Physikalisches Praktikum



Versuch 7

Adiabatenexponent

Name: **Johannes Dörr** Gruppe: 3

Oliver Schönborn Datum: 10.07.2006

Assistent: Katharina Lesch testiert:

1 Einleitung

In diesem Versuch beschäftigen wir uns mit einem experimentellen Verfahren, das zeigen soll, durch welche einfachen Versuche man die geometrische Struktur von Gasen über die Zahl ihrer Freiheitsgrade ermitteln kann. Hierzu verwenden wir Apparaturen, die es uns möglich machen, den Adiabatenexponent $\kappa = c_v/c_p$ mit zwei unterschiedlichen Methoden zu messen, einmal, im ersten Teil, nach Rüchard, anschließend nach Clement-Desormes.

2 Theorie

2.1 Zustandsänderungen

In der Thermodynamik unterscheidet man mehrere Formen von Zustandsänderungen. Als adiabatisch bezeichnet man Vorgänge, bei denen kein Wärmeaustausch stattfindet. In der Relatität ist dies nur sehr schwer, beispielsweise durch gute Isolation oder eine sehr schnelle Abwicklung, zu realisieren, weshalb man es meistens immer mit zumindest teilweise diabatischen Vorgängen zu tun hat. Bleibt der Druck während einer Zustandsänderung konstant, handelt es sich um einen isobaren Vorgang. Ändert sich das Volumen nicht, so ist dieser isochor. Bei isothermen Vorgängen bleibt die Temperatur unverändert.

2.2 Poisson-Gleichung

Mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt für isochore Vorgänge:

$$dU = dW + dQ = dQ, (1)$$

denn es wird keine Volumenarbeit verrichtet. Für die spezifische Wärmekapazität folgt:

$$c_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \frac{dU}{dT} \Leftrightarrow c_V \cdot dT = dU.$$
 (2)

Betrachten wir nun adiabatische Vorgänge. Der erste Hauptsatz lautet in diesem Fall:

$$dU = c_V \cdot dT = -p \cdot dV . (3)$$

Die Zustandsgleichung für ideale Gase lässt sich nach p umstellen und dann in (3) einsetzen:

$$p \cdot V = R \cdot T \Leftrightarrow p = R \cdot \frac{T}{V}$$
 (4)

$$\Rightarrow c_V \cdot \frac{dT}{T} = -R \cdot \frac{dV}{V} . \tag{5}$$

Durch Integration erhalten wir:

$$c_V \cdot \ln T = -R \cdot \ln V + const. \tag{6}$$

$$\Rightarrow \ln(T^{c_V} \cdot V^R) = const. \tag{7}$$

$$\Rightarrow T^{c_V} \cdot V^R = const. \tag{8}$$

Ersetzen wir mit $R = c_P - c_V$:

$$T^{c_V} \cdot V^{c_P - c_V} = const. \tag{9}$$

und potenzieren im zweiten Schritt mit $\frac{1}{c_V}$, dann ergibt sich:

$$T \cdot V^{c_P/c_V - 1} = T \cdot V^{\kappa - 1} = const. \tag{10}$$

Wir verwenden nochmals die Zustandsgleichung idealer Gase, stellen diesmal nach T um, und setzen anschließend in (10) ein:

$$p \cdot V^{\kappa} = const. \tag{11}$$

Mit (11) haben wir die Poisson-Gleichung, sie gilt für adiabatische Vorgänge.

2.3 Adiabatenexponent und Freiheitsgrade

Für die spezifischen Wärmekapazitäten c_V und c_P in Abhängigkeit von den Freiheitsgraden f gilt (Herleitung siehe Protokoll "Versuch 6, Spezifische Wärme und Gasthermometer"):

$$c_P = \left(\frac{f}{2} + 1\right) \cdot R \tag{12}$$

$$c_V = \frac{f}{2} \cdot R . {13}$$

Wegen $k = c_P/c_V$ teilen wir also Gleichung (12) durch (13) und erhalten:

$$\kappa = \frac{c_P}{c_V} = \frac{f+2}{f} \,. \tag{14}$$

Kohlenstoffdioxid hat 5 Freiheitsgrade, Argon besitzt 3 (siehe auch Protokoll "Versuch 6, Spezifische Wärme und Gasthermometer"). Für Luft, bei der es sich ja um ein Gemisch handelt, betrachten wir stellvertretend Stickstoff, der zu ca. 75% in ihr enthalten ist, und rechnen also mit 5 Freiheitsgraden.

