



---

**Versuch 8:**  
**Der Dampfdruck von Wasser**

---



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Reale Gase . . . . .	3
2.2	Dampfdruck . . . . .	3
2.3	Arrhenius-Plot . . . . .	4
2.4	Barometrische Höhenformel . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1	Aufbau . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
5.1	Druckkurven . . . . .	6
5.2	Verdampfungswärme . . . . .	6
5.3	Siedepunkt des Wassers . . . . .	8
5.4	Dampfdruck . . . . .	8
5.5	Sidetemperatur auf der Zugspitze . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
6.1	Vergleich mit Literaturwerten . . . . .	10
6.2	Fehlerquellen . . . . .	10



PRAKTIKANTEN:  
Fabian Heimann,  
Lars Niklas Brinkschmidt

DURCHFÜHRUNG:  
13.06.2013

# 1 Einführung

Bringt man in ein zuvor evakuiertes Gefäß eine Flüssigkeit ein, die es nur zum Teil ausfüllt, so wechselt ein Teil der Flüssigkeit den Aggregatzustand: die Flüssigkeit verdampft und über ihr stellt sich ein für sie charakteristischer Druck ein. In diesem Versuch soll nun die entscheidende Größe gemessen werden, der Dampfdruck von Wasser. Eine Anwendung der Druckabhängigkeit der Siedetemperatur ist der Schnellkochtopf, bei dem sich beim Ankochen Wasserdampf im Topf sammelt, der einen Überdruck erzeugt, wodurch sich die Siedetemperatur von Wasser erhöht, was die Garzeit verkürzt und damit Energie schont.

## 2 Theorie

### 2.1 Reale Gase

Die ideale Gasgleichung idealisiert Gase durch die Annahme, die Moleküle hätten weder ein merkliches Eigenvolumen, noch ergäbe sich Wechselwirkungen zwischen den Molekülen. Die Van-der-Waals-Gleichung korrigiert diese Annahmen nun und versucht die tatsächlichen Verhältnisse durch die Einführung zweier, gasspezifischer Konstanten  $a$  (für die inneren Wechselwirkungen) und  $b$  (für das Eigenvolumen) abzuschätzen.

Die ideale Gasgleichung  $pV = nRT$  geht dadurch in die *Van-der-Waals-Gleichung* über:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right) \cdot (V - nb) = nRT \quad (1)$$

### 2.2 Dampfdruck

Erhitzt man eine Flüssigkeit in einem abgeschlossenen, bis auf die Flüssigkeit evakuierten, Gefäß, das von der Flüssigkeit nicht ausgefüllt wird, so verdampft durch die zugeführte Wärme ein Teil der Flüssigkeit. Die Flüssigkeit besteht aus Molekülen, die sich in regelloser Bewegung befinden, und teilweise aus der Oberfläche der Flüssigkeit austreten. Die nun außerhalb der Flüssigkeit vorhandenen Gasmoleküle treten zum Teil auch wieder in die Flüssigkeit ein, da sie aufgrund von Stoßprozessen im Außenraum an Energie verlieren. So stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht ein. Die sich bildende Dampfphase übt einen Druck auf die flüssige Phase aus, abhängig vom Verhältnis der Phasen und damit der Temperatur. Es stellt sich also der von der jeweiligen Temperatur abhängige ein Gleichgewichtsdruck  $p_s = p_s(T)$  ein, bei dem Kondensations- und Verdampfungs geschwindigkeit gleich sind. Dieser Druck  $p_s$  wird als Dampfdruck bezeichnet.

Die Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\Lambda_V = T \frac{dp_s}{dt} (V_D - V_{fl}) \quad (2)$$

liefert einen Zusammenhang zwischen den molaren Volumina der Dampfphase  $V_D$  und der flüssigen Phase  $V_{fl}$ , der aktuellen Temperatur  $T$ , der Änderungsrate  $\frac{dp_s}{dt}$  des Dampfdruckes zur Zeit  $t$  und der molaren Verdampfungsenthalpie  $\Lambda_V$ , also der Energie, die man braucht

um ein Mol des Stoffes zu verdampfen. Wenn man nun davon ausgeht, dass die flüssige Phase gegenüber der Dampfphase deutlich kleiner ist, also  $V_D \gg V_{fl}$ , kann man die als Dampfdruckkurve bekannte van't-Hoffsche-Gleichung aufstellen, die besagt

$$p_s(T) = p_0 \cdot \exp\left(\frac{\Lambda_V}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) \quad (3)$$

wobei  $p_0$  der Druck bei  $T_0$  ist, der Siedetemperatur des Stoffes.

