

Modellierung dynamischer Systeme

Abgabe der Praktikumsaufgabe 2

Maria Lüdemann und Birger Kamp

April 19, 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Teilaufgabe 1 - Erdumkreisung, Fluchtgeschwindigkeit und geostationäre Bahn	2
1.1	Gegebene Formeln und Konstanten	2
1.2	Konfigurierbare Parameter	3
1.3	Funktionen	3
1.4	Startposition	3
1.4.1	vStart	3
1.4.2	Beschleunigung	3
1.4.3	Kontakt	4
2	Teilaufgabe 2 - Mondumkreisung	4
3	Teilaufgabe 3 - Crazy Pendulum	4
4	Teilaufgabe 4 - Schwingungsgedämpfter Tisch	4

1 Teilaufgabe 1 - Erdumkreisung, Fluchtgeschwindigkeit und geostationäre Bahn

In dieser Aufgabe ist es das Ziel den Flug eines Satelliten zu modellieren die von einer Trägerrakete in eine Startposition x_0 gebracht wird. Von dort soll der Satellit antriebslos mit einer Geschwindigkeit von v_0 und einem Flugwinkel Θ weiterfliegen und die Erde umrunden. Ab der antriebslosen Phase x_0 startet unsere Simulation. Dabei haben wir wie vorgegeben den Einfluss des Satelliten auf die Erde vernachlässigt und die Simulation mithilfe des gegebenen MatLab-Skripts *Erdbahn.m* visualisiert. Die gegebenen Werte werden in Abb 1 veranschaulicht. Für die Simulation wurde aus den gegebenen Werten und angeforderten Funktionen ein Simulink Schaltbild entworfen das die Simulation durchführt.

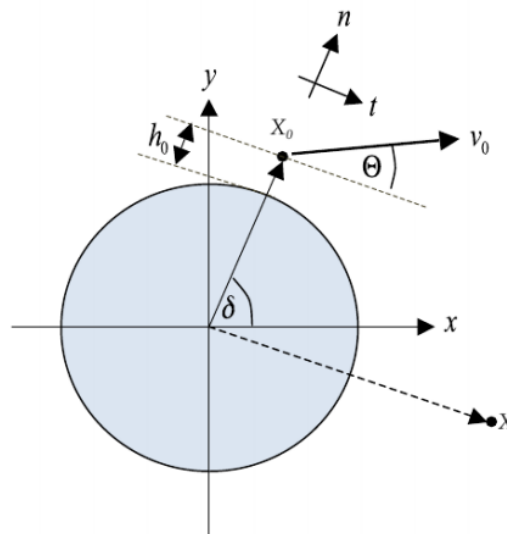


Abbildung 1:

1.1 Gegebene Formeln und Konstanten

Kraft auf den Satelliten

$$\vec{F}_S = G \cdot \frac{m_E \cdot m_S}{r^2} \cdot \vec{e}_{SE} \quad (1)$$

Erdradius

$$r_E = 6378 \text{ km} \quad (2)$$

Erdmasse

$$m_E = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (3)$$

Gravitationskonstante

$$G = 66,743 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \quad (4)$$

1.2 Konfigurierbare Parameter

Folgende Parameter müssen mindestens bei der Simulation konfigurierbar sein:

- v_0 Startgeschwindigkeit [km/s]
- Θ Flugwinkel [$^\circ$]
- δ Startwinkel [$^\circ$]
- h_0 Starthöhe [km]

1.3 Funktionen

Im Folgenden werden die benötigten Funktionen erklärt.

1.4 Startposition

Die Funktion *Startposition* berechnet den Startpositionsvektor x_0 aus den gegebenen Parametern $\gamma(^\circ)$, der Starthöhe h_0 (km) und der Konstante Erdradius.

Dafür verwenden wir eine Formel die sich aus der Geometrie ableitet da hier mithilfe der Winkel die Ankathete und Gegenkathete der Hypotenuse von $r+h_0$ berechnet werden aus denen sich die Position ableiten lässt.

Die Formel dazu beschreibt sich als

$$\vec{x} = [\cos(\delta) \cdot (r + h_0), \sin(\delta) \cdot (r + h_0)] \quad (5)$$

1.4.1 vStart

Die Funktion *vStart* berechnet den Startgeschwindigkeitsvektor \vec{v}_0 aus dem Startpositionsvektor v_0 , dem Flugwinkel γ und dem durch die Funktion *Startposition* berechneten Startpositionsvektor x_0 .

Um den Vektor bestimmen zu können werden zuerst die Einheitsvektoren in Tangential- und Normalrichtung (\vec{t}, \vec{n} aus x_0 konstruiert. Danach werden die Tangential- und Normalkomponenten der Startgeschwindigkeit (v_t, v_n) berechnet. Aus diesen Parametern lässt sich dann die Startgeschwindigkeit zusammenbauen.

Die genaue Durchführung findet sich im MatLab Code

1.4.2 Beschleunigung

Diese Funktion berechnet aus der Satellitenposition \vec{x} die Satellitenbeschleunigung. Die Kräfte die auf den Satelliten wirken summieren sich.

$$\Sigma F = m \cdot a \quad (6)$$

Daraus ergibt sich

$$a = \frac{\Sigma F}{m} \quad (7)$$

Wobei hier m die Masse des Satelliten ist und sich heraus kürzt. Daraus folgt:

$$a = \Sigma F_{SE} \quad (8)$$

1.4.3 Kontakt

2 Teilaufgabe 2 - Mondumkreisung

3 Teilaufgabe 3 - Crazy Pendulum

4 Teilaufgabe 4 - Schwingungsgedämpfter Tisch