Hiermit ergeben sich für die Adiabatenexponenten die folgenden Werte:

Luft	${f Argon}$	Kohlenstoffdioxid
$\kappa = 1.4$	$\kappa = 1.67$	$\kappa = 1.4$

2.4 Der dritte Hauptsatz der Thermodynamik

Der dritte Hauptsatz der Thermodynamik geht auf Walther Nernst zurück (und ist daher auch als das Nernst-Theorem bekannt) und behandelt das Verhalten der Entropie eines Gases nahe am absoluten Tiefpunkt.

Dieser Hauptsatz stellt fest, dass sich die Entropie S eines Systems bei der Annährung an den absoluten Nullpunkt unabhängig von thermodynamischen Parametern verhält und gegen einen festen Grenzwert S_0 geht, dieser ergibt sich als:

$$\lim_{T \to 0} S(T, p, V) = S(T = 0) = S_0$$

Wirklich erreichen kann man den absoluten Nullpunkt jedoch nicht, wie die folgende Überlegung verdeutlicht. Für den Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine, die ein Wärmereservoir abkülen soll, gilt (Herleitung siehe Protokoll "Versuch 8, Dampfdruck von Wasser"):

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} .$$

Dabei ist T_1 die Temperatur des abzukühlenden Reservoirs. Geht diese gegen 0 (Kelvin), so wird der Wirkungsgrad unendlich groß. Wegen

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q}$$

folgt, dass die Arbeit W dann ebenfalls unendlich groß sein muss. Der dritte Hauptsatz verbietet einem System somit, bis zum absoluten Nullpunkt von T = 0K abgekühlt zu werden.

2.5 Bestimmung des Adiabatenexponents

2.5.1 Adiabatenexponent nach Rüchardt

Bei diesem Experiment schwingt eine zylinderförmige Masse in einem Glasrohr, das mit dem unteren Ende an einem mit Gas gefüllten Kolben verbunden ist. Die Masse liegt dabei so eng an den Wänden des Rohrs an, dass kein Gas entweichen kann. Da hierdurch jedoch Reibung entsteht, die zwar die zu messende Schwingungsdauer nicht beeinträchtigt, jedoch die Beobachtung einer größeren Anzahl von Perioden unmöglich macht, verfügt der Aufbau über eine Selbststeuerung. Diese besteht lediglich aus einem Loch in der Röhre, durch das Luft entweichen kann, wenn sich die Masse über ihr befindet. Durch eine andere Öffnung wird während des Versuchsablaufs Gas in das Gefäß geleitet, wodurch das durch das Loch entwichene Gas wieder ausgeglichen wird. Bewegt sich der Kolben nach oben, so bekommt er durch das in den Kolben gepumpte Gas zusätzliche kinetische Energie, die die Reibung kompensiert. Hat die Masse das Loch passiert, so entweicht das Gas nun, anstatt den

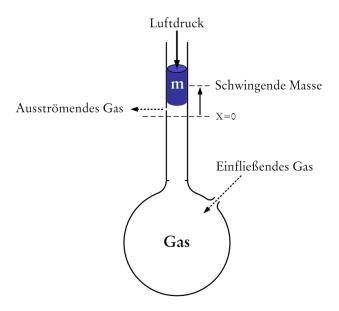


Figure 1: Bestimmung Adiabatenexponents nach Rüchardt

Kolben weiter nach oben zu treiben. Die fällt nun auf Grund ihrer Gewichtskraft wieder nach unten, wo der Vorgang von neuem beginnt.

Die Schwingungsdauer ist abhängig von dem Adiabatenexponent des verwendeten Gases, wie wir im Folgenden zeigen werden.