## 2.3 Arrhenius-Plot

Ein Arrhenius-Plot liefert, in diesem Fall, einen linearen Zusammenhang über die Auftragung des logarithmischen Drucks gegen die reziproke Temperatur. Es gilt:

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\overbrace{\frac{\Lambda_V}{R}}^{=m} \cdot \frac{1}{T} + \overbrace{\frac{\Lambda_V}{RT_0}}^{=c} = m\frac{1}{T} + c \quad (4)$$

## 2.4 Barometrische Höhenformel

Für ein Gas der Dichte  $\rho$ , das sich in der Höhe  $h$  über der Erdoberfläche mit Normdruck  $p_0 = p(h=0)$  befindet, lässt sich der Druck  $p$  mit der barometrischen Höhenformel (siehe [2, S.188])

$$p(h) = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho gh}{p_0}\right) \quad (5)$$

berechnen.

# 3 Durchführung

## 3.1 Aufbau

Ein geschlossener Metallkolben, in den zum Teil Wasser eingelassen wurde, ist über einer Heizplatte befestigt. An den Kolben sind ein Manometer und ein Widerstandsthermometer angeschlossen.

# 4 Durchführung

Die Heizplatte wird eingeschaltet und in 1-Bar-Schritten der Druck in Abhängigkeit zur Temperatur notiert. Erreicht das Widerstandsthermometer einen Wert von  $R = 1900\Omega$  wird die Heizplatte abgestellt und nun beim Abkühlen der Druck in 1-Bar-Schritten in Abhängigkeit zur Temperatur notiert.

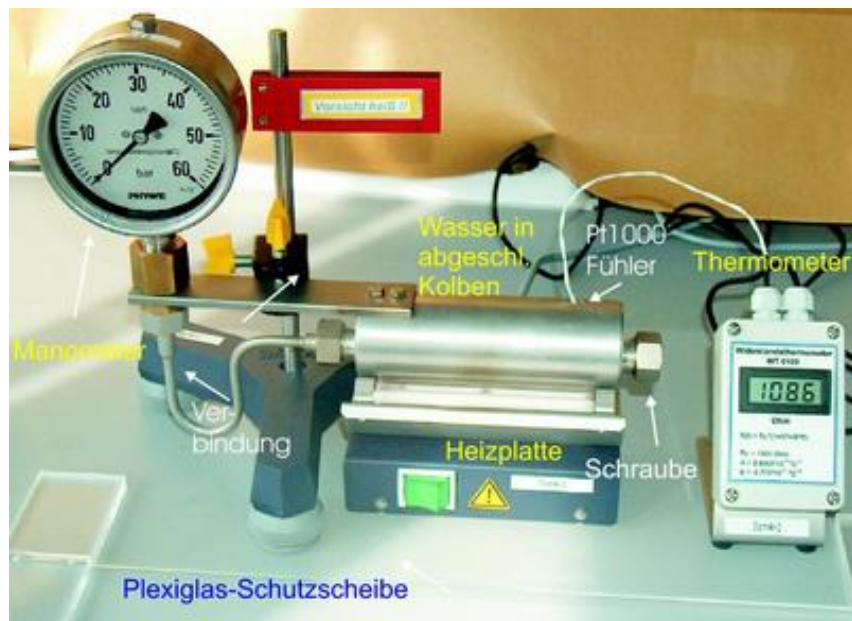


Abbildung 1: Versuchsaufbau Dampfdruck. Ein Metallkolben mit einem Wasser/Luft-Gemisch wird über eine Heizplatte erhitzt, wobei Temperatur und Druck über ein Widerstandsthermometer und ein Manometer abgelesen werden.  
.[3]

## 5 Auswertung

### 5.1 Druckkurven

Zur Auswertung der Daten soll zuerst aus den gemessenen Widerstandswerten die Temperatur errechnet werden. Dabei gilt, wenn wir Gleichung ( ) umstellen

$$\vartheta = -\frac{A}{2B} - \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} - \frac{1}{B} + \frac{R}{R_0 B}} \quad (6)$$

Der Fehler ist gegeben mit

$$\sigma_{\vartheta} = 0.3^{\circ}\text{C} + 0.005 \cdot \vartheta. \quad (7)$$

Die absolute Temperatur erhalten wir durch Umrechnen in K. Für die Auftragung als Arrheniusplot benötigen wir den Kehrwert der Temperatur. Für den Fehler folgt nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_{1/T} = \frac{\sigma_T}{T^2}. \quad (8)$$

Auf die y-Achse des Arrheniusplots wird der natürliche Logarithmus der Temperatur aufgetragen. Der Fehler dieser Größe ergibt sich ebenfalls aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_{\ln p} = \frac{\sigma_p}{p} \quad (9)$$

Für das Erwärmen erhalten wir den in Abb. 2 dargestellten Graphen.

