Estatística 8/11/2019

TP 20:47

ficha TP5

— 11 —

$X_1, X_2, \dots, X_n$ "n" v.a. independentes $\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} X_i \xrightarrow[n \to +\infty]{D} N\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i, \sum_{i=1}^{n}\delta^2\right)$

aproximadamente uma normal

$E(X_i) = \mu$, $V(X_i) = \delta^2$ $\Rightarrow \sum x_i \xrightarrow[n \to +\infty]{D} N(n\mu, \cancel{n}\delta^2)$ aprox

1d X_i - "v.a que representa o erro cometido na operação de medição i, em mm", $i = 1, 2, 3 \dots$

a) $E(X_i) = 0$ mm $V(X_i) = 2^2$ mm^2

$n = 100$, medições independentes

$X_1, X_2, \dots, X_{100} \to$ v.a, independentes

$$\sum_{i=1}^{100} X_i \underset{TLC}{\sim} N(100\mu, 100 \cdot \delta^2)$$

$$\sim N(0, \sqrt{400}^2)$$

b) $P\left(\sum_{i=1}^{100} X_i > 20\right) = 1 - P\left(\sum_{i=1}^{100} < 20\right)$

$= 1 - \text{NormCD}(-99999, 20, \sqrt{400}, 0)$

$\simeq 0{,}1586$

c) $X_i \sim U_n[-2, 3] \Rightarrow E(X_i) = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$

$V(X_i) = \frac{(3-(-2))^2}{12}$

$$\sum_{i=1}^{100} X_i \underset{TLC}{\sim} N\left(100 \times \tfrac{1}{2}; 100 \times \tfrac{25}{12}\right)$$

$P\left(\sum_{i=1}^{100} X_i > 20\right) \simeq 1 - \text{NormCD}\left(-99999, 20, \sqrt{100 \times \tfrac{25}{12}}, 100 \times \tfrac{1}{2}\right)$

$\simeq 0{,}9811$

2. X_i "Peso total da carga"

a) $$\sum_{i=1}^{42} X_i \underset{TLC}{\sim} N(42 \times 48{,}5,\ 42 \times 400\ kg^2)$$

b) $$P\left(\sum_{i=1}^{42} X_i > 2000\right) = \text{NormCD}(2000, 99999, \sqrt{42\times400}, 42\times 48{,}5)$$
$$= 0{,}61235$$

c) $$P\left(\sum_{i=1}^{42} x_i > K\right) = 0{,}05$$
$$P\left(\sum_{i=1}^{42} X_i < K\right) = 0{,}95$$
$$\Downarrow$$
$$P\left(\sum_{i=1}^{42} Z_i < 1.644\right) = 0{,}95$$

$$\frac{K-\mu}{\delta} = 1.644$$

$$K = 1.644 \times \delta + \mu$$
$$= 1.644 \times \sqrt{42\times400} + 42 \times 48{,}5$$
$$= 2250$$

Peso total de 'n' caixas $\sum_{i=1}^{n} X_i \underset{TLC}{\sim} N(n \times 485, n \times 400)$

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} X_i > 2000\right) < 0{,}05$$
$$P\left(Z > \frac{2000 - 48.5\times n}{\sqrt{n\times400}}\right) < 0.05$$
$$P\left(Z \leq \frac{2000 - n\times48.5}{\sqrt{n\times400}}\right) > 0{,}95$$

$$\Phi\left(\frac{2000 - n\times48.5}{\sqrt{n\cdot400}}\right) > 0.95$$

$$\frac{2000 - n\times48.5}{\sqrt{n\times400}} > \Phi^{-1}(0.95)$$

$$\frac{200 - n\times48.5}{\sqrt{n\times400}} > 1.64$$

$$(2000 - n\times48.5)^2 > (1.64\times20\sqrt{n})^2$$

solver $(2000 - n \times 48.5)^2 - (1.64 \times 20\sqrt{n})^2 = 0$

37.11

Estatística
TP
—//—

8/11/2019
21:46
ficha TP5

2.

d) $X_{c1} = \sum_{i=1}^{42} X_i \sim N(42 \times 48.5 \,,\, 42 \times 400)$

peso da carga camião 1

$X_{c2} = \sum_{i=1}^{40} X_i \sim N(40 \times 48.5, 42 \times 400)$

Peso da camião 2

v.a independentes

$P(X_{c2} > X_{c1}) = ?$

$P(X_{c2} > X_{c1}) = P(\underbrace{X_{c2} - X_{c1}}_{D} > 0)$

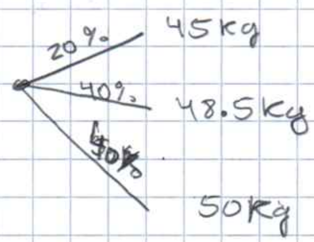
Pelo teorema da ADDitividade da Dist Normal tem-se

$D \underset{AN}{\sim} N(40 \times 48.5 - 42 \times 48.5, 40 \times 400 + 42 \times 400)$

$D \sim N(-2 \times 48.5, 82 \times 400)$

$P(D > 0) = 0.2961$

e)



Distribuição Descreta.

