## Solución de Problemas

Instituto de Matemáticas Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Universidad de Antioquia

- ¿Qué es un problema?
- Partes de un Problema

- ¿Qué es un problema?
- $\bullet$  Partes de un Problema
- Tipos de problemas

- $\bullet$ ¿Qué es un problema?
- Partes de un Problema
- Tipos de problemas
- ¿Como pensar como un matematico
- Reglas de oro de Polya

- ¿Qué es un problema?
- Partes de un Problema
- Tipos de problemas
- ¿Cómo pensar como un matemático?
- Reglas de oro de Polya
- Factores relevantes para la solución de problemas de Alan Schoenfeld

- ¿Qué es un problema?
- Partes de un Problema
- Tipos de problemas
- ¿Cómo pensar como un matemático?
- Reglas de oro de Polya
- Factores relevantes para la solución de problemas de Alan Schoenfeld

## ¿Qué es un problema?

 En el lenguaje común problema es una cuestión en la que hay algo que averiguar o que provoca preocupación.

- En el lenguaje común problema es una cuestión en la que hay algo que averiguar o que provoca preocupación.
- Un problema para las matemáticas es un asunto matemático que debe resolverse a partir de ciertos datos y que no es de respuesta inmediata, pero sí es de respuesta posible.

- En el lenguaje común problema es una cuestión en la que hay algo que averiguar o que provoca preocupación.
- Un problema para las matemáticas es un asunto matemático que debe resolverse a partir de ciertos datos y que no es de respuesta inmediata, pero sí es de respuesta posible.
- Miguel de Guzman: "Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me pueda llevar de una a otra".

- En el lenguaje común problema es una cuestión en la que hay algo que averiguar o que provoca preocupación.
- Un problema para las matemáticas es un asunto matemático que debe resolverse a partir de ciertos datos y que no es de respuesta inmediata, pero sí es de respuesta posible.
- Miguel de Guzman: "Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me pueda llevar de una a otra".
- En un problema no se conoce la vía de solución, es decir, resolver un problema es una actividad para la que el sujeto carece de medios preestablecidos y está en la necesidad de buscarlos, éstas son tareas que requieren de planificación de estrategias y ejecución basadas en un pensamiento no rutinario.

- En el lenguaje común problema es una cuestión en la que hay algo que averiguar o que provoca preocupación.
- Un problema para las matemáticas es un asunto matemático que debe resolverse a partir de ciertos datos y que no es de respuesta inmediata, pero sí es de respuesta posible.
- Miguel de Guzman: "Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me pueda llevar de una a otra".
- En un problema no se conoce la vía de solución, es decir, resolver un problema es una actividad para la que el sujeto carece de medios preestablecidos y está en la necesidad de buscarlos, éstas son tareas que requieren de planificación de estrategias y ejecución basadas en un pensamiento no rutinario.

# Partes de un problema

Datos

# Partes de un problema

 $\bullet$  Datos

Problema

# Partes de un problema

• Datos

- Los datos están conformados por aquella parte del problema que se conoce, que se da.

- Datos
   Los datos están conformados por aquella parte del problema que se conoce, que se da.
- La incógnita

- Datos
   Los datos están conformados por aquella parte del problema que se
   conoce, que se da.
- La incógnita La(s) incógnita(s) la conforma(n) la parte del problema que debe determinarse, lo que hay que averiguar.
- La condiciór

- Datos
   Los datos están conformados por aquella parte del problema que se
   conoce, que se da.
- La incógnita La(s) incógnita(s) la conforma(n) la parte del problema que debe determinarse, lo que hay que averiguar.
- La condición

- Datos
   Los datos están conformados por aquella parte del problema que se
   conoce, que se da.
- La incógnita La(s) incógnita(s) la conforma(n) la parte del problema que debe determinarse, lo que hay que averiguar.
- La condición
   La condición establece la manera en que se relacionan los datos y la incógnita.

