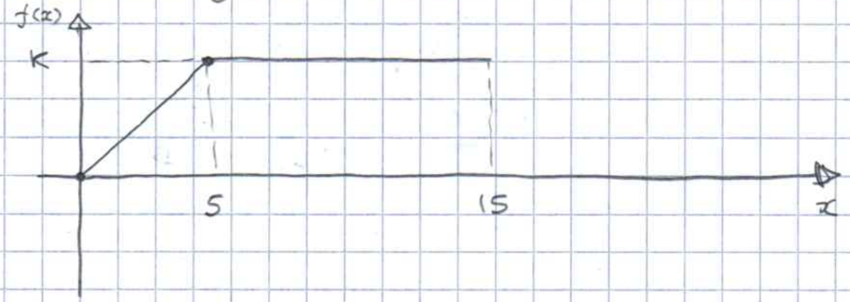
ficha TP3

1) X "v.a tempo de execução de uma tarefa de manipulações em minutos"

$$f(x) \text{ é fdp sse } \begin{cases} f(x) \geq 0 & x \in \mathbb{R} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \end{cases}$$

$$\therefore \quad \int_0^5 f(x)\,d(x) + \int_5^{15} f(x)\,dx = 1$$



a)

$$y = mx + b$$

$$y - 0 = \frac{K-0}{5-0}(x-0) \qquad m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \operatorname{tg}\theta$$

$$y = \frac{1}{5}K \cdot x \qquad y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

$$\int_0^5 \frac{1}{5}K \cdot x\,dx + \int_5^{15} K\,dx = 1$$

$$\frac{1}{5}K \left|_0^5 \frac{x^2}{2}\right. + K \left|_5^{15} x\right. = 1$$

$$\frac{1}{\cancel{5}} K \frac{\cancel{5}^2}{2} + 10K$$

$$\frac{5}{2}K + \frac{20}{2}K = 1$$

$$\frac{25}{2}K = 1$$

$$K = \frac{2}{25}$$

b) $F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt$

$$0 \leq x < 5: \int_0^x \frac{2}{125} x\,d(x) = \left|_0^x \frac{\cancel{2}}{125}\frac{x^2}{\cancel{2}}\right. = \left|_0^x \frac{x^2}{125}\right. = \frac{x^2}{125}$$

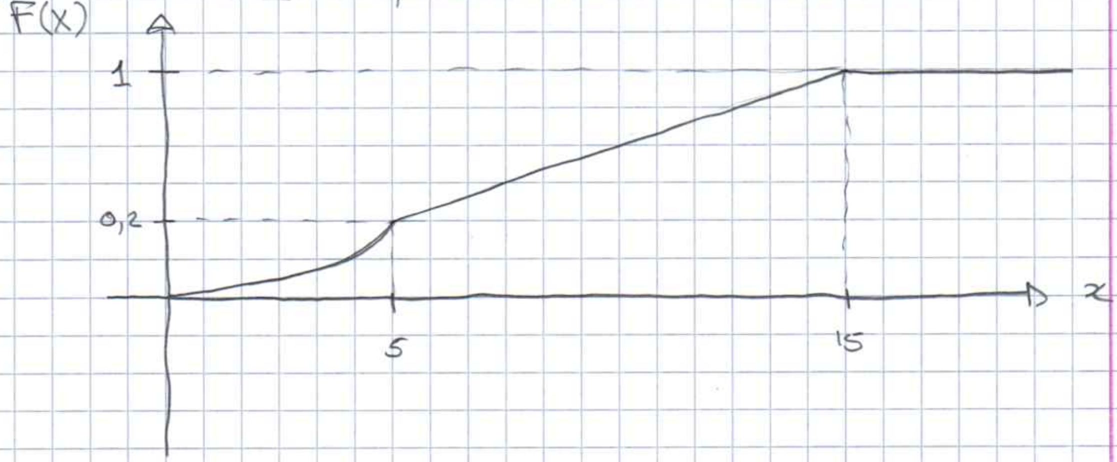
$$5 \leq x < 15: \left|_0^5 \frac{x^2}{125}\right.^{=\frac{1}{5}} + \int_5^x \frac{2}{25} = \frac{1}{5} + \left|_5^x \frac{2}{25}x\right.$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{25}x - \frac{10}{25} = \frac{2}{25}x - \frac{1}{5}$$

