

Os brinquedos comprados numa loja são embrulhados por três empregados A, B e C. O empregado A embrulha 30% dos brinquedos e esquece-se de tirar o preço a 2%; o empregado B embrulha 50% e esquece-se de tirar o preço a 5%; o empregado C embrulha os restantes e esquece-se de tirar o preço a 3%.

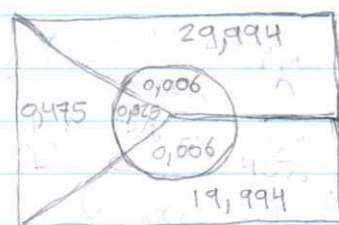
a) Calcule a probabilidade que um brinquedo embrulhado tenha o preço marcado.

b) Um brinquedo embrulhado tinha o preço marcado. Calcule a probabilidade de ter sido embrulhado pelo empregado A.

"A variável aleatória são os brinquedos embrulhados"

Os acontecimentos são independentes, pois suas intersecções é igual ao produto.

A = "Brinquedos embrulhados por A"  
 B = " " " " " " "  
 C = " " " " " " "  
 M = "Brinquedo tem etiqueta"



$$P(A) = 0,3 \quad P(M|A) = 0,02$$

$$P(B) = 0,5 \quad P(M|B) = 0,05$$

$$a) \quad P(C) = 0,2 \quad P(M|C) = 0,03$$

"Sabe-se"  
 $P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y|X)$   
 Geral!

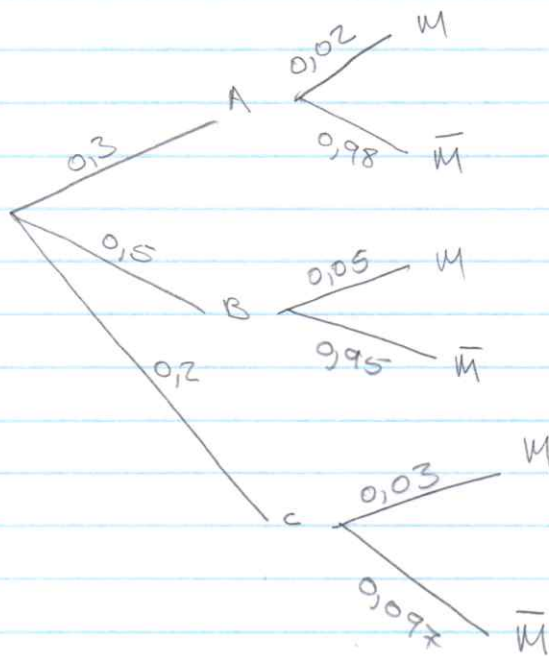
$$P(A \cap M) + P(B \cap M) + P(C \cap M) = P(M)$$

$$0,3 \times 0,02 + 0,5 \times 0,05 + 0,2 \times 0,03 = 0,037$$

logo a probabilidade de tirar um brinquedo com o preço marcado é 3,7%

$$b) \quad P(A|M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} = \frac{0,006}{0,037} = 0,16$$

A probabilidade de tirar um Brinquedo embrulhado do empregado e que esteja embrulhado é de 16%



$P(M|A)$  percentagem de M contida em A.

$M < A$  genericamente.

O seguinte quadro mostra o registro de 200 empresas relativamente ao facto de terem realizado lucros e serem empresas de exportação

	Exporta	Não exporta
teve lucro	70	40
Não teve lucro	30	60

1. Escolhe-se uma empresa.

- Qual a probabilidade de realizar lucros?
- Qual a probabilidade de ser exportadora?
- Qual a probabilidade de ser exportadora e realizar lucros?
- Sabendo que uma empresa não teve lucro, qual a probabilidade de ser exportadora

Saber-se que o espaço amostral é 200 empresas  $\Omega = 200$

Neste exercício as condições são dependentes, logo  $P(E \cap L) \neq P(E) \times P(L)$

$$\Rightarrow P(E \cap L) = \frac{\text{dados positivos}}{\Omega}$$

E - "empresa exportadora"

L - "empresa tem lucro"

$$a) P(L) = \frac{110}{200} = \frac{11}{20}$$

$$b) P(E) = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$

$$c) P(E \cap L) = \frac{70}{200}$$

$$d) P(E|L) = \frac{30/200}{90/200} = \frac{P(E \cap L)}{P(L)}$$



calcule a probabilidade de não sair o número 13 numa extração do lotofácil?

N - "Não sei o número treze [13] numa extração do to do to" - Definição do acontecimento

$$P(N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6) = P(N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6)$$

$$= P(N_1) \times P(N_2 | N_1) \times P(N_3 | N_1 N_2) \times P(N_4 | N_1 N_2 N_3) \times$$

$$P(N_5 | N_1 N_2 N_3 N_4) \times P(N_6 | N_1 N_2 N_3 N_4 N_5)$$

$$P(N) = \frac{48}{49} \quad P(N) = \frac{47}{48} \quad P(N) = \frac{46}{47} \text{ etc}$$

$$P(NNNNWN) = \frac{48}{49} \times \frac{47}{48} \times \frac{46}{47} \times \frac{45}{46} \times \frac{44}{45} \times \frac{43}{44} \approx 0,88$$
 Acontecimientos independientes

Qual o resultado se houve-se reposição.