## Clases de Problemas

 $\bullet$  Problemas de Rutina (ejercicios)

#### Clases de Problemas

• Problemas de Rutina (ejercicios)
Son simples ejercicios de rutina y no verdaderos problemas. En palabras de Polya:

Limitar la enseñanza de las matemáticas a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es rebajarlas por debajo del nivel de un "libro de cocina", ya que las recetas culinarias reservan una parte a la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa.

#### Eiemplo 2.1

### Clases de Problemas

Problemas de Rutina (ejercicios)
 Son simples ejercicios de rutina y no verdaderos problemas. En palabras de Polya:

Limitar la enseñanza de las matemáticas a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es rebajarlas por debajo del nivel de un "libro de cocina", ya que las recetas culinarias reservan una parte a la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa.

- Factorizar el polinomio  $x^2 + 2x + 1$
- Calcular la suma de fracciones

$$\frac{2x}{3x^2 - 2x - 1} + \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$$

### Clases de Problemas

Problemas de Rutina (ejercicios)
 Son simples ejercicios de rutina y no verdaderos problemas. En palabras de Polya:
 Limitar la enseñanza de las matemáticas a la ejecución mecánica de

operaciones rutinarias es rebajarlas por debajo del nivel de un "libro de cocina", ya que las recetas culinarias reservan una parte a la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa.

- Factorizar el polinomio  $x^2 + 2x + 1$
- Calcular la suma de fracciones

$$\frac{2x}{3x^2 - 2x - 1} + \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$$

### Clases de Problemas

 $\bullet$  Problem as por Resolver

#### Clases de Problemas

 Problemas por Resolver
 El propósito de un problema por resolver es determinar, descubrir cierto objeto, la incógnita, que satisface la condición que la relaciona con los datos. Los problemas de rutina son, frecuentemente, problemas por resolver; sólo que por ser tan poco atractivos, desde el punto de vista matemático, se les clasifica aparte.

#### Clases de Problemas

• Problemas por Resolver El propósito de un problema por resolver es determinar, descubrir cierto objeto, la incógnita, que satisface la condición que la relaciona con los datos. Los problemas de rutina son, frecuentemente, problemas por resolver; sólo que por ser tan poco atractivos, desde el punto de vista matemático, se les clasifica aparte.

- ¿Cuántos números impares que no tienen el dígito 7, hay entre 100 y 999?
- En un grupo de 456 personas, se va a elegir un presidente. Entre ellos se postulan cuatro candidatos. Si cada persona tiene derecho a un voto, ¿cuá es el menor número de votos que garantizan a un candidato particular el triunfo?

#### Clases de Problemas

• Problemas por Resolver El propósito de un problema por resolver es determinar, descubrir cierto objeto, la incógnita, que satisface la condición que la relaciona con los datos. Los problemas de rutina son, frecuentemente, problemas por resolver; sólo que por ser tan poco atractivos, desde el punto de vista matemático, se les clasifica aparte.

- $\bullet$  ¿Cuántos números impares que no tienen el dígito 7, hay entre 100 y 999?
- En un grupo de 456 personas, se va a elegir un presidente. Entre ellos se postulan cuatro candidatos. Si cada persona tiene derecho a un voto, ¿cuál es el menor número de votos que garantizan a un candidato particular el triunfo?
- Supongamos que alguien dibujó 20 líneas rectas en un plano. ¿Cuál es el máximo número de intersecciones de estas líneas?

#### Clases de Problemas

• Problemas por Resolver El propósito de un problema por resolver es determinar, descubrir cierto objeto, la incógnita, que satisface la condición que la relaciona con los datos. Los problemas de rutina son, frecuentemente, problemas por resolver; sólo que por ser tan poco atractivos, desde el punto de vista matemático, se les clasifica aparte.

- $\bullet$  ¿Cuántos números impares que no tienen el dígito 7, hay entre 100 y 999?
- En un grupo de 456 personas, se va a elegir un presidente. Entre ellos se postulan cuatro candidatos. Si cada persona tiene derecho a un voto, ¿cuál es el menor número de votos que garantizan a un candidato particular el triunfo?
- Supongamos que alguien dibujó 20 líneas rectas en un plano. ¿Cuál es el máximo número de intersecciones de estas líneas?