Analog werten wir die Daten für das Abkühlen aus. Dort erhalten wir den in Abb. 3 dargestellten Graphen.

### 5.2 Verdampfungswärme

Nun soll die Verdampfungswärme  $\Lambda_V$  aus dem Arrheniusplot bestimmt werden. Dazu betrachten wir die Steigung der eingezeichneten linearen Regression. Für sie gilt

$$m = \frac{d \ln p}{d(1/T)} = \frac{d \ln \left[ p_0 \cdot e^{\frac{\Lambda_V}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)} \right]}{d(1/T)} = -\frac{\Lambda_V}{R} \quad (10)$$

Daraus folgt dann unmittelbar

$$\Lambda_V = -m \cdot R, \quad \sigma_{\Lambda_V} = \sigma_m \cdot R \quad (11)$$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 dargestellt.

	Erwärmen	Abkühlen
$m[\text{K}]$	$-4684 \pm 12$	$-4480 \pm 60$
$\Lambda_V[\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}]$	$38.9 \pm 0.1$	$37.2 \pm 0.5$

Tabelle 1: Ergebnisse für die Verdampfungswärme von Wasser

Als gewichteten Mittelwert erhalten wir

$$\Lambda_V = (38.8 \pm 0.1) \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \quad (12)$$

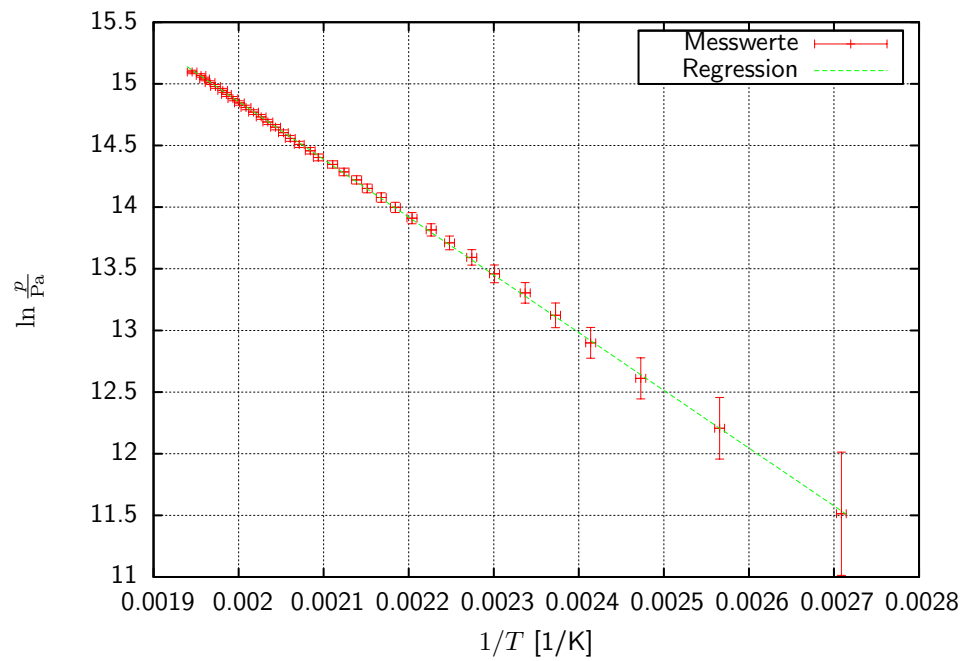


Abbildung 2: Arrheniusplot für das Erwärmen

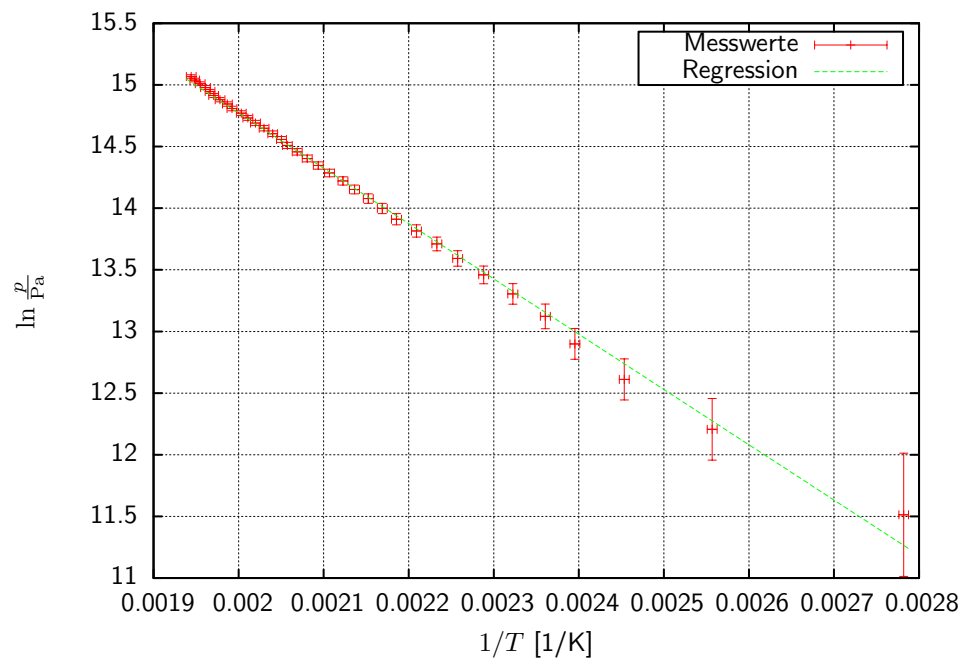


Abbildung 3: Arrheniusplot für das Abkühlen

### 5.3 Siedepunkt des Wassers

Die Regressionskurven haben die folgende Form

$$\ln p = m \cdot \frac{1}{T} + b. \quad (13)$$

Zur Bestimmung des Siedepunktes bei Wasser stellen wir diese Gleichung nach  $T$  um und erhalten

$$T_s = \frac{m}{\ln p - b}. \quad (14)$$

Für den Druck setzen wir den Normaldruck  $p_0$  ein.

