Anfängerpraktikum der Fakultät für Physik,
Universität Göttingen

Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer
Protokoll:

Praktikant:	Skrollan Detzler
	Felix Kurtz
E-Mail:	skrollan.detzler@stud.uni-goettingen.de
	felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
Betreuer:	Martin Ochmann
Versuchsdatum:	02.06.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Der erste Teil des Versuches dient der Bestimmung des absoluten Temperatur-Nullpunktes, eine der wichtigsten Naturkonstanten in der Thermodynamik. Dies geschieht mithilfe eines Gasthermometers.
Im zweiten Teil bestimmt man die spezifische Wärme c_V von Luft. Diese gibt an, wie viel Energie pro Kilogramm benötigt wird, um sie um ein Kelvin zu erwärmen.

2 Theorie

2.1 Ideales Gas und Absoluter Temperaturnullpunkt

Um Gase zu beschreiben benutzen wir hier das einfachste Modell, nämlich das des idealen Gases. Dabei geht man von Punktteilchen aus. Für mehratomige Gase wird diese Annahme immer ungenauer.
Die Abhängigkeiten zwischen Druck p, Volumen V und Temperatur T eines idealen Gases wird durch die folgende *universelle Gasgleichung* [1, S.261] beschrieben.

$$p \cdot V = nRT \tag{1}$$

Dabei ist $R \approx 8.314$ Jmol^{-1} K^{-1} die universelle Gaskonstante und n die Stoffmenge in Mol. Hält man neben der Stoffmenge noch V oder p konstant, erhält man folgende Abhängigkeiten (Gesetze von Gay-Lussac [1, S.261]):

$$p(\vartheta) = p_0[1 + \beta\vartheta] \quad , \quad V = \text{const.} \tag{2}$$

$$V(\vartheta) = V_0[1 + \beta\vartheta] \quad , \quad p = \text{const.} \tag{3}$$

Hierbei wird die Temperatur ϑ in Celsius gemessen, sodass p_0 der Druck und V_0 das Volumen bei 0°C ist. Außerdem ist der Faktor $\beta = 1/(273.15°\text{C})$ der Umrechnung zwischen der Kelvin- und der Celsius-Skala geschuldet.
Aus obigen Gesetzmäßigkeiten kann der absolute Nullpunkt abgeleitet werden, der den Ursprung der absoluten Temperaturskala definiert, also $0\ \text{K} = -273.15°\text{C} = -1/\beta$. Bei dieser Temperatur hätte jeder Stoff keine Ausdehnung. Er ist jedoch experimentell nicht zu erreichen und kann per Extrapolation berechnet werden.

2.2 Spezifische Wärme der Luft

Die innere Energie U eines Gases hängt proportional von seiner Temperatur ab [1, S.257].

$$U = \frac{f}{2} nRT \tag{4}$$

Dabei ist f die Anzahl der Freiheitsgrade des Gases. Bei einem idealen Gas sind dies die 3 Raumrichtungen. Mehratomige Gase können noch rotieren, etc. So erhöht sich die

Zahl der Freiheitsgrade entsprechend.

Der *1.Hauptsatz* der Wärmelehre besagt nach [1, S.262f.]

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}W = \mathrm{d}U + p\mathrm{d}V \tag{5}$$

Aus der idealen Gasgleichung folgt mit der Produktregel $R\,\Delta T = p\Delta V + V\Delta p$. Außerdem gilt für ideale Gase $U = c_V nT$ mit der spezifischen Wärme c_V [1, S.263]. Mit diesen Gleichungen sowie dem ersten Hauptsatz kann man nun die Anzahl der Freiheitsgrade bzw. die spezifische Wärme eines Gases berechnen:

$$\begin{aligned}\frac{f}{2} = \frac{c_V}{R} &= \frac{\Delta U}{R\ \Delta T} \\ &= \frac{\Delta Q - p\Delta V}{p\Delta V + V\Delta p}\end{aligned} \tag{6}$$

Die in einem *Kondensator* gespeicherte Energie lässt sich durch Integration von $Q = CU$ nach U berechnen [1, S.329].