### Clases de Problemas

 $\bullet$  Problemas por Demostrar

#### Clases de Problemas

- Problemas por Demostrar
   El propósito de un problema por demostrar es mostrar, de manera concluyente, la veracidad o falsedad de una afirmación. En el primer caso se habla de teoremas y en el segundo de contraejemplos.
  - Teorema: En la mayoria de casos este se enuncia "Demuestre que si..., entonces...". La primera parte la llamamos hipótesis y la segunda parte tesis o conclusión. En algunos casos el enunciado puede tener una forma aparentemente diferente:

#### Clases de Problemas

- Problemas por Demostrar
   El propósito de un problema por demostrar es mostrar, de manera concluyente, la veracidad o falsedad de una afirmación. En el primer caso se habla de teoremas y en el segundo de contraejemplos.
  - Teorema: En la mayoría de casos este se enuncia "Demuestre que si..., entonces...". La primera parte la llamamos hipótesis y la segunda parte tesis o conclusión. En algunos casos el enunciado puede tener una forma aparentemente diferente:

#### Ejemplo 2.3

El número de diagonales en un polígono con n lados, es igual a  $\frac{n(n-3)}{2}$ 

#### Clases de Problemas

- Problemas por Demostrar
   El propósito de un problema por demostrar es mostrar, de manera concluyente, la veracidad o falsedad de una afirmación. En el primer caso se habla de teoremas y en el segundo de contraejemplos.
  - Teorema: En la mayoría de casos este se enuncia "Demuestre que si..., entonces...". La primera parte la llamamos hipótesis y la segunda parte tesis o conclusión. En algunos casos el enunciado puede tener una forma aparentemente diferente:

#### Ejemplo 2.3

El número de diagonales en un polígono con n lados, es igual a  $\frac{n(n-3)}{2}$ 

 Contraejemplos: El objeto de estos es mostrar la falsedad de una afirmación, por medio de un ejemplo que no la satisfaga.

#### Clases de Problemas

- Problemas por Demostrar
   El propósito de un problema por demostrar es mostrar, de manera concluyente, la veracidad o falsedad de una afirmación. En el primer caso se habla de teoremas y en el segundo de contraejemplos.
  - Teorema: En la mayoría de casos este se enuncia "Demuestre que si..., entonces...". La primera parte la llamamos hipótesis y la segunda parte tesis o conclusión. En algunos casos el enunciado puede tener una forma aparentemente diferente:

#### Ejemplo 2.3

El número de diagonales en un polígono con n lados, es igual a  $\frac{n(n-3)}{2}$ 

 Contraejemplos: El objeto de estos es mostrar la falsedad de una afirmación, por medio de un ejemplo que no la satisfaga.

#### Eiemplo 2

Si n es un número natural mayor que cero, probar que todo número de la forma  $2^n-1$  es primo si y solo si n es primo.

#### Clases de Problemas

- Problemas por Demostrar
   El propósito de un problema por demostrar es mostrar, de manera concluyente, la veracidad o falsedad de una afirmación. En el primer caso se habla de teoremas y en el segundo de contraejemplos.
  - Teorema: En la mayoría de casos este se enuncia "Demuestre que si..., entonces...". La primera parte la llamamos hipótesis y la segunda parte tesis o conclusión. En algunos casos el enunciado puede tener una forma aparentemente diferente:

#### Ejemplo 2.3

El número de diagonales en un polígono con n lados, es igual a  $\frac{n(n-3)}{2}$ 

 Contraejemplos: El objeto de estos es mostrar la falsedad de una afirmación, por medio de un ejemplo que no la satisfaga.

#### Ejemplo 2.4

Si n es un número natural mayor que cero, probar que todo número de la forma  $2^n-1$  es primo si y solo si n es primo.