Befindet sich die Masse m in der Ruhlage, so ist die Summe ihre Gewichtskraft und der Kraft, die der Luftdruck b im Versuchsraum von oben auf die Masse ausübt, genauso groß wie Kraft, mit der das sich im Kolben befindende Gas von unten auf die Masse wirkt (der Druck p):

$$m \cdot g + b \cdot g = p \cdot A \tag{15}$$

$$\Leftrightarrow \quad p = b + \frac{m \cdot g}{4} \ . \tag{16}$$

Dabei ist A die Querschnittsfläche des Rohres (und damit auch der Masse) und g der Ortsfaktor. Wird die Masse um Δx ausgelenkt, so ändert sich der Gasdruck im Kolben um dp. Es gilt:

$$m \cdot \ddot{x} = A \cdot dp . \tag{17}$$

Da wir das ganze Experiment als adiabatisch betrachten, also annehmen, dass kein Wärmeaustausch zwischen Gas im Kolben und Umgebung stattfindet, können wir nun die Poisson-Gleichung anwenden. Wir formen wie folgt um:

$$d(pV^{\kappa}) = dp \cdot V^{\kappa} + p \cdot \kappa \cdot \kappa - 1 \cdot dV = 0 \tag{18}$$

$$V^{\kappa} \cdot dp = -\kappa \cdot V^{\kappa - 1} \cdot p \cdot dV \tag{19}$$

$$dp = -\kappa \cdot p \cdot \frac{dV}{V} = -\kappa \cdot p \cdot \frac{A \cdot \Delta x}{V} . \tag{20}$$

Die Gleichung (20) können wir nun in (17) einsetzen und erhalten damit die Schwingungsgleichung:

$$m \cdot \ddot{x} = -\kappa \cdot p \cdot \frac{A^2 \cdot x}{V} \tag{21}$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \ddot{x} + \kappa \cdot p \cdot \frac{A^2 \cdot x}{V} = 0.$$
 (22)

Für die Periodendauer erhalten wir:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa \cdot p \cdot A^2}} \,. \tag{23}$$

Da wir anhand der Periodendauer auf den Adiabatenexponenten schließen wollen, formen wir dies noch einmal um:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 \cdot mV}{p \cdot A^2 \cdot T^2} \,. \tag{24}$$

Neben dem Schwinger selbst bewegt sich auch die Luft in dem Rohr. Somit ergibt sich für die schwingende Masse m_{eff} (mit der Masse m_L der Luftsäule):

$$m_{eff} = m + m_L . (25)$$

Mit $A = \pi r^2 = \pi d^2/4$ erhalten wir die benötigte Formel, mit der sich von den gemessenen Werten auf den Adiabatenexponenten schließen lässt:

$$\kappa = \frac{64 \cdot m_{eff} \cdot V}{p \cdot d^4 \cdot T^2} \ . \tag{26}$$

2.5.2 Adiabatenexponent nach Clement-Desormes

Mit einem Blasebalg wird bei diesem Experiment der Druck in einem Glasgefäß vom Normaldruck um einen kleinen Betrag erhöht und danach einige Minuten sich selbst überlassen, wodurch sich das Gas, das sich durch die aufgewendete Kompressionsarbeit erwärmt hat, wieder auf Zimmertemperatur abkühlt. Der danach verbleibende Überdruck Δp wird gemessen (Zustand A).

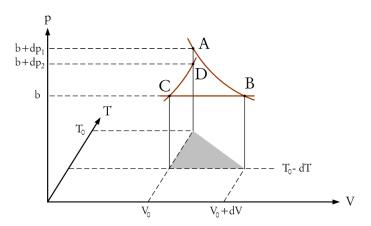


Figure 2: Schematischer Ablauf beim Experiment nach Clement-Desormes

Durch kurzes Öffnen eines Ventils expandiert das Gas wieder (Zustand B), wodurch die innere Energie des Gases sinkt und deshalb seine Temperatur abnimmt. Nach dem Schließen des Ventils herrscht wieder Normaldruck (Zustand C). Nun findet wieder ein Wärmeaustausch mit der Umgebung statt, bei dem sich das Gas auf Zimmertemperatur erwärmt (Zustand D).

