Energie U eines Gases hängt proportional von seiner Temperatur ab [1, S.257].

$$U = \frac{f}{2}nRT \quad (4)$$

Dabei ist f die Anzahl der Freiheitsgrade des Gases. Bei einem idealen Gas sind dies die 3 Raumrichtungen. Mehratomige Gase können noch rotieren, etc. So erhöht sich die

Zahl der Freiheitsgrade entsprechend.

Der 1. *Hauptsatz* der Wärmelehre besagt nach [1, S.262f.]

$$dQ = dU + dW = dU + p dV \quad (5)$$

Aus der idealen Gasgleichung folgt mit der Produktregel $R \Delta T = p \Delta V + V \Delta p$. Außerdem gilt für ideale Gase $U = c_V n T$ mit der spezifischen Wärme c_V [1, S.263]. Mit diesen Gleichungen sowie dem ersten Hauptsatz kann man nun die Anzahl der Freiheitsgrade bzw. die spezifische Wärme eines Gases berechnen:

$$\begin{aligned} \frac{f}{2} &= \frac{c_V}{R} = \frac{\Delta U}{R \Delta T} \\ &= \frac{\Delta Q - p \Delta V}{p \Delta V + V \Delta p} \end{aligned} \quad (6)$$

Die in einem *Kondensator* gespeicherte Energie lässt sich durch Integration von $Q = CU$ nach U berechnen [1, S.329].

$$W = \int_0^U Q \, dU' = \frac{1}{2} C U^2 \quad (7)$$

3 Durchführung

3.1 Gasthermometer

Bevor man mit dem eigentlichen Versuch beginnt, liest man am Barometer den Umgebungsdruck ab. Dies wird später für die Auswertung benötigt.

Zuerst wird das Ventil des Druckmessgerätes geöffnet, um im Gaskolben Umgebungsdruck herzustellen. Nun wird der Gaskolben durch Eiswasser auf etwa 0° C heruntergekühlt. Das Druckmessgerät sollte ungefähr 0 kPa anzeigen, da es nur Differenzen zum Umgebungsdruck angibt. Danach das Ventil schließen.

Nun wird die Heizplatte angeschaltet und damit das den Gaskolben umgebende Wasser auf bis zu 100° C erhitzt. Dabei misst man in 5° C Schritten den Überdruck im Kolben. Es ist also immer auf das Thermometer zu achten. Außerdem muss das Wasser ständig umgerührt werden, um eine möglichst homogene Temperatur sicherzustellen. Ferner sollte man bei hohen Temperaturen aufpassen, dass man sich nicht verbrüht. Dann wird die Platte abgeschaltet, das Gefäß von dieser herunterbewegt und das Wasser mit Eis heruntergekühlt. Dabei muss auf die Menge geachtet werden, da man auch beim Abkühlen den Druck in Abhängigkeit von der Temperatur messen soll. Deshalb ist auch das Umrühren unerlässlich. Des weiteren muss dafür gesorgt werden, dass das überlaufende Wasser aufgefangen wird.

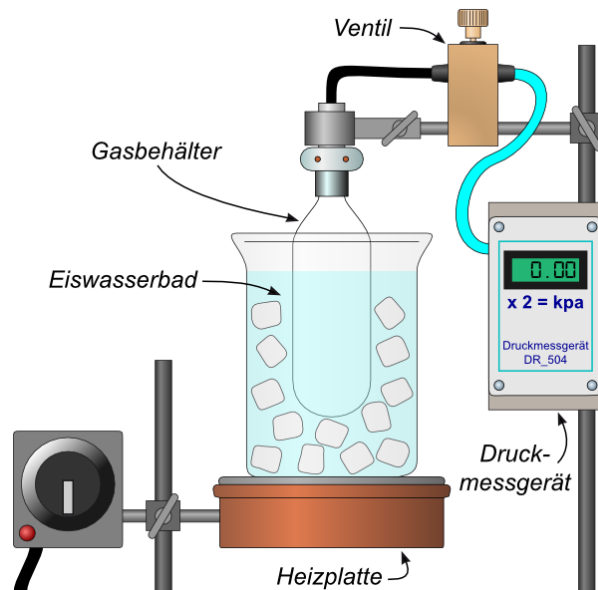


Abbildung 1: Skizze des Gasthermometers [2]

