Modellierung dynamischer Systeme Entwurf zur Bearbeitung der Praktikumsaufgabe 2

Maria Lüdemann und Birger Kamp

April 14, 2016

1 Allgemein

Diese Praktikumsaufgabe beschäftigt sich mit dem Anwenden von DGLn bei der Modellierung von physikalischen Vorgängen. In dieser Aufgabe werden Satelliten Flüge zwischen der Erde und dem Mond , sowie diverse Pendelbewegungen modelliert.

2 Teilaufgabe 1

In dieser Aufgabe wird ein Satellit von der Erde losgeschickt. Zu modellieren ist der antriebslose Flug des Satelliten, sobald er die Position x_0 erreicht hat. Von dort beginnt der Satellit seinen antriebslosen Flug mit der Startgeschwindigkeit v_0 und dem Flugwinkel Θ. Der Flug ist vereinfacht im zweidimensionalen Raum zu modellieren.

Es wurde eine MatLab-Skript *Erdbahn.m* bereitstellt. Mit dem im Anschluss die Flugbahn des Satelliten visualisiert werden kann.

Abbildung 1 illustriert das Modell sowie die jeweiligen Bezeichner.

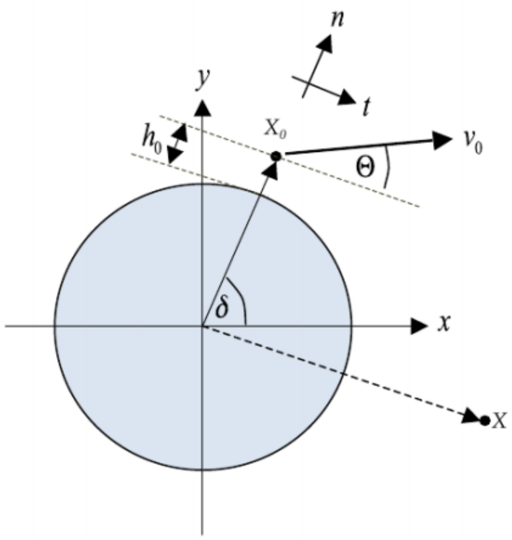

Figure 1:

2.1 Gegebene Formeln und Konstanten

Kraft auf den Satelliten

$$\vec{F}_S = G * \frac{m_E * m_S}{r^2} * \vec{e}_{SE} \tag{1}$$

Erdradius

$$r_E = 6378km \tag{2}$$

Erdmasse

$$m_E = 5,9736 * 10^{24}kg \tag{3}$$

Gravitationskonstante

$$G = 66,743 * 10^{-12}m^3kg^{-1}s^{-2} \tag{4}$$

2.2 Konfigurierbare Parameter

Folgende Parameter müssen mindestens bei der Simulation konfigurierbar sein:

- v_0
- Θ
- γ
- h_0

2.3 Erdachte Formeln

Folgende Formeln wurden selbst erdacht, und sollen bei der Lösung behilflich sein:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{5}$$

$$h = r - r_E \tag{6}$$

$$\vec{e}_{SE} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{r} * \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{7}$$

