

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Adiabatenexponent
Protokoll:

Praktikant: Felix Kurtz
Kevin Lüdemann
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
kevin.luedemann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Martin Ochmann
Versuchsdatum: 16.06.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Ideales Gas	3
2.2	Zustandsänderung in Gasen	3
2.3	Freiheitsgrade	3
2.4	Adiabatexponent aus Versuchsaufbau	4
2.4.1	Nach Rüchardt	4
2.4.2	Nach Clement-Desormes	5
3	Durchführung	6
3.1	Adiabatexponent nach Rüchardt	6
3.2	Adiabatexponent nach Clement-Desormes	7
4	Auswertung	8
4.1	Rüchardt	8
4.2	Clement-Desormes	10
4.3	Mittelwert für κ_{Luft} aus beiden Messungen	10
5	Diskussion	10
5.1	Rüchardt	10
5.2	Clement-Desormes	11
5.3	Mittelwert für κ_{Luft} aus beiden Messungen	11
6	Anhang	11
	Literatur	11

1 Einleitung

Der Adiabatenexponent ist ein Ausdruck, der durch die Anzahl der Freiheitsgrade eines Gases bestimmt wird. Alternativ kann dieser auch über die spezifische Wärme eines Gases, welche eine Konstante ist, ermittelt werden. Wir wollen in diesem Versuch auf zwei verschiedene Arten diesen Adiabatenexponenten κ bestimmen. Der erste Versuchsaufbau ist der Aufbau nach Rüchardt und der zweite ist nach Clement-Desormes.

2 Theorie

2.1 Ideales Gas

Als Ideales Gas wird ein Gas bezeichnet, dass als einatomig angesehen wird. Zum Vereinfachen der Rechnungen wird die Annahme gemacht, dass dieses Gas nur von Punktteilchen gefüllt ist. Dies vereinfacht die Darstellung von Gesetzen und ermöglicht es die Ideale Gasgleichung auf zu stellen, dessen Produkt von Druck und Volumen nur von der Zahl der Teilchen und deren Temperatur abhängig ist.

$$pV = Nk_B T = nRT \quad (1)$$

Hierbei ist die Anzahl der Teilchen N und die Boltzmannkonstante k_B zusammengefasst zu $R = N_A k_B$, wobei N_A die Avogadrokonstante ist und n die Stoffmenge. [Mes10, S. 261]

2.2 Zustandsänderung in Gasen

Die Ideale Gasgleichung (1) gilt für ein ideales Gas immer, dennoch kann es sich bei verschiedenen Zustandsänderungen verschieden verhalten. Bleibt z.B. der Druck p konstant, so ist das Volumen V proportional zur Temperatur T ($V \propto T$). Diese Zustandsänderung wird als isobar bezeichnet. Bleibt hingegen das Volumen konstant, so spricht man von einer isochoren Zustandsänderung ($p \propto T$). Die hier interessantere Änderung ist aber die adiabatische Änderung. Hierbei bleibt die Energie konstant und es ändern sich Druck und Volumen, doch das Verhältnis $p \cdot V^\kappa = \text{const}$ zwischen den beiden bleibt gleich und ist nur von der Konstanten κ beeinflussbar. Dies ist im allgemeinen sehr schwierig zu realisieren, doch es gibt mittlerweile recht gute Isolierungen, oder der Prozess, der adiabatisch ablaufen soll, wird sehr schnell ausgeführt.

2.3 Freiheitsgrade

Die Spezifische Wärme eines Gases ist eine Konstante und aus dieser lässt sich mithilfe der Freiheitsgrade und der Konstanten R , wie oben beschrieben, die Konstante κ erstellen.

Die Zusammenhänge ergeben sich aus diesen beiden Formel [Mes10, S. 262]

$$c_v = \frac{f}{2} R \quad (2)$$

$$c_p = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) R \quad (3)$$

Teilt man jetzt c_p durch c_v , so erhält man den Adiabatenexponenten κ , welcher durch Konstanten festgelegt ist.

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f + 2}{f} \quad (4)$$

Die Freiheitsgrade ergeben sich aus den Bewegungsmöglichkeiten des Punktes. Diese beginnen bei 3 der x-y-z Bewegung für den einfachen Punkt und werden um die Schwingungsmöglichkeiten mehrerer Punkte erweitert.

