

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Dampfdruck von Wasser
Protokoll:

Praktikant: Felix Kurtz
Michael Lohmann
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Martin Ochmann
Versuchsdatum: 23.06.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Van-der-Waals-Gleichung	3
2.2	Maxwell'sche Gerade	3
2.3	Carnot'scher Kreisprozess	4
2.4	Clausius-Clapeyron-Gleichung	4
2.5	Widerstandsthermometer	5
3	Durchführung	5
3.1	Sicherheitshinweise	6
4	Auswertung	6
4.1	Druckkurven	6
4.2	Siedetemperatur auf der Zugspitze	8
5	Diskussion	9
6	Anhang	9
	Literatur	9

1 Einleitung

2 Theorie

2.1 Van-der-Waals-Gleichung

Die reale Gasgleichung lautet nach [Mes10, S. 303] mit der Ersetzung von $V_{\text{mol}} = V/n$

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT \quad (1)$$

Dabei betragen für Wasser die *Van-der-Waals-Konstanten* $a = 0.5537 \text{Pa m}^6$ (Binnendruck) und $b = 3.05 \cdot 10^{-5} \text{m}^3$ (Sättigungsdruck).

Sie entsteht dadurch, dass bei realen Gasen die Ausdehnung der Atome nicht mehr vernachlässigt wird. Dadurch ist das "reale Volumen" größer, als das ideale und zwar um eine stoffabhängige Konstante multipliziert mit der Stoffmenge: $V_{\text{ideal}} = V_{\text{Real}} - n \cdot b$.

Da in der idealen Gasgleichung die intermolekularen Kräfte bis auf elastische Stöße vernachlässigt sind, muss auch im Druck ein Korrekturfaktor eingeführt werden. Der Druck sinkt durch die zusätzlichen Möglichkeiten, Energie an andere Teilchen zu übertragen, weshalb zu dem "realen Druck" ein Summand hinzugefügt werden muss, um den idealen zu bekommen: $p_{\text{ideal}} = p_{\text{real}} + \frac{n^2 \cdot a^2}{V^2}$. Aus der idealen Gasgleichung $p_{\text{ideal}} V_{\text{ideal}} = nRT$ wird so Gleichung (1).

2.2 Maxwell'sche Gerade

Diskutiert man die Kurven, die sich aus der Van-der-Waals-Gleichung ergeben, so stellt man leicht fest, dass die Kurven für hohe Temperaturen einer Hyperbel entsprechen. Für kleinere Temperaturen weicht die Kurve aber immer mehr von der Hyperbel ab (s. Abb. ??) und unterhalb einer kritischen Temperatur T_k besitzt sie sogar zwei Extrempunkte. Da ein Gas somit bei einer Temperatur einen bestimmten Druck bei mehreren Volumina annehmen kann, könnte man damit ein *Perpetuum Mobile* 2. Art bauen. Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik verbietet dies jedoch und so führte Maxwell eine Korrekturgerade für diesen Bereich ein. Er forderte, dass eine waagerechte Gerade so in diesen Bereich eingepasst wurde, dass der Flächeninhalt zwischen Gerade und Van-der-Waals-Gleichung in beiden Abschnitten gleich groß ist. Diese Gerade erhielt ihm zu ehren den Namen *Maxwell Gerade*. Befindet sich das Gas auf diesem Abschnitt, so bleibt sein Druck konstant, obwohl sein Volumen sich verändert. Es muss also ein Teil des Stoffes vom festen in den flüssigen Aggregatzustand übergehen (oder umgekehrt). Dies geschieht so lange, bis der Sättigungsdampfdruck p_s erreicht ist, welcher der Höhe der Geraden entspricht. Mit sinkender Temperatur sinkt auch der Dampfdruck und die Maxwell-Gerade wird länger.

2.3 Carnot'scher Kreisprozess

Ein Carnot'scher Kreisprozess ist in 4 Schritte geteilt.

- $1 \rightarrow 2$: isotherme Expansion, bei der die Wärme Q_C hinzugeführt wird.
- $2 \rightarrow 3$: adiabatische Expansion, bei der eine Abkühlung von der Temperatur T_A auf T_B stattfindet.
- $3 \rightarrow 4$: isotherme Kompression, durch Wärmeentzug von Q_D auf dem Temperaturniveau T_B .
- $4 \rightarrow 1$: adiabatische Kompression bis der Anfangszustand wieder erreicht ist. Ein Carnot-Prozess ist also ein Prozess, an dessen Ende im System wieder die Ausgangslage ist.