## Clases de Problemas

 $\bullet$  Problemas Abiertos

### Clases de Problemas

 Problemas Abiertos
 Son aquellos en los que se trata de discernir sobre la veracidad o falsedad de una afirmación, o de tratar de encontrar una regla o generalización. Este es el tipo de problemas con que generalmente se enfrentan los investigadores.

#### Clases de Problemas

 Problemas Abiertos
 Son aquellos en los que se trata de discernir sobre la veracidad o falsedad de una afirmación, o de tratar de encontrar una regla o generalización. Este es el tipo de problemas con que generalmente se enfrentan los investigadores.

### Ejemplo 2.5

 ¿Qué números naturales pueden escribirse como suma de dos cuadrados de enteros?.

#### Clases de Problemas

 Problemas Abiertos
 Son aquellos en los que se trata de discernir sobre la veracidad o falsedad de una afirmación, o de tratar de encontrar una regla o generalización. Este es el tipo de problemas con que generalmente se enfrentan los investigadores.

### Ejemplo 2.5

- ¿Qué números naturales pueden escribirse como suma de dos cuadrados de enteros?.
- ¿Todo entero par mayor de 2 es la suma de dos primos?

#### Clases de Problemas

Problemas Abiertos
 Son aquellos en los que se trata de discernir sobre la veracidad o
 falsedad de una afirmación, o de tratar de encontrar una regla o
 generalización. Este es el tipo de problemas con que generalmente se
 enfrentan los investigadores.

### Ejemplo 2.5

- ¿Qué números naturales pueden escribirse como suma de dos cuadrados de enteros?.
- ¿Todo entero par mayor de 2 es la suma de dos primos?.

# ¿Cómo pensar como un matemático?

Las siguientes reglas fueron propuestas por Kevin Houston y han sido adoptadas por muchos matemáticos como sus reglas de pensamiento.

Preguntese todo.

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- Escribe con palabras.

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- ② Escribe con palabras.
- ¿Qué ocurre con el recíproco;

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- Escribe con palabras.
- 3 ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- Escribe con palabras.
- ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Considere casos extremos.

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- Escribe con palabras.
- 3 ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Occidere casos extremos.
- © Cree sus ejemplos.

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- Escribe con palabras.
- 3 ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Occidere casos extremos.
- Oree sus ejemplos.
- ¿Dónde se usan las hipótesis?

## ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- ② Escribe con palabras.
- ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Occidere casos extremos.
- **6** Cree sus ejemplos.
- ¿Dónde se usan las hipótesis?
- Omience por el lado complicado

### ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- ② Escribe con palabras.
- 3 ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Onsidere casos extremos.
- **6** Cree sus ejemplos.
- ¿Dónde se usan las hipótesis?
- S Comience por el lado complicado
- Pregúntese ¿qué ocurriría si…?

### ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- ② Escribe con palabras.
- 3 ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Occidere casos extremos.
- **6** Cree sus ejemplos.
- ¿Dónde se usan las hipótesis?
- S Comience por el lado complicado
- Pregúntese ¿qué ocurriría si...?
- Hable

### ¿Cómo pensar como un matemático?

- Pregúntese todo.
- ② Escribe con palabras.
- 3 ¿Qué ocurre con el recíproco?
- Use el contrarrecíproco.
- Occidere casos extremos.
- **6** Cree sus ejemplos.
- ¿Dónde se usan las hipótesis?
- 8 Comience por el lado complicado
- Pregúntese ¿qué ocurriría si...?
- Hable

## Reglas de Oro de Polya

George Polya (1887-1985) en su libro "How to solve it" escribió las siguientes reglas, las cuales llamaremos las reglas de oro:

Omprensión.

## Reglas de Oro de Polya

- Omprensión.
- ② Diseño de un plan de Solución

### Reglas de Oro de Polya

- Omprensión.
- 2 Diseño de un plan de Solución.