3.2 Spezifische Wärme der Luft

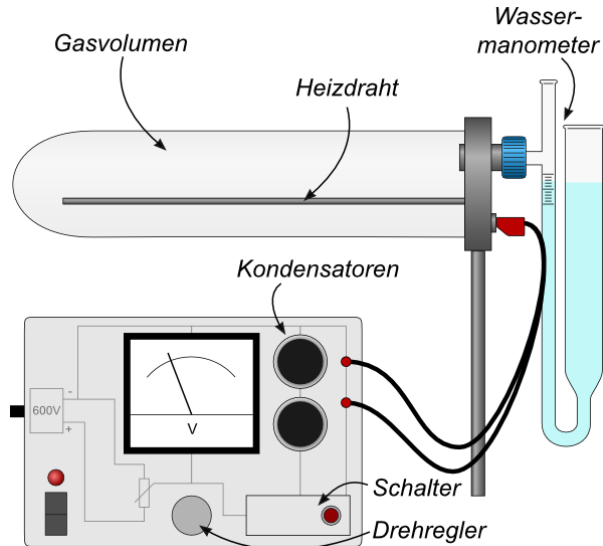


Abbildung 2: schematischer Aufbau, um die spezifische Wärme von Luft zu messen [2]

Zuerst wird der Kondensator mit einer voreingestellten Spannung zwischen 100V und 500V geladen. Diesen entlädt man daraufhin über den Heizdraht, während man parallel den Maximalausschlag des Manometers abliest. Dieser Vorgang wird für mehrere

Spannungen je dreimal wiederholt. Zwischen den Messungen wird der Zylinder belüftet. Zuletzt sollte das Ventil geöffnet zurückgelassen werden. Ferner wird das Volumen des Zylinders gemessen.

4 Auswertung

4.1 Gasthermometer

Die Graphik 3 zeigt den Druck p des Gases gegen die jeweilige Temperatur aufgetragen mit der linearen Regression.

4.1.1 Erwärmung des Gases

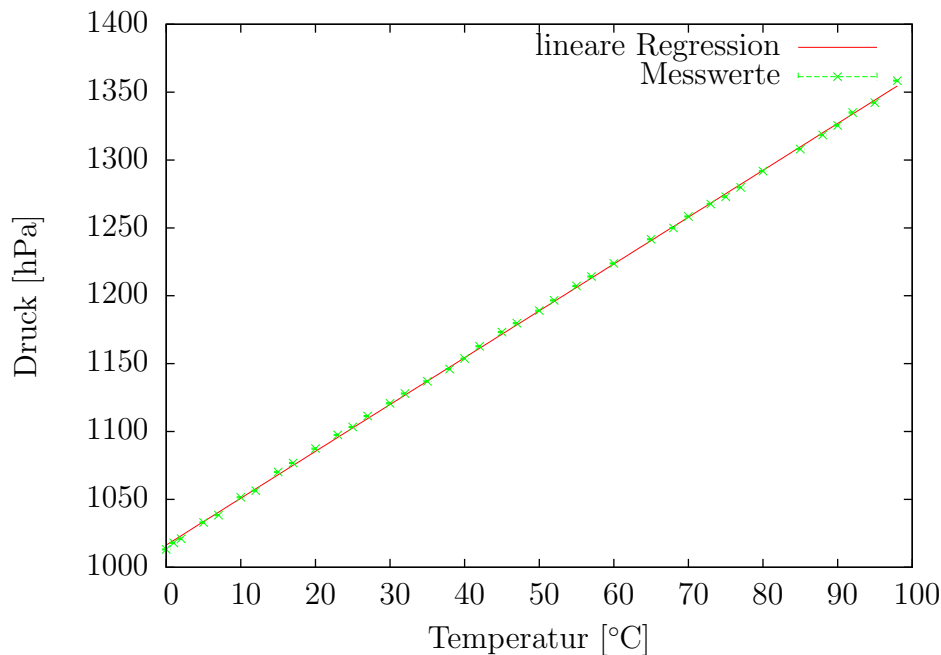


Abbildung 3: lineare Regression der Temperatur gegen den Druck für die Erwärmung

Die von uns aufgenommenen Daten (siehe Anhang) mussten vor dem Verwenden noch umgerechnet werden. Wir mussten den angegebenen Druck verdoppeln und den zu dem Zeitpunkt herrschenden absolut Druck addieren. Anschließend kann die lineare Regression durchgeführt werden. Hierzu wird eine lineare Funktion $y=m \cdot x+b$ gefittet, wobei m die Steigung und b der y -Achsenabschnitt ist. Aus der Graphik 3 ergeben sich die hier

aufgeführten Werte.

