

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,  
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

---

**Dampfdruck von Wasser**  
**Protokoll:**

---

Praktikant: Felix Kurtz  
Michael Lohmann  
E-Mail: felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de  
m.lohmann@stud.uni-goettingen.de  
Betreuer: Martin Ochmann  
Versuchsdatum: 23.06.2014

Testat:

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Van-der-Waals-Gleichung . . . . .	3
2.2	Maxwell'sche Gerade . . . . .	3
2.3	Carnot'scher Kreisprozess . . . . .	4
2.4	Clausius-Clapeyron-Gleichung . . . . .	5
2.5	Widerstandsthermometer . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Druckkurven . . . . .	7
4.2	Siedetemperatur auf der Zugspitze . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Messwerte</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

## 1 Einleitung

Ein *Schnellkochtopf* basiert auf dem Prinzip des Dampfdrucks. In ihm steigt der Druck an und somit erhöht sich die Siedetemperatur von Wasser und das Essen wird schneller gar. Außerdem wird dadurch Energie gespart. Um dies zu verstehen reicht das Ideale Gasmodell nicht mehr aus, sondern es muss eine genauere Näherung betrachtet werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Van-der-Waals-Gleichung

Die reale Gasgleichung lautet nach [Mes10, S. 303] mit der Ersetzung von  $V_{\text{mol}} = V/n$

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right) (V - nb) = nRT \quad (1)$$

Dabei betragen für Wasser die *Van-der-Waals-Konstanten*  $a = 0.5537 \text{ Pa m}^6$  (Binnendruck) und  $b = 3.05 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$  (Sättigungsdruck).

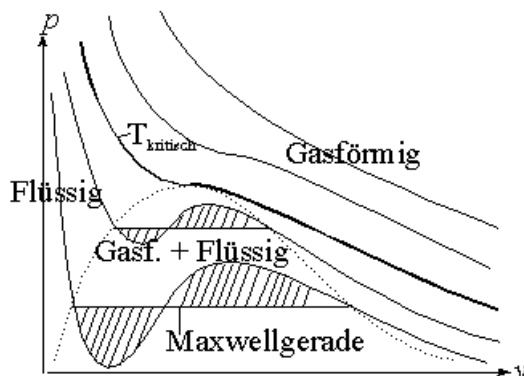
Sie entsteht dadurch, dass bei realen Gasen die Ausdehnung der Atome nicht mehr vernachlässigt wird. Dadurch ist das "reale Volumen" größer, als das ideale und zwar um eine stoffabhängige Konstante multipliziert mit der Stoffmenge:  $V_{\text{ideal}} = V_{\text{Real}} - n \cdot b$ .

Da in der idealen Gasgleichung die intermolekularen Kräfte bis auf elastische Stöße vernachlässigt sind, muss auch im Druck ein Korrekturfaktor eingeführt werden. Der Druck sinkt durch die zusätzlichen Möglichkeiten, Energie an andere Teilchen zu übertragen, weshalb zu dem "realen Druck" ein Summand hinzugefügt werden muss, um den idealen zu bekommen:  $p_{\text{ideal}} = p_{\text{real}} + \frac{n^2 \cdot a^2}{V^2}$ . Aus der idealen Gasgleichung  $p_{\text{ideal}} V_{\text{ideal}} = nRT$  wird so Gleichung (1).

### 2.2 Maxwell'sche Gerade

Diskutiert man die Kurven, die sich aus der Van-der-Waals-Gleichung ergeben, so stellt man leicht fest, dass die Kurven für hohe Temperaturen einer Hyperbel entsprechen. Für kleinere Temperaturen weicht die Kurve aber immer mehr von der Hyperbel ab (s. Abb. 1) und unterhalb einer kritischen Temperatur  $T_k$  besitzt sie sogar zwei Extrempunkte. Da ein Gas somit bei einer Temperatur einen bestimmten Druck bei mehreren Volumina annehmen kann, könnte man damit ein *Perpetuum Mobile* 2. Art bauen. Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik verbietet dies jedoch und so führte Maxwell eine Korrekturgerade für diesen Bereich ein. Er forderte, dass eine waagerechte Gerade so in diesen Bereich eingepasst wurde, dass der Flächeninhalt zwischen Gerade und Van-der-Waals-Gleichung in beiden Abschnitten gleich groß ist. Diese Gerade erhielt ihm zu ehren den Namen *Maxwell Gerade*. Befindet sich das Gas auf diesem Abschnitt, so bleibt sein Druck konstant, obwohl sein Volumen sich verändert. Es muss also ein Teil