### Reglas de Oro de Polya

- Omprensión.
- 2 Diseño de un plan de Solución.
- Separation del Plan.
- Análisis retrospectivo

### Reglas de Oro de Polya

- Comprensión.
- 2 Diseño de un plan de Solución.
- Separation del Plan.
- 4 Análisis retrospectivo.

# Comprensión del problema

• ¿Entiendes todo lo que dice?

- $\bullet$  ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto

## Comprensión del problema

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,

¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?

Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,
  ¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?
  Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?
- ¿Distingues cuáles son los datos y la incógnita?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,
  ¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?
  Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?
- ¿Distingues cuáles son los datos y la incógnita?
- ¿Sabes a qué debes llegar?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,
  ¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?
  Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?
- ¿Distingues cuáles son los datos y la incógnita?
- ¿Sabes a qué debes llegar?
- ¿Hay suficiente información?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,
  ¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?
  Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?
- ¿Distingues cuáles son los datos y la incógnita?
- ¿Sabes a qué debes llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña o irrelevante?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,
  ¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?
  Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?
- ¿Distingues cuáles son los datos y la incógnita?
- ¿Sabes a qué debes llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña o irrelevante?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes plantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Es un problema por Resolver, por Demostrar o Abierto?
- Si es un problema por demostrar ¿es un teorema o existe un contra-ejemplo?,
  ¿cuáles son las hipótesis y cuál es la tesis?
  Si es un problema por resolver ¿cuál es la incógnita y qué condiciones se tienen?
- ¿Distingues cuáles son los datos y la incógnita?
- ¿Sabes a qué debes llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña o irrelevante?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

## Diseño de un plan de solución

Diseñar un plan, consiste en definir alguna estrategia a seguir. Una vez que el problema ha sido comprendido y se conocen los datos o la hipótesis con claridad, así como también la incógnita o la tesis, debe elaborarse un plan de solución. Para diseñar un plan adecuado se debe:

 Interpretar adecuadamente los datos, las incógnitas y las condiciones del problema, y las relaciones que existen entre ellos.

### Diseño de un plan de solución

Diseñar un plan, consiste en definir alguna estrategia a seguir. Una vez que el problema ha sido comprendido y se conocen los datos o la hipótesis con claridad, así como también la incógnita o la tesis, debe elaborarse un plan de solución. Para diseñar un plan adecuado se debe:

- Interpretar adecuadamente los datos, las incógnitas y las condiciones del problema, y las relaciones que existen entre ellos.
- Generalizar las propiedades comunes y analizar casos particulares

### Diseño de un plan de solución

Diseñar un plan, consiste en definir alguna estrategia a seguir. Una vez que el problema ha sido comprendido y se conocen los datos o la hipótesis con claridad, así como también la incógnita o la tesis, debe elaborarse un plan de solución. Para diseñar un plan adecuado se debe:

- Interpretar adecuadamente los datos, las incógnitas y las condiciones del problema, y las relaciones que existen entre ellos.
- Generalizar las propiedades comunes y analizar casos particulares.
- Aplicar toda la información disponible y la experiencia acumulada en determinar estrategias de solución en otros problemas.

### Diseño de un plan de solución

Diseñar un plan, consiste en definir alguna estrategia a seguir. Una vez que el problema ha sido comprendido y se conocen los datos o la hipótesis con claridad, así como también la incógnita o la tesis, debe elaborarse un plan de solución. Para diseñar un plan adecuado se debe:

- Interpretar adecuadamente los datos, las incógnitas y las condiciones del problema, y las relaciones que existen entre ellos.
- Generalizar las propiedades comunes y analizar casos particulares.
- Aplicar toda la información disponible y la experiencia acumulada en determinar estrategias de solución en otros problemas.