$$W = \int_0^U Q\ \mathrm{d}U' = \frac{1}{2}CU^2 \tag{7}$$

3 Durchführung

3.1 Gasthermometer

Bevor man mit dem eigentlichen Versuch beginnt, liest man am Barometer den Umgebungsdruck ab. Dies wird später für die Auswertung benötigt.
Zuerst wird das Ventil des Druckmessgerätes geöffnet, um im Gaskolben Umgebungsdruck herzustellen. Nun wird der Glaskolben durch Eiswasser auf etwa 0° C herunter gekühlt. Das Druckmessgerät sollte ungefähr 0 kPa anzeigen, da es nur Differenzen zum Umgebungsdruck angibt. Danach das Ventil schließen.
Nun wird die Heizplatte angeschaltet und damit das den Glaskolben umgebende Wasser auf bis zu 100° C erhitzt. Dabei misst man in 5° C Schritten den Überdruck im Kolben. Es ist also immer auf das Thermometer zu achten. Außerdem muss das Wasser ständig umgerührt werden, um eine möglichst homogene Temperatur sicherzustellen. Ferner sollte man bei hohen Temperaturen aufpassen, dass man sich nicht verbrüht. Dann wird die Platte abgeschaltet, das Gefäß von dieser herunterbewegt und das Wasser mit Eis heruntergekühlt. Dabei muss auf die Menge geachtet werden, da man auch beim Abkühlen den Druck in Abhängigkeit von der Temperatur messen soll. Deshalb ist auch das Umrühren unerlässlich. Des weiteren muss dafür gesorgt werden, dass das überlaufende Wasser aufgefangen wird.

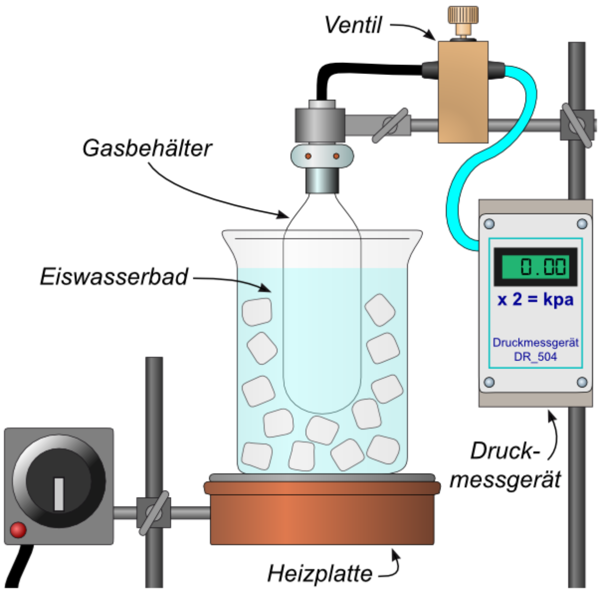

Abbildung 1: Skizze des Gasthermometers [2]

3.2 Spezifische Wärme der Luft

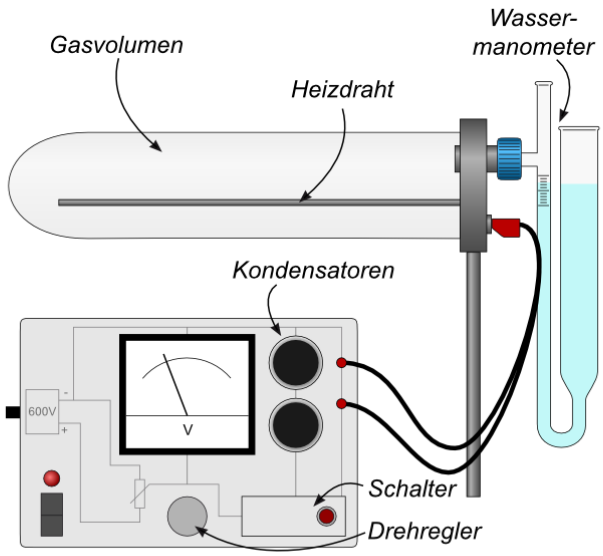

Abbildung 2: schematischer Aufbau, um die spezifische Wärme von Luft zu messen [2]

Zuerst wird der Kondensator mit einer voreingestellten Spannung zwischen 100V und 500V geladen. Diesen entlädt man daraufhin über den Heizdraht, während man parallel den Maximalausschlag des Manometers abliest. Dieser Vorgang wird für mehrere

Spannungen je dreimal wiederholt. Zwischen den Messungen wird der Zylinder belüftet. Zuletzt sollte das Ventil geöffnet zurückgelassen werden.
Ferner wird das Volumen des Zylinders gemessen.