Die Größen  $m$  und  $b$  sind fehlerbehaftet. Nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung gilt dann für den Fehler von  $T$

$$\sigma_{T_s}^2 = \left[ \frac{\sigma_m}{\ln p - b} \right]^2 + \left[ \frac{\sigma_b \cdot m}{(\ln p - b)^2} \right]^2 \quad (15)$$

Damit erhalten wir die in Tabelle 2 dargestellten Ergebnisse.

	Erwärmen	Abkühlen
$m[\text{K}]$	$-4684 \pm 12$	$-4480 \pm 60$
$b$	$24.22 \pm 0.03$	$23.7 \pm 0.2$
$T_s[\text{K}]$	$369.0 \pm 1.3$	$368 \pm 8$

Tabelle 2: Ergebnisse für den Siedepunkt  $T_s$  von Wasser

Für den gewichteten Mittelwert erhalten wir

$$T_s = (369.0 \pm 1.3) \text{ K}. \quad (16)$$

### 5.4 Dampfdruck

Der Dampfdruck des Wassers bei  $T_0 = 273.15 \text{ K}$  ergibt sich aus der obigen Formel. Wir stellen nach  $p$  um und erhalten

$$p = e^{\frac{m}{T_0} + b}. \quad (17)$$

Für den Fehler ergibt sich

$$\sigma_p^2 = [\sigma_b \cdot p]^2 + \left[ \sigma_m \cdot \frac{p}{T_0} \right]^2. \quad (18)$$

Damit erhalten wir die in Tabelle 3 dargestellten Ergebnisse.

Für den gewichteten Mittelwert erhalten wir

$$p = (1.18 \pm 0.07) \text{ kPa}. \quad (19)$$



	Erwärmen	Abkühlen
$m[\text{K}]$	$-4684 \pm 12$	$-4480 \pm 60$
$b$	$24.22 \pm 0.03$	$23.7 \pm 0.2$
$p[\text{kPa}]$	$1.17 \pm 0.07$	$1.5 \pm 0.5$

Tabelle 3: Ergebnisse für den Dampfdruck von Wasser



Abbildung 4: Die Zugspitze [4]

## 5.5 Sidetemperatur auf der Zugspitze

Außerdem soll die Sidetemperatur von Wasser auf der Zugspitze (Abbildung 4) berechnet werden.