## Diseño de un plan de solución

Para diseñar un plan de solución adecuado lo primero que debe hacer es utilizar una notación adecuada y determinar una estrategia acorde al problema. Algunas estrategias que comunmente se utilizan para resolver problemas son:

Busque un patron de comportamiento

### Diseño de un plan de solución

Para diseñar un plan de solución adecuado lo primero que debe hacer es utilizar una notación adecuada y determinar una estrategia acorde al problema. Algunas estrategias que comunmente se utilizan para resolver problemas son:

- $\bullet$  Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama

## Diseño de un plan de solución

Para diseñar un plan de solución adecuado lo primero que debe hacer es utilizar una notación adecuada y determinar una estrategia acorde al problema. Algunas estrategias que comunmente se utilizan para resolver problemas son:

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.

### Diseño de un plan de solución

Para diseñar un plan de solución adecuado lo primero que debe hacer es utilizar una notación adecuada y determinar una estrategia acorde al problema. Algunas estrategias que comunmente se utilizan para resolver problemas son:

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atras nacia adeiante

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple.
- Resuelva un problema equivalente.

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple.
- Resuelva un problema equivalente.
- Explote la simetría.

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple.
- $\bullet\,$ Resuelva un problema equivalente.
- Explote la simetría.
- Considere casos extremos.
- Identifique sub-metas.

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple.
- Resuelva un problema equivalente.
- Explote la simetría.
- Considere casos extremos.
- Identifique sub-metas.
- Use un modelo conocido.

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple.
- Resuelva un problema equivalente.
- Explote la simetría.
- Considere casos extremos.
- Identifique sub-metas.
- Use un modelo conocido.
- Busque una fórmula o ecuación que le permita encontrar la solución

## Diseño de un plan de solución

- Busque un patrón de comportamiento.
- Dibuje una figura o haga un diagrama.
- Divida el problema en casos.
- Trabaje de atrás hacia adelante.
- Argumente por contradicción.
- Resuelva un problema similar más simple.
- Resuelva un problema equivalente.
- Explote la simetría.
- Considere casos extremos.
- Identifique sub-metas.
- Use un modelo conocido.
- Busque una fórmula o ecuación que le permita encontrar la solución.

# Ejecución del plan

#### Para la ejecución del plan diseñado:

 Implemente la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo camino.

# Ejecución del plan

#### Para la ejecución del plan diseñado:

- Implemente la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo camino.
- Tôme un tiempo adecuado para resolver el problema. Si no tiene éxito solicite una sugerencia o haga el problema a un lado por un tiempo, tómarse un descanso y después intentarlo de nuevo (el subconciente ayudará a resolver el problema).

# Ejecución del plan

Para la ejecución del plan diseñado:

- Implemente la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo camino.
- Tóme un tiempo adecuado para resolver el problema. Si no tiene éxito solicite una sugerencia o haga el problema a un lado por un tiempo, tómarse un descanso y después intentarlo de nuevo (el subconciente ayudará a resolver el problema).
- No tema volver a empezar, ya que un comienzo renovado o con una nueva estrategia le pueden conducir al éxito.

## Ejecución del plan

Para la ejecución del plan diseñado:

- Implemente la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo camino.
- Tóme un tiempo adecuado para resolver el problema. Si no tiene éxito solicite una sugerencia o haga el problema a un lado por un tiempo, tómarse un descanso y después intentarlo de nuevo (el subconciente ayudará a resolver el problema).
- No tema volver a empezar, ya que un comienzo renovado o con una nueva estrategia le pueden conducir al éxito.
- Analice con cuidado cada uno de los pasos que está realizando para tener la seguridad de que está ejecutando apropiadamente su estrategia y que llegará a la solución.