des Stoffes vom festen in den flüssigen Aggregatzustand übergehen (oder umgekehrt). Dies geschieht so lange, bis der Sättigungsdampfdruck  $p_S$  erreicht ist, welcher der Höhe der Geraden entspricht. Mit sinkender Temperatur sinkt auch der Dampfdruck und die Maxwell-Gerade wird länger.



**Abbildung 1:** Darstellung verschiedener Isotherme aus der Van-der-Waals-Gleichung von <sup>1</sup>

## 2.3 Carnot'scher Kreisprozess

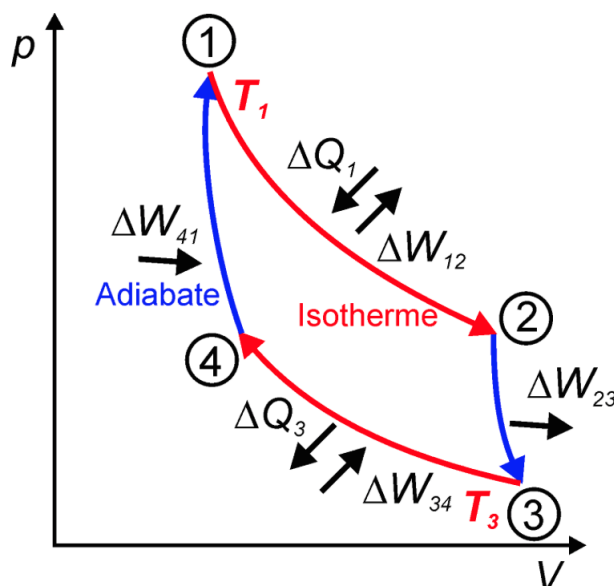
Ein Carnot'scher Kreisprozess ist in 4 Schritte geteilt.

- 1 → 2: isotherme Expansion, bei der die Wärme  $Q_C$  hinzugeführt wird.
- 2 → 3: adiabatische Expansion, bei der eine Abkühlung von der Temperatur  $T_A$  auf  $T_B$  stattfindet.
- 3 → 4: isotherme Kompression, durch Wärmeentzug von  $Q_D$  auf dem Temperaturniveau  $T_B$ .
- 4 → 1: adiabatische Kompression bis der Anfangszustand wieder erreicht ist. Ein Carnot-Prozess ist also ein Prozess, an dessen Ende im System wieder die Ausgangslage ist.

Die geleistete Arbeit in diesem Prozess bestimmt sich aus der Größe der eingeschlossenen Fläche im  $p$ - $V$ -Diagramm. Da sie größer wird, je größer der Temperaturunterschied  $T_A - T_B$  ist, ist auch somit der Wirkungsgrad hierbei größer.

<sup>1</sup>30.08.2014, 16:00 Uhr, <http://www.physikon.de/01/14/01van3.gif>

## 2.4 Clausius-Clapeyron-Gleichung



**Abbildung 2:** Darstellung des Carnot-Prozesses nach <sup>2</sup>

Man kann sich nun einen Carnot-Prozess vorstellen, bei dem in einem Zylinder mit Kolben abwechselnd Wasser verdampft und kondensiert wird. Dieser beginnt mit einer komplett kondensierten Gasphase an Punkt 1 bei einer Temperatur von  $T + dT$ .  $1 \rightarrow 2$  ist eine Isotherme nach der Van-der-Waals-Gleichung. Die verrichtete Arbeit ist

$$\Delta W_{12} = -(p + dp)(V_D - V_{F1})$$

Wobei die Wärmezufuhr einerseits die Arbeit  $-\Delta W_{12}$  verrichtet, andererseits aber auch die Flüssigkeit verdampft. 2 ist nun der Punkt, an dem die komplette Flüssigkeit verdampft ist. Die adiabatische Expansion  $2 \rightarrow 3$  verursacht eine Abkühlung um  $dT$ . Diese Temperatur wird nun in der isothermen Kompression erhalten, bis an Position 4 wieder aller Dampf kondensiert ist.

