Electrónica de Potência

*Sérgio Santos*, *Nº*: 1020881

2 de Julho de 2020

# Conteúdo

# Parte I

# Problema 1 - A 1

## .1 Análise circuito $LC$, $D-LC$ e $RLC$ em $C.C.$

Análise de transitórios num circuito $RLC$ série, alimentado por uma fonte $DC$.

Considere o circuito :

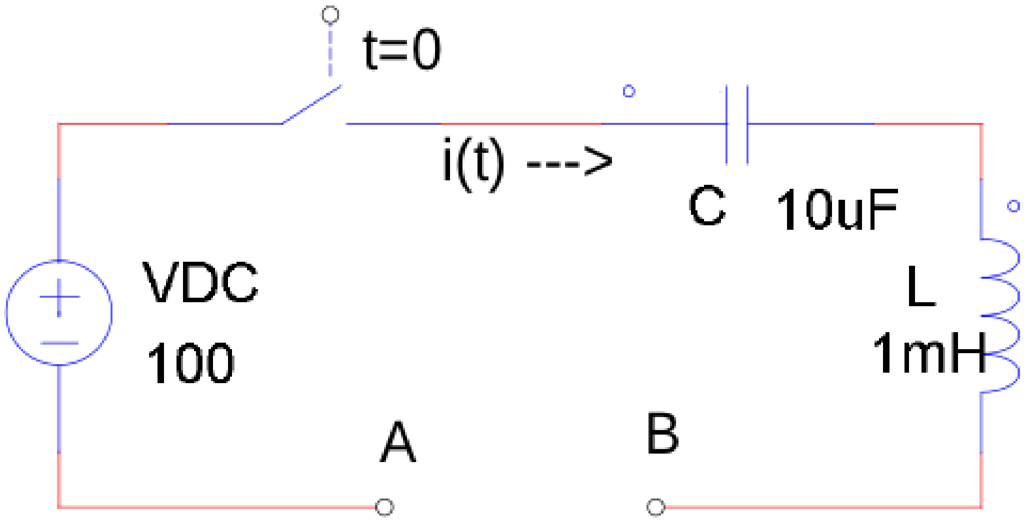



Figura 1: Circuito LC C.C

1. O interruptor é fechado em $t = 0s$ e nesse instante $V_c = 0$ (condensador descarregado).

   (a) Com os pontos $A$ e $B$ em curto-circuito . Deduze as formas de onda da corrente $i(t)$; da tensão no condensador $V_c(t)$; da tensão na bobine $V_L(t)$. Representando as formas de onda obtidas ;
   Fonte de alimentação

$$V_{DC}(t) = 100 \times u(t) \tag{1}$$

   Condições iniciais

$$V_c(0^-) = 0$$

   Equação do circuito

$$\boxed{V_{DC}(t) = \frac{Q_c(t)}{C} + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad ; t > 0^-} \tag{2}$$

$$Q_c(t) = \int^t i(t) \quad dt \tag{3}$$

$$= Q_c(0^-) + \int_{0^-}^t i(t) \quad dt$$

$$V_{DC}(t) = \frac{1}{C} \times \left[ Q_c(0^-) + \int_{0^-}^t i(t) \quad dt \right] + L \times \frac{di(t)}{dt} \tag{4}$$

$$= \frac{Q_c(0^-)}{C} + \frac{\int_{0^-}^t i(t) \quad dt}{C} + L \times \frac{di(t)}{dt}$$

$$= V_c(0^-) + \frac{\int_{0^-}^t i(t) \quad dt}{C} + L \times \frac{di(t)}{dt}$$

   Aplicando agora a transformada ($\mathscr{L}$) de Laplace a equação com $V_c(0^-) = 0$ e $i_L(0^-) = 0$

$$
\begin{aligned}
V_{DC}(s) =& \frac{I(s)}{sC} + L \times \left[sI(s) - i_L(0^-)\right] \qquad (5)\\
=& \frac{I(s)}{sC} + LsI(s)\\
\frac{100}{s} =& \left[\frac{1}{sC} + Ls\right] \times I(s) \qquad (6)\\
=& \left[\frac{LCs^2+1}{sC}\right] \times I(s)\\
=& \left[\frac{s^2+\frac{1}{LC}}{\frac{s}{L}}\right] \times I(s)\\
=& \left[\frac{L(s^2+\frac{1}{LC})}{s}\right] \times I(s)\\
100 =& \left[L(s^2+\frac{1}{LC})\right] \times I(s) \qquad (7)\\
I(s) =& \frac{\frac{100}{L}}{s^2+\frac{1}{LC}} \qquad (8)\\
=& K_1 \times \left.\frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2+\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right)^2}\right|_{K_1=\frac{100\sqrt{LC}}{L}} \qquad Roc > 0
\end{aligned}
$$

Da como resultado sua corrente ,

$$
i(t) = 10\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\ u(t) \qquad (9)
$$

A tensão na bobine $V_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$, isto é,

$$
V_L(t) = 100\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\ u(t) \qquad (10)
$$

A tensão no condensador $V_c(t) = \frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(t)$, isto é,

$$
V_c(t) = 100\left(1-\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)\ u(t) \qquad (11)
$$

Representação gráfica :

```
wxplot2d([i(t),Vc(t),VL(t)],[t,0,0.001]);
positive, negative, or zero?positive;
```

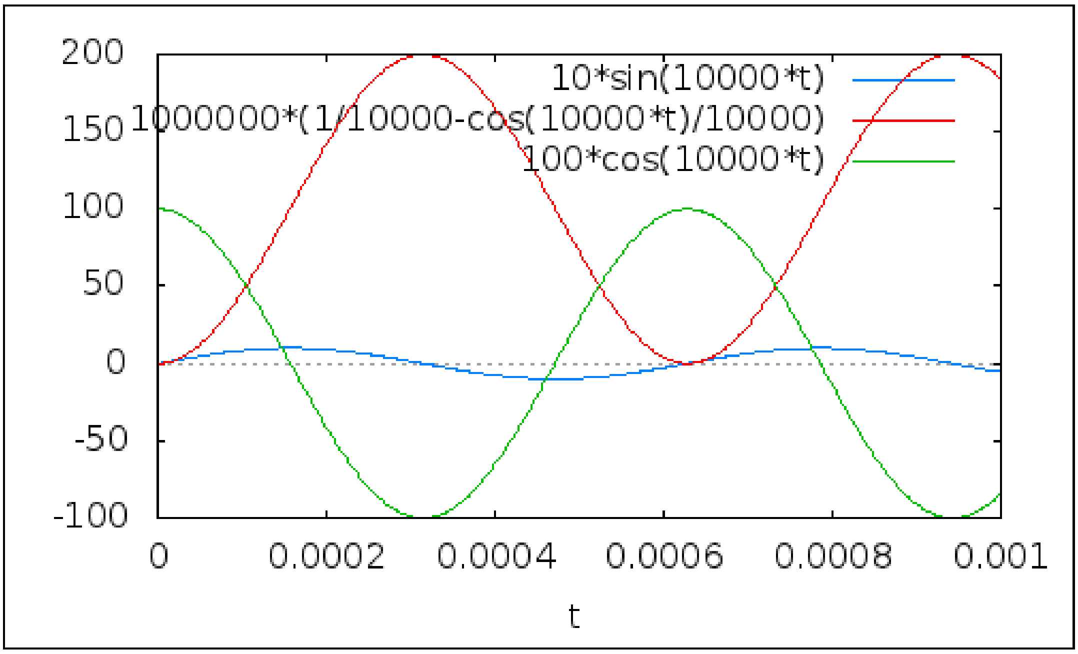



Figura 2: $V_c(t)$ e $V_L(t)$ e $i(t)$

(b) Supondo agora que entre $A$ e $B$ é colocado um díodo com o Cátodo ligado a $A$.

Como o díodo só conduz numa direcção , não existe força contra eletromotriz da bobine , ou seja, a corrente só flui numa direcção , isto é, só existe meio ciclo da onda sinusoidal já obtida no exercício anterior.

$$i(t) = \begin{cases} 10\sin\frac{1}{\sqrt{LC}}t, & \text{if} \quad 0 \le t < \frac{T_0}{2}; \\ 0, & \text{if} \quad t \ge \frac{T_0}{2}; \end{cases}$$

A partir de $t \ge \frac{T_0}{2}$ condições inicias $V_c(\frac{T_0}{2}^-) = 200$ e $V_L(\frac{T_0}{2}^-) = -100$

$$\begin{aligned} V_c(t) =& V_c(\frac{T_0}{2}^-) + \frac{\int_{\frac{T_0}{2}^-}^{t} i(t)}{C} \\ =& V_c(\frac{T_0}{2}^-) + 0 \\ =& 200 \times u\left(t - \frac{T_0}{2}\right) \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} V_L(t) =& L\frac{di(t)}{dt} \\ =& 0 \times u\left(t - \frac{T_0}{2}\right) \end{aligned} \tag{13}$$

Representação gráfica:

```
wxplot2d([I1,V1L,V1C],[t,0,0.001],[y,-105,205]);
```

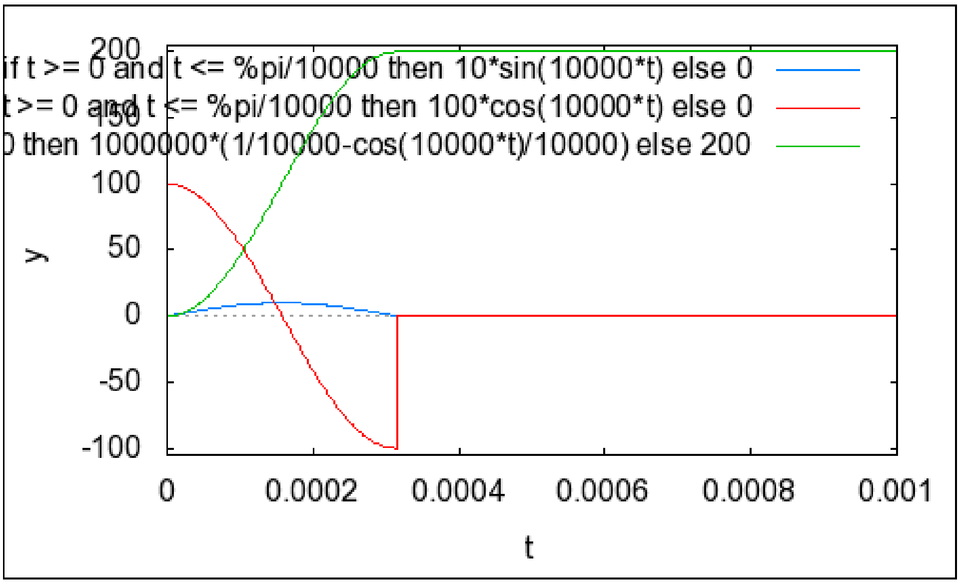



Figura 3: Circuito LC com díodo em C.C

Na qual ao chegar e após a $t = \frac{\pi}{10000}$ a tensão do condensador continua nos $200V$ e a tensão na bobine e a corrente são nulos .