## Ejecución del plan

Para la ejecución del plan diseñado:

- Implemente la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo camino.
- Tóme un tiempo adecuado para resolver el problema. Si no tiene éxito solicite una sugerencia o haga el problema a un lado por un tiempo, tómarse un descanso y después intentarlo de nuevo (el subconciente ayudará a resolver el problema).
- No tema volver a empezar, ya que un comienzo renovado o con una nueva estrategia le pueden conducir al éxito.
- Analice con cuidado cada uno de los pasos que está realizando para tener la seguridad de que está ejecutando apropiadamente su estrategia y que llegará a la solución.
- No dude o tenga miedo en hacer cambios de estrategia

## Ejecución del plan

Para la ejecución del plan diseñado:

- Implemente la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción le sugiera tomar un nuevo camino.
- Tóme un tiempo adecuado para resolver el problema. Si no tiene éxito solicite una sugerencia o haga el problema a un lado por un tiempo, tómarse un descanso y después intentarlo de nuevo (el subconciente ayudará a resolver el problema).
- No tema volver a empezar, ya que un comienzo renovado o con una nueva estrategia le pueden conducir al éxito.
- Analice con cuidado cada uno de los pasos que está realizando para tener la seguridad de que está ejecutando apropiadamente su estrategia y que llegará a la solución.
- No dude o tenga miedo en hacer cambios de estrategia.

### Análisis retrospectivo

Es ésta la etapa final en la solución de un problema, es también esencial para la adquisición de solvencia y el desarrollo de aptitudes en la solución y creación de problemas. Para una buena ejecución de esta etapa se deben resolver preguntas como las siguientes:

• ¿Es posible verificar la solución obtenida?

### Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?

### Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema

### Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?

### Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?
- ¿Advierte una solución más sencilla o cómo simplificar la solución implementada?

## Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?
- ¿Advierte una solución más sencilla o cómo simplificar la solución implementada?
- ¿Puede ver cómo extender su solución a un caso general?

### Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?
- ¿Advierte una solución más sencilla o cómo simplificar la solución implementada?
- ¿Puede ver cómo extender su solución a un caso general?
- ¿Puedo utilizar los resultados obtenidos, o el método de solución, para resolver otro problema?

## Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?
- ¿Advierte una solución más sencilla o cómo simplificar la solución implementada?
- ¿Puede ver cómo extender su solución a un caso general?
- ¿Puedo utilizar los resultados obtenidos, o el método de solución, para resolver otro problema?
- ¿Puedo, a partir del problema y su solución, plantear nuevos problemas?

## Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?
- ¿Advierte una solución más sencilla o cómo simplificar la solución implementada?
- ¿Puede ver cómo extender su solución a un caso general?
- ¿Puedo utilizar los resultados obtenidos, o el método de solución, para resolver otro problema?
- ¿Puedo, a partir del problema y su solución, plantear nuevos problemas?
- Siempre mire hacia atrás y trate de establecer con precisión cuál fue el paso clave en la solución.

## Análisis retrospectivo

- ¿Es posible verificar la solución obtenida?
- ¿Es su solución correcta?
- ¿Su solución satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedo resolver el problema de otra manera?
- ¿Advierte una solución más sencilla o cómo simplificar la solución implementada?
- ¿Puede ver cómo extender su solución a un caso general?
- ¿Puedo utilizar los resultados obtenidos, o el método de solución, para resolver otro problema?
- ¿Puedo, a partir del problema y su solución, plantear nuevos problemas?
- Siempre mire hacia atrás y trate de establecer con precisión cuál fue el paso clave en la solución.

### Factores relevantes para la solución de problemas

Alan Schoenfeld ha sido uno de los que más ha aportado a responder a la pregunta: ¿cómo empoderarse las estrategias planteadas por Polya sin ser un experto en matemáticas?

En sus trabajos identifica cuatro factores relevantes para la solución de problemas:

 Recursos cognitivos: Corresponden a nuestros conocimientos matemáticos generales, tanto de procesos (algorítmicos) como de conceptos. Es el factor indispensable para la solución de problemas en matemáticas.

#### Factores relevantes para la solución de problemas

Alan Schoenfeld ha sido uno de los que más ha aportado a responder a la pregunta: ¿cómo empoderarse las estrategias planteadas por Polya sin ser un experto en matemáticas?

