

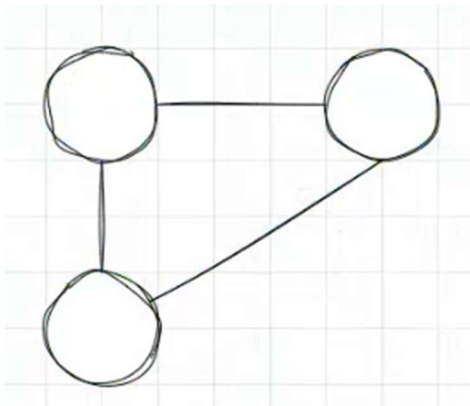
Algoritmo de **Kruskal**

- Voltamos a considerar Grafos Não Direcionados;
- Grafos Possuem Pesos nas Arestas;
- Queremos extrair a **Árvore Geradora Mínima** de um Grafo.

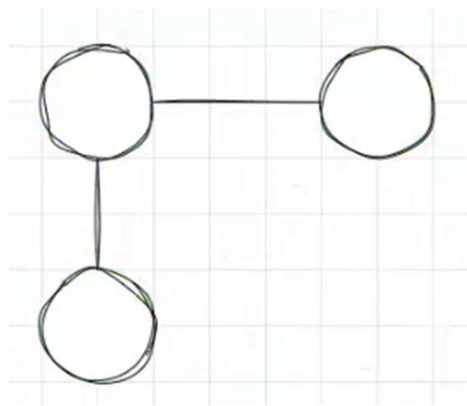
No contexto de grafos, o que é **Árvore**?

- **Árvore** é um Grafo **sem ciclo**:

Não é Árvore (Tem Ciclo)

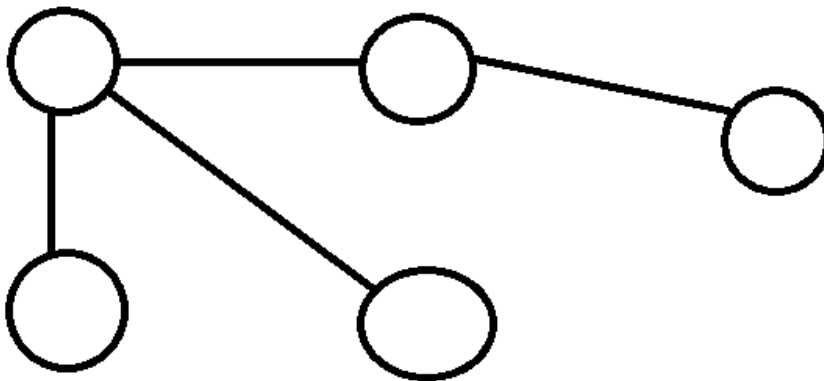


É Árvore (Não tem Ciclo)



No contexto de grafos, o que é **Árvore Geradora**?

- Conjunto de arestas que **conecta todos os vértices**, sem formar um ciclo.

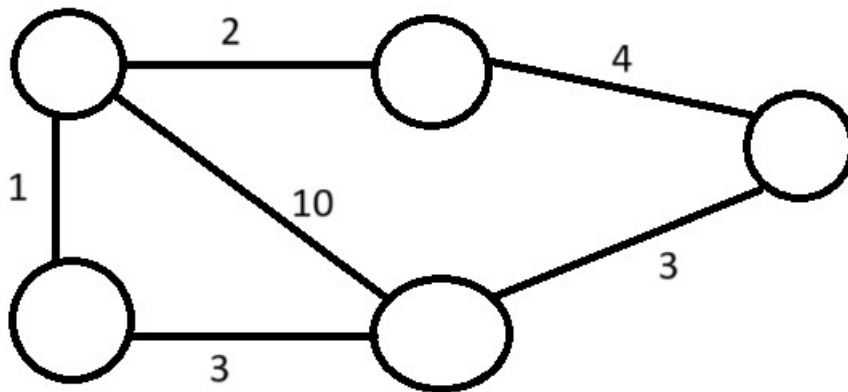


No contexto de grafos, o que é **Árvore Geradora Mínima**?

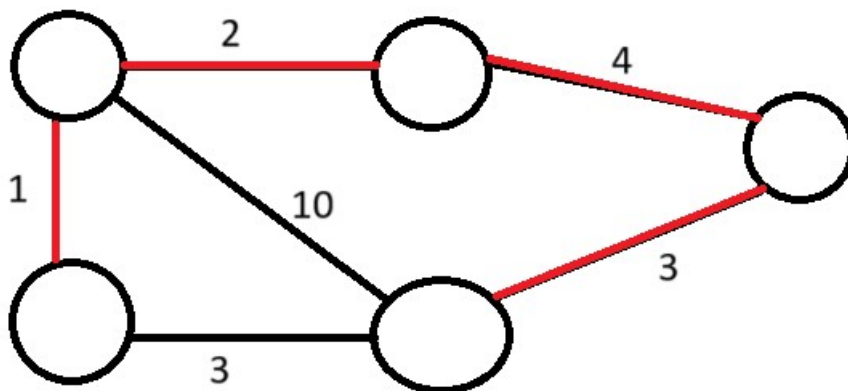
- O conjunto de arestas **de menor custo** que conecta todos os vértices, sem formar um ciclo.
- Um grafo pode ter duas árvores geradoras mínimas.

Algoritmo de Kruskal

- Exemplo de **Entrada**:



- Exemplo de **Saída**: Encontra-se o **custo** da **Árvore Geradora Mínima**.
 - Neste caso, **custo** = $2 + 4 + 3 + 1 = 10$



Pseudocódigo do Algoritmo de **Kruskal**:

MST-KRUSKAL(G, w)

```
1   $A = \emptyset$ 
2  for each vertex  $v \in G.V$ 
3      MAKE-SET( $v$ )
4  sort the edges of  $G.E$  into nondecreasing order by weight  $w$ 
5  for each edge  $(u, v) \in G.E$ , taken in nondecreasing order by weight
6      if FIND-SET( $u$ )  $\neq$  FIND-SET( $v$ )
7           $A = A \cup \{(u, v)\}$ 
8          UNION( $u, v$ )
9  return  $A$ 
```

- **Make-Set(v):** Cria um conjunto onde o elemento v é o único membro.
 - Inicialmente, cada vértice é o seu próprio conjunto.
 - Na prática, pensando na implementação em código, criaremos uma lista e cada vértice será uma das posições dessa lista.
- **Find-Set(v):** Quando estamos avaliando uma aresta (por exemplo, $A-B$):
 - Perguntamos: "A e B estão no **mesmo conjunto**?"
 - Se $\text{FIND-SET}(A) \neq \text{FIND-SET}(B)$, significa que: Eles estão **em conjuntos diferentes**, então **podemos adicionar essa aresta** (não vai formar ciclo).
- **Union(u, v):** Une dois conjuntos diferentes, o conjunto de u com o conjunto de v .
 - Na prática, pensando na implementação em código, dizemos que o índice u (de um vetor de representantes) "aponta" para o conjunto de v .