(c) Supondo que o díodo é substituído por uma resistência $R$, determine o valor da resistência de modo a que o circuito tenha um comportamento não oscilatório .

Equação do circuito

$$\boxed{V_{DC}(t) = \frac{Q_c(t)}{C} + L\frac{di(t)}{dt} + R\,i(t)\ \ ;\ t > 0^-} \tag{14}$$

Aplicando a Transformada de Laplace , supondo que as condições iniciais são nulas

$$\frac{V_{DC}(s)}{I(s)} = Ls + \frac{1}{sC} + R\ \ ;\ Roc > 0^- \tag{15}$$

$$\frac{V_{DC}(s)Cs}{I(s)} = LCs^2 + RCs + 1 \tag{16}$$

$$\frac{V_{DC}(s)s}{I(s)L} = s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} \tag{17}$$

$$I(s) = \frac{100/L}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \tag{18}$$

Desta Equação sabemos que:

$2\xi\omega_n = \frac{R}{L}$ ; $\quad \omega_n^2 = \frac{1}{LC}$ ; $\quad \omega_d = w_n\sqrt{1-\xi^2}$

e que:

$Subamortecido \implies 0 \le \xi < 1$

$Amortecido\ critico \implies \xi = 1$

$Sobreamortecido \implies \xi > 1$

$$\therefore$$

$$para\ \xi = 1$$

$$2\omega_n = \frac{R}{L}\ \ ou\ \ \left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{LC} = 0 \tag{19}$$

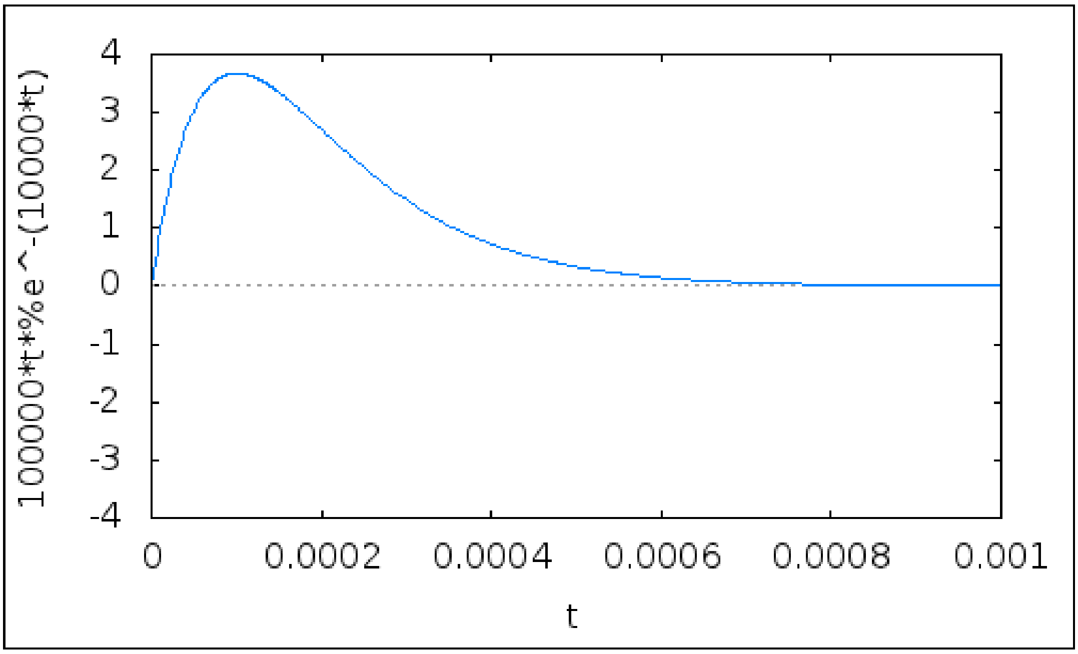
logo o valor resistivo é 20 Ω (ohm)

$$I(s) = \frac{\frac{100}{L}}{(s+\frac{R}{2L})^2} \quad , Roc > \frac{-R}{2L} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{100}{L} \quad e^{-\frac{R}{2L}t}\, t \times u(t) \\ &= 100000\, t \quad e^{-10000t} \times u(t) \end{aligned} \tag{21}$$

Representação gráfica :

```
wxplot2d(i(t),[t,0,0.001],[y,-4,4]);
```




```
R:20;
L:1*10^-3;
C:10*10^-6;
```

Figura 4: Circuito RLC Amortecido crítico C.C

**Resumo**

Foram Efetuado todas as deduções matemáticas necessárias de modo a explicar convenientemente a evolução da corrente $i(t)$ e tensões $V_c(t)$ e $V_L(t)$, e obtido as formas de onda com base nas expressões matemáticas , como demonstrado na Parte III.

# Parte II

# Problema 1 - A 2

## .1 Simulação no PSIM.

1. Simulação no **PSIM** os circuitos/problema apresentado na Parte I. Registando a formas de onda e comparando os resultados .