4 Auswertung

Aufgrund von Missverständnissen, etc. zwischen den beiden Praktikanten, werden hier nun - wie mit dem Betreuer abgesprochen - die Messdaten von Kevin Lüdemann und Michael Lohmann verwendet. Diese befinden sich unter dem Abschnitt 6.

4.1 Gasthermometer

Die Abbildungen 3 und 4 zeigen den Druck p im Kolben in Abhängigkeit von der Temperatur - separat für Erwärmen und Abkühlen. Da das Druckmessgerät nur Überdruck misst, muss der Umgebungsdruck addiert werden. Außerdem steht auf dem Gerät, dass der angezeigte Wert verdoppelt werden muss, um den Überdruck in kPa zu erhalten.

Die Gleichung (2) besagt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen den beiden aufgetragenen Größen besteht: $p(\vartheta) = m\vartheta + b$. Der y-Achsenabschnitt b ist der Umgebungsdruck p_0, die Steigung m der Geraden das Produkt $p_0\beta$. Für den Absoluten Nullpunkt ϑ_0 ergibt sich also diese Formel und der zugehörige Fehler aus der Fehlerfortpflanzung

$$\vartheta_0 = -1/\beta = -\frac{b}{m} \tag{8}$$

$$\sigma_{\vartheta_0} = \sqrt{\sigma_{\mathrm{b}}^2 \left(\frac{-1}{\mathrm{m}}\right)^2 + \sigma_{\mathrm{m}}^2 \left(\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{m}^2}\right)^2} \tag{9}$$

4.1.1 Erwärmen

Die lineare Regression dieser Daten ergibt diese Werte für m und b:

$$\mathrm{m} = (345.1 \pm 0.9)\mathrm{Pa}/°\mathrm{C}$$
$$\mathrm{b} = (101640 \pm 50)\mathrm{Pa}$$

Setzt man diese Werte in die obigen Formeln zur Bestimmung des absoluten Nullpunkts (8) und (9) ein, ergibt sich:

$$\boxed{\vartheta_0 = (-294.5 \pm 0.8)°\mathrm{C}}$$

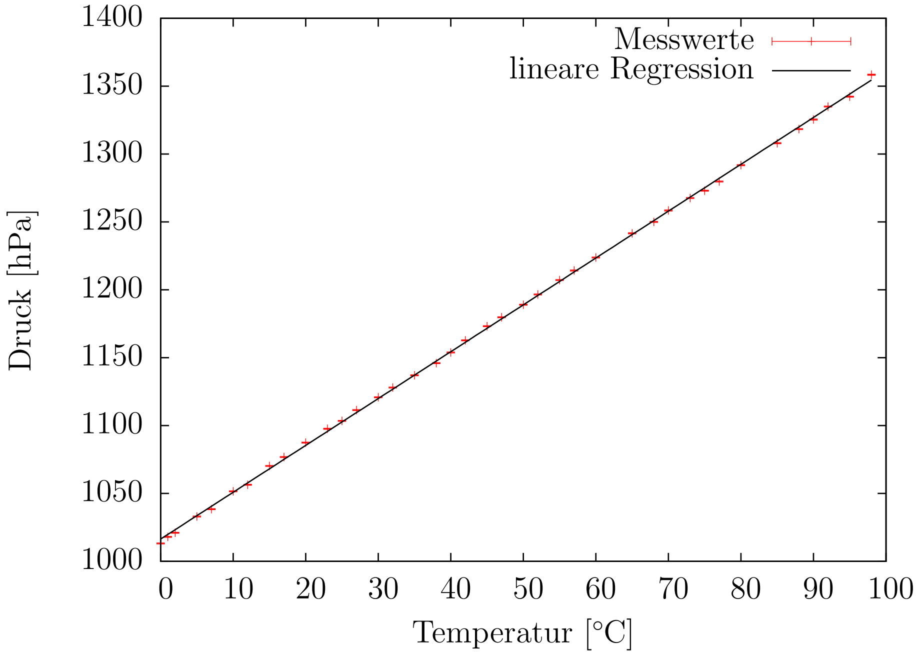

Abbildung 3: Erwärmen: Druck als Funktion der Temperatur

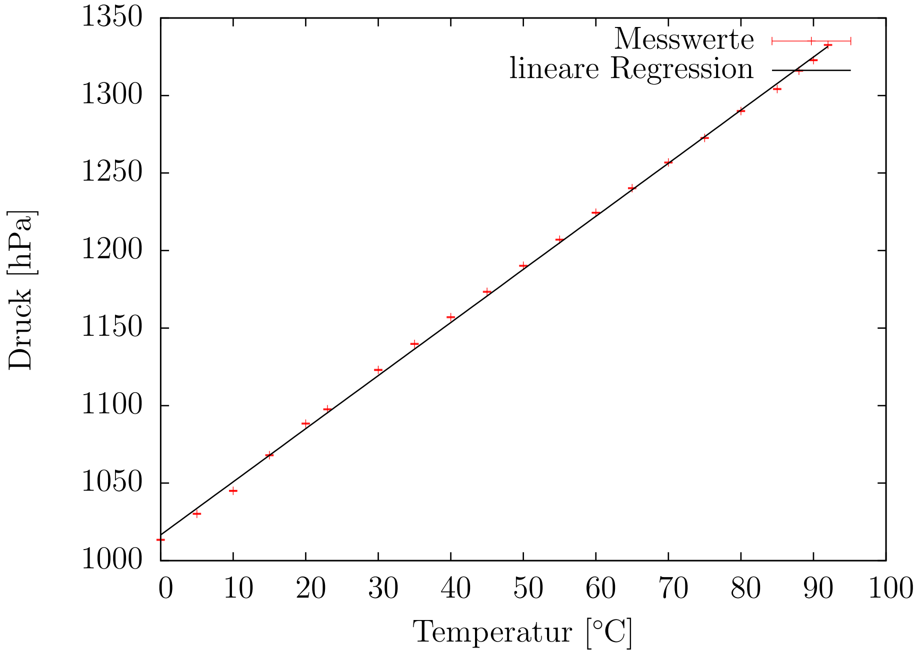

Abbildung 4: Abkühlen: Druck als Funktion der Temperatur

4.1.2 Abkühlen

Aus der linearen Regression ergibt sich:

$$\mathrm{m} = (343 \pm 3)\mathrm{Pa/°C} \tag{10}$$
$$\mathrm{b} = (101700 \pm 200)\mathrm{Pa} \tag{11}$$

Der daraus - wie zuvor - berechnete Nullpunkt liegt bei

$$\boxed{\vartheta_0 = (-297 \pm 3)°\mathrm{C}}$$

4.1.3 Mittelwert

Aus Erwärmen und Abkühlen kann jetzt der gewichteter Mittelwert gebildet werden. Es ergibt sich:

$$\boxed{\overline{\vartheta_0} = (-294.7 \pm 0.8)°\mathrm{C}}$$

Dies ist eine Abweichung von 8% zum Literaturwert von $\vartheta_0 = -273.15°\mathrm{C}$.

4.2 Spezifische Wärme von Luft

4.2.1 Druck in Abhängigkeit der zugeführten Energie

Die vom Kondensator über den Heizdraht an die Luft im Kolben abgegebene Energie ΔQ berechnet sich aus (7). Um den Druckunterschied Δp aus der Steighöhe zu bestimmen, wird folgende Formel benutzt:

$$\Delta p = \rho_{\mathrm{H_2O}} \cdot g \cdot h \left(1 + \frac{r_1^2}{r_2^2}\right).$$

Dabei sind $r_1 = 2.0$mm und $r_2 = 9.2$mm die Radien der Schenkel des Manometers. Die Werte entstammen der Praktikumsanleitung. Ferner wird mit einer Wasserdichte $\rho_{\mathrm{H_2O}}$ von 1.0 g/cm^3 gerechnet.
In der nachfolgenden Abbildung 5 ist Δp in Abhängigkeit von ΔQ aufgetragen.

