2022 年 4 月 27 日

情報組織論 II

第 1 回課題

1．ベジエ曲線の性質「線形補間」の意味を説明するとともに，式を証明せよ．

$$\mathbf{p}_i = \left(1-\frac{i}{n}\right)\mathbf{p} + \frac{i}{n}\mathbf{q} \text{のとき} \quad \sum_{i=0}^{n} \mathbf{p}_i B_i^n(t) = (1-t)\mathbf{p} + t\mathbf{q}$$

（ヒント）

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{i}{n} B_i^n(t) = t \text{を証明するとよい}$$

2．バーンスタイン多項式基底と単項式基底との間の以下の関係式を証明せよ．

$$B_i^n(t) = \sum_{j=0}^{n} m_{ij} t^j \qquad m_{ij} = (-1)^{j-i} \binom{n}{j} \binom{j}{i}$$

3．ベジエ曲線の次数上げに関する以下の式を証明せよ(極限についてはオプション課題)．

r階次数上げ $$\mathbf{p}_i^{(n+r)} = \sum_{j=0}^{n} \mathbf{p}_j^{(n)} \binom{n}{j} \frac{\binom{r}{i-j}}{\binom{n+r}{i}}$$

極限 $$\lim_{i/(n+r)\to t} \mathbf{p}_i^{(n+r)} = \sum_{j=0}^{n} \mathbf{p}_j^{(n)} \binom{n}{j} t^j (1-t)^{n-j} = \mathbf{b}^n(t)$$

（ヒント）

Stirlingの公式を使う $\lim_{n\to\infty} n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$

4．ベジエ曲線を描画するプログラムを書き，プログラムと実行結果について説明せよ．プログラミング言語は問わない．ただし，de Casteljau のアルゴリズムの再帰版，de Casteljau のアルゴリズムの反復版(1 次から順に高次の点を求める)，バーンスタイン多項式を用いる方法の 3 種類について，それぞれプログラム(関数やメソッド)を書くこと．制御点や分割数(t の値)などをインタラクティブ(対話的)に与えられるようにすることが望ましい．

5．バーンスタイン多項式のグラフを描くプログラムを書き，プログラムと実行結果について説明せよ．プログラミング言語は問わない．

（ヒント）

バーンスタイン多項式(関数やメソッド)を用いてグラフを書くのが直接的だが，問 1 を利用すればベジエ曲線として描くことが可能である．