Durch die infinitesimale Temperaturänderung  $dT$  können die Näherungen

$$V_D = V_{D2} = V_{D3} \quad \text{und} \quad V_{F1} = V_{F12} = V_{F13}$$

verwendet werden. Außerdem sind dadurch die geleisteten Arbeiten  $W_{23}$  und  $W_{41}$  vernachlässigbar. So wird in  $3 \rightarrow 4$  die Arbeit

$$\Delta W_{34} = p \cdot (V_D - V_{F1})$$

<sup>2</sup><http://www.ipf.uni-stuttgart.de/lehre/online-skript/waerme/carnot.gif>

verrichtet. Um wieder zum Ausgangspunkt 1 zurück zu kommen, muss das Volumen wieder um  $dT$  erwärmt werden.

Die insgesamt geleistete Arbeit ist unter Vernachlässigung von  $W_{23}$  und  $W_{41}$

$$-\Delta W = -\Delta W_{12} - \Delta W_{34} = -dp \cdot (V_D - V_{Fl})$$

Woraus sich mit der Formel für den Wirkungsgrad eines Carnot-Prozesses die Verdampfungswärme  $\Lambda$  errechnen lässt:

$$\eta = -\frac{\Delta W}{\Delta Q} = \frac{dp \cdot (V_D - V_{Fl})}{\Lambda} = \frac{dT}{T + dT} \approx \frac{dT}{T}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Lambda = T \frac{dp}{dT} (V_D - V_{Fl})$$

Hieraus kann nun mit dem idealen Gasgesetz unter Trennung der Variablen und mithilfe Integrierens die *Dampfdruckformel* nach [Dem08, S. 342, Formel (10.127)] hergeleitet werden

$$p(T) = p_0 \cdot \exp \left( \frac{\Lambda}{R} \cdot \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (2)$$

## 2.5 Widerstandsthermometer

Bei diesem Versuch wird zur Messung der Temperatur ein Pt1000-Widerstandsthermometer verwendet. Der Name verrät, dass der Messfühler aus Platin ist und bei  $0^\circ\text{C}$  einen Widerstand von  $R_0 = 1000\Omega$  hat. Der Widerstand hängt so von der Temperatur  $\vartheta > 0^\circ\text{C}$  ab:

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + A\vartheta + B\vartheta^2) \quad (3)$$

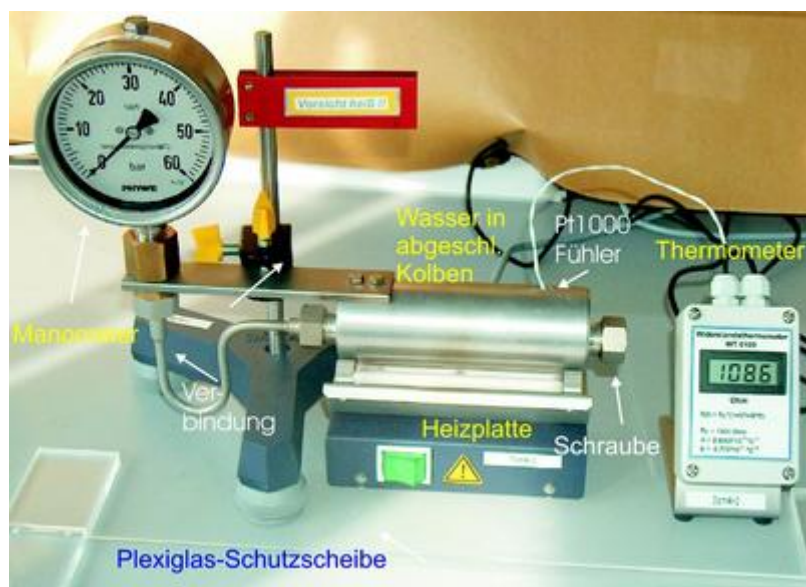
Die zugehörigen Konstanten findet man in Tabelle 1.