4.2.2 Freiheitsgrade von Luft

Da wir hier die Manometeränderung vernachlässigen ($\Delta V = 0$), kann das Gasvolumen als konstant angesehen werden. Damit vereinfacht sich Formel (6) zur Bestimmung der Freiheitsgrade:

$$f = \frac{2 \cdot \Delta Q}{V \cdot \Delta p} = \mathrm{const.} \tag{12}$$

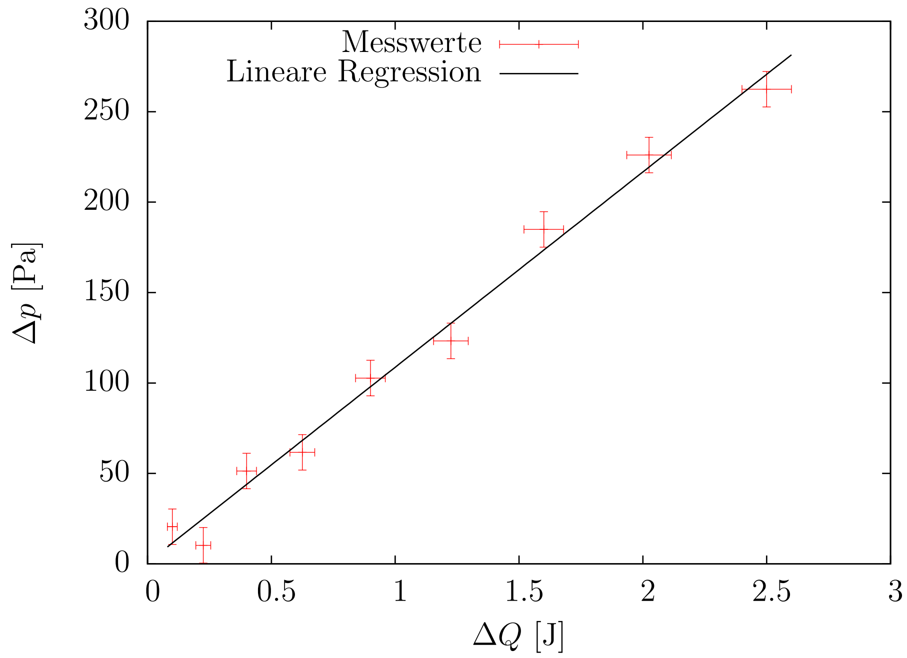

Abbildung 5: Druckänderung als Funktion der Energie des Kondensators

Es sollte sich also ein proportionaler Zusammenhang zwischen ΔQ und Δp in Abb.5 ergeben. Aus der durchgeführten linearen Regression ergibt sich eine Geradensteigung von $m = (108 \pm 5)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Pa}}$ bei einem reduziertem χ^2 von 1.1.
==
Um die Freiheitsgrade des Gases zu bestimmen, nehmen wir uns die Formel (6) aus der Theorie. Hier wird angenommen, dass $\Delta V = 0$ ist, da das Volumen konstant bleibt. Daraus ergibt sich diese Formel für die Freiheitsgrade f, wenn man $\frac{\Delta Q}{\Delta p} = \frac{1}{m}$ setzt, wo bei m die Steigung der Regressionsgeraden ist.
Das hierbei verwendete Volumen berechneten wir aus den aufgenommenen Maßen des Zylinders, welche $r = (0.044 \pm 0.002)$m für den Radius und $h = (0.400 \pm 0.005)$m für die Höhe betrugen. Der Fehler ergibt sich aus der Gauß'sche Fehlerfortpflanzung.

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_V^2 \left(\frac{-2}{V^2 \cdot m}\right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{-2}{V \cdot m^2}\right)^2} \tag{13}$$

Hierraus ergeben sich die unten aufgeführten Freiheitsgrade.

$$\boxed{f = (8 \pm 1)}$$

Dies ergibt eine Abweichung von fast 40% zum Literaturwert $f = 5$, da Luft zu 99% aus Stickstoff (N_2) und Sauerstoff (O_2) besteht, welche jeweils 5 Freiheitsgrade haben.

4.2.3 Spezifische Wärme c_v

Aus den oben berechneten Freiheitsgraden der Luft kann man jetzt mit der gleichen Formel (6) , wie oben die Spezifische Wärme c_v der Luft berechnen. Es ergibt sich durch umstellen der Formel, die hier aufgeführte Formel.

$$c_v = \frac{f \cdot R}{2} \tag{14}$$

Durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung ergibt sich die Gleichung für den Fehler (unter der Voraussetzung, dass nur f fehlerbehaftet ist).

$$\sigma_{c_v} = \sqrt{\sigma_f^2 \left(\frac{R}{2}\right)^2} \tag{15}$$

Es ergibt sich ein Wert für die spezifische Wärme von Luft.

$$\boxed{c_v = (33 \pm 5)\mathrm{J/molK}}$$

Dies ist eine Abweichung von 40% zum Literaturwert von $c_v = 20.7\mathrm{J/molK}$ [1, S. 260].