Dazu berechnen wir zuerst nach der bariometrischen Höhenformel () den Druck auf der Zugspitze auf einer Höhe von  $h = 2962$  m:

$$p = p_0 \cdot e^{-\varrho gh/p_0} = 69.97 \text{ kPa}, \quad (20)$$

wobei  $p_0$  den Normaldruck,  $\varrho = 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  die Dichte der Luft und  $g$  die Erdbeschleunigung bezeichnen. Alle diese Größen werden als exakt gegeben angenommen.

Die Sidetemperatur ist definiert als die Temperatur, bei der der Dampfdruck einer Flüssigkeit gleich dem Umgebungsdruck wird. Wir verwenden hier wieder Gleichung ()

$$p = p_0 \cdot \exp \left( \frac{\Lambda_V}{R} \cdot \left[ \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right] \right) \quad (21)$$

Umstellen nach  $T$  liefert

$$T = - \left[ \ln \frac{p}{p_0} \cdot \frac{R}{\Lambda_V} - \frac{1}{T_0} \right]^{-1}, \quad (22)$$

Größe	Literaturwert	gemessener Wert	Abweichung
$\Lambda_V [\frac{\text{kJ}}{\text{mol}}]$	40.59 [1, S. 299]	$38.8 \pm 0.1$	4.4 %
$T_s [\text{K}]$	373.2 K [1, S. 299]	$369 \pm 1.3$	1.2 %
$p [\text{kPa}]$	0.611	$1.18 \pm 0.07$	49 %

Tabelle 4: Zusammenstellung der Ergebnisse und Vergleich mit den Literaturwerten

wobei  $\Lambda_V = 40.59 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$  die Verdampfungswärme von Wasser und  $T_0 = 273 \text{ K}$  die Siedetemperatur bei Normaldruck bezeichnet. [1, S. 299]

So erhalten wir einen Wert von  $362.89 \text{ K} = 89.7 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## 6 Diskussion

### 6.1 Vergleich mit Literaturwerten

Die erhaltenen Größen  $\Lambda_V$ ,  $T_s$  und der Dampfdruck von Wasser sollen mit den Literaturwerten verglichen werden. Die verschiedenen Werte sind in Tabelle zusammengefasst.

Die Werte für  $\Lambda_V$  und  $T_s$  stimmen recht gut mit den Literaturwerten überein. Die Literaturwerte liegen zwar nicht innerhalb der Fehlerintervalle, dies ist aber auch nicht überraschend, da diverse unten erwähnte systematische Fehler nicht in der Fehlerbetrachtung berücksichtigt sind. Denn diese betrachtet nur die Fehler der Regression, also die Fehler zwischen den verschiedenen Messpunkten. Mit anderen Worten: Taucht ein Fehler in allen Punkten gleich auf, wird er in der Fehlerbetrachtung nicht berücksichtigt.

Wesentlich größer ist der Fehler beim Dampfdruck von Wasser. Dieser liegt mit  $8 \sigma$  deutlich außerhalb des Fehlerintervalles. Dies ist vor allem dadurch zu erklären, dass der Dampfdruck als Exponentialfunktion berechnet wird: Liegt hier ein kleiner Fehler im Exponenten vor, entsteht ein großer Fehler im absoluten Wert.

### 6.2 Fehlerquellen

Die oben beschriebenen Fehler dürften vor allem durch die folgenden Fehlerquellen entstanden sein:

- Das Ablesen des Druckes ist sehr ungenau. Die analoge Skala lässt leider keine genauen Messungen zu.
- Ein weiteres Problem ist die Trägheit dieses Messgerätes. Vor Ende des letzten Messwertes beim Abkühlen haben wir einmal auf das Messgerät geklopft, was sofort zu einer drastischen Änderung des Druckes geführt hat. Das erklärt auch, warum dieser Wert in Abb. 3 recht deutlich von der Regressionsgerade abweicht. Dies zeigt zusätzlich, wie ungenau die Messung des Druckes war.

## Literatur

- [1] DIETER MESCHEDE (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [2] WOLFGANG DEMTRÖDER (2008): *Experimentalphysik I: Mechanik und Wärme*, 5. Auflage, Springer Berlin Heidelberg
- [3] <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/3644>, 22.06.2013
- [4] *Wikimedia Commons: File:ZugspitzeJubilaumsgratHoellental.JPG*, <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:ZugspitzeJubilaumsgratHoellental.JPG>, abgerufen 22.6.2013