$$m = (345.1 \pm 0.9) \text{ Pa}/^\circ\text{C}$$

$$b = (101640 \pm 50) \text{ Pa}$$

Stellt man nun die lineare Gleichung nach x um, so ergibt sich die folgende Gleichung.

$$x = \frac{y - b}{m} \quad (8)$$

In unserem Fall wollen wir die Nullpunktstemperatur für den Druck $p=0$. Dies bedeutet, dass $y=0$ ist. Hierzu muss noch angenommen werden, dass sich das Gas wie ein ideales Gas verhält. Der Fehler für die Temperatur lässt durch eine Gauß'sche Fehlerfortpflanzung berechnen.

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_b^2 \left(\frac{-1}{m}\right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{b}{m^2}\right)^2} \quad (9)$$

Setzt man die Werte aus der linearen Regression ein, so ergibt sich die folgende absolute Nullpunktstemperatur.

$$T = (-294.5 \pm 0.8)^\circ\text{C}$$

4.1.2 Abkühlung des Gases

Die Graphik 4 zeigt, wie oben auch, den Druck p gegen die jeweilige Temperatur aufgetragen mit der linearen Regression. Ebenfalls wie oben, mussten die Daten noch bearbeitet werden. Dies wurde auf die gleiche Art und Weise, wie im Kapitel 4.1.1 gemacht. Hier wird ebenfalls die Nullpunktstemperatur für einen Druck $p=0$ bestimmt. Die Fehlerformel ist die gleiche, wie die Formel (9) von oben. Aus der linearen Regression der Graphik 4 ergeben sich die hier aufgeführten Werte.

$$m = (343 \pm 3) \text{ Pa}/^\circ\text{C} \quad (10)$$

$$b = (101700 \pm 200) \text{ Pa} \quad (11)$$

Setzt man wieder $y=0$, so ergibt sich aus der Formel (8) der folgende Nullpunktstemperaturwert.

$$T = (-297 \pm 3)^\circ\text{C}$$

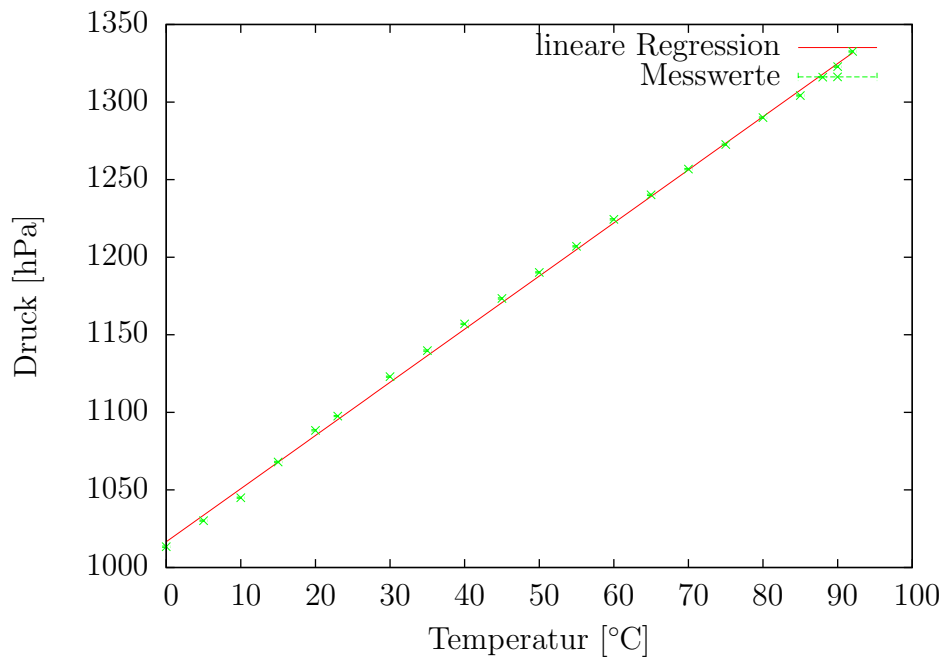


Abbildung 4: lineare Regression der Temperatur gegen den Druck für die Abkühlung

4.1.3 Mittelwert

Aus den beiden Kapiteln 4.1.1 und 4.1.2 kann jetzt der gewichteter Mittelwert gebildet werden. Es ergibt sich ein Wert, wie unten aufgeführt.

