

2022 年 5 月 25 日

情報組織論 II

第 2 回課題

1. B スプライン関数の 1 の分割に関する以下の式を証明せよ.

$$\sum_i N_i^n(u) = 1$$

2. B スプライン関数の微分に関する以下の式を証明せよ.

$$\frac{d}{du} N_i^n(u) = \frac{n}{u_{i+n} - u_i} N_i^{n-1}(u) - \frac{n}{u_{i+n+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{n-1}(u)$$

3. B スプライン曲線の微分に関する以下の式を証明せよ.

$$\frac{d}{du} \mathbf{d}_j^n(u) = n \sum_{i=j}^{j+n-1} \frac{\Delta \mathbf{p}_i}{u_{i+n+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{n-1}(u)$$

4. (次数の等しい)ベジエ曲線と B スプライン曲線の制御点の相互変換の方法について述べよ. 特に 1~3 次のベジエ曲線とカーディナル B スプライン(ノットが多重度 1 で連続する整数値の B スプライン)曲線の基底変換行列を求めよ.

5. 整数値をノットにとる 1~3 次の B スプライン関数のグラフを書け. ただし, 多重度を変化させてスプライン関数の形状の変化を確認すること. たとえば, 2 次の場合には, $\{0,1,2,3\}$, $\{0,0,1,2\}$, $\{0,1,1,2\}$, $\{0,1,2,2\}$, $\{0,0,1,1\}$ などが考えられる. 手計算でも構わないし, プログラムでも構わない(次の問題があるのでプログラムの方が楽だろう).

6. 3 次の B スプライン曲線を描画するプログラムを書き, プログラムと実行結果について説明せよ. プログラミング言語は問わない. ただし, de Boor のアルゴリズム, B スプライン関数を用いる方法の 2 種類について, それぞれプログラム(関数やメソッド)を書くこと. 制御点やノット, 描画の際の分割数(Δu の値)などをインタラクティブ(対話的)に与えられるようにすることが望ましい.

7. 10 個以上の点を補間する Lagrange 補間曲線を生成・描画するプログラムを書き, プログラムと実行結果について説明せよ(特に変動性について議論せよ). プログラミング言語は問わない. ただし, Aitken のアルゴリズム(反復計算にしないと実行が遅くなる

ので注意すること), **Lagurange** 多項式のいずれを用いても構わない(両方ともコーディングすることを薦める). 制御点やノット, 描画の際の分割数(Δt の値)などをインタラクティブ(対話的)に与えられるようにすることが望ましい.