Betrachtet man Atome als Punktteilchen, so ist bekannt, dass die drei verwendeten Gase CO₂ (3 Atomig), Argon (1 atomig) und Luft, welches zu 75% aus Stickstoff (2 atomig) besteht und darüber approximiert wird, die in Tabelle 1 aufgeführten und die sich daraus ergebenden κ Werte besitzen.

	CO ₂	Argon	Luft
Freiheitsgrade f	7	3	5
κ	1.29	1.67	1.4

Tabelle 1: Freiheitsgrade und κ Werte der einzelnen verwendeten Gase

2.4 Adiabatenexponent aus Versuchsaufbau

2.4.1 Nach Rüchardt

Bei dem Versuchsaufbau nach Rüchardt wird ein kleiner Körper in schwingung versetzt und die Periodendauer gemessen. Aus der Periodendauer T kann anschließend der Adiabatenexponent κ bestimmt werden, siehe auch Versuchsaufbau in Kapitel 3.1.

Der Körper hat eine Masse m, das Rohr eine Querschnittsfläche von A, das Gas den Druck p und es herrsche der Luftdruck a, so ergibt sich für die Gleichgewichtslage des Körpers die unten aufgeführte Gleichung nach den Newton Gesetzen.

$$mg + a \cdot A = p \cdot A \quad (5)$$

$$\Rightarrow p = a + \frac{mg}{A} \quad (6)$$

Bewegt sich jetzt der Körper in einer Schwingung um die Strecke Δx um die Gleichgewichtslage, so lässt sich die folgende Gleichung für die Bewegung des Körpers aus der

allgemeinen Schwingungsgleichung auf stellen.

$$m\ddot{x} = A \cdot dp \quad (7)$$

Dadurch, dass der Prozess adiabatisch erfolgt, gilt $pV^\kappa = \text{const}$ und es lässt sich nach Differentiation von V und verwenden der Differenziale dp und dV die folgende Gleichung aufstellen.

$$dp = -\kappa p \frac{dV}{V} = -\kappa \frac{pA\Delta x}{V} \quad (8)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} = -\kappa \frac{pA^2\Delta x}{V} \quad (9)$$

Aus dieser Gleichung folgt jetzt direkt die Gleichung für die Periodendauer T aus der Frequenz ω , die sich durch umstellen der Gleichung nach $m\ddot{x} + \omega^2\Delta x = \ddot{x} + \frac{\kappa pA^2}{mV}\Delta x$ aus dem Wissen über Schwingungsgleichungen ergibt ergibt.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa pA^2}} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \kappa = \frac{4\pi^2 m_{\text{eff}} V}{A^2 p T^2} \quad (11)$$

Durch umstellen ergibt sich die Formel für κ . Hierbei wird die effektive Masse m_{eff} verwendet, die auch die Masse des bewegten Gases m_L mit einberechnet.

$$m_{\text{eff}} = m + m_L \quad (12)$$

2.4.2 Nach Clement-Desormes

Aus dem Versuchsaufbau 3.2 kann man die 4 Zustände Ablesen. Zu Beginn herrscht das normale Volumen V_0 des Zylinders mit der Raumtemperatur T_0 und dem Druck p_0 , welcher der Raumdruck b ist. Nach dem Erzeugen des Überdrucks Δp_1 und dem Temperaturengleich herrscht im Zustand 1 der Druck $p = b + \Delta p_1$. Durch das Öffnen des Entlastungsventils sinkt der Druck und somit auch die Temperatur in Zustand 2 adiabatisch. Durch den nun folgenden Druckausgleich kommen wir wieder auf das Volumen V_0 in Zustand 3. Nach dem letzten Temperaturengleich erhalten wir im Zustand 4 eine Druckänderung um Δp_2 .