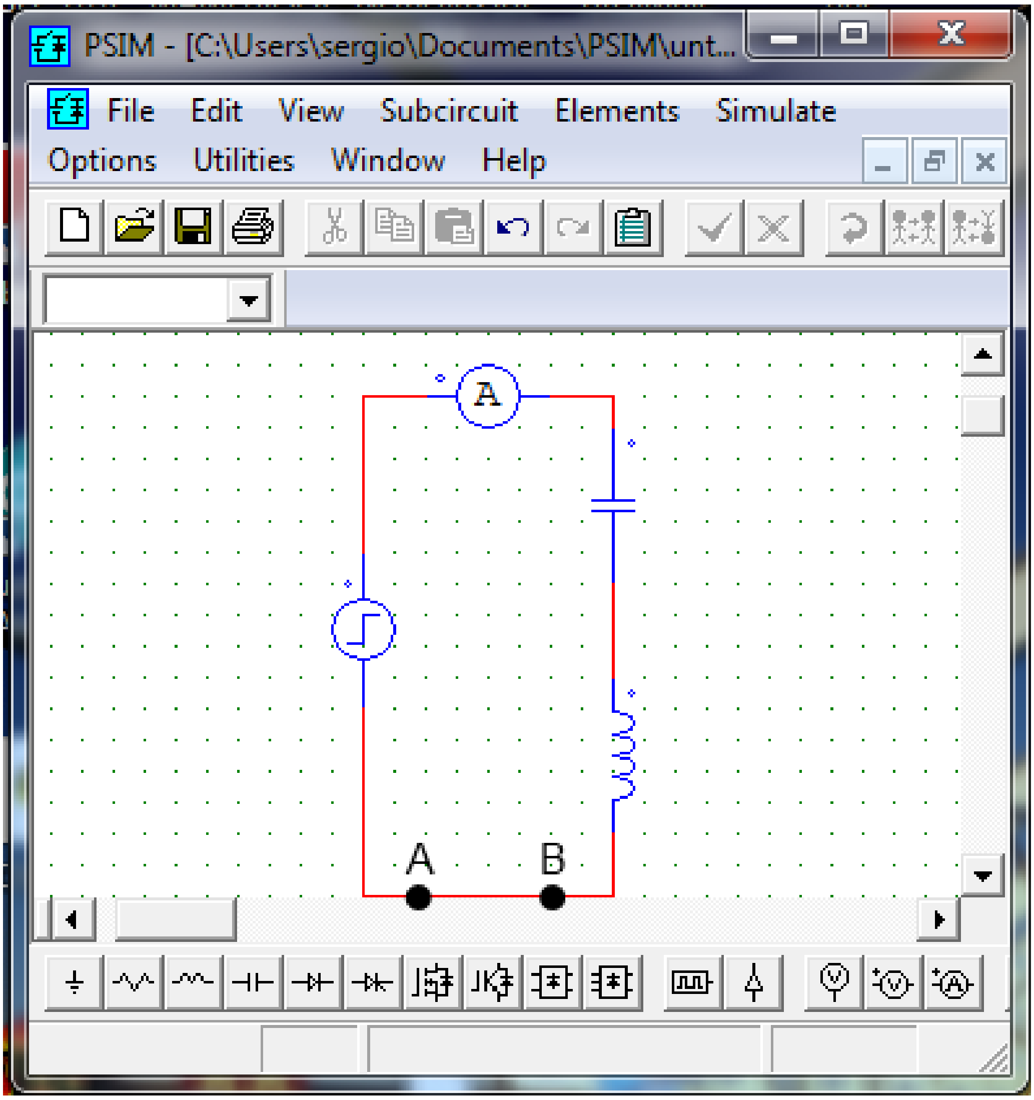



Figura 5: Programa *PSIM*

   (a) Ensaio com curto-circuito entre *A* e *B*

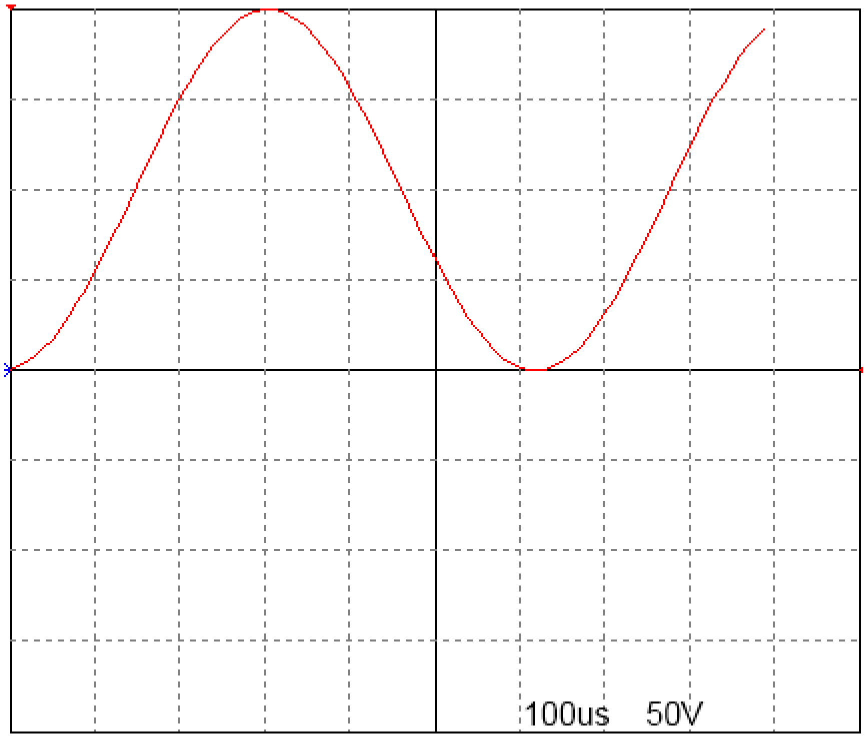



Figura 6: $V_c(t)$

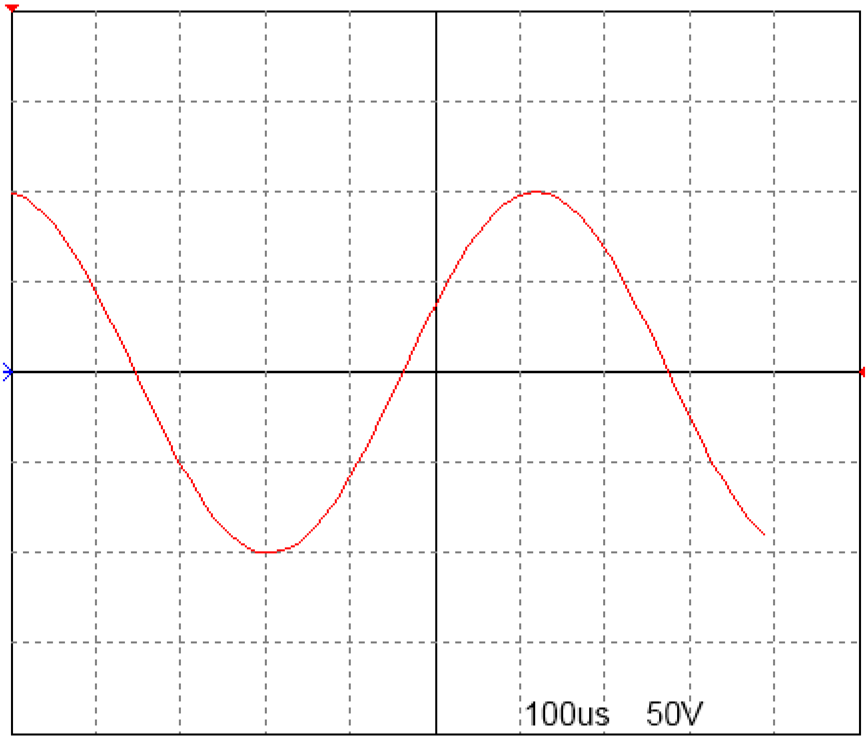



Figura 7: $V_L(t)$

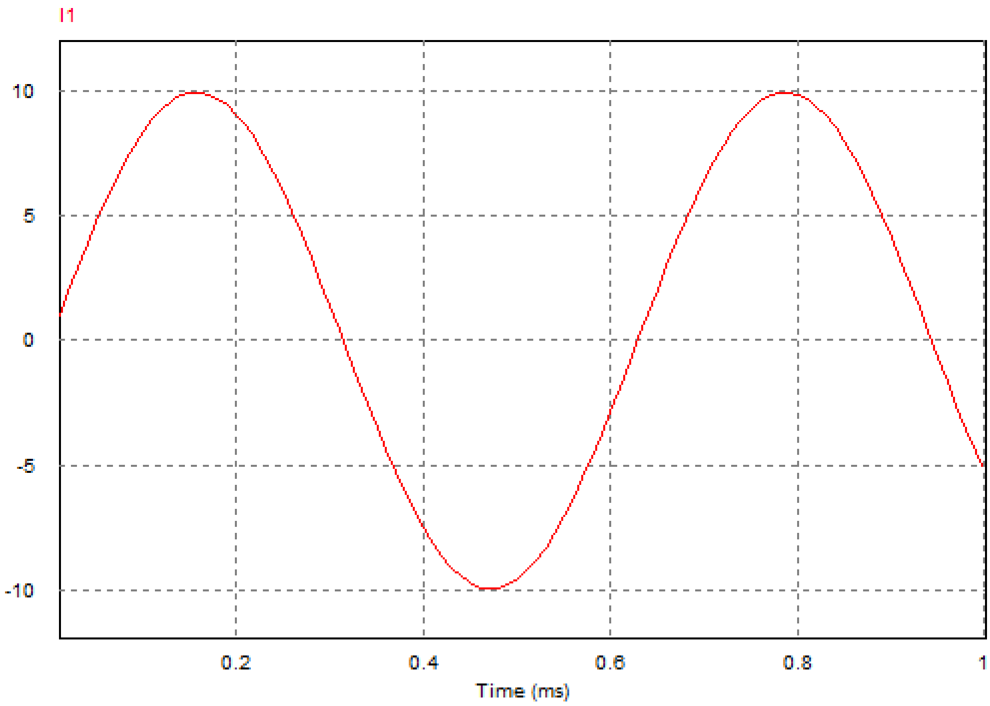



Figura 8: $i(t)$

(b) Ensaio com díodo entre $A$ e $B$
Aqui existe uma differença com o modelo matemático , pois $V_L(t)$ tem um declive para zero depois de $t \geq \frac{T_0}{2}$.