$R_0$	1000 $\Omega$
$A$	$3.9083 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
$B$	$-5.775 \cdot 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$

**Tabelle 1:** Kennwerte des Widerstandsthermometers

Der Fehler der Temperaturmessung dieses Gerätes liegt bei

$$\Delta\vartheta = \pm(0.3 \text{ }^\circ\text{C} + 0.005\vartheta) . \quad (4)$$



**Abbildung 3:** Versuchsaufbau Quelle:LP

### 3 Durchführung

Nachdem die Sicherheitshinweise (insbesondere die starke Erwärmung und der hohe Druck steigert das Gefahrenpotential) sorgfältig durchgelesen wurden, schaltet man das Gerät ein. Der Heizstrahler erwärmt dann den mit Wasser gefüllten Kolben, welches dadurch verdampft. Am angeschlossenen Manometer liest man den Druck ab. Zeitgleich notiert man den Wert des Widerstandsthermometers und somit indirekt die Temperatur. Dies geschieht in 1 Bar-Schritten. Das Heizen wird beendet, wenn 1900  $\Omega$  oder 45bar überschritten werden, damit das Gerät keinen Schaden nimmt. Nun wird die Messung während des Abkühlens wiederholt.

## 4 Auswertung

### 4.1 Druckkurven

Löst man (3) nach der Temperatur  $\vartheta$  auf, ergibt sich folgende Gleichung

$$\vartheta = -\frac{A}{2B} - \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} - \frac{1}{B} + \frac{R}{R_0 B}} \quad (5)$$

Für den Fehler  $\Delta\vartheta$  benutzt man (4). Nun muss  $\vartheta$  noch in Kelvin umgerechnet werden. Außerdem wird für  $p_0$  der gemessene Umgebungsdruck von 1017 hPa verwendet. Trägt man nun den Druck logarithmisch gegen den Kehrwert der Temperatur auf, erwartet

man nach (2) eine Gerade

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{\Lambda}{R} \cdot \frac{1}{T} + \frac{\Lambda}{R} \cdot \frac{1}{T_0} = m \cdot T^{-1} + b$$

Einen solchen Graphen nennt man *Arrheniusplot*. Dies wurde einmal für das Erwärmen (Abb. 4) und das Abkühlen (Abb. 5) gemacht, die Werte aus der linearen Regression finden sich in Tabelle 2 wieder.

Größe	Erwärmen	Abkühlen
m	$(-4326 \pm 13) \text{ K}$	$(-4618 \pm 21) \text{ K}$
b	$12.067 \pm 0.029$	$12.54 \pm 0.05$

**Tabelle 2:** Werte aus der linearen Regression der Arrheniusgraphen

Dies sind die gewichteten Mittelwerte aus beiden Messungen:

$$m = (-4407 \pm 11) \text{ K} \quad b = 12.201 \pm 0.024$$

Daraus berechnet man die Verdampfungswärme  $\Lambda_V$  mit zugehörigem Fehler aus der Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned}\Lambda_V &= -m \cdot R \\ \sigma_{\Lambda_V} &= \sigma_m \cdot R \\ \Lambda_V &= (36640 \pm 100) \text{ J/mol}\end{aligned}$$