Die geleistete Arbeit in diesem Prozess bestimmt sich aus der Größe der eingeschlossenen Fläche im p - V -Diagramm. Da sie größer wird, je größer der Temperaturunterschied $T_A - T_B$ ist, ist auch somit der Wirkungsgrad hierbei größer.

2.4 Clausius-Clapeyron-Gleichung

Man kann sich nun einen Carnot-Prozess vorstellen, bei dem in einem Zylinder mit Kolben abwechselnd Wasser verdampft und kondensiert wird. Dieser beginnt mit einer komplett kondensierten Gasphase an Punkt 1 bei einer Temperatur von $T + dT$. $1 \rightarrow 2$ ist eine Isotherme nach der Van-der-Waals-Gleichung. Die verrichtete Arbeit ist

$$\Delta W_{12} = -(p + dp)(V_D - V_{F1})$$

Wobei die Wärmezufuhr einerseits die Arbeit $-\Delta W_{12}$ verrichtet, andererseits aber auch die Flüssigkeit verdampft. 2 ist nun der Punkt, an dem die komplette Flüssigkeit verdampft ist. Die adiabatische Expansion $2 \rightarrow 3$ verursacht eine Abkühlung um dT . Diese Temperatur wird nun in der isothermen Kompression erhalten, bis an Position 4 wieder aller Dampf kondensiert ist.

Durch die infinitesimale Temperaturänderung dT können die Näherungen

$$V_D = V_{D2} = V_{D3} \quad \text{und} \quad V_{F1} = V_{F12} = V_{F13}$$

verwendet werden. Außerdem sind dadurch die geleisteten Arbeiten W_{23} und W_{41} vernachlässigbar. So wird in $3 \rightarrow 4$ die Arbeit

$$\Delta W_{34} = p \cdot (V_D - V_{F1})$$

verrichtet. Um wieder zum Ausgangspunkt 1 zurück zu kommen, muss das Volumen wieder um dT erwärmt werden.

Die insgesamt geleistete Arbeit ist unter Vernachlässigung von W_{23} und W_{41}

$$-\Delta W = -\Delta W_{12} - \Delta W_{34} = -dp \cdot (V_D - V_{F1})$$

Woraus sich mit der Formel für den Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses die Verdampfungswärme Λ errechnen lässt:

$$\eta = -\frac{\Delta W}{\Delta Q} = \frac{dp \cdot (V_D - V_{Fl})}{\Lambda} = \frac{dT}{T + dT} \approx \frac{dT}{T}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Lambda = T \frac{dp}{dT} (V_D - V_{Fl})$$

Hieraus kann nun mit dem idealen Gasgesetz unter Trennung der Variablen und mithilfe Integrierens die *Dampfdruckformel* nach [Dem08, S. 342, Formel (10.127)] hergeleitet werden

$$p(T) = p_0 \cdot \exp \left(\frac{\Lambda}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (2)$$

2.5 Widerstandsthermometer

Ein Widerstandsthermometer besteht aus einem Leiter, dessen elektrischer Widerstand von der Temperatur abhängig ist. Diesen kann man nun z.B. mit der Wheatstone'schen Brückenschaltung vermessen. Über das bekannte Verhältnis von Temperatur zu Widerstand kann man nun die Temperatur bestimmen.

In unserem Fall verwenden wir ein Pt1000-Thermometer. Die Messsonde besteht hierbei aus reinem Platin und der Widerstand beträgt bei $T = 0^\circ\text{C}$ $R_0 = 1000\Omega$. Die Temperaturabhängigkeit wird durch

$$R(T) = R_0 \cdot (1 + AT + BT^2)$$

mit $A_{Pt} = 3.9083 \cdot 10^{-3}^\circ\text{C}^{-1}$ und $B_{Pt} = -5.775 \cdot 10^{-7}^\circ\text{C}^{-2}$. Der sich ergebende Fehler liegt bei $\Delta T = \pm(0.3^\circ\text{C} + 0.005T)$. Diese Formel ist jedoch nur für $T > 0^\circ\text{C}$ richtig, was in unserem Versuchsaufbau jedoch nicht zu Problemen führt.

3 Durchführung

Nachdem die Sicherheitshinweise (insbesondere die starke Erwärmung steigert das Gefahrenpotential) sorgfältig durchgelesen wurden, schaltet man das Gerät ein. Der Heizstrahler erwärmt dann den mit Wasser gefüllten Kolben, welches dadurch verdampft. Am angeschlossenen Manometer liest man den Druck ab. Zeitgleich notiert man den Wert des Widerstandsthermometers und somit indirekt die Temperatur. Dies geschieht in 1 Bar-Schritten. Das Heizen wird beendet, wenn 1900Ω oder 45bar überschritten werden, damit das Gerät keinen Schaden nimmt. Nun wird die Messung während des Abkühlens wiederholt.