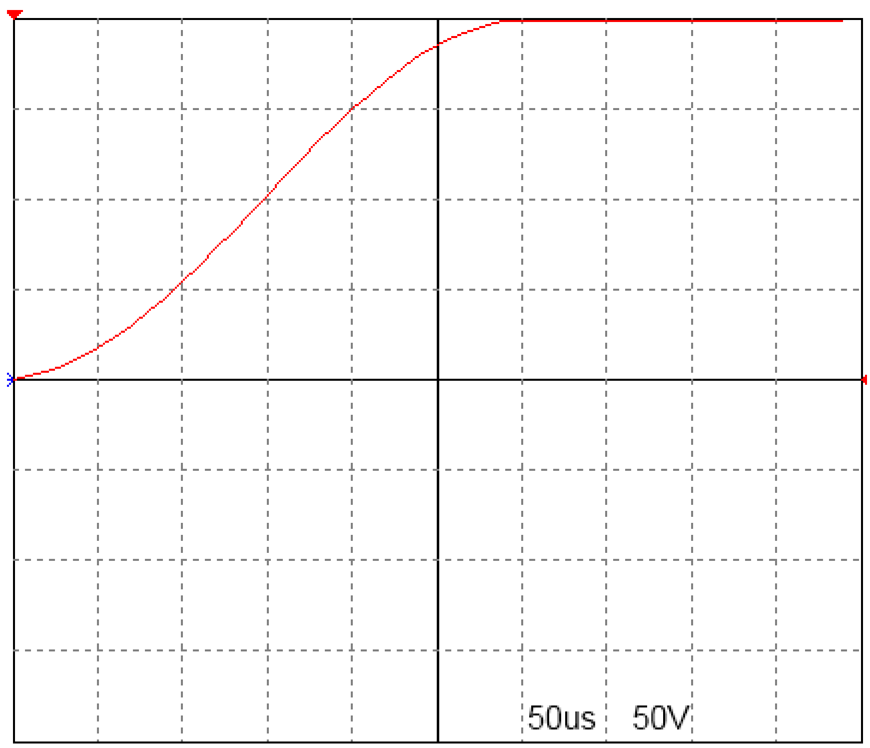



Figura 9: $V_c(t)$

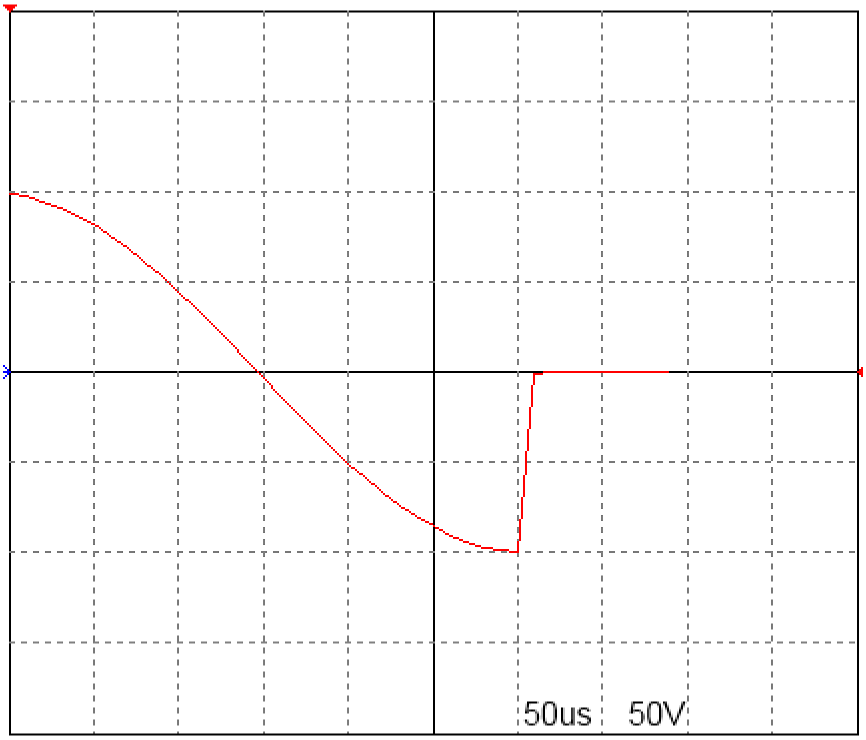



Figura 10: $V_L(t)$

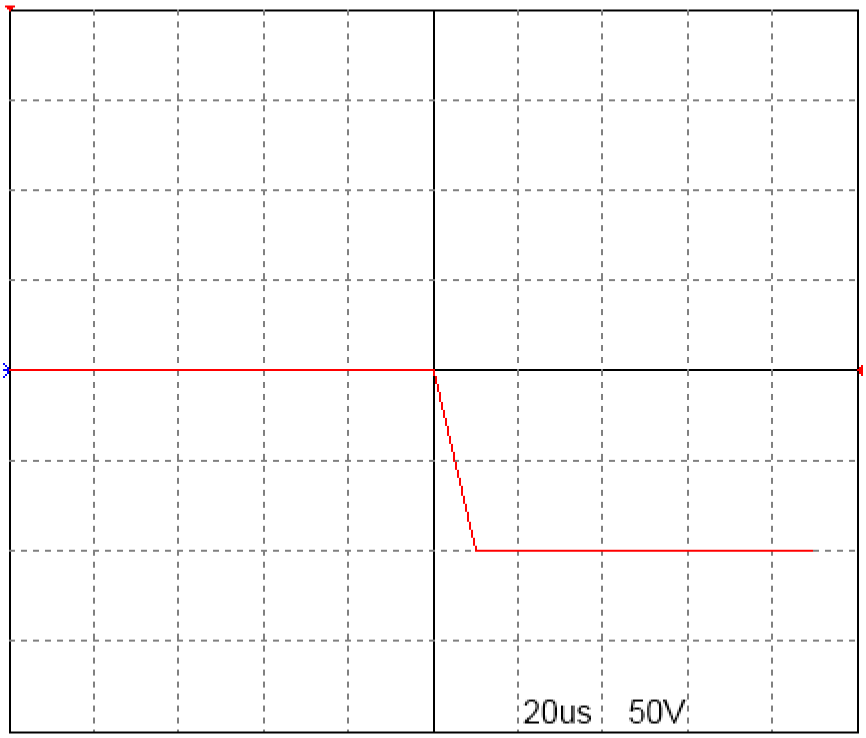



Figura 11: $V_D(t)$

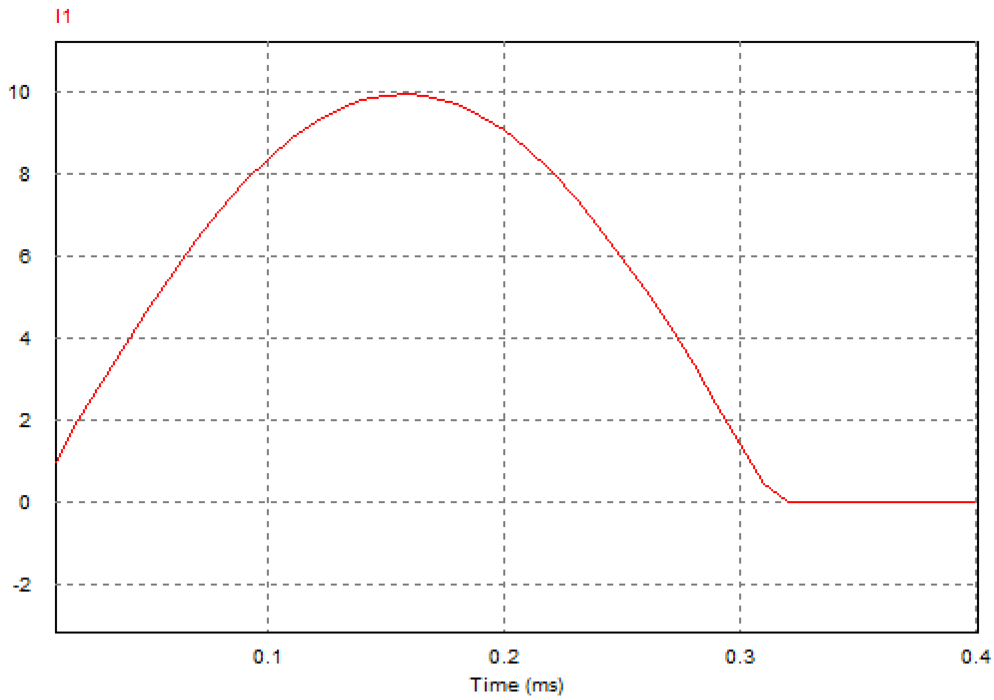



Figura 12: $i(t)$

(c) Ensaio com Resistência de 20 Ω (ohm) entre $A$ e $B$

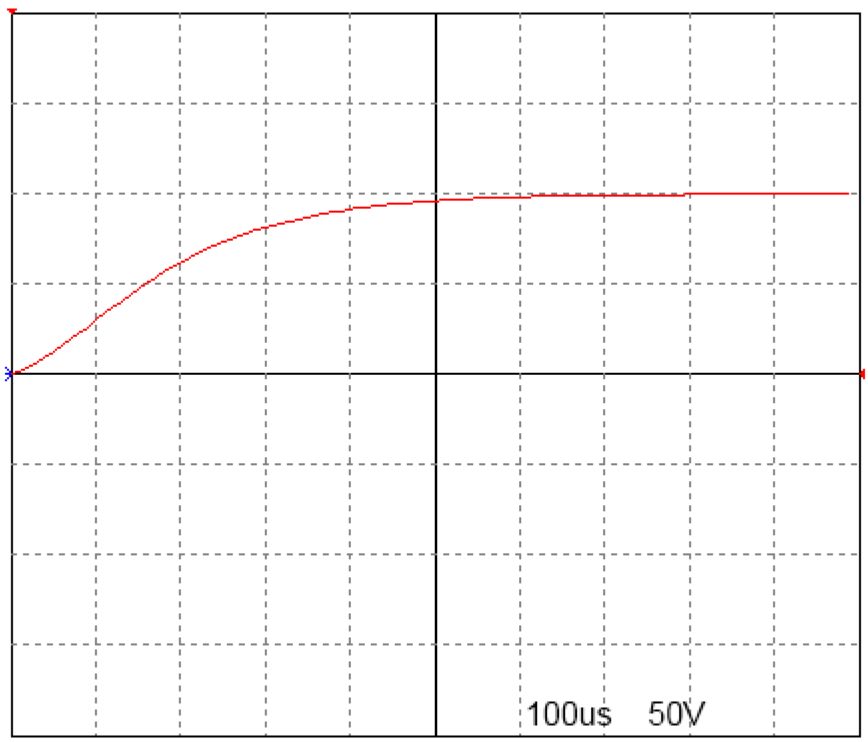



Figura 13: $V_c(t)$

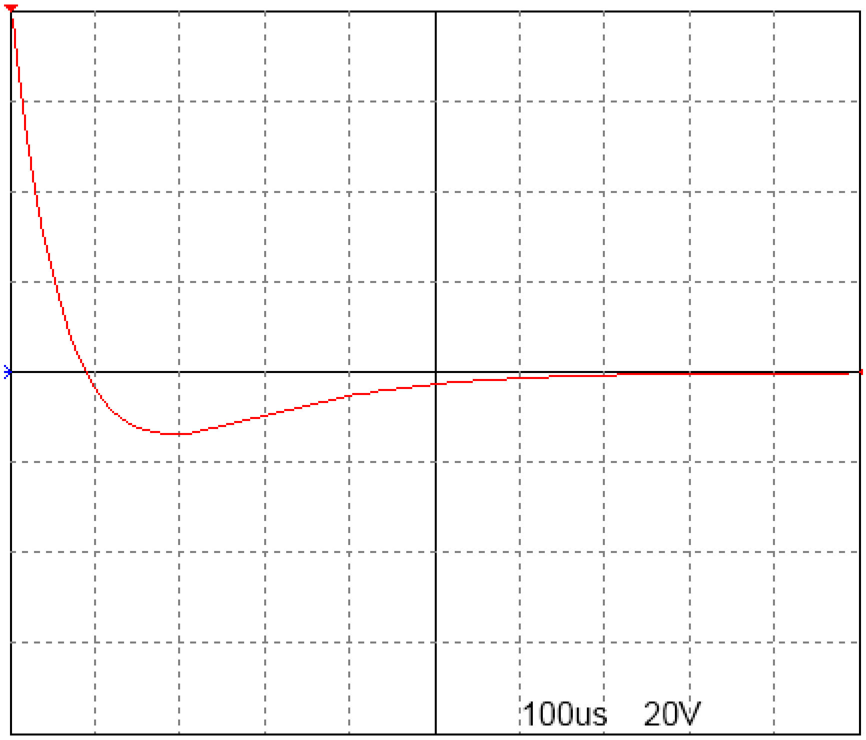