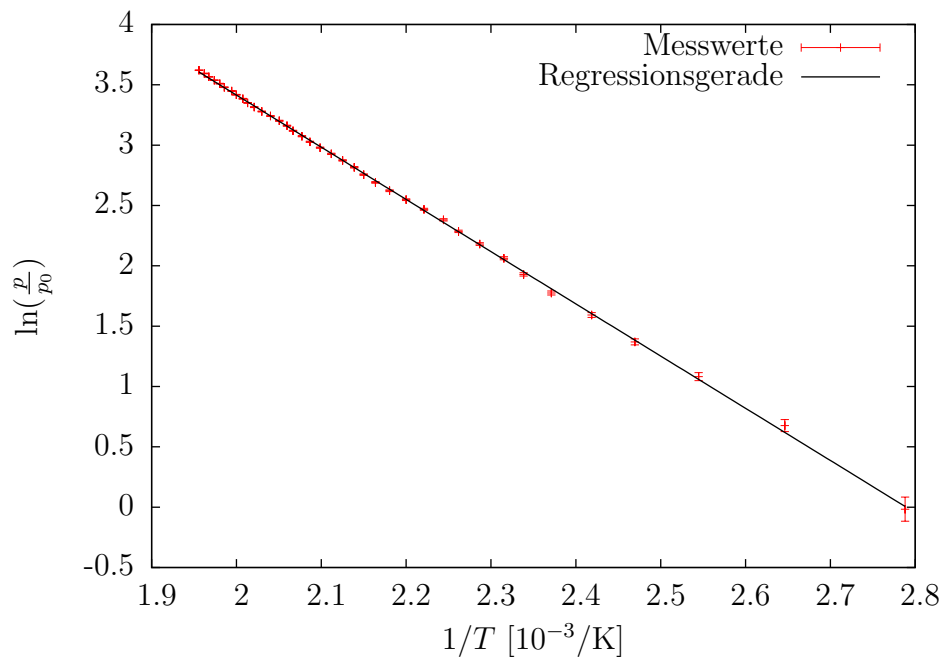
Außerdem kann die Siedetemperatur von Wasser berechnet werden:

$$\begin{aligned}T_0 &= -\frac{m}{b} \\ \sigma_{T_0} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{b}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot \sigma_b}{b^2}\right)^2} \\ T_0 &= (361.2 \pm 1.3) \text{ K} = (88.0 \pm 1.3)^\circ \text{ C}\end{aligned}$$

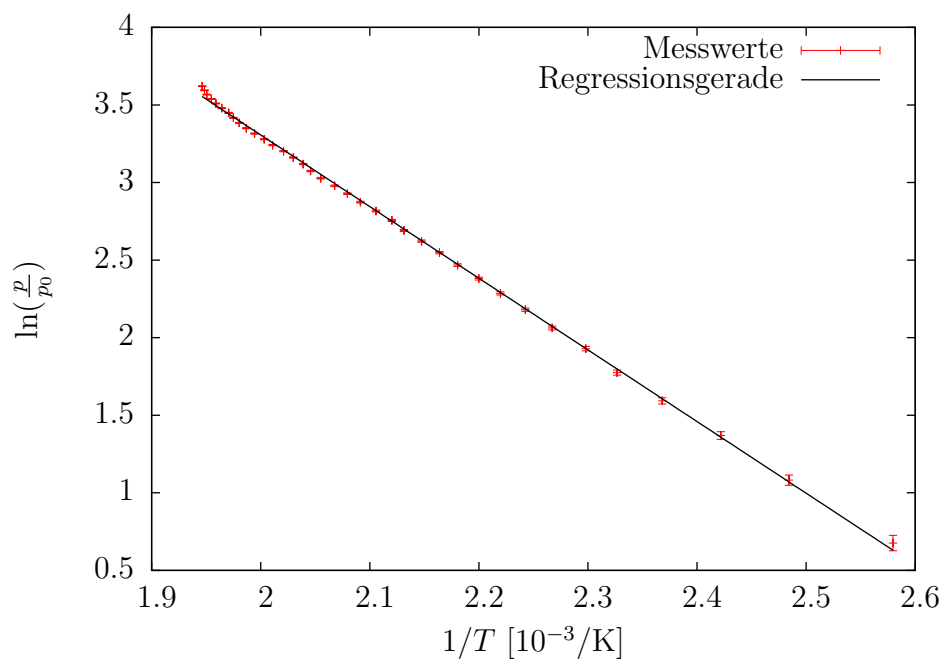
Nun berechnen wir noch den Dampfdruck von Wasser bei  $T = 0^\circ \text{ C} = 273.15 \text{ K}$ :

$$\begin{aligned}p &= p_0 \exp\left(m \frac{1}{T} + b\right) \\ \sigma_p &= p \sqrt{\frac{\sigma_m^2}{T^2} + \sigma_b^2} \\ p &= (1990 \pm 100) \text{ Pa}\end{aligned}$$