$$\bar{T} = (-294.7 \pm 0.8)^{\circ}\text{C}$$

Nimmt man einen Literaturwert von $T = -273.15^{\circ}\text{C}$ an ([?, S. 73]), so ergibt sich zu dem von uns berechneten Wert eine Abweichung von 8%.

4.2 Spezifische Wärme von Luft

4.2.1 Freiheitsgrade der Luft

Zum Berechnen der spezifischen Wärme von Luft c_v bzw. der Freiheitsgrade des Gases, haben wir nach jeder Entladung der Kondensatoren die Steighöhe des Manometers notiert. Diese muss jetzt in einen Druck umgerechnet werden. Hierfür gilt die Formel $\Delta\rho = \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \cdot h \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right)$. Die Werte für $r_1 = 2.0\text{mm}$ und $r_2 = 9.2\text{mm}$ sind aus der Praktikumsanleitung [?, S. 73]. Die zugeführte Energie lässt sich durch die Formel 6 aus der Theorie berechnen. Die Kapazität berechnet sich in unserem Fall aus zwei parallel geschalteten Kondensatoren mit einer Kapazität von je $10\mu\text{F}$, wieder aus

der Praktikumsanleitung. Die Graphik 5 zeigt die Druckänderung von Luft gegen die Kondensatorenergie aufgetragen. Aus der durchgeführten linearen Regression ergibt sich

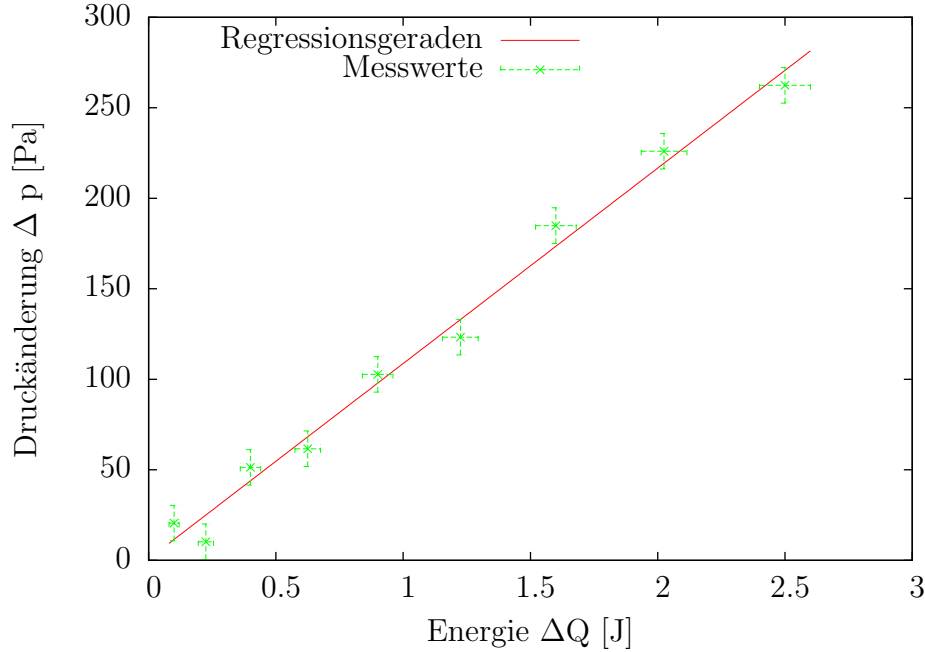


Abbildung 5: Energie des Kondensators aufgetragen gegen die Änderung im Druck

eine Steigung von $m = (108 \pm 5) \frac{\text{J}}{\text{Pa}}$ bei einem reduziertem χ^2 von 1.1. Um die Freiheitsgrade des Gases zu bestimmen, nehmen wir uns die Formel (6) aus der Theorie. Hier wird angenommen, dass $\Delta V = 0$ ist, da das Volumen konstant bleibt. Daraus ergibt sich diese Formel für die Freiheitsgrade f , wenn man $\frac{\Delta Q}{\Delta p} = \frac{1}{m}$ setzt, wo bei m die Steigung der Regressionsgeraden ist.

