

Exercicis Resolts  
MATEMÀTIQUES  
Graus en Biologia i Biotecnologia



Jordi Villà i Freixa

Darrera modificació: October 2, 2024

## Contents

<b>1</b>	<b>Models matemàtics</b>	<b>2</b>
1.1	Models discrets . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Material pràctic</b>	<b>5</b>

---

\*Adreça electrònica: [jordi.villa@uvic.cat](mailto:jordi.villa@uvic.cat)

# 1 Models matemàtics

## 1.1 Models discrets

**Exercise 1 —** Considerem una població de ratolins que es troba en una illa deserta. La població inicial de ratolins és de 100 individus. La taxa de creixement natural anual és del 30% ( $r = 0.30$ ).

Es vol determinar el temps necessari perquè la població arribi a 1 milió de ratolins en dos casos:

- **Sense aportacions externes:** Només es considera el creixement natural de la població.
- **Amb aportacions externes:** Cada any arriben 20 ratolins nous a més del creixement natural.

### Solution (Exercise 1) — Sense Aportacions Externes

La població en temps  $t$  es modela amb l'equació de creixement exponencial:

$$P(t) = P_0 \cdot (1 + r)^t$$

ja que cada pas implica:

$$P(t + 1) = P(t) \cdot (1 + r)$$

On:

- $P_0 = 100$  (població inicial)
- $r = 0.30$  (taxa de creixement)
- $P(t) = 1,000,000$  (població objectiu)

Per trobar el temps  $t$  necessari per arribar a 1 milió de ratolins, resolem:

$$1,000,000 = 100 \cdot (1.30)^t$$

$$10,000 = (1.30)^t$$

Aplicant logaritmes:

$$\ln(10,000) = t \cdot \ln(1.30)$$

$$t = \frac{\ln(10,000)}{\ln(1.30)} \approx \frac{9.21034}{0.26236} \approx 35.11$$

Per tant, el temps necessari és aproximadament **35 anys**.

### Amb Aportacions Externes

Amb aportacions externes, la població es modela amb l'equació:

$$P(t+1) = P(t) \cdot (1+r) + A$$

o bé

$$P(t) = P_0 \cdot (1+r)^t + A \cdot \frac{(1+r)^t - 1}{r}$$

On:

- $P_0 = 100$  (població inicial)
- $r = 0.30$  (taxa de creixement)
- $A = 20$  (aportacions externes)
- $P(t) = 1,000,000$  (població objectiu)

Utilitzant un enfocament iteratiu, s'ha de trobar el temps  $t$  per al qual la població supera 1 milió de ratolins. En aquest cas, el càlcul és:

$$P(t) = 100 \cdot (1.30)^t + 20 \cdot \frac{(1.30)^t - 1}{0.30}$$

Després de calcular iterativament, es troba que el temps necessari és aproximadament **34 anys**.

El següent gràfic mostra l'evolució de la població amb i sense aportacions externes al llarg del temps:

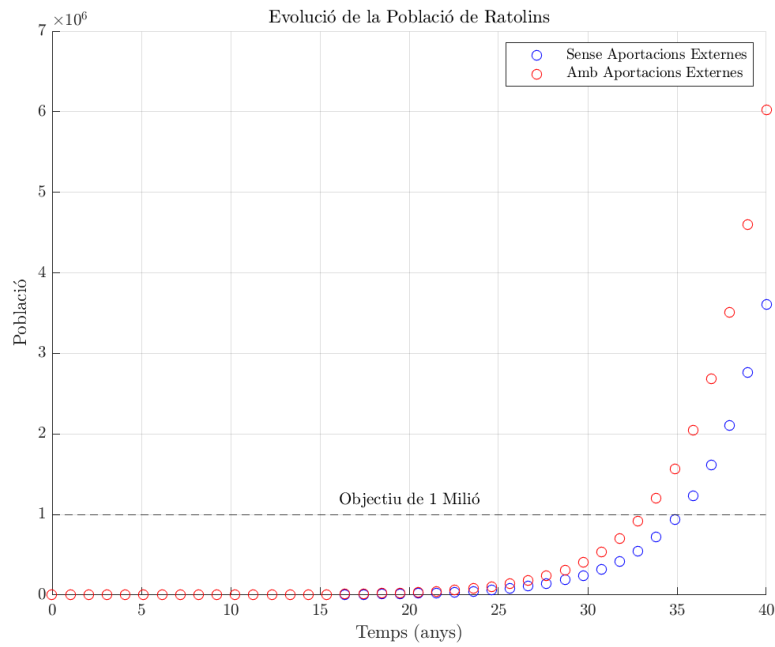
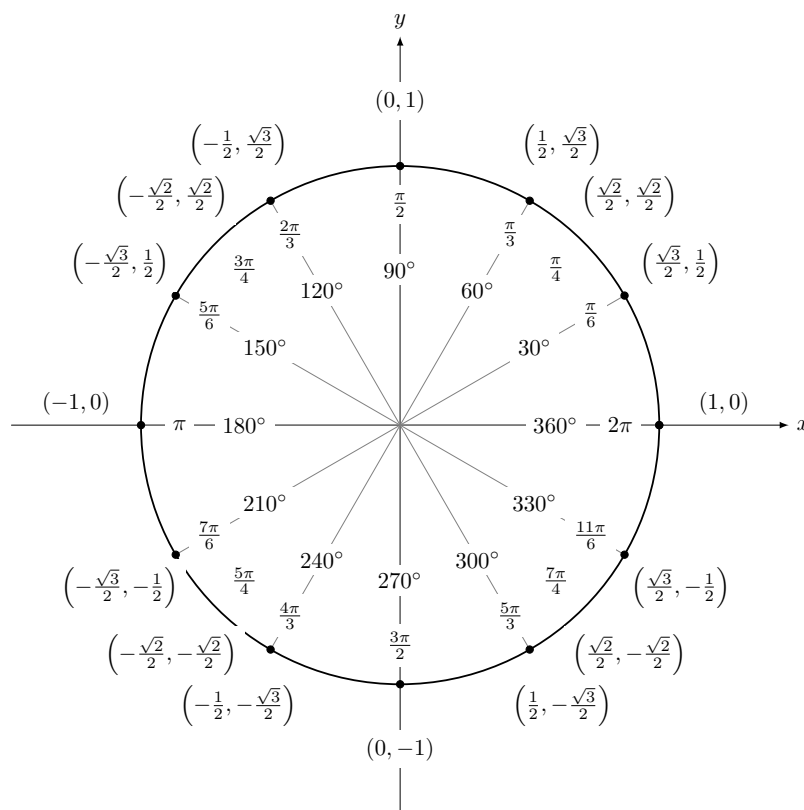


Figure 1: Evolució de la població de ratolins amb i sense aportacions externes. La línia horitzontal indica l'objectiu de 1 milió de ratolins.

■



## 2 Material pràctic

- La Figura 2 conté informació sobre els sinus i cosinus d'alguns dels valors d'angles més comuns en els exercicis de l'assignatura.

## References