**Abbildung 4:** Arrheniusplot für das Erwärmen



**Abbildung 5:** Arrheniusplot für das Abkühlen

## 4.2 Siedetemperatur auf der Zugspitze

Hier soll nun die Siedetemperatur des Wassers auf der Zugspitze berechnet werden. Dort ist der Luftdruck geringer als auf Meereshöhe. Er berechnet sich nach der *barometrische Höhenformel* [Mes10, S. 107]:

$$p(h) = p_0 \exp\left(\frac{-\rho gh}{p_0}\right) \quad (6)$$

Wir verwenden hier die Literaturwerte für die Siedertemperatur  $T_0$  auf NN und die molare Verdampfungswärme  $\Lambda_V$  - nicht die von uns berechneten Werte, da diese eine große Abweichung aufweisen. Diese Werte und alle weiteren bei dieser Rechnung benötigten sind in der Tabelle 3 zu finden. Um die Siedetemperatur zu berechnen, setzt man Dampf-

Größe	Wert
$T_0$	373.15 K
$\rho$	1.29 kg/m <sup>3</sup>
$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
$R$	8.31 J/(mol K)
$p_0$	1013.25 hPa
$\Lambda_V$	40642 J/mol

**Tabelle 3:** Literaturwerte

druck nach (2) und Luftdruck nach (6) gleich.

$$\frac{\Lambda_V}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_S} \right) = -\frac{\rho gh}{p_0}$$

Es ergibt sich

$$T_S = \left( \frac{1}{T_0} + \frac{\rho gh R}{p_0 \Lambda_V} \right)^{-1} \quad (7)$$

Für die Höhe der Zugspitze  $h = 2962$  m ergibt sich also eine Siedetemperatur des Wassers von  $T_S = 362.9$  K = 89.8°C.

## 5 Diskussion

Bei der Verdampfungswärme  $\Lambda_V$  ergab sich eine Abweichung zum Literaturwert aus Tab.3 von 10% und dieser liegt auch nicht im Fehlerintervall. Bei der Siedetemperatur kommt es darauf an, ob man die Celsius-Skala oder die Kelvin-Skala zu Grunde legt. Bei ersterer erhält man eine Abweichung von 12%, bei letzterer nur von etwas mehr als 3%.

Auch hier liegt der Literaturwert nicht im Fehlerintervall. Zwar liegen die Messwerte noch in der gleichen Größenordnung, die Abweichungen sind jedoch signifikant.

Die gefitteten Geraden der Arrheniusgraphen sehen jedoch gut aus und passen zu den Werten. Es muss also nach einem systematischen Fehler gesucht werden. Bei diesem Versuch konnten wir als Praktikanten wenig falsch machen. Das Ablesen des Druckes war jedoch sehr ungenau und das Manometer musste öfter angestoßen werden, da es zu träge war und keine Druckänderung anzeigte.

So muss der Fehler bei den verwendeten Geräten liegen.

## 6 Messwerte

$p$ [Bar]	$R$ [ $\Omega$ ] Erwärmen	$R$ [ $\Omega$ ] Abkühlen	$p$ [Bar]	$R$ [ $\Omega$ ] Erwärmen	$R$ [ $\Omega$ ] Abkühlen
0	1095		20	1771	1797
1	1330		21	1781	1808
2	1403	1440	22	1789	1816
3	1460	1496	23	1798	1822
4	1505	1535	24	1804	1830
5	1537	1570	25	1812	1838
6	1568	1598	26	1821	1847
7	1590	1618	27	1830	1854
8	1606	1640	28	1838	1862
9	1626	1658	29	1845	1869
10	1644	1675	30	1850	1875
11	1657	1690	31	1857	1880
12	1674	1705	32	1862	1884
13	1690	1718	33	1870	1890
14	1705	1731	34	1875	1895
15	1718	1744	35	1881	1899
16	1729	1753	36	1887	1903
17	1738	1765	37	1892	1905
18	1749	1777	38	1898	1907
19	1760	1787			

**Tabelle 4:** unsere Messwerte bei einem Umgebungsdruck von 1017 hPa

## Literatur

[Dem08] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme*. Springer-Verlag,

Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2008, ISBN 978-3-642-25465-9.

- [Mes10] Meschede, D.: *Gerthsen Physik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 24. Auflage, 2010, ISBN 978-3-642-12893-6.