$x > 15: \quad \frac{1}{5} + \left.\frac{2}{25}x\right|_5^{15} + 0$

$\frac{1}{5} + \frac{30}{25} - \frac{10}{25} = \frac{1}{5} + \frac{20}{25} = 1$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x^2}{125} & , 0 \leq x < 5 \\ \frac{2}{25}x - \frac{1}{5} & , 5 \leq x \leq 15 \\ 1 & , x > 15 \end{cases}$$



c) $P(X < 2{,}5) = F(2{,}5) = \frac{(2{,}5)^2}{125}$

$= 0{,}05$

d) $P(2{,}5 < X < 10) = F(10) - F(2{,}5)$

$= \left(\frac{20}{25} - \frac{1}{5}\right) - \frac{(2{,}5)^2}{125}$

$= 0{,}55$

e) $E(X)$ e $V(X)$

$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \times f(x)\, dx$

$= \int_0^5 x \times \left(\frac{2}{125}x\right) dx + \int_5^{15} \left(\frac{2}{25}\right) \times x\, dx = \frac{26}{3} = 8.6^{\circ}$

= usando a calculadora CALC → $\int dx$

$\sigma^2 = V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\, dx - \mu^2$

$= \int_0^5 x^2 \times \left(\frac{2}{125}x\right) dx + \int_5^{15} \left(\frac{2}{25}\right) \times x^2\, dx - \left(\frac{26}{3}\right)^2$

$= \frac{253}{18} \cong 14.05^{\circ}$

ficha TP3

1.

f)

[0,5[	[5,10[	[10,15]
2	4	8
0,2	0,4	0,4

Pela Area — Pela Função Distribuição

2 $P(0<X<5) \to \frac{1}{2} \times \frac{2}{25} \times 5 = 0.2 \Rightarrow F(5) - F(0) = \frac{5^2}{125} = 0,2$

4 $P(5<X<10) \to 5 \times \frac{2}{25} = 0.4 \Rightarrow F(10) - F(5) = \left(\frac{2}{25} \times 10 - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{2}{25} \times 5 - \frac{1}{5}\right)$

$= 0,4$

8 $P(10<X<15) \to 5 \times \frac{2}{25} = 0.4 \Rightarrow F(15) - F(10) = 0,4$

utilizando a calculadora programa DISTL12

Media = 5.2
VARIANCIA = 5.76
DESVIO PADRAO = 2.4

2. Distribuição Uniforme ficha TP3

$$X \sim U_n [a, b]$$

$\mu = \frac{a+b}{2}$ $\quad \delta^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

X - "v.a duração pequenos Anúncios"

$$X \sim U_n [5, 12]$$

$\mu = 8.5$

independentes

$\delta^2 = 4.08\dot{3}$

$\delta = 2.02$

a) $F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 5 \\ \frac{x-5}{7} & \text{se } 5 \leq x \leq 12 \\ 1 & \text{se } x > 12 \end{cases}$

b) calcule a probabilidade

i) $P(X < 8) = F(8) = \frac{8-5}{7} = 0.42857$

ii) $P(8 < X < 12) = F(12) - F(8) = \frac{12-5}{7} - \frac{8-5}{7}$

$= \frac{4}{7} = 0.5714$

c) $\mu = 8.5$

$\delta = 2.02$

d)

1º quartil = 0.25
mediana = 0.5
3º Quartil = 0.75

$P(X < k_1) = 0.25$

$P(X < k_2) = 0.5$

$P(X < k_3) = 0.75$

$\frac{k_1 - 5}{7} = 0.25 \Leftrightarrow k_1 = 0.25 \times 7 + 5 = 6.75$

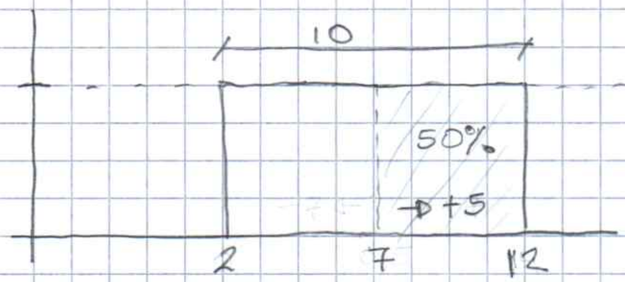
$\frac{k_2 - 5}{7} = 0.5 \Leftrightarrow k_2 = 0.5 \times 7 + 5 = 8.5$

$\frac{k_3 - 5}{7} = 0.75 \Leftrightarrow k_3 = 0.75 \times 7 + 5 = 10.25$

ficha TP3

3) X - "v.a dureza de uma peça de cerâmica"

(b − A) proporcional Área.