Figura 14: $V_L(t)$

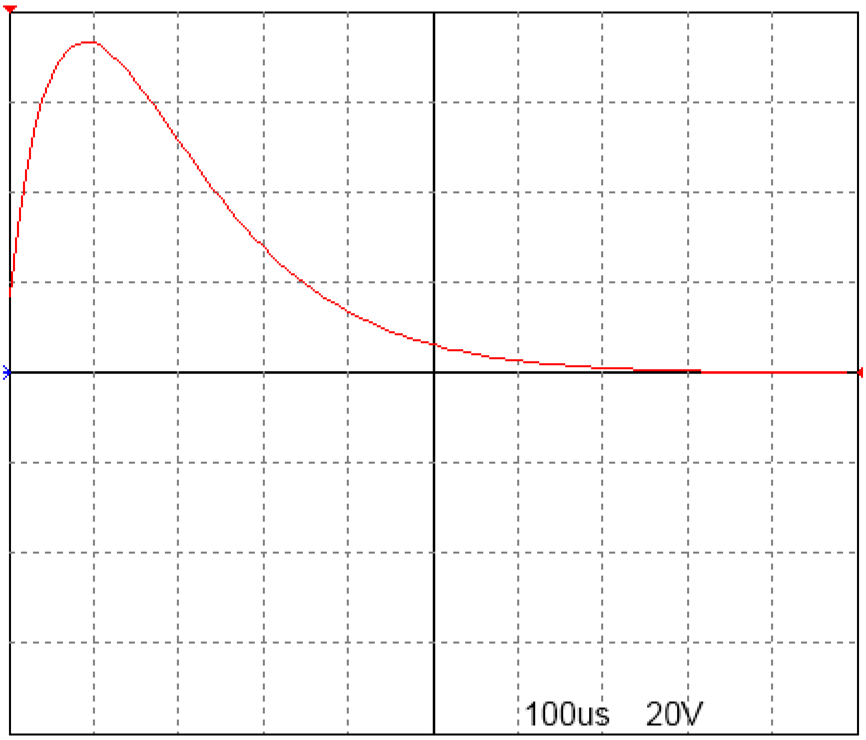



Figura 15: $V_R(t)$

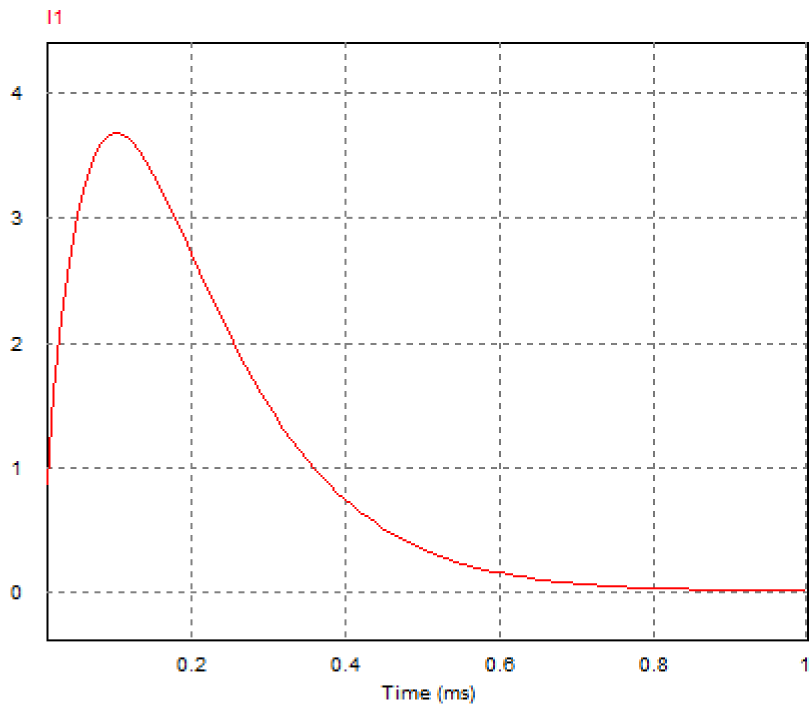



Figura 16: $i(t)$

2. Considerado o circuito . O interruptor é fechado em $t = 0s$.

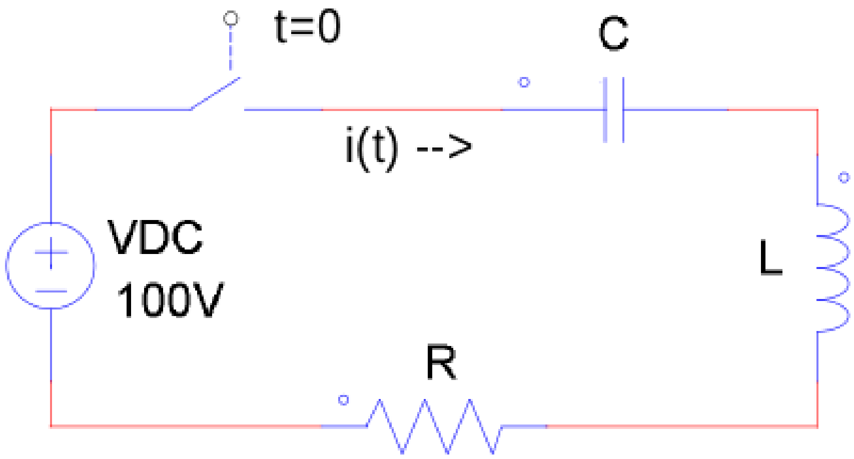



Figura 17: Circuito RLC em C.C

Socorrendo ao Excel (ou equivalente OpenOffice), são representadas as formas de onda da corrente i(t) para os seguintes valores de R, L e C:

(a) R=2Ω L=1H C=0,01F

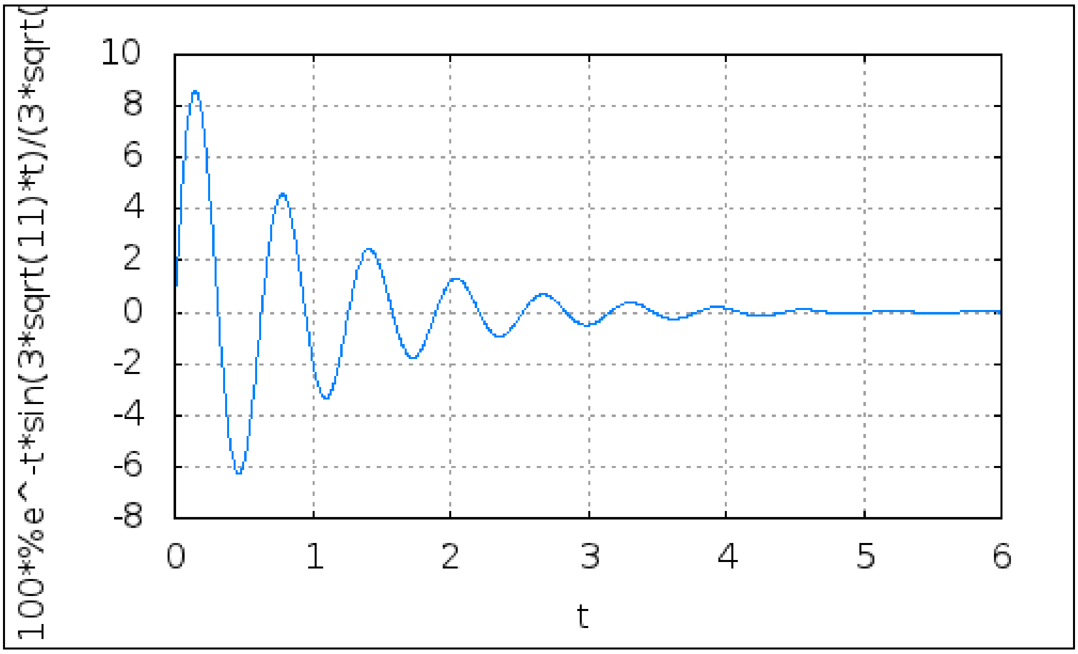



Figura 18: $\xi = 0.1$

(b) R=2Ω L=1H C=0,1F

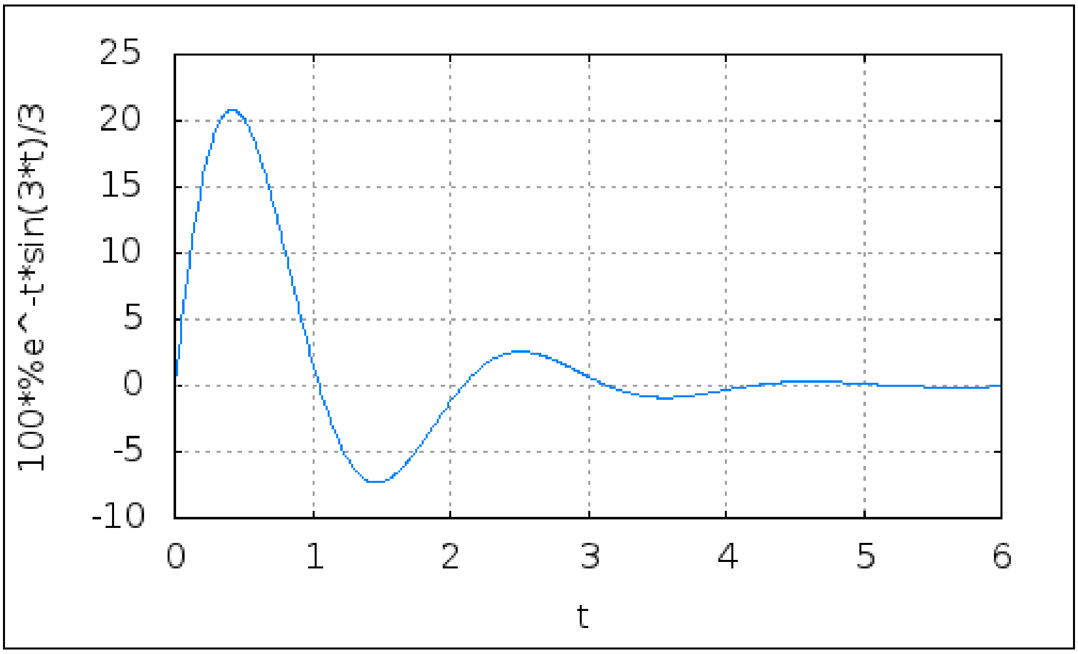



Figura 19: $\xi = 0.31622776601684$

(c) R=2Ω L=1H C=0,5F

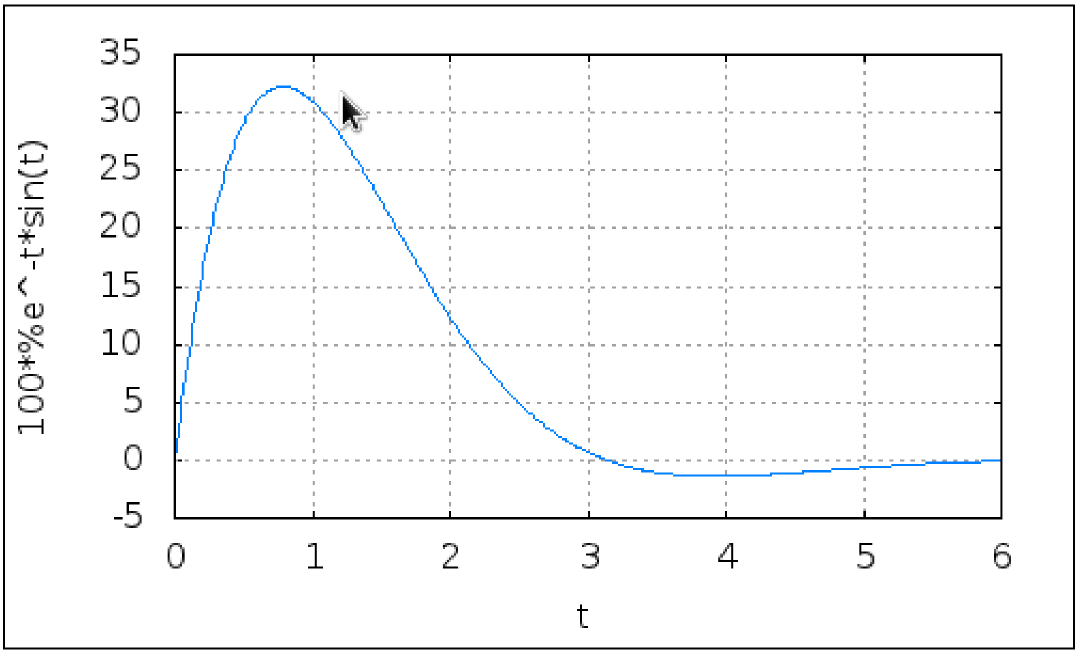



Figura 20: $\xi = 0.707106781188655$

(d) R=2Ω L=1H C=1F

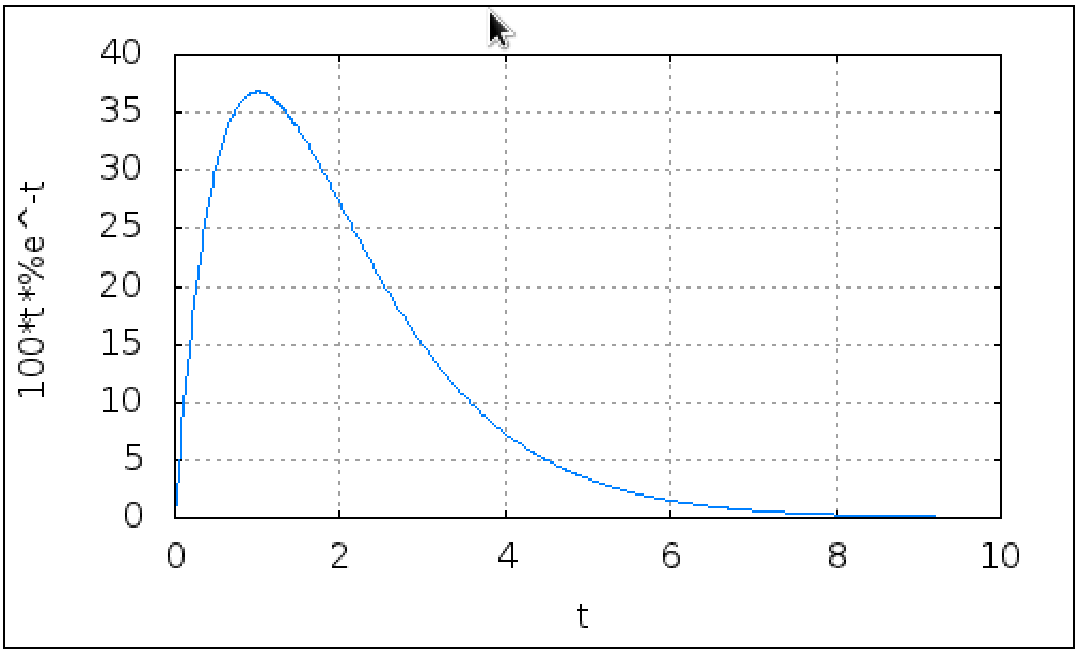



Figura 21: $\xi = 1$

(e) R=2Ω L=1H C=3F

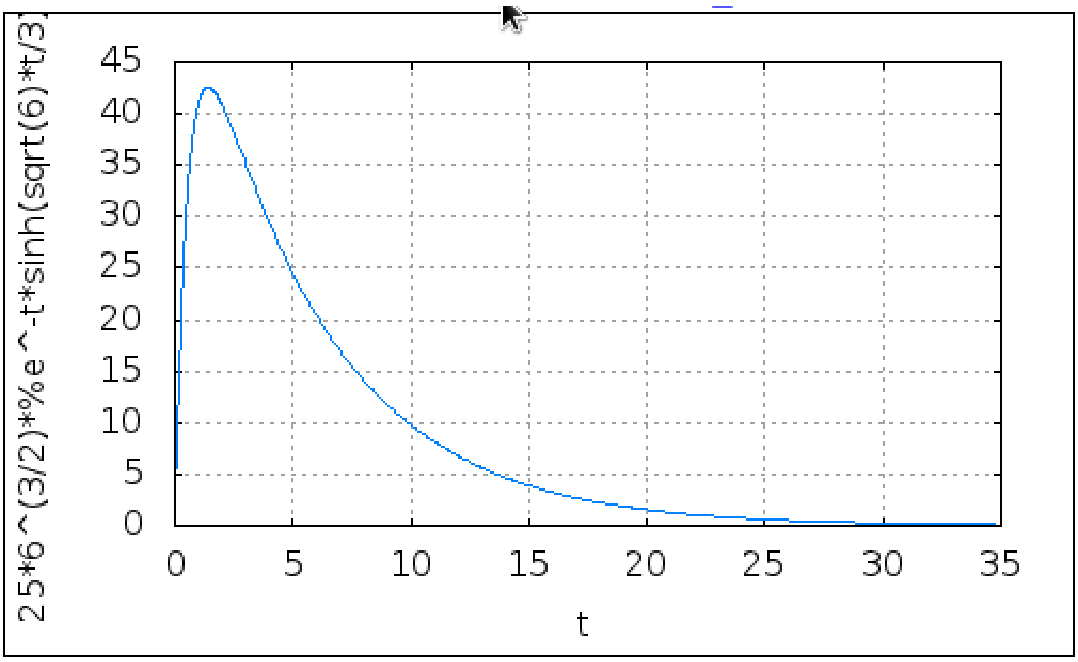



Figura 22: $\xi = \sqrt{3}$

(f) R=0Ω L=1H C=0,5F

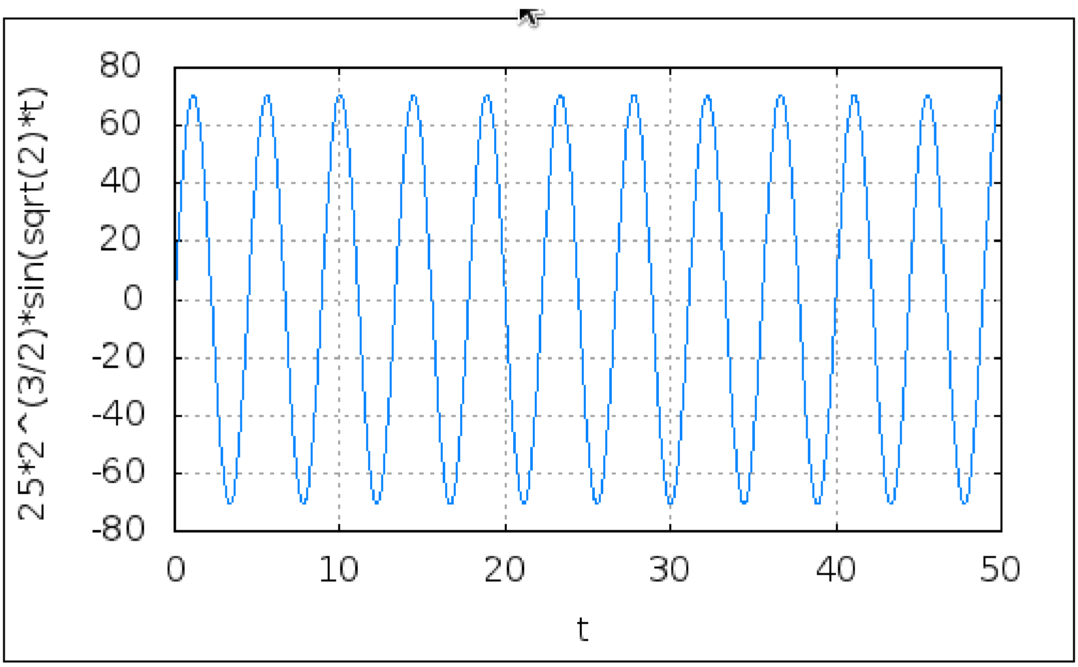



Figura 23: $\xi = 0$

Formas de onda obtidas classificadas no que diz respeito ao seu amortecimento

$$\xi = \frac{R\sqrt{LC}}{2L} \tag{22}$$

3. Simulação no **PSIM** o problema apresentado no ponto anterior. Registando a formas de onda e comparando os resultados .

