6.1 X_i - "v.a resistência do seu produto em Kg"

$$X_i \sim N(120, 1600)$$

$\{ n = 12$

a) $\overline{X}_{12} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} X_i \sim N(120, \frac{1600}{12})$ teorema da A.N

b) $P(\overline{X}_{12} \leq 112 Kg) = \Phi\left(\frac{112-120}{\sqrt{\frac{1600}{12}}}\right)$

$= 0,24421$

24,421%, é a probabilidade de devolução, para 12 amostras

c) $\{ n = 24$

$P(\overline{X}_{24} < 112) = \Phi\left(\frac{112-120}{\sqrt{\frac{1600}{24}}}\right)$

$= 0.1635$

16,35%, é a probabilidade de devolução, para 24 amostras.

d) $P(\overline{X}_n < 112) = 0,04$

$\Phi\left(\frac{112-120}{\sqrt{\frac{1600}{n}}}\right) = 0,04$

$\frac{112-120}{\sqrt{\frac{1600}{n}}} = \Phi^{-1}(0,04)$

$\cong 1,751$

$\sqrt{\frac{1600}{n}} \cong \frac{112-120}{1,751}$

$\frac{1600}{n} \cong \left(\frac{112-120}{1,751}\right)^2$

$n = \frac{1600}{\left(\frac{112-120}{1,751}\right)^2} = 76,65$

6.2 X_i "v.a resistência de um cordão em kg"

sabe-se $P(X>152)=0,2$

$X_i \sim N(134; \sigma^2)$

c.a)

$P(X>152)=0,2$

$P(X<152)=0,8 \Leftrightarrow \Phi\left(\frac{152-134}{\sigma}\right)=0,8$

$\frac{152-134}{\sigma} = \Phi^{-1}(0,8)$

$= 0,8416$

$\sigma = \frac{152-134}{0,8416}$

$= 21,38$

$\sigma^2 = 21,38^2$

$X_i \sim N(134, 21,38^2)$

$\{ n=10$

a) $P(\bar{X}_{10}<130) = \Phi\left(\frac{130-134}{\frac{21,38}{\sqrt{10}}}\right) \Leftrightarrow \bar{X}_{10} \sim N\left(134, \frac{21,38^2}{10}\right)$

$\simeq 0,2771$

27,71% encomendas devolvidas no caso de 10 amostras.

b) $\Phi\left(\frac{130-134}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{10}}}\right) = 0,05$

$\frac{130-134}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{10}}} = \Phi^{-1}(0,05)$

$\simeq 1.645$

$\sqrt{\frac{\sigma^2}{10}} = \frac{130-134}{1.645}$

$\sigma^2 = \left(\frac{130-134}{1.645}\right)^2 \times 10$

$\simeq 59,127$

6.2

c)

$21,38^2$ - 27,31 %

devolução

54,127 - 5%

i) se cada encomenda devolvida implica um prejuízo, claro que melhorar a variância é benéfico ou, seja variância menor menos prejuízo

6.3 $\begin{cases} n_A = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} n_B = 30 \end{cases}$

$\overline{X}_{A_{30}}$ - "v.a duração média em horas"

$\overline{X}_{B_{30}}$ - "v.a duração média em horas"

X_{A_i} - "v.a duração do componente A em horas"

$X_{A_i} \sim Ex\left(\frac{1}{2500}\right)$; $\mu = 2500$, $S^2 = 2500^2$

$$f(x) = \begin{cases} 0 , & x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} , & x \geq 0 \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0 , & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} , & x \geq 0 \end{cases}$$

X_{B_i} - "v.a duração do componente B em horas"

