Modelo de Optimización de Carteras Basado en Sostenibilidad, Confianza y Transparencia

Juan José Berrio Galeano

5 de septiembre de 2024

Introducción

El modelo de Markowitz es un instrumento para la gestión de carteras de inversión, permite optimizar la combinación de activos en función de la relación entre rentabilidad y riesgo. Sin embargo, en un mundo cada vez más consciente de los impactos ambientales, en un mundo donde existe una mayor capacidad técnica para cometer algún tipo de fraude; La optimización del riesgo no puede limitarse únicamente a la maximización de la rentabilidad y la minimización del riesgo.

Bajo este contexto, propongo para la creación de nuestro portafolio un modelo que agregue el concepto de sostenibilidad, confianza y transparencia. Estas variables soportan las ideas de largo plazo y eficiencia en el mercado.

Modelo de Markowitz

Rentabilidad esperada de una cartera

La rentabilidad esperada de una cartera, $E(R_p)$, es la media ponderada de las rentabilidades esperadas de los activos que la componen:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$

Donde:

- $E(R_p)$ es la rentabilidad esperada de la cartera.
- w_i es el peso del activo i en la cartera.
- $E(R_i)$ es la rentabilidad esperada del activo i.
- n es el número de activos en la cartera.

Varianza de una cartera

El riesgo o varianza de la rentabilidad de la cartera, σ_p^2, se calcula tomando en cuenta las varianzas individuales de los activos y las covarianzas entre ellos:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \mathrm{Cov}(R_i, R_j)$$

Donde:

- σ_p^2 Mide el riesgo total asociado con la cartera. Una mayor varianza implica mayor incertidumbre o volatilidad en las rentabilidades esperadas de la cartera.
- w_i y w_j son los pesos de los activos i y j, respectivamente.
- $\text{Cov}(R_i, R_j)$ Mide cómo las rentabilidades de estos activos se mueven juntas i y j. Si la covarianza es positiva, significa que los activos tienden a moverse en la misma dirección; si es negativa, se mueven en direcciones opuestas.

Desviación estándar o riesgo

La desviación estándar de la cartera, se obtiene como la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

Mide el riesgo total de la cartera en términos de la volatilidad de las rentabilidades. A diferencia de la varianza, la desviación estándar se expresa en las mismas unidades que las rentabilidades, por lo que es una medida más intuitiva del riesgo.

Frontera eficiente

El objetivo del modelo es encontrar la frontera eficiente, que es el conjunto de carteras que ofrecen la máxima rentabilidad posible para un nivel de riesgo dado. Para obtener la cartera óptima, se resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\min_w \sigma_p^2 = w^\top \Sigma w$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Donde:

- w es el vector de pesos de los activos.
- Σ es la matriz de covarianza de los activos.
- La restricción garantiza que la suma de los pesos sea igual a 1.

Modelo de Optimización de Carteras Basado en Sostenibilidad, Confianza y Transparencia

Rentabilidad esperada con ajuste por sostenibilidad

La rentabilidad esperada $E(R_c)$ se ajusta incorporando un factor de sostenibilidad S_i para cada activo:

$$E(R_c) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) + \lambda \sum_{i=1}^{n} w_i S_i$$

Donde:

- S_i es el puntaje de sostenibilidad del activo i, basado en algún tipo de criterio institucional.
- λ es un parámetro que refleja la importancia dada a los factores de sostenibilidad.

1. Riesgo ajustado por transparencia

La varianza de la cartera σ_c^2 se ajusta para penalizar la falta de transparencia, usando un factor de confianza T_i para cada activo:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \mathrm{Cov}(R_i, R_j) + \gamma \sum_{i=1}^{n} w_i (1 - T_i)$$

Donde:

- T_i es el puntaje de transparencia del activo i (valores entre 0 y 1, donde 1 representa máxima transparencia).
- γ es un parámetro que penaliza la falta de confianza y transparencia en la cartera.

2. Frontera eficiente ajustada

La nueva frontera eficiente incorpora estos ajustes en la rentabilidad y el riesgo. El problema de optimización ahora se formula como:

$$\min_{w_1, w_2, \ldots, w_n} \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \mathrm{Cov}(R_i, R_j) + \gamma \sum_{i=1}^{n} w_i (1 - T_i)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} w_i &= 1 && \text{(la suma de los pesos sigue siendo 1)} \\
E(R_c) &= \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) + \lambda \sum_{i=1}^{n} w_i S_i && \text{(nivel de rentabilidad esperado ajustado)} \\
w_i &\geq 0 && \text{(sin ventas en corto, si se mantiene esta restricción)}
\end{aligned}$$