é proporcional

$P(X > 7) = 0.5$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , x \in [a,b] \\ 0 & , x \notin [a,b] \end{cases}$$

$(b-a) \times h = 1$

$h = \frac{1}{b-a}$

$h = \frac{1}{10}$

$\mu = \frac{a+b}{2}$

$\delta = \frac{(b-a)^2}{12}$

$b = 12$
$a = 2$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 2 \\ \frac{x-2}{10} & \text{se } 2 \leq x \leq 12 \\ 1 & \text{se } x > 12 \end{cases}$$

a) $P(7 < X < 11)$

$= F(11) - F(7)$

$= \frac{11-2}{10} - \frac{7-2}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

b) $n = 10$

Binomial
i) experiencia Bernoulli
ii) independentes
iii) mesma probabilidade em todas as experiencias.

x - "adequado ao uso na cozinha"
$P(x) = 0.4$

X "v.a nº de peças adequadas"

$X \sim Bi(10, 0.4)$ Nota: Distribuição Discreta

$P(X \geq 3) = ?$
$1 - P(X \leq 2) = 1 -$ BinomialCD$(2, 10, 0.4)$
$\simeq 0.8327$

c) $P((X < 8) \mid (X > 7)) = \frac{P(8 > X > 7)}{0.5}$

$P(X > 7) = 1 - P(X < 7)$
$= 1 - \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}$

$P(X < 8) = \frac{3}{5}$

$= \frac{F(8) - F(7)}{0{,}5}$

$= \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$

$= 0.2$

ficha TP3

4. X - "v.a Durabilidade das embalagens H1"

Distribuição exponencial

$\mu = 50$ [dias]

$f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \end{cases}$ $F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \end{cases}$

$\lambda > 0$

$\mu = \frac{1}{\lambda}$; $\delta^2 = \frac{1}{\lambda^2}$; $\delta = \mu$

$X \sim Ex\left(\frac{1}{50}\right)$

$\lambda = \frac{1}{50}$; $\delta^2 = 50^2$; $\delta = 50$

a) $P(X < 5)$

→ Distribuição contínua
→ Distribuição exponencial

$f(x) = \frac{1}{50} e^{-\frac{1}{50}x}$, $x \geq 0$

$F(x) = 1 - e^{-\frac{1}{50}x}$, $x \geq 0$

$F(5) = 1 - e^{-\frac{1}{10}} = 0.0951$

b) $P(X > 50) = 1 - P(X < 50)$

$= 1 - (1 - e^{-1})$

$= 0,3678$

Duram mais de 50 dias cerca de 36,78 % das embalagens.

c) $P(5 < X < 50) = P(X < 50) - P(X < 5)$

$= 0,6321 - 0.0951$

$\simeq 0.5370$

d) $P(X > k) = 0,2$

$1 - P(X < k) = 0.2$

$P(X < k) = 1 - 0,2$

$P(X < k) = 0.8 = 1 - e^{-\frac{1}{50}x}$

$0.2 = e^{-\frac{1}{50}x}$

$\ln(0.2) = -\frac{1}{50}x \Leftrightarrow 1.609 \times 50 = x \Rightarrow x \simeq 80,471$

5. X - " Duração de vida em horas x 1000 "

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$h = f(x) \times 1000$

$x = \frac{1}{1000} x'$

a) $P(X > 1000) = 1 - P(X < 1000)$

$= 1 - \int_0^1 e^{-x} \, dx$

$= 1 - \left. -e^{-x} \right|_0^1$

$= 1 - \left(-e^{-1} + e^{-0} \right)$

$= 1 - (-0.3678 + 1)$

$= \cancel{1} + 0.3678 - \cancel{1}$

$\simeq 36.78\%$

b) $P(0.5 < X < 1) = \int_{0.5}^1 e^{-x}$

$= \left. -e^{-x} \right|_{0.5}^1$

$= -e^{-1} - (-e^{-0.5})$

$= -e^{-1} + e^{-0.5}$

$= 0.238651$

c) custo = 100 Euros
venda = 250 Euros

$\lambda = 1 \Rightarrow \mu = 1$

se $P(X < 1000) \Rightarrow$ reembolso ?

100% lucro $\Rightarrow$ 150 Euros.