5 Diskussion

5.1 Gasthermometer

Unser Wert für die Nullpunktstemperatur hat eine Abweichung von 8% zum Literaturwert. Diese Abweichung ist ziemlich gering, dennoch liegt der Literaturwert nicht im Fehlerintervall. Als mögliche Fehlerquelle kann man aufführen, dass wir das Manometer nicht ganz richtig bedient haben. Es ist wahrscheinlich, dass wir keinen vollständigen Druckausgleich des Gefäßes mit der Außenluft duchgeführt haben. Wir haben somit nicht den Außendruck bei einer Temperatur von 0°C. Dies sorgt dafür, dass die sich ergebene Grade einen zu höheren y-Achsenabschnitt hat, als sie sollte und damit die Nullpunktstemperatur niedrieger ist, als die des Literaturwertes. Dies können etwa 8hPa gewesen sein, die somit unser Ergebnis verfälscht haben.

5.2 Spezifische Wärme der Luft

Unsere Messung der Freiheitsgrade der Luft weicht um 40% vom Literaturwert ab. Allerdings ist unser Fehlerintervall auch relativ groß, wenn es auch den theoretischen Wert nicht mit einschließt. Im Vergleich zu anderen Arbeiten ist unsere Geradensteigung zu klein (andere haben Werte von ca. $m = 130$). Vermutlich haben wir durch die hohe Geschwindigkeit, mit der abgelesen werden musste, viele fehlerbehaftete Werte notiert. Um dies in zukünftigen Arbeiten zu beheben, wäre es eine Möglichkeit, eine Kamera auf die Skala zu richten und die Messungen aufzunehmen.

6 Messwerte

6.1 Gasthermometer

Temperatur [°C] $\sigma = 0.5$°C	Überdruck (x2=kPa) $\sigma = 0.03$ kPa	Temperatur [°C] $\sigma = 0.5$°C	Überdruck (x2=kPa) $\sigma = 0.03$ kPa
0	-0.04	47	8.29
1	0.2	50	8.75
2	0.35	52	9.13
5	0.95	55	9.66
7	1.22	57	10.01
10	1.88	60	10.49
12	2.12	65	11.38
15	2.81	68	11.8
17	3.14	70	12.22
20	3.67	73	12.68
23	4.18	75	12.95
25	4.47	77	13.29
27	4.87	80	13.89
30	5.34	85	14.7
32	5.7	88	15.22
35	6.15	90	15.57
38	6.6	92	16.05
40	6.99	95	16.41
42	7.44	98	17.22
45	7.96		

Tabelle 1: Erwärmen bei einem Umgebungsdruck von 1014.0 ± 0.1 hPa

6.2 Spezifische Wärme der Luft

Die verwendeten Kondensatoren haben eine Kapazität von 10 µF und sind parallel geschaltet. Es ergibt sich also eine Gsamtkapazität $C = 20$ µF.

Literatur

[1] Dieter Meschede (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York

[2] *Lehrportal der Universität Göttingen, Spezifische Wärme der Luft und Gasthermometer*, http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3643, abgerufen 23.07.14 11:13 Uhr

Temperatur [°C] $\sigma = 0.5$°C	Überdruck (x2=kPa) $\sigma = 0.03$ kPa	Temperatur [°C] $\sigma = 0.5$°C	Überdruck (x2=kPa) $\sigma = 0.03$ kPa
92	15.93	45	7.97
90	15.44	40	7.15
88	15.1	35	6.29
85	14.51	30	5.45
80	13.8	23	4.18
75	12.93	20	3.72
70	12.14	15	2.7
65	11.31	10	1.55
60	10.52	5	0.81
55	9.65	0	-0.03
50	8.81		

Tabelle 2: Abkühlen bei einem Umgebungsdruck von 1014.0 ± 0.1 hPa

U [V] $\sigma_U = 10$ V	h [mm] $\sigma_h = 0.1$ mm
100	2
150	1
200	5
250	6
300	10
350	12
400	18
450	22
500	26
500	25

Tabelle 3: Steighöhe in Abhängigkeit der am Kondensator angelegten Spannung