2.4 Hinweise bei der Lösung mit MatLab

- Die Simulation soll den Namen *Erdorbits* haben.
- In den Simulink-Schaltbildern sollen Vektorintegratoren verwendet werden. Das ist ein einfacher Integrator, der sein Eingangssignal aus einem Multiplexer erhält.
- Die errechneten Bahnkoordinaten des Satelliten sollen von Simulink als getrennte x- und y-Werte in den MatLab-Workspace übergeben werden. Von dort werden sie visualisiert.
- Sobald der Satellit die Erdoberfläche erreicht ($h = 0$), soll die Simulink-Simulation beenden.
- Es soll eine EM-Funktion *Startposition* geben, die aus den Parametern γ, h_0 und dem Erdradius den Startpositionsvektor x_0 berechnet.
- Es soll eine EM-Funktion *vStart* geben, die aus v_0, Θ und x_0 soll der Startgeschwindigkeitsvektor berechnet werden. Der Vektor soll den Anfangswert als Weltkoordinaten enthalten. Dabei wird der Tipp gegeben, erst die Einheitsvektoren in Tangential- und Normalenrichtung ($\vec{n},\vec{t}$) aus x_0 zu konstruieren. Danach werden die Tangential- und Normalenkomponenten der Startgeschwindigkeit (v_t,v_n) berechnet. Abschließend wird aus den Einheitsvektoren und den Geschwindigkeitsvektoren die Bewegung des Satelliten berechnet.
- Es soll eine EM-Funktion *Beschleunigung* geben, die aus der aktuellen Satellitenposition $\vec{x}$ die aktuelle Satellitenbeschleunigung berechnet.
- Es soll eine EM-Funktion *Kontakt* geben, die den Wert *0* ausgibt, solange der Satellit sich über der Erdoberfläche befindet ($h > 0$), ansonsten gibt sie den Wert *1* aus.
- Die Simulink-Simulation soll ein Display haben, dass die bislang vergangene Zeit in Stunden anzeigt.

2.5 Durchführung 1

Im ersten Experiment sollen die Werte $\gamma = 30°,\ h_0 = 400km$ und $\Theta = 0°$ angenommen werden. Die Startgeschwindigkeit v_0 soll so bestimmt werden, dass der Satellit in einer Kreisbahn auf gleicher Höhe fliegt (Tipp: ca. $7,4{-}8,5km{*}s^{-1}$). Außerdem soll bestimmt werden, wie lange eine Erdumkreisung dann dauert (Tipp: ca. $1-2h$).

2.6 Durchführung 2

Im zweiten Experiment sollen die Werte $\gamma = 30°,\ h_0 = 400km$ und $\Theta = 0°$ angenommen werden und die Simulationszeit beträgt $1*10^6s$. Es soll v_0 bestimmt werden, sodass der Satellit gerade der Erde entflieht (Tipp: ca. $10-11km*s^{-1}$).

2.7 Durchführung 3

Im dritten Experiment sollen die Werte $\gamma = 30°$ und $\Theta = 0°$ angenommen werden. Es sollen h_0 und v_0 so bestimmt werden, dass die Kreisbahn des Satelliten genau 1 Tag dauert. (Tipp: $h_0 \approx 40000km$ und $v_0 \approx 3km*s^{-1}$)

2.8 Hinweis zu Durchführungen

Die Ergebnisse der Experimente können entweder durch Ausprobieren im Modell erreicht werden, oder durch Berechnung mit einer Formel.

3 Teilaufgabe 2

Zu dieser Teilaufgabe wird das Simulink-Modell aus Teilaufgabe 1 kopiert. Nun soll der Satellit nicht mehr um die Erde kreisen, sondern zusätzlich auch um den Mond.

Zur Visualisierung des Modells wurde ein MatLab-Skript *ErdMondBahn.m* bereitgestellt.

3.1 Zusätzliche Konstanten

Mondposition(fest)

$$x_M = (0, 380000)^T km \tag{8}$$

Mondmasse

$$m_M = 7,3480 * 10^{22} kg \tag{9}$$

3.2 Änderungen am Modell

Im kopierten Simulink-Modell muss die EM-Funktion *Beschleunigung* angepasst werden. Die Simulationszeit wird nun nicht mehr in Stunden, sondern in Tagen angegeben.

3.3 Durchführung

Es sind die Werte $\gamma_0 = 30^\circ$ und $h_0 = 150km$ gegeben.

Es müssen die Werte v_0 und Θ bestimmt werden, sodass der Satellit in einer 8-förmigen Schleife von der Erde startend um den Mond fliegt und zur Erde zurück fliegt. Es ist zu ermitteln, wie lange die Mission dauert.