N1 Jakub Cieślikiewicz

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N} \left[\sin^2(nx^4) \exp(-n) + \cos(nx^4) \exp(-4n) \right]$$

Równanie 1

Do wyznaczenia najmniejszego możliwego N takiego aby błąd obliczeń powyższej funkcji był mniejszy od 10^{-10} rozważam wyrażenie

$$\sum_{n=0}^{\infty}(\exp(-n) + \exp(-4\,n)) - \sum_{n=0}^{N}(\exp(-n) + \exp(-4\,n))$$

Równanie 2

Dla N=23 równanie 2 przyjmuje wartość przybliżoną $6 \cdot 10^{-11} < 10^{-10}$

Dla N=22 równanie przyjmuje wartość przybliżoną $1{,}6 \cdot 10^{-10} > 10^{-10}$

Zatem ustalam N=23

a) W wyniku obliczeń programu
f(1) = 1.400781361290728

b) Ilość obliczeń programu:

S =
0.5+50+0.5+50+0.5+50+50+1+50+1+0.5+50+0.5+50+50+50+68(0.5+1)+50+0.5+50+0.5+50+
+30+50+0.5+1+1+50+50+21(0.5+1+1+1)+50+0.5+50+50+23(1+1+1+1+1+1)+50 = 1302

W celu optymalizacji obliczeń zastosowałem:

1. Szybkie potęgowanie w celu wyliczania funkcji exp()
2. Wyliczanie cosinusów ze wzoru : cos(nx) = 2cos((n−1)x)cos(x)−cos((n−2)x)
   cos(0) = 1 oraz jeden cosinus wyliczony z funkcji np.cos()

Podsumowanie

Według poglądowych kalkulacji poprzez optymalizację obliczeń, dla N=23, program zaoszczędził ponad 2000 jednostek operacji. Dla większych N oszczędność operacji tego rzędu jest znacząca.

Oszczędność operacji odbyła się kosztem pamięci potrzebnej na trzymanie wyników funkcji exp() oraz cosinusów.