Media = 48.4
VARIANCIA = 3.34
δ = 1.82

W_i → Peso da caixa i, em kg

w_i	45	48.5	50
$P(W_i = w_i)$	0.2	0.4	0.4

$E(W_i) = 45 \times 0.2 + 48.5 \times 0.4 + 50 \times 0.4$
$= 48.4$

$V(w_i) = (45 - 48.4)^2 \times 0.2 + (48.5 - 48.4)^2 \times 0.4 +$
$= (50 - 48.4)^2 \times 0.40$
$= 3.34$

$\delta = 1.8275$

$\sum_{i=0}^{42} W_i \sim N(42 \times 48.4 \,,\, 42 \times 3.34)$

$P(\sum_{i=}^{42} W_i > 2000) = \text{NormCD}(2000, 99999, \sqrt{42 \times 3.34}, 42 \times 48.4)$
$= 99,72\%$

correcção de continuidade

ficha TP5

3. $X_{P_{entram}}$ - "número de automóveis que entram num parque de estacionamento [Automóveis/minuto]"

$$X_{P_{entram}} \sim P_o(\mu) \quad [\text{Automóveis/minuto}]$$

$\mu = 1,2 \quad \delta^2 = 1,2 \quad \delta = +\sqrt{1,2}$

$$X_{P_{entram}} \sim P_o(1,2) \quad [\text{Auto/minuto}]$$

$X_{P_{saem}}$ - " " " " saem " [Automóveis/minuto]

$$X_{P_{saem}} \sim P_o(1.0) \quad [\text{Auto/minuto}]$$

$\mu = 1; \delta^2 = 1; \delta = 1$

Acontecimentos independentes

Distribuições Discretas.

a) $P(X_{P_{entram}} = 1 \cap X_{P_{saem}} > 2)$

$= P(X_{P_{entram}} = 1) \times P(X_{P_{saem}} > 2)$

$\quad\quad " \quad " \quad\quad \times (1 - P(X_{P_{saem}} \leq 2))$

$= 0.3614 \quad \times (1 - 0.9190)$

$= 0.029 \cong 2,9\%$ de entrar um carro/minuto e sair dois por minuto.

b) pelo teorema TLC $n \geq 30$ repetições de acontecimentos independentes com probabilidade constante de a distribuição Poisson converge para a Normal.

$$A = \sum_{i=1}^{60} X_{P_{entram}} \sim N(60 \times 1.2 , 60 \times 1.2) \quad [\text{Automóveis/hora}]$$

$$B = \sum_{i=1}^{60} X_{P_{saem}} \sim N(60 \times 1 , 60 \times 1) \quad [\text{Automóveis/hora}]$$

Pelo teorema da additividade corolário (2)

$$A - B \sim N(72 - 60 , 72 + 60)$$
$$N(12 ; \sqrt{132}^2)$$

Numa hora entram em média + 12 carros do que saem

$$P\left(\sum_{i=1}^{60} X_{P_{entram}} < \sum_{i=1}^{60} X_{P_{saem}}\right)$$

X - " V.A. tempo de vida de um equipamento AHZ7 em anos " ficha TP5

$X \sim N(\mu, \delta^2)$ Distribuição contínua

$P(X < 4) = 0,2$ $P(X > 5) = 0,5$

$P(X < 5) = 0,5$

0,79998 $\delta^2 = 1.1882$ $z = -0,84$

$V(x) = 1.4112$ $-0,84 = \frac{4-5}{\delta}$ $\boxed{\mu = 5}$ $X \sim N(5, 1.4112)$

$\delta = 1,19$

a) $P(\sum_{i=1}^{4} X < 22)$

$\sum_{i=1}^{4} X \sim N(4 \times 5, 4 \times 1.4112)$ [anos]

$(20, 5.645)$ [anos]

NormCD $(-9999, 22, \sqrt{5.645}, 20) = 0.800004$

b)