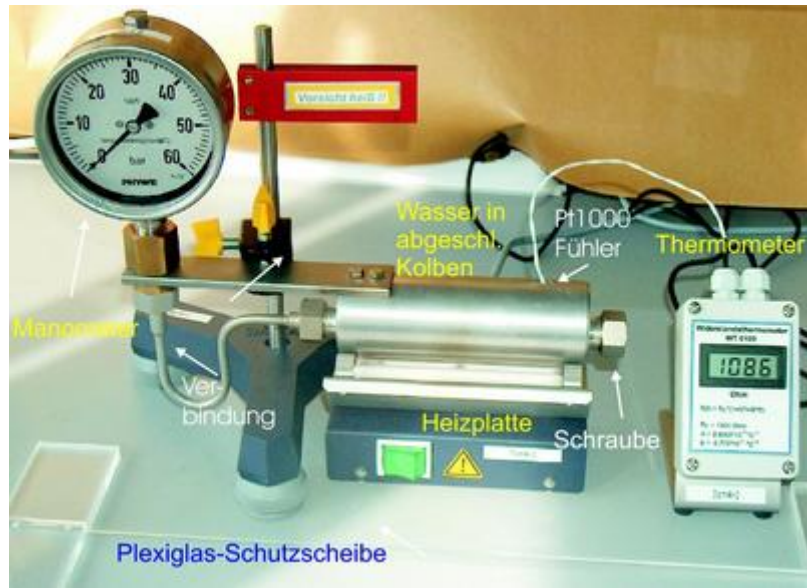


Abbildung 1: Versuchsaufbau Quelle:LP

R_0	$1000 \, \Omega$
A	$3.9083 \cdot 10^{-3} \, ^\circ\text{C}^{-1}$
B	$-5.775 \cdot 10^{-7} \, ^\circ\text{C}^{-2}$

Tabelle 1: Kennwerte des Widerstandsthermometers

3.1 Sicherheitshinweise

4 Auswertung

4.1 Druckkurven

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A\vartheta + B\vartheta^2) \quad (3)$$

$$\Rightarrow \vartheta = -\frac{A}{2B} - \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} - \frac{1}{B} + \frac{R}{R_0B}} \quad (4)$$

$$\Delta\vartheta = \pm(0.3 \, ^\circ\text{C} + 0.005\vartheta) \quad (5)$$

Nun muss ϑ noch in Kelvin umgerechnet werden. Außerdem wird für p_0 der gemessene Umgebungsdruck von 1017 hPa verwendet.