$$f = \frac{2 \cdot \Delta Q}{V \cdot \Delta p} = \frac{2}{V \cdot m} \quad (12)$$

Das hierbei verwendete Volumen berechneten wir aus den aufgenommenen Maßen des Zylinders, welche $r = (0.044 \pm 0.002)\text{m}$ für den Radius und $h = (0.400 \pm 0.005)\text{m}$ für die Höhe betrugen. Der Fehler ergibt sich aus der Gauß'sche Fehlerfortpflanzung.

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_V^2 \left(\frac{-2}{V^2 \cdot m} \right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{-2}{V \cdot m^2} \right)^2} \quad (13)$$

Hieraus ergeben sich die unten aufgeführten Freiheitsgrade.

$$f = (8 \pm 1)$$

Dies ergibt eine Abweichung von fast 40% zum Literaturwert $f = 5$, da Luft zu 99% aus Stickstoff (N_2) und Sauerstoff (O_2) besteht, welche jeweils 5 Freiheitsgrade haben.

4.2.2 Spezifische Wärme c_v

Aus den oben berechneten Freiheitsgraden der Luft kann man jetzt mit der gleichen Formel (6), wie oben die Spezifische Wärme c_v der Luft berechnen. Es ergibt sich durch umstellen der Formel, die hier aufgeführte Formel.

$$c_v = \frac{f \cdot R}{2} \quad (14)$$

Durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung ergibt sich die Gleichung für den Fehler (unter der Voraussetzung, dass nur f fehlerbehaftet ist).

$$\sigma_{c_v} = \sqrt{\sigma_f^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2} \quad (15)$$

Es ergibt sich ein Wert für die spezifische Wärme von Luft.

$$c_v = (33 \pm 5) \text{ J/molK}$$

Dies ist eine Abweichung von 40% zum Literaturwert von $c_v = 20.7 \text{ J/molK}$ [1, S. 260].

5 Diskussion

5.1 Gasthermometer

Unser Wert für die Nullpunktstemperatur hat eine Abweichung von 8% zum Literaturwert. Diese Abweichung ist ziemlich gering, dennoch liegt der Literaturwert nicht im Fehlerintervall. Als mögliche Fehlerquelle kann man aufführen, dass wir das Manometer nicht ganz richtig bedient haben. Es ist wahrscheinlich, dass wir keinen vollständigen Druckausgleich des Gefäßes mit der Außenluft durchgeführt haben. Wir haben somit nicht den Außendruck bei einer Temperatur von 0°C . Dies sorgt dafür, dass die sich ergebene Gerade einen zu höheren y-Achsenabschnitt hat, als sie sollte und damit die Nullpunktstemperatur niedriger ist, als die des Literaturwertes. Dies können etwa 8hPa gewesen sein, die somit unser Ergebnis verfälscht haben.

5.2 Spezifische Wärme der Luft

Unsere Messung der Freiheitsgrade der Luft weicht um 40% vom Literaturwert ab. Allerdings ist unser Fehlerintervall auch relativ groß, wenn es auch den theoretischen Wert nicht mit einschließt. Im Vergleich zu anderen Arbeiten ist unsere Geradensteigung zu klein (andere haben Werte von ca. $m = 130$). Vermutlich haben wir durch die hohe Geschwindigkeit, mit der abgelesen werden musste, viele fehlerbehaftete Werte notiert. Um dies in zukünftigen Arbeiten zu beheben, wäre es eine Möglichkeit, eine Kamera auf die Skala zu richten und die Messungen aufzunehmen.

6 Anhang

Literatur

- [1] DIETER MESCHEDE (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [2] *Lehrportal der Universität Göttingen, Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer*, <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3643>, abgerufen 23.07.14 11:13 Uhr