   (a) R=2Ω L=1H C=0,01F

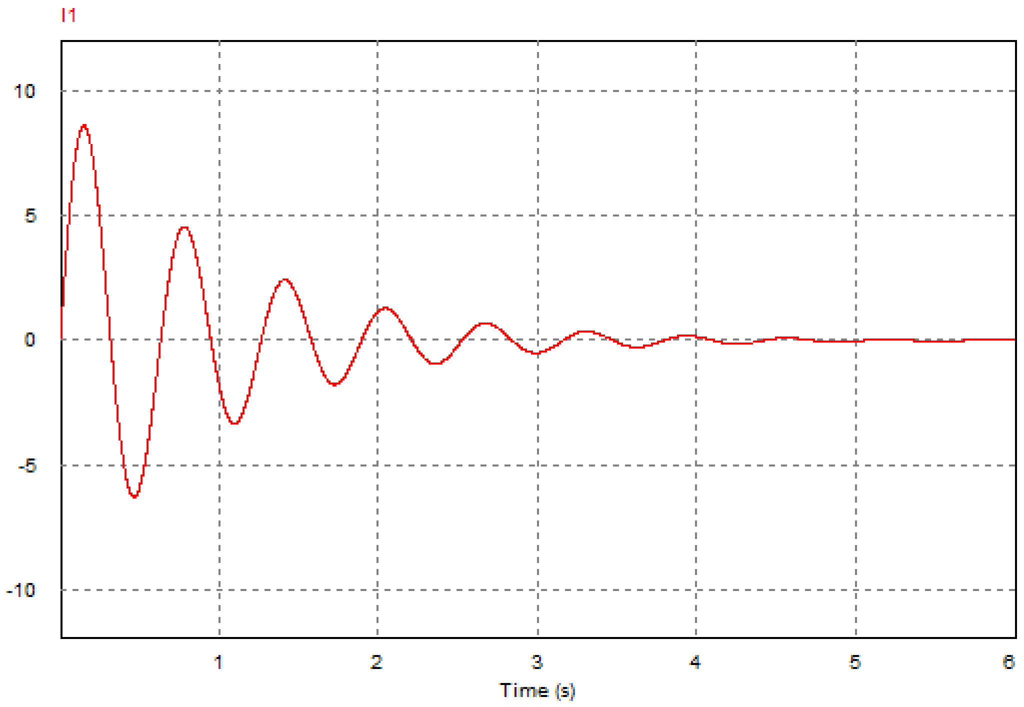



Figura 24: $\xi = 0.1$

(b) R=2Ω L=1H C=0,1F

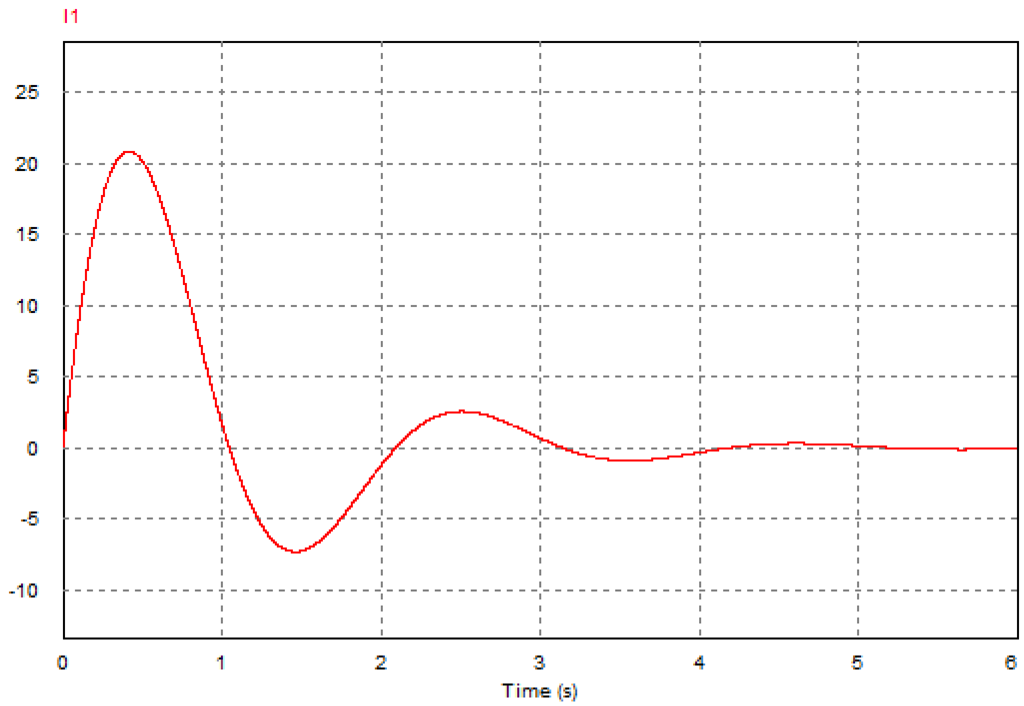



Figura 25: $\xi = 0.31622776601684$

(c) R=2Ω L=1H C=0,5F

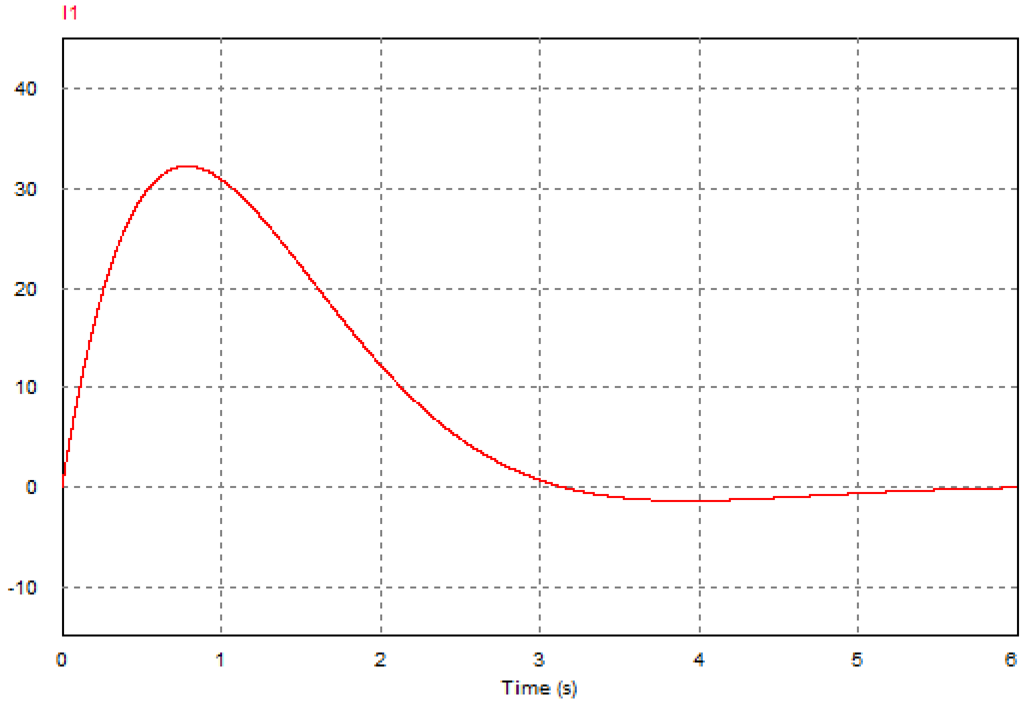



Figura 26: $\xi = 0.707106781188655$

(d) R=2Ω L=1H C=1F

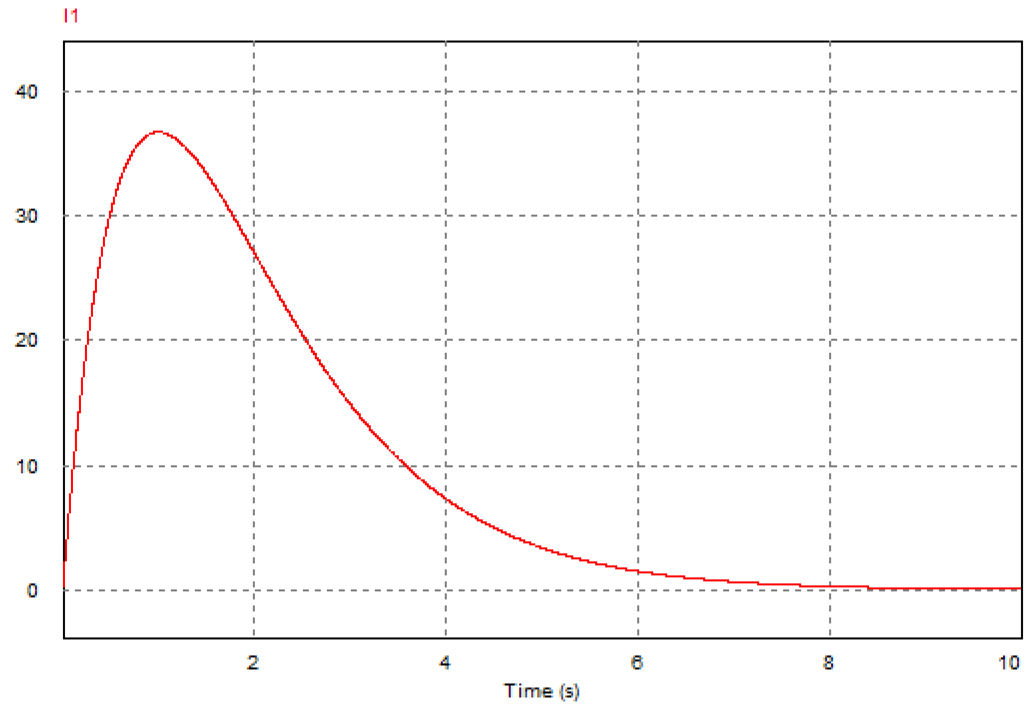



Figura 27: $\xi = 1$

(e) R=2Ω L=1H C=3F

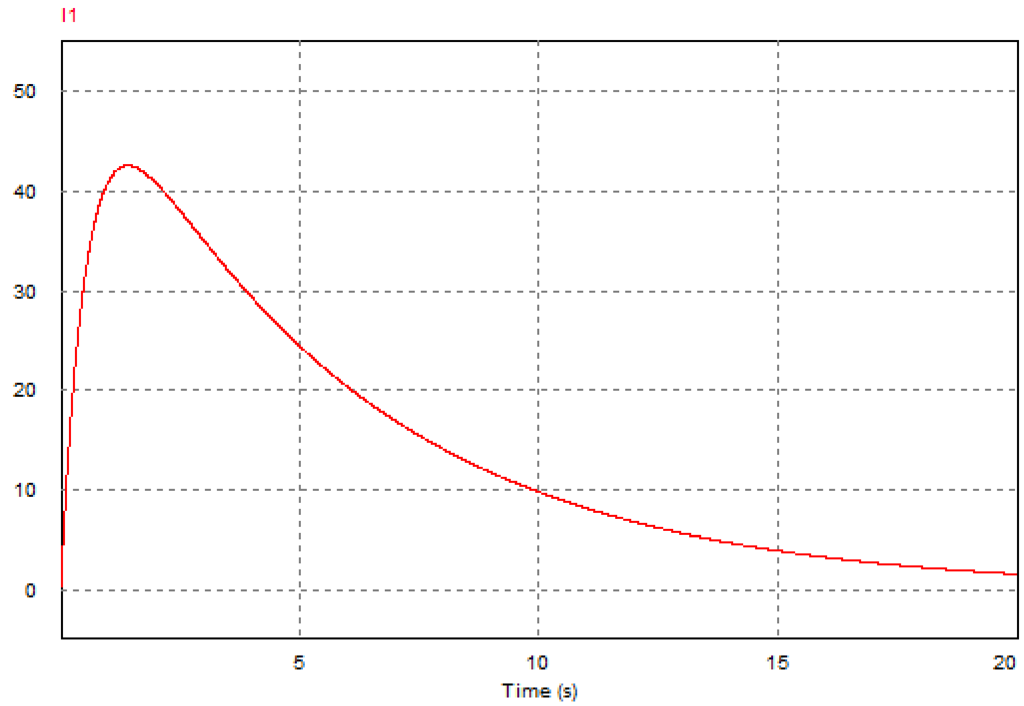



Figura 28: $\xi = \sqrt{3}$

(f) R=0Ω L=1H C=0,5F

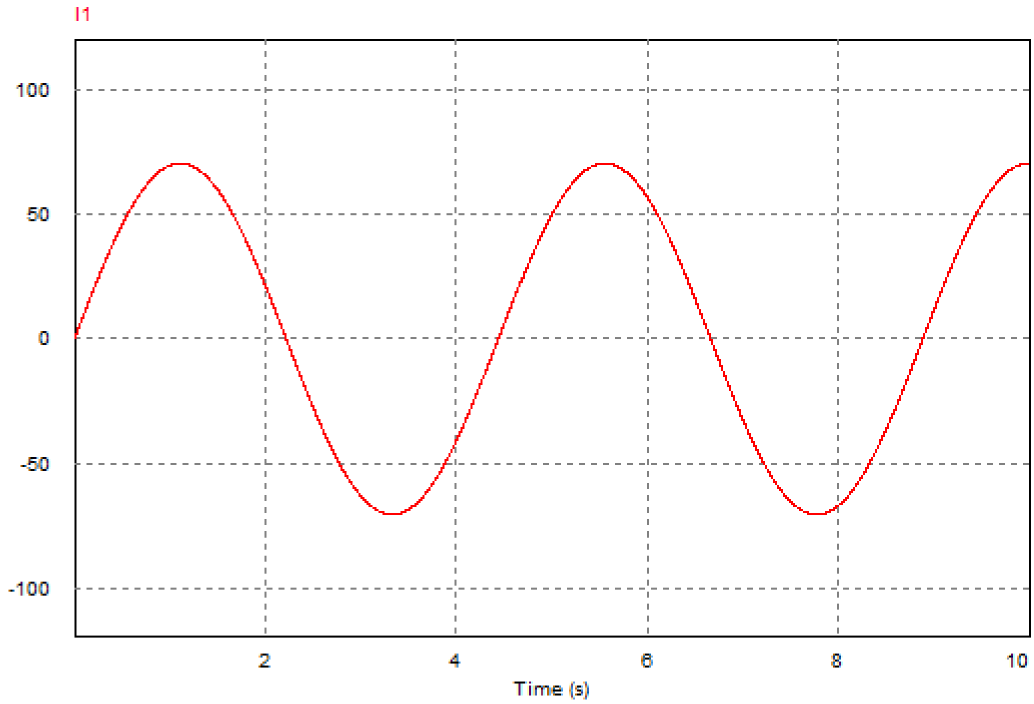



Figura 29: $\xi = 0$

**Resumo**

Foi apresentado os cálculos , formas de onda pelo modelo matemático e pelo simulador **PSIM**, na situação da Figura 1 em curto-circuito , com resistência em amortecimento crítico e com díodo , mostrando os comportamentos das variáveis Tensão e Corrente , depois foi feito o estudo da Figura 17 circuito *RLC* nos seus estados de amortecimento ($\xi$) e respetivo comportamento das suas variáveis , os valores obtidos sendo iguais pela representação matemática e simulador **PSIM**.

# Parte III

# Equações

**Corrente Continua Condições iniciais nulas .**

Circuito $LC$ em $C.C$:

- $i(t) = \frac{V_{DC}\sqrt{LC}}{L} \quad \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \times u(t)$
- $V_L(t) = V_{DC} \quad \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) \times u(t)$
- $V_c(t) = V_{DC} \quad \left(1 - \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)\right) \times u(t)$
- $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- $\overline{Z} = \sqrt{(\omega_n L - \frac{1}{\omega_n C})^2}$
- $\phi = \frac{\pi}{2}$
  porque, $\sin(\omega_n t) = \cos(\omega_n t - \pi/2)$
- $\tau = \infty$

Circuito $RLC$ em $C.C$:

1. Para $\quad C(CR^2 - 4L) > 0 \quad$ (Raízes reais diferentes ) $\quad$ Sobreamortecido .

   - $i(t) = \frac{2V_{DC}Ce^{\frac{-tR}{2L}} sinh\left(\frac{t\sqrt{C(CR^2-4L)}}{2CL}\right)}{\sqrt{C(CR^2-RL)}} \times u(t)$
   - $V_R(t) = R \times i(t)$
   - $V_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

$$L\left(\frac{Vdc\,\%e^{-\frac{tR}{2L}}\cosh\left(\frac{t\sqrt{C(CR^2-4L)}}{2CL}\right)}{L} - \frac{Vdc\,C\,R\,\%e^{-\frac{tR}{2L}}\sinh\left(\frac{t\sqrt{C(CR^2-4L)}}{2CL}\right)}{L\sqrt{C(CR^2-4L)}}\right)$$

   - $V_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)$

$$\frac{2\,Vdc\left(\frac{\sqrt{C^2R^2-4CL}}{2} - \frac{\left(\sqrt{C^2R^2-4CL}\left(\%e^{\frac{t\sqrt{C^2R^2-4CL}}{CL}}+1\right)+C\,R\,\%e^{\frac{t\sqrt{C^2R^2-4CL}}{CL}}-C\,R\right)\%e^{-\frac{t\sqrt{C^2R^2-4CL}}{2CL}-\frac{tR}{2L}}}{4}\right)}{\sqrt{C(CR^2-4L)}}$$

2. Para $\quad C(CR^2 - 4L) = 0 \quad$ (Raízes iguais ) $\quad$ Amortecimento crítico .

   - $i(t) = \frac{V_{DC}}{L} \quad t \quad e^{\frac{-Rt}{2L}} \times u(t)$
   - $V_R(t) = R \times i(t)$
   - $V_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

$$L\left(\frac{Vdc\,\%e^{-\frac{tR}{2L}}}{L} - \frac{t\,Vdc\,R\,\%e^{-\frac{tR}{2L}}}{2L^2}\right)$$

   - $V_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)$