En sus trabajos identifica cuatro factores relevantes para la solución de problemas:

- Recursos cognitivos: Corresponden a nuestros conocimientos matemáticos generales, tanto de procesos (algorítmicos) como de conceptos. Es el factor indispensable para la solución de problemas en matemáticas.
- Heurística: Conjunto de estrategias y técnicas para la solución de problemas que manipulamos y sabemos aplicar. Es una destreza que se entrena y resulta muy efectiva en problemas con dominios bien definidos (como los de rutina). Sin embargo, puede fallar al enfrentarse a problemas no-rutinarios o verdaderos problemas en matemáticas.

#### Factores relevantes para la solución de problemas

Alan Schoenfeld ha sido uno de los que más ha aportado a responder a la pregunta: ¿cómo empoderarse las estrategias planteadas por Polya sin ser un experto en matemáticas?

En sus trabajos identifica cuatro factores relevantes para la solución de problemas:

- Recursos cognitivos: Corresponden a nuestros conocimientos matemáticos generales, tanto de procesos (algorítmicos) como de conceptos. Es el factor indispensable para la solución de problemas en matemáticas.
- Heurística: Conjunto de estrategias y técnicas para la solución de problemas que manipulamos y sabemos aplicar. Es una destreza que se entrena y resulta muy efectiva en problemas con dominios bien definidos (como los de rutina). Sin embargo, puede fallar al enfrentarse a problemas no-rutinarios o verdaderos problemas en matemáticas.

#### Factores relevantes para la solución de problemas

para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.

- Control o metacognición: Es la destreza de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.
- Creencias: opiniones y posiciones acerca de la solución de problemas que pueden afectarnos positiva o negativamente a la hora de encarar una situación problemática. Las creencias clásicas son:

- Control o metacognición: Es la destreza de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.
- Creencias: opiniones y posiciones acerca de la solución de problemas que pueden afectarnos positiva o negativamente a la hora de encarar una situación problemática. Las creencias clásicas son:
  - Todo problema se resuelve por una fórmula.

- Control o metacognición: Es la destreza de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.
- Creencias: opiniones y posiciones acerca de la solución de problemas que pueden afectarnos positiva o negativamente a la hora de encarar una situación problemática. Las creencias clásicas son:
  - Todo problema se resuelve por una fórmula.
  - Lo importante es el resultado y no el procedimiento

- Control o metacognición: Es la destreza de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.
- Creencias: opiniones y posiciones acerca de la solución de problemas que pueden afectarnos positiva o negativamente a la hora de encarar una situación problemática. Las creencias clásicas son:
  - Todo problema se resuelve por una fórmula.
  - Lo importante es el resultado y no el procedimiento.
  - La respuesta del libro no puede estar equivocada

#### Factores relevantes para la solución de problemas

- Control o metacognición: Es la destreza de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.
- Creencias: opiniones y posiciones acerca de la solución de problemas que pueden afectarnos positiva o negativamente a la hora de encarar una situación problemática. Las creencias clásicas son:
  - Todo problema se resuelve por una fórmula.
  - Lo importante es el resultado y no el procedimiento.
  - La respuesta del libro no puede estar equivocada.

Recomendación final: La experiencia en solución de problemas es valiosísima, trabaje con montones de ellos y trate de resolver la mayor cantidad posible. Es recomendable plantearse problemas propios.

#### Factores relevantes para la solución de problemas

- Control o metacognición: Es la destreza de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo. En este sentido actúa como una voz interior que nos alerta acerca si el camino elegido (entre los múltiples posibles) fue el correcto, y así continuar y perservar hasta tener éxito, o por el contrario detenernos y desistir para elegir un nuevo objetivo.
- Creencias: opiniones y posiciones acerca de la solución de problemas que pueden afectarnos positiva o negativamente a la hora de encarar una situación problemática. Las creencias clásicas son:
  - Todo problema se resuelve por una fórmula.
  - Lo importante es el resultado y no el procedimiento.
  - La respuesta del libro no puede estar equivocada.

**Recomendación final:** La experiencia en solución de problemas es valiosísima, *trabaje con montones de ellos y trate de resolver la mayor cantidad posible.* Es recomendable plantearse problemas propios.