$X_{B_i} \approx N(2700 , 2000^2)$

a) $$P(\overline{X}_{A_{30}} < 2450) = \Phi\left(\frac{2450 - 2500}{\sqrt{\frac{2500^2}{30}}}\right) \quad \text{TLC } n \geq 30$$

$$= \Phi(0,10954) = 0,45638$$

45,63% dura menos que 2450 horas

b) $$P(\overline{X}_{A_{30}} > \overline{X}_{B_{30}}) = P(\overline{X}_{A_{30}} - \overline{X}_{B_{30}} > 0)$$

$$\overline{Y}_{A_{30}} = \overline{X}_{A_{30}} - \overline{X}_{B_{30}} \underset{A.N}{\sim} \left(-200 , \frac{2500^2}{30} + \frac{2000^2}{30}\right)$$

$$P(\overline{Y}_{A_{30}} > 0) = 1 - P(\overline{Y}_{A_{30}} < 0)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{0 - 200}{\sqrt{\frac{2500^2}{30} + \frac{2000^2}{30}}}\right)$$

$$= 1 - \Phi(0,34216)$$

$$= 1 - 0,6338$$

$$= 0,3661$$

Probabilidade de A ser superior a B é 63,38%

6.4 X_i – "v.a durabilidade média componente electrónico K1 em u.t"

$X_i \sim N(400, 20^2)$

$\bar{X}_{i_n} \sim N\left(400, \frac{20^2}{n}\right)$

$\Delta = 3 \text{ ut}$

$P(400-3 < \bar{X}_{i_n} < 400+3) = 0,45 \qquad n = ?$

$\Delta = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\delta}{\sqrt{n}}$

$1-\alpha = 0,45$

$\alpha = 55\%$

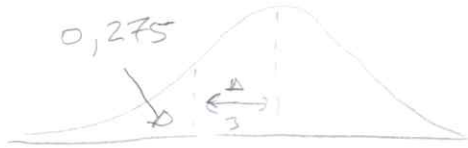
$\frac{\alpha}{2} = 27,5\%$

$3 = \Phi^{-1}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) \times \frac{\delta}{\sqrt{n}}$

$= \Phi^{-1}(0,55) \times \frac{20}{\sqrt{n}}$

$= 0.5977 \times \frac{20}{\sqrt{n}}$

0,275



397 400

$\frac{20}{\sqrt{n}} = \frac{3}{0,5977}$

$\sqrt{n} = \frac{20}{\frac{3}{0,5977}}$

X M P D

$n = \left(\frac{20}{\frac{3}{0,5977}}\right)^2 = 15,87$

$\simeq 16.$

$P(\bar{x} < 397) = 0,275$

$\delta^2 = 25,18$

$\Delta = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\delta}{\sqrt{n}}$

$25,18 = \frac{20^2}{n}$

$n = \frac{400}{25,18}$

$\simeq 15,885$

$\simeq 16.$

6.5 $\hat{p}$ – "v.a que representa a proporção de votos"

$p = 0,46$

$$\hat{p} = \frac{X}{n} \sim \left(0,46 \,,\, \frac{0,46 \times 0.54}{n}\right) \quad \text{TLC } n \geq 30$$

a) $$P(\hat{p}_{200} > 0,5) = -\Phi\left(\frac{0,5 - 0,46}{\sqrt{\frac{0,46 \times 0,54}{200}}}\right) + 1$$

$$= -\Phi(1,1350) + 1$$

$$= 0,1281$$

12,81 % de probabilidade de ter maioria

b) $$P(\hat{p}_{2000} > 0,5) = 1 - \Phi\left(\frac{0,5 - 0,46}{\sqrt{\frac{0,46 \times 0,54}{2000}}}\right)$$

$$= 1 - \Phi(3,589)$$

$$= 1,658 \cdot 10^{-4}$$

quase nulo.

6.6

$\hat{p}_{120}$ – "v.a que representa a proporção de saír cara numa moeda"

$p = 0,5$

$$\hat{p}_{120} = \frac{X}{n} \sim N\left(0,5 \, , \, \frac{0,5 \times 0,5}{n}\right)$$

$$P(0,6 > \hat{p}_{120} > 0,4) = P(\hat{p}_{120} < 0,6) - P(\hat{p}_{120} < 0,4)$$

$\Delta = 0,1$

$$= \Phi(2,190) - \Phi(2,190)$