

Abschluß-Hausarbeit

(Abgabe: 18.08.2014, 12:00 Uhr)

Projekt 065: Doppelpendel

Die Bewegungsgleichungen eines Doppelpendels lauten:

$$\begin{aligned}(m_1 + m_2) l_1 \ddot{\varphi}_1 + m_2 l_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + m_2 l_2 \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + g(m_1 + m_2) \sin \varphi_1 &= 0 \\ m_2 l_2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 l_1 \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - m_2 l_1 \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + m_2 g \sin \varphi_2 &= 0\end{aligned}$$

mit den kartesischen Koordinaten

$$\begin{aligned}x_1 &= l_1 \sin(\varphi_1) \\ y_1 &= -l_1 \cos(\varphi_1) \\ x_2 &= x_1 + l_2 \sin(\varphi_2) \\ y_2 &= y_1 - l_2 \cos(\varphi_2).\end{aligned}$$

Führen Sie dieses System gekoppelter Differentialgleichungen zweiter Ordnung auf ein System erster Ordnung zurück. Schreiben Sie dann ein Programm, das die Bewegungsgleichungen für die Anfangsbedingungen $\varphi_1(0) = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_2(0) = \frac{\pi}{3}$, $\dot{\varphi}_1(0) = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ und $\dot{\varphi}_2(0) = 1.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ mit dem Runge-Kutta-Verfahren 2. und 4. Ordnung löst. Plotten Sie anschließend y_i gegen x_i , sowie die Geschwindigkeit gegen den Ort. Variieren Sie die Verhältnisse der Pendellängen l_2/l_1 und Massen m_2/m_1 und diskutieren Sie das beobachtete qualitative Verhalten. Vergleichen Sie die Geschwindigkeit und Genauigkeit der beiden Integrationsverfahren.

Hinweis: Zur Fixierung der Zeitskala wählen Sie $l_1 = 1\text{m}$. Wählen Sie ferner $m_1 = 1\text{kg}$.