Gewichtete Mittelwerte

$$m = (-4407 \pm 11) \, \text{K} \quad b = 12.201 \pm 0.024$$

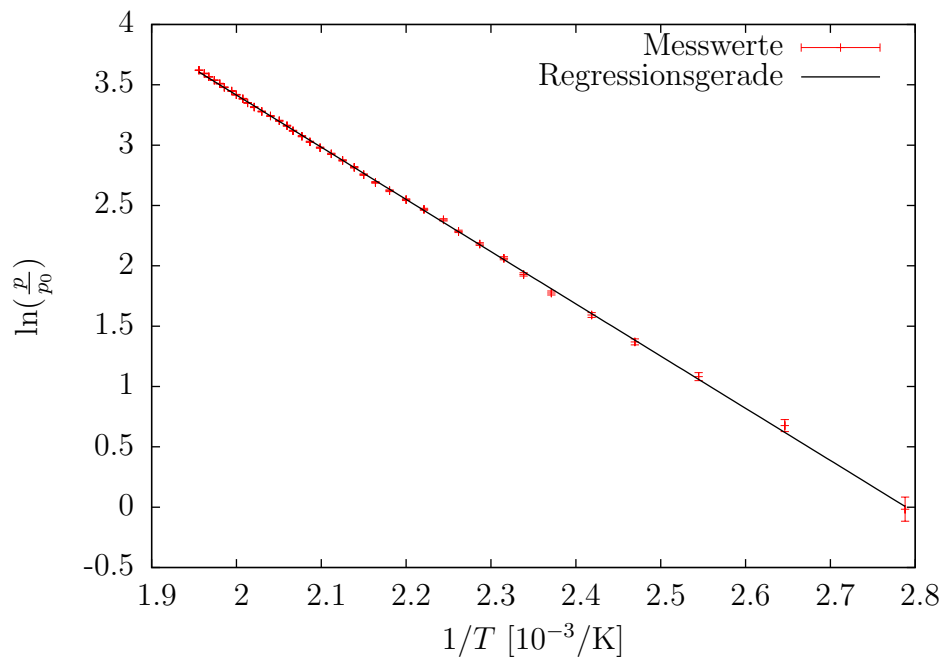


Abbildung 2: Arrheniusplot für das Erwärmen

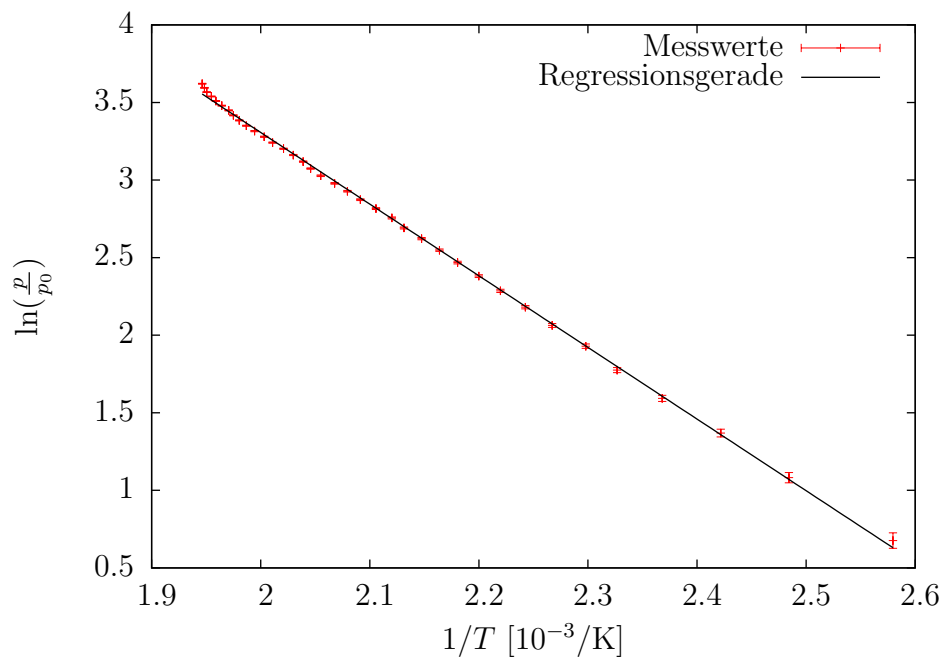


Abbildung 3: Arrheniusplot für das Abkühlen

Größe	Erwärmen	Abkühlen
m	$(-4326 \pm 13) \text{ K}$	$(-4618 \pm 21) \text{ K}$
b	12.0672 ± 0.02819	12.5427 ± 0.04496

$$\Lambda_V = -m \cdot R$$

$$\sigma_{\Lambda_V} = \sigma_m \cdot R$$

$$\Lambda_V = (36640 \pm 100) \text{ J/mol}$$

$$T_0 = -\frac{m}{b}$$

$$\sigma_{T_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{b}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot \sigma_b}{b^2}\right)^2}$$

$$T_0 = (361.2 \pm 1.3) \text{ K} = (88.0 \pm 1.3)^\circ \text{C}$$

Dampfdruck von Wasser bei $T = 0^\circ \text{C} = 273.15 \text{ K}$

$$p = p_0 \exp\left(m \frac{1}{T} + b\right)$$

$$\sigma_p = p \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{T^2} + \sigma_b^2}$$

$$p = (1990 \pm 100) \text{ Pa}$$

4.2 Siedetemperatur auf der Zugspitze

barometrische Höhenformel

$$p(h) = p_0 \exp\left(\frac{-\rho g h}{p_0}\right) \quad (6)$$

$$\frac{\Lambda_V}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

Höhe der Zugspitze $h = 2962 \text{ m}$

$$T = \left(\frac{1}{T_0} + \frac{\rho g h R}{p_0 \Lambda_V} \right)^{-1}$$

$$T = 362.9 \text{ K} = 89.8^\circ \text{C}$$

Größe	Wert
T_0	373.15 K
ρ	1.29 kg/m ³
g	9.81 m/s ²
R	8.31 J/(mol K)
p_0	1013.25 hPa
Λ_V	40642 J/mol

Tabelle 2: Literaturwerte

5 Diskussion

6 Anhang

Literatur

- [Dem08] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2008, ISBN 978-3-642-25465-9.
- [Mes10] Meschede, D.: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 24. Auflage, 2010, ISBN 978-3-642-12893-6.