SDOI2017 第一轮题解

MLEAutoMaton

2019 年 8 月 28 日

目录

1 数字表格 (product)

1.1 30pts

直接暴力枚举每一个点然后计算对应的斐波那契值，全部乘起来就是答案。

1.2 100pts

我们考虑题目要求的式子的化简，这里规定 $n < m$。

$$\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{m} f(gcd(i,j)) = \prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{m}\sum_{d}[gcd(i,j)=d]*f(d) \tag{1}$$

$$= \prod_{d=1}^{n} f(d)^{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}[gcd(i,j)=d]} \tag{2}$$

$$= \prod_{d=1}^{n} f(d)^{\sum_{x=1}^{n/d}\mu(x)*\lfloor\frac{n}{xd}\rfloor\lfloor\frac{m}{xd}\rfloor} \tag{3}$$

$$= \prod_{T=1}^{n}\prod_{d|T} f(d)^{\mu(\frac{T}{d})\lfloor\frac{n}{T}\rfloor\lfloor\frac{m}{T}\rfloor} \tag{4}$$

此时我们把 $\prod_{d|T} f(d)^{\mu(\frac{T}{d})}$ 这部分预处理，后面的整除分块就解决了这个问题。

2 树点涂色 (paint)

2.1 10pts

直接暴力修改即可。

2.2 100pts

我们不难发现，维护从一个点到根的路径的颜色修改等于说是 LCT 里面的 $access$ 操作对吧。
这时我们可以发现，一次实链修改等同于是对一个子树 $+1$，对一个子树 -1。
所以我们在 LCT 的 $access$ 里面修改即可。
剩下两个操作直接线段树 + 树链剖分即可。
代码不是特别长。

3 序列计数 (count)

3.1 吐槽

部分分给的最良心的一道题目。

3.2 20pts

首先将问题转换成一个容斥的形式，把质数的限制去掉。
显然有一个 $\theta(NMP)$ 的 dp 转移对吧。

3.3 100pts

我们不难发现每一次 dp 的转移都是一样的，所以直接矩阵快速幂优化即可。

4 新生舞会 (ball)

4.1 100pts

没什么好说的，一个比较裸的 0/1 分数规划，后面求最大值直接用费用流即可。
大概记录一下 0/1 分数规划吧。
考虑题目要最大化一个分式，我们不妨定义这个分式为 $\frac{A}{B} = C$。
那么此时我们要最大化的就是 C 的值，所以我们可以把 C 换过去，大致是 $A - B * C = 0$。
然后如果上述式子 ≥ 0，那么 C 的值就可以变大，反之就要变小。
所以就可以二分完结了。

5 硬币游戏 (game)

5.1 100pts

考虑令 p_i 表示第 i 个人赢的概率，那么显然我们可以得到。
$p_i + \sum_{j=1}^{n} p_j(\sum_{k=1}^{m-[i==j]}[prefix(i,k) = suffix(j,k)]\frac{1}{2^{m-k}}) = \frac{1}{2^m}$
然后高斯消元即可。

6 相关分析 (relative)

6.1 100pts

直接线段树维护所有你需要的东西即可。
分块大法好。
注意会爆 $long\ long$，有些东西的维护要用 $double$。

7 后话

完结撒花！ =_=
可能今后还要再重新写一下这些题目，Fighting!