Zustand 1: $V=V_0$, $p=b+\Delta p_1$, $T=T_0$

Zustand 2: $V=V_0 + \Delta V$, $p = b$, $T=T_0 - \Delta T$

Zustand 3: $V=V_0$, $p=b$, $T=T_0 - \Delta T$

Zustand 4: $V=V_0$, $p=b+\Delta p_2$, $T=T_0$

Da der Prozess von 1 nach 2 adiabtisch abläuft, können wir die Poisson-Gleichung anwenden. [Dem08, S. 319]

$$(b + \Delta p_1)V_0^\kappa = b(V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (13)$$

$$(T_0 - \Delta T)(V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} = T_0 \cdot v_0^{\kappa-1} \quad (14)$$

Nimmt man jetzt an, dass $\Delta V \ll V_0$, so ergibt sich die unten aufgeführte Gleichung.

$$(V_0 + \Delta V)^\kappa = V_0^\kappa \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\kappa \approx V_0^\kappa + \kappa V_0^{\kappa-1} \cdot \Delta V \quad (15)$$

So lassen sich jetzt auch die Gleichungen (13) und (14) wie unten angegeben umformen.

$$\frac{\Delta p_1}{b} = \kappa \frac{\Delta V}{V_0} \quad (16)$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = (\kappa - 1) \frac{\Delta V}{V_0} \quad (17)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{\Delta p_1}{b} \quad (18)$$

Durch den Umstand, dass Zustand 3 in 4 isochor übergeht, können wir beide mit der Ideal-Gasgleichung verknüpfen.

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0} \quad (19)$$

Durch einsetzen von (18) und umstellen nach κ erhält man die Form, wie sie unten gezeigt ist.

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} \quad (20)$$

3 Durchführung

3.1 Adiabatenexponent nach Rüchardt

Der Versuch besteht aus einer Glaskugel, die nach oben hin eine lange dünne Zylindrische Öffnung hat. Der Aufbau ist in der Graphik 1 zu sehen. Zum Einlassen des Gases existiert eine Zuleitung, welche über eine Druckkopplungsventil mit drei verschiedenen Gasquellen an der Wand verbunden werden kann. Am langen Rohr oberhalb der Kugel ist eine Lichtschranke befestigt und es gibt einen kleinen Schlitz unterhalb der Lichtschranke, um das Gas entweichen lassen zu können. Im Rohr ist ein ebenfalls Zylindrischer Körper, der eng mit der Glaswand des Rohres abschließt, so dass fast kein Gas

¹Quelle: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3639> 29.08.2014 20:08 Uhr

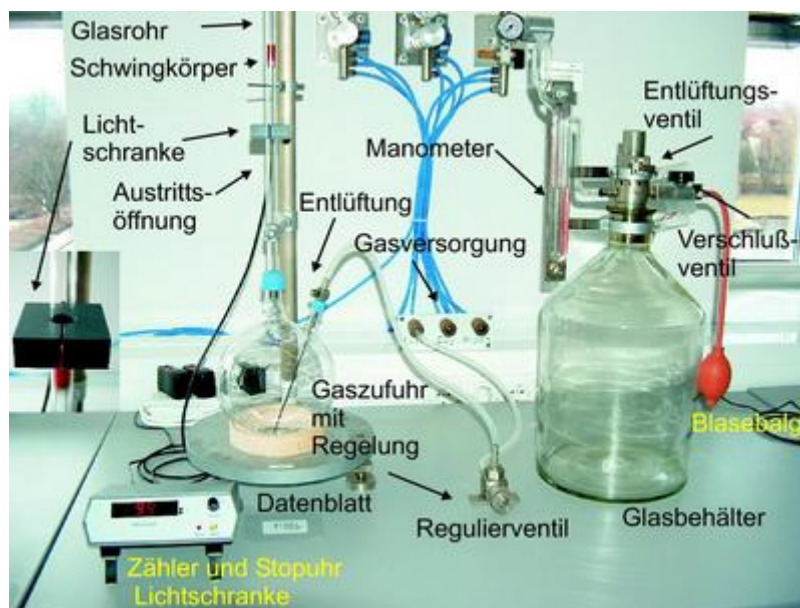


Abbildung 1: Bild der beiden Versuchsaufbauten¹

vorbei kommt. Es ist sich mit der ausliegenden Bedienungsanleitung der Lichtschranke vertraut zu machen.

Bevor der Versuch gestartet werden kann, muss die Zuleitung mit einem der drei Gasquellen verbunden werden und das Regulierungsventil geöffnet werden. Damit die Kugel nur noch mit dem gewünschten Gas gefüllt ist, muss die Kugel vor Beginn des Versuches mindestens 3 Minuten mit dem Gas durchgespült werden. Hierzu wird das Regulierungsventil und das Entlüftungsventil aufgedreht.

Ist dieser Vorgang abgeschlossen, so wird das Entlüftungsventil wieder geschlossen und anschließend das Regulierungsventil so eingestellt, dass sich der kleine Zylindrische Körper in einer gleichmäßigen Schwingung um die Lichtschranke befindet. Es werden jetzt, ohne die Gasregulierung stark zu ändern Messungen von 10 mal einer Schwingung und jeweils 3 mal von 10, 20, 50 und 100 Schwingungen durchgeführt. Hierzu muss nur die Lichtschranke bedient zu werden. Dies wird jetzt für die Gase Luft, CO₂ und Argon durchgeführt. Man beginnt jeweils wieder mit dem Durchspülen der Kugel. Es ist schließlich noch nötig die Masse des kleinen Körpers, der Rohrrinnendurchmesser und das Volumen von Kolben und Rohr zu notieren. Diese Angaben sind auf dem Aufbau vermerkt.

3.2 Adiabatenexponent nach Clement-Desormes

Der Versuchsaufbau ist ebenfalls in der Graphik 1 von oben zu sehen. Dieser Aufbau besteht aus einem großen Glaszylinder und einem Manometer. Zu dem gibt es noch ein Entlüftungs- und Verschlussventil und einen Blasebalg zum Erzeugen des Drucks.

Zu Beginn des Versuches und jeder Messung ist das Verschlussventil zu öffnen und mit dem Blasebalg ein höherer Druck zu erzeugen. Ist der gewünschte Druck erreicht, so verschließt man das Verschlussventil und führe einen Temperatúrausgleich durch. Für diesen, wird eine Weile lang gewartet, bis sich die Temperatur im Zylinder mit der der Umwelt ausgeglichen hat. Anschließend notiert man sich die Höhendifferenz auf dem Manometer.

Es werden jetzt je 3 Messungen für verschiedene Öffnungszeiten des Entlüftungsventils gemacht. Hierzu wird dieses für ca. 0.1s, 1s und 5s jeh geöffnet. Nach dem kurzen Öffnen und Schließen ist wieder ein Temperatúrausgleich durch zu führen. Danach wird dann wieder die Höhendifferenz aufgeschrieben. Es wird wieder, wie oben geschrieben, der Druck erhöht und mit der Messreihe fortgefahren, bis alle 3 Messungen jeder Öffnungszeit durchgeführt sind. Wichtig ist hierbei stets den Temperatúrausgleich zu machen und vor jeder neuen Messung neuen Druck auf zu bauen.

4 Auswertung

4.1 Rüchardt

In Tabelle 2 sind die Werte angegeben, die sich auf der Apparatur befanden und diese kennzeichnen: Masse des Schwingkörpers sowie Durchmesser des Rohres und Volumen der Glaskugel. Außerdem haben wir noch den Luftdruck im Raum gemessen. Des Weiteren nehmen wir die in der Tabelle angegebenen Werte für die Dichte von Luft und die Erdbeschleunigung an. In Tabelle 3 sind die gemessenen Amplituden des Schwingkörpers

Größe	Wert
Masse	$m = 8.432 \text{ g}$
Durchmesser	$d = 11.93 \text{ mm}$
Volumen	$V = 2225 \text{ cm}^3$
Luftdruck	$b = (1015.7 \pm 0.1) \text{ hPa}$
Dichte von Luft	$\rho_L = 1.2 \text{ kg/m}^3$
Erdbeschleunigung	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Tabelle 2: Den Aufbau kennzeichnende Werte und Konstanten

für die verschiedenen Gase zu finden.

Mit folgenden Formeln kann man nun über die Masse, welche effektiv schwingt, und den daraus resultierenden Druck κ berechnen. Zur Masse wird noch die Masse der schwingenden Luftsäule addiert.

$$m_{\text{eff}} = m + \rho_L \cdot A \cdot l \quad (21)$$

$$\sigma_{m_{\text{eff}}} = \rho_L \cdot A \cdot \sigma_l \quad (22)$$

Gas	Amplitude l [cm]
CO ₂	19.5 ± 0.5
Argon	12.5 ± 0.5
Luft	17.5 ± 0.5

Tabelle 3: gemessene Amplitude für die drei verschiedenen Gase

Dabei ist $A = \pi \frac{d^2}{4}$ mit dem Rohrdurchmesser d .

Für den resultierenden Druck muss zum Umgebungsdruck noch der von der effektiven Masse erzeugte Druck addiert werden.

$$p = b + m_{\text{eff}} \cdot \frac{g}{A} \quad (23)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_{m_{\text{eff}}}^2 \cdot \left(\frac{g}{A}\right)^2} \quad (24)$$

$$= \sqrt{\sigma_b^2 + (\rho_L \cdot g)^2 \cdot \sigma_l^2} \quad (25)$$

In der Tabelle 4 findet man die effektiven Massen und Drücke für die verschiedenen Gase, die nach obigen Formeln berechnet wurde.

Gas	m_{eff} [g]	p [hPa]
CO ₂	8.4582 ± 0.0007	1023.12 ± 0.10
Argon	8.4488 ± 0.0007	1023.11 ± 0.10
Luft	8.4555 ± 0.0007	1023.12 ± 0.10

Tabelle 4: Effektive Massen und daraus resultierende Drücke

Mit diesen Werten kann nun nach Formel (13) κ berechnet werden. Aus den angenommenen Fehlern σ_p , $\sigma_{m_{\text{eff}}}$ und σ_T folgt mit der Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_\kappa = \frac{64 V}{T^3 d^4 p^2} \cdot \sqrt{(T m_{\text{eff}})^2 \cdot \sigma_p^2 + (T p)^2 \cdot \sigma_{m_{\text{eff}}}^2 + (2 m_{\text{eff}} p)^2 \cdot \sigma_T^2} \quad (26)$$

Und aus κ folgt die Anzahl der Freiheitsgrade f , indem (4) nach f umgestellt wird.

$$f = \frac{2}{\kappa - 1} \quad (27)$$

$$\sigma_f = \frac{2 \cdot \sigma_\kappa}{(\kappa - 1)^2} \quad (28)$$

Die Endresultate κ und f , die mit dieser Messmethode gewonnen wurden, befinden sich in Tabelle 5. Dabei sind dies schon die gewichteten Mittelwerte aus den Messungen bei verschiedenen Schwingungsdauern. In Tabelle 7 findet man die gewichteten Mittelwerte für jede Schwingungsanzahl als Zwischenergebnisse.

Gas	κ	f
CO ₂	1.3037 ± 0.0005	6.585 ± 0.011
Argon	1.5944 ± 0.0010	3.365 ± 0.006
Luft	1.4051 ± 0.0008	4.937 ± 0.009

Tabelle 5: κ -Werte und zugehörige Freiheitsgrade der 3 Gase

4.2 Clement-Desormes

Die Druckdifferenzen Δp in (20) sind proportional zu den Höhendifferenzen des Manometers Δh . So wird folgende Formel und die zugehörige Fehlerformel verwendet, um κ zu berechnen.

$$\kappa = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \quad (29)$$

$$\sigma_\kappa = \frac{1}{(\Delta h_1 - \Delta h_2)^2} \cdot \sqrt{\Delta h_1^2 \cdot \sigma_{\Delta h_2}^2 + \Delta h_2^2 \cdot \sigma_{\Delta h_1}^2} \quad (30)$$

Die gewichteten Mittelwerte für κ der drei Messungen, die bei den unterschiedlichen Öffnungszeiten gemacht wurden, findet man in Tabelle 6 wieder.

Öffnungszeit [s]	κ
0.1	1.205 ± 0.022
1.0	1.227 ± 0.022
5.0	1.177 ± 0.018

Tabelle 6: gewichtete Mittelwerte von κ für die verschiedenen Öffnungszeiten

4.3 Mittelwert für κ_{Luft} aus beiden Messungen

Betrachtet man beide Messungen, um κ von Luft genauer zu bestimmen, ergibt sich folgender gewichteter Mittelwert

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1.4042 \pm 0.0008 \quad (31)$$

5 Diskussion

5.1 Rüchardt

Vergleicht man die Literaturwerte für die Freiheitsgrade und den Adiabatenexponent κ der drei verschiedenen Gase aus Tabelle 1 mit den Messergebnissen aus Tab. 5, fällt auf,

dass die Messung sehr genau war und gute Resultate liefert. So ist die Abweichung bei den κ -Werten kleiner 5% und die für die Freiheitsgrade kleiner 15%. Da die Zahl der Freiheitsgrade natürlich sein muss, erhält man bei allen drei Gasen das richtige Ergebnis, würde man diese runden. Die ungenaueste Messung ist die von Argon. Dabei haben wir zuerst bei den großen Schwingungszahlen angefangen und zum Schluss waren die Einzelschwingungen dran. Also die umgekehrte Reihenfolge - im Gegensatz zu den beiden anderen Messungen. Es scheint, dass die zuerst gemachten Messungen ungenauer sind. Dies wirkt sich dann auf die vermeintlich genauen Messungen mit vielen Schwingungen aus. All dies kann man bei den Werten aus Tabelle 7 im Anhang nachvollziehen.

Da die Literaturwerte jedoch nicht in den Fehlerintervallen liegen, wurden die Fehler etwas unterschätzt. Es wäre eine größere Ungenauigkeit in der Amplitude von etwa 1cm bis 2cm besser gewesen.

5.2 Clement-Desormes

Dieser Teilversuch liefert nicht so gute Ergebnisse für κ von Luft. So beträgt die Abweichung zum Literaturwert 1.4 bei allen 3 Messungen etwa 15%. Dies lässt einen systematischen Fehler vermuten. Eventuell wurde nicht lange genug gewartet, bevor der Temperatúrausgleich abgeschlossen war und so das Manometer zu früh abgelesen.

Eine andere Möglichkeit ist, dass die Öffnungszeiten einer Messreihe nicht genau waren. Streuen die Zeiten zu stark um den eigentlich zu erreichenden Wert, so tun dies auch die errechneten Werte. Abhilfe würde ein elektronisches Ventil schaffen, dass sich genau einstellen lässt.

5.3 Mittelwert für κ_{Luft} aus beiden Messungen

Da die Messung nach Rüchardt sehr genau und gut ist, ist auch der Mittelwert aus beiden Messmethoden mit einer Abweichung von 0.3% nah am Literaturwert. Dieser liegt jedoch nicht im Fehlerintervall. Wie zuvor schon angemerkt sind die Fehler unterschätzt worden.

6 Anhang

Literatur

[Dem08] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2008, ISBN 978-3-642-25465-9.

[Mes10] Meschede, Dieter: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 24. Auflage, 2010, ISBN 978-3-642-12893-6.

Gas	Schwingungen	Periodendauer [ms]	κ
CO ₂	1	663.9 ± 1.0	1.319 ± 0.004
	10	666.20 ± 0.17	1.3094 ± 0.0007
	20	667.7 ± 0.4	1.3035 ± 0.0015
	50	670.5 ± 0.4	1.2925 ± 0.0015
	100	672.0 ± 0.4	1.2870 ± 0.0014
Argon	1	601.6 ± 1.0	1.604 ± 0.005
	10	602.80 ± 0.25	1.5976 ± 0.0013
	20	604.07 ± 0.31	1.5909 ± 0.0016
	50	606.8 ± 1.1	1.577 ± 0.006
	100	615.0 ± 3.1	1.535 ± 0.016
Luft	1	639.3 ± 1.0	1.422 ± 0.005
	10	641.03 ± 0.29	1.4138 ± 0.0013
	20	642.5 ± 0.4	1.4073 ± 0.0016
	50	644.5 ± 0.5	1.3988 ± 0.0023
	100	646.4 ± 0.4	1.3906 ± 0.0016

Tabelle 7: Auswertung Rüchardt - alle Messreihen