$$P(NNNNNN) = P(N)^6 = \left(\frac{48}{49}\right)^6$$

Uma caixa contém três [3] bolas Amarelas e Duas [2] Verdes

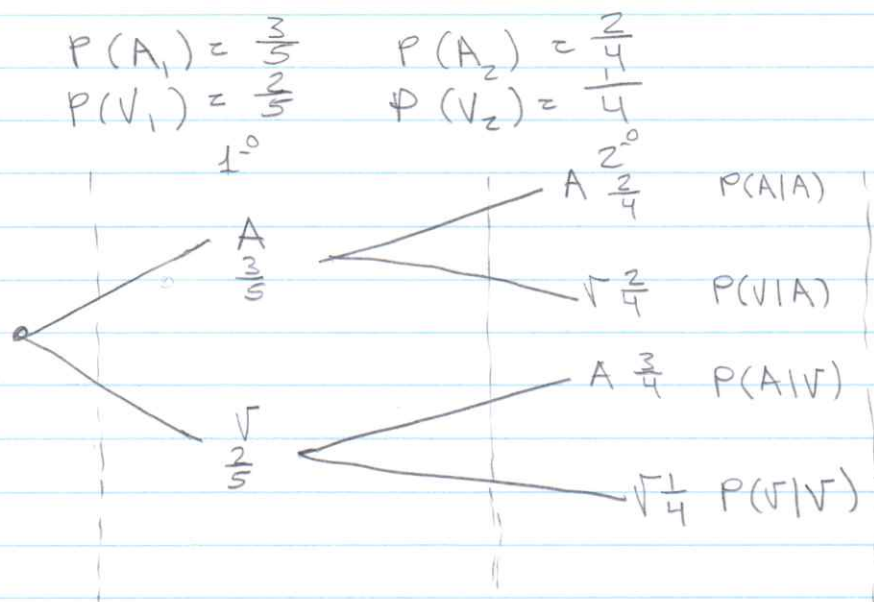
a) São Retiradas duas bolas sem reposição  
calcule a probabilidade de sair apenas uma bola Verde.

$A_1$  - sair uma bola Amarela 1º Lançamento

$A_2$  - sair uma bola Amarela 2º Lançamento

$V_1$  - sair uma bola Verde 1º Lançamento

$V_2$  - sair " " " 2º " "



$$P(AV \cup VA) = P(AV) + P(VA) \\ = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20}$$

b) Qual o resultado se houver reposição.  
São ambas experiências independentes

Como tem reposição

$$P(A_1) = P(A_2) = \frac{3}{5}$$

$$P(V_1) = P(V_2) = \frac{2}{5}$$

Independência

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(AV \cup VA) = P(AV) + P(VA) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$$

Numa rifa com bilhetes numerados de 0 a 999 existem 10 3º prémios de 50€; 3 2º prémios de 100€ e um grande prémio de 1000€.

a) Defina a função de probabilidade da v.a. que representa o ganho obtido com a compra de um bilhete.

$X$  - "ganho obtido com 1 bilhete (€uros)"

$$R_x = \{0, 50, 100, 1000\}$$

$x_i$	0	50	100	1000
$p_i$	$\frac{986}{1000}$	$\frac{10}{1000}$	$\frac{3}{1000}$	$\frac{1}{1000}$

$$P(X=1000) = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$$f(x) = \begin{cases} 0,986, & x=0 \\ 0,01, & x=50 \\ 0,003, & x=100 \\ 0,001, & x=1000 \\ 0, & \text{outros valores ou o.v.} \end{cases}$$

IMPORTANTE!!

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f(x_i)$$

$$\sigma^2 = V(X) = E([X - \mu]^2) \quad \sigma - \text{sigma}$$

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \times f(x_i)$$

$$= E(X^2) - \mu^2 \rightarrow E(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \times p_i$$

$$V(K) = 0$$

$K$  - constante.

$$V(KX) = K^2 \cdot V(X)$$

$$V(X+Y) = V(X) + V(Y) \quad \text{se e só se, } X \text{ e } Y \text{ forem independentes.}$$



Em cada dia um indivíduo situado no ponto M lança um dado. Se sair uma pontuação superior a 4 vai a B e regressa a M, caso contrário, dirige-se a A e regressa a M.

considera  $X$  como a distância percorrida diariamente, então qual será a probabilidade de  $X$  ser igual a 6?



a)  $X$  - "distância percorrida diariamente (metros)"

$$P(X=6) = \frac{4}{6}$$

14m se  $> 4$

6m se  $\leq 4$

$x_i$	6	14
$p_i$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$f(x) = P(X=x) = \begin{cases} \frac{2}{3}, & x=6 \\ \frac{1}{3}, & x=14 \\ 0, & 0.5 \end{cases}$$



b)  $F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & x < 6 \\ \frac{2}{3}, & 6 \leq x < 14 \\ 1, & x \geq 14 \end{cases}$

Função de distribuição acumulativa.

c)  $E(X) = \sum_i x_i \times p_i = 6 \times \frac{2}{3} + 14 \times \frac{1}{3} = 8,6$

d)  $Y$  - "v.a. custo da distância percorrida em 5 dias unidade métrica"

$$V(Y) = ?$$

$X_c$  - "custo da unidade medida"

$x_i$	36	196
$p_i$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$E(X_c) = 36 \times \frac{2}{3} + 196 \times \frac{1}{3} \\ = 89,33 \text{ UoM}$$

$$Y = X_{c1} + X_{c2} + X_{c3} + X_{c4} + X_{c5}$$

$$E(Y) = E(X_{c1} + X_{c2} + X_{c3} + X_{c4} + X_{c5})$$

se as variáveis independentes, para ser válido o exercício.

$$= E(X_{c1}) + E(X_{c2}) + E(X_{c3}) + E(X_{c4}) + E(X_{c5}) \\ = 5 \times 89,33$$