$$\frac{Vdc\left(\frac{4L^2}{R^2} - \frac{(2tLR+4L^2)\,\%e^{-\frac{tR}{2L}}}{R^2}\right)}{C\,L}$$

3. Para $\quad C(CR^2-4L)<0 \quad$ (Raízes complexas ) $\quad$ Amortecido .

- $i(t) = \dfrac{2V_{DC}Ce^{\frac{-tR}{2L}}\, sin\left(\frac{t\sqrt{-C(CR^2-4L)}}{2CL}\right)}{\sqrt{-C(CR^2-4L)}} \times u(t)$
- $V_R(t) = R \times i(t)$
- $V_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

$$L\left(\frac{Vdc\,\%e^{-\frac{t\,R}{2\,L}}\cos\left(\frac{t\sqrt{-C\,(C\,R^2-4\,L)}}{2\,C\,L}\right)}{L}-\frac{Vdc\,C\,R\,\%e^{-\frac{t\,R}{2\,L}}\sin\left(\frac{t\sqrt{-C\,(C\,R^2-4\,L)}}{2\,C\,L}\right)}{L\sqrt{-C\,(C\,R^2-4\,L)}}\right)$$

- $V_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)$

$$\frac{2\,Vdc\left(\frac{\sqrt{4\,C\,L-C^2\,R^2}}{2}-\frac{\%e^{-\frac{t\,R}{2\,L}}\left(C\,R\,\sin\left(\frac{t\sqrt{4\,C\,L-C^2\,R^2}}{2\,C\,L}\right)+\sqrt{4\,C\,L-C^2\,R^2}\,\cos\left(\frac{t\sqrt{4\,C\,L-C^2\,R^2}}{2\,C\,L}\right)\right)}{2}\right)}{\sqrt{-C\,(C\,R^2-4\,L)}}$$

- $|\omega_n| = \sqrt{\frac{4L-R^2C}{4L^2C}}$
- $\overline{Z} = \sqrt{R^2+(\omega_n L - \frac{1}{\omega_n C})^2}$
- $\phi = \arctan\left(\frac{\omega_n L - \frac{1}{\omega_n C}}{R}\right)$
- $\tau = \frac{2L}{R}$

**Definição 1**

$$\begin{aligned}
Q_c(t) =& \int^t i(t) \quad dt \\
=& Q_c(0^-) + \int_{0^-}^t i(t) \quad dt \\
V_c(t) =& \frac{Q_c(t)}{C} \\
=& \frac{1}{C} \quad \int^t i_c(t) \quad dt \\
=& \frac{Q_c(0^-)}{C} + \frac{1}{c} \quad \int_0^t i_c(t) \quad dt \\
=& V(0^-) + \frac{1}{c} \quad \int_0^t i_c(t) \quad dt \\
i_c(t) =& C \quad \frac{dV_c(t)}{dt}
\end{aligned}$$

**Definição 2**

$$\begin{aligned}
\psi_L(t) =& \int^t V_L(t) \quad dt \\
=& \psi_L(0^-) + \int_{0^-}^t V_L(t) \quad dt \\
V_L(t) =& L \quad \frac{di_L(t)}{dt} \\
i_L(t) =& \frac{\psi_L(t)}{L} \\
=& \frac{1}{L} \quad \int^t V_L(t) \quad dt \\
=& \frac{\psi_L(0^-)}{L} + \frac{1}{L} \quad \int_0^t V_L(t) \quad dt \\
=& i_L(0^-) + \frac{1}{L} \quad \int_0^t V_L(t) \quad dt
\end{aligned}$$

**Definição 3**

$$\begin{aligned}
V_R(t) =& R \quad i_R(t) \\
i_R(t) =& \frac{V_R(t)}{R}
\end{aligned}$$

# Lista de Figuras



[]

# Bibliografia


[1] *Curso de Introduo ao LATEX*.

[2] *Electrónica Analógica*. McGraw Hill, 1993.

[3] *Cálculo Diferencial e Integral em* $\mathbb{R}$ *e* $\mathbb{R}^n$. McGraw Hill, 1995.

[4] *Cálculo Diferencial e Integral*. Lopes da Silva Editora, 1997.

[5] *electromagnetismo*. McGraw Hill, 1999.

[6] *The Maxima Book*. , 2004.

[7] *HIGHER ENGINEERING MATHEMATICS*. Published by Elsevier Ltd, 2006.

[8] *More Math into Latex*. Springer Science+Business Media, LLC, 2007.

[9] *PSIM Users Guide*. Powersim Inc., 2009.

[10] *Analog and Digital Control System Design: Transfer-Function, State-Space, and Algebraic Methods*. Harcourt Brace Jovanovich College Publishers, .

[11] *Teach Yourself Electricity and Electronics*. McGraw-Hill, .

[12] Fidalgo, André: *Sistemas Eléctricos de Corrente Alternada*. Em *Unidade de Ensino 2*.

[13] Fidalgo, André: *Sistemas Eléctricos de Corrente Contínua*. Em *Unidade de Ensino 1*.

[1]

[1]Apontamentos Electrónica de Potência