${f Zustand}$	Gasdruck	$\mathbf{Volumen}$	Temperatur
A	$p = b + \Delta p_1$	$V = V_0$	$T = T_0$
В	p = b	$V = V_0 + \Delta V$	$T = T_0 - \Delta T$
\mathbf{C}	p = b	$V = V_0$	$T = T_0 - \Delta T$
D	$p = b + \Delta p_2$	$V = V_0$	$T = T_0$

Zwischen A und B erfolgt eine adiabatische Zustandsänderung, wir können also die Poisson-Gleichung verwenden. Es ergibt sich:

$$(b + \Delta p_1) \cdot V_0^{\kappa} = b \cdot (V_0 + \Delta V)^{\kappa} \tag{27}$$

$$(T_0 - \Delta T) \cdot (V_0 + \Delta V)^{\kappa - 1} = T_0 \cdot V_0^{\kappa - 1} . \tag{28}$$

Da wir nur mit kleinen Druckunterschieden arbeiten, ist auch die Volumenänderung gering, und wir können also für $V_0 \gg \Delta V$ nähern:

$$(V_0 + \Delta V)^{\kappa} = V_0^{\kappa} \cdot \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^{\kappa} \approx V_0^{\kappa} + \kappa V_0^{\kappa - 1} \Delta V , \qquad (29)$$

und damit (27) und (28) umformen:

$$\frac{\Delta p_1}{b} = \kappa \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \tag{30}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = (\kappa - 1) \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \,, \tag{31}$$

und die letzen beiden Gleichungen schließlich zusammenfügen, woraus sich ergibt:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{(\kappa - 1) \cdot \Delta p_1}{\kappa \cdot b} . \tag{32}$$

Der Übergang von Zustand C nach D ist isochor. Mit der Zustandsgleichung für ideale Gase können wir sie ins Verhältnis setzen:

$$\frac{p_C \cdot V_C}{p_D \cdot V_D} = \frac{N \cdot R \cdot T_C}{N \cdot R \cdot T_D} \tag{33}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p_C}{p_D} = \frac{T_C}{T_D} \,, \tag{34}$$

da $V_C = V_D$. Es ergibt sich demnach:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0} \tag{35}$$

$$= 1 - \frac{\Delta T}{T_0} . \tag{36}$$

Im nächsten Schritt setzen wir (32) in (36) ein und stellen nach κ um:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = 1 - \frac{(\kappa - 1) \cdot \Delta p_1}{\kappa \cdot b} \tag{37}$$

$$\Leftrightarrow \kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} . \tag{38}$$

Der Druck wird mit einem mit Öl gefüllten U-Rohr gemessen. Eine Änderung des Drucks führt zu einer Höhenänderung des Pegelstands:

$$\Delta p = 2 \cdot \Delta h \cdot A \cdot \rho + b \cdot A . \tag{39}$$

Dies eingesetzt in (38) ergibt die sehr einfache Formel:

$$\kappa = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \,, \tag{40}$$

bei der sich sämtliche Faktoren, wie auch die Dichte des Öls, herauskürzen.

3 Durchführung

3.1 Teil A: Rückhardt

Zunächst ist der vom Assistenten eingestellte Überdruck an den zentralen Gasanschlüssen zu überprüfen. Er sollte jeweils 0,5 - 1 bar betragen.

Anschließend wird das Gasregulierventil aufgedreht, wobei der Schwingkörper sich bereits erheben sollte. Um einen intensiven Gasaustausch zu garantieren, muss für 3 Minuten auch das Entlüftungsventil geöffnet werden. Dieser Prozess wird bei jedem Gaswechsel durchgeführt.

Ist der Gasaustausch vollendet und das Entlüftungsventil wieder geschlossen, so wird das Nadelventil langsam geöffnet. Der Schwingkörper führt eine symmetrische Schwingung um die Öffnung des Glasrohrs aus. Nun ist darauf zu achten, denn Körper in eine Schwingung zu versetzen, in der er an keinem der beiden Enden des Glasrohrs anstößt.

Die symmetrische Schwingung wird nun festgehalten, indem man die beiliegende Stoppuhr bestimmte Zahlen von Schwingungen in ihrer Dauer messen lässt. Die gewünschte Schwingungszahl kann man an der Stoppuhr einstellen. Der Versuch sieht vor, diese Messung 10 mal für eine Schwingung und je 3 mal für 10, 50 und 100 Schwingungen durchzuführen. Auch wird diese Versuchsdurchführung für alle drei zur Verfügung stehenden Gase wiederholt.

Als letztes werden die für die Auswertung notwendigen Daten festgehalten, dazu gehört der Luftdruck des Versuchsraumes sowie die Schwinungsamplitude des Schwingkörpers.

3.2 Teil B: Clement-Desormes

Mit der am Messgefäß angebrachten Pumpe wird der Druck im Gefäß erhöht. Nach dem anschließenden Temperaturausgleich mit der Umgebung wird der sich einstellende Überdruck Δh_1 abgelesen. Daraufhin wird durch kurzzeitiges Öffnen des Entlüftungsventils das Gas entspannt und es stellt sich ein neuer Gasüberdruck Δh_2 ein, dieser wird ebenfalls an der Skala abgelesen. Diese Messung wird für verschiedene Öffnunszeiten (0,1s, 1s und 5s) durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Rüchardt (1.)

Die unten stehende Tabelle zeigt unsere Ergebnisse für den Adiabatenexponenten, die anhand der in der Theorie hergeleiteten und erläuterten Formel

$$\kappa \ = \ \tfrac{64 \cdot m_{eff} \cdot V}{p \cdot d^4 \cdot T^2}$$

ermittelt wurden. Der Wert für m_{eff} ergibt sich neben der Masse des Schwingers (4,88g) aus der Masse der sich bewegenden Luftsäule, deren Höhe h gemessen wurde, außerdem aus der Dichte ρ und dem Radius des Glasrohres (4,985mm), was die folgenden Werte ergab:

Das Volumen des Behälters war mit $V=2300,45cm^3$ angegeben. Der Druck p ergibt sich wie in der Theorie beschrieben aus dem im Raum herrschenden Luftdruck (104306,6667 Pa), der Masse des Schwingers und dem Radius des Glasrohres zu p=104919,8758Pa.

In der Tabelle sind zunächst die Mittelwerte der Ergebnisse der einzelnen Messungen (je 1, 10, 50 und 100 Perioden) und schließlich jeweils der gewichtete Mittelwert als Endergebnis angegeben.

Messung	Luft	Argon	Kohlenstoffdioxid
1 Periode	$\kappa = 1,31395(43)$	$\kappa = 1,44863(109)$	$\kappa = 1,24756(63)$
10 Perioden	$\kappa = 1.31349(84)$	$\kappa = 1,45377(112)$	$\kappa = 1,21729(3092)$
50 Perioden	$\kappa = 1,31863(85)$	$\kappa = 1,47217(495)$	$\kappa = 1,24726(60)$
100 Perioden	$\kappa = 1,32001(2)$	$\kappa = 1,47325(113)$	$\kappa = 1,24787(117)$
Mittelwert	$\bar{\kappa} = 1,320 \pm 8,2 \cdot 10^{-8}$	$\bar{\kappa} = 1.459 \pm 5.73 \cdot 10^{-6}$	$\bar{\kappa} = 1,247 \pm 5,87 \cdot 10^{-6}$

Die in der Theorie aufgeführten, berechneten Werte weisen im Vergleich zu den hier gemessenen Werten Unterschiede auf. Es ergeben sich die folgenden prozentualen Abweichungen:

$$\begin{array}{ll} Luft: & \sigma_{\kappa} = 6\% \\ Argon: & \sigma_{\kappa} = 10\% \\ CO_2: & \sigma_{\kappa} = 13\% \end{array}$$

Die bereits eingeführte Formel

$$\kappa = \frac{f+2}{f}$$

lässt sich nach f umstellen, sodass wir aus den oben aufgeführten Messwerten auf die Freiheitsgrade der verwendeten Gase schließen können:

$$f = \frac{2}{\kappa - 1} .$$

Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse.

Bei Freiheitsgraden handelt es sich natürlich um ganze Zahlen, weshalb eine Rundung angegeben ist. In der Theorie wurden jedoch bereits die wirklichen Werte der Freiheitsgrade von Argon (3) und Kohlenstoffdioxid (5) genannt, von denen diese hier stark abweichen, was natürlich auf Messfehler beim Versuchsablauf zurückzuführen ist. Dasselbe gilt für den abgeschätzen Wert für Luft, nachdem hier 5 Freiheitsgrade zu erwarten waren.

4.2 Clement-Desormes (2.)

In diesem zweiten Versuch wurde nur der Adiabatenexponent von Luft bestimmt, wobei die in der Theorie hergeleitete Formel verwendet wurde:

$$\kappa = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} .$$

In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse für die drei Teilversuche mit den verschiendenen Öffnungszeiten aufgeführt. Da für jede Zeit je drei Messungen durchgeführt wurden, ist hier immer der Mittelwert der jeweiligen Ergebnisse dargesellt. Außerdem ist hier gleich die Abweichung vom erwarteten Wert $\kappa = 1,4$ aufgeführt. Am Ende ist schließlich der gewichtete Mittelwert der Ergebnisse angegeben.

Messung	Luft	Abweichung
$\Delta t \approx 0.1s$	$\kappa = 1,4438(108)$	$\sigma_{\kappa} = 3.2\%$
$\Delta t \approx 1s$	$\kappa = 1,3050(256)$	$\sigma_{\kappa} = 6.8\%$
$\Delta t \approx 5s$	$\kappa = 1,2381(138)$	$\sigma_{\kappa} = 11,5\%$
Mittelwert	$\bar{\kappa} = 1,3599(7)$	

Bei der Betrachtung der Abweichungen fällt auf, dass diese bei steigendem Δt ebenfalls zunimmt. Dies ist maßgeblich durch Konvektion, also den Wärmetransport durch Bewegung der Luft, zu erklären, die natürlich bei längerer Öffnungszeit stärker zum Tragen kommt.

Mit dem hier berechneten Mittelwert für den Adiabatenexponenten von Luft und dem aus dem Versuch nach Rüchard ergibt sich ein Endwert von

$$\bar{\kappa} = 1.32 \pm 2.4 \cdot 10^{-9}$$

5 Diskussion

Die Endergebnisse dieser Versuchsauswertung weisen kleinere Fehler auf, die sich innerhalb der Versuchsdurchführung recht einfach erklären lassen.

Im ersten Teil des Versuchs, nämlich bei der Bestimmung des Adiabatenexponents nach Rückhardt, ist es durch die automatisierte Zeitmessung, die mit Hilfe der speziellen Stoppuhr vorgenommen wurde, kein Problem zu recht präzisen Messungen zu kommen. Leider jedoch ist es dem Praktikanten nicht möglich, eine Präzise Messung der Amplitude vorzunehmen, was die sonst so genauen Resultate in der Endrechnung stark verfälschen kann. Zusätzlich kann man sehr wohl davon ausgehen, dass das Gefäß zu Beginn eines neuen Durchlaufs (mit neuem Gas) nicht ausreichend belüftet wurde und wir so nie eine präzise Messung für ein einzelnes Gas vornahmen. Leider ist es dem Praktikanten nicht möglich, den Zeitpunkt zu bestimmen, an dem das Gas vollkommen ausgetauscht wurde und man somit diesen verfälschenden Faktor ausschließen kann.

Ein großer Unsicherheitsfaktor des zweiten Teils ist die recht ungenaue Bestimmung der Öffnungszeit des Ventils. Für die Endergebnisse ist dies jedoch unerheblich, da diese Öffnungszeiten nicht in die Auswertung einfließen. In Folge dessen erwarten wir für den zweiten Teil noch präzisere Ergebnisse, allein verfälscht durch die mäßig genaue Skala. Die Ergebnisse werden diesem Anspruch gerecht.

Bei der Auswertung wurde, da jeweils relativ viele Einzelmessungen durchgeführt wurden, nur mit Hilfe der Standardabweichung der Fehler abgeschätzt. Da unsere Messwerte besonders im ersten Versuchsteil (Rüchard) relativ wenig streuten, gelangten wir zu einer ebenso geringen Fehlerangabe. Leider ist eine Berechnung mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung ebenso wenig erfolgsversprechend, da hierfür zu wenig Informationen vorlagen. Hauptsächlich die Ungenauigkeit der Stoppuhr lässt sich nur erraten, und ein zufällig richtiges Ergebnis ist schließlich auch nicht zufriedenstellend. Dabei ist genau die Zeit die Größe, die quadratisch in das Ergebnis eingeht und somit für die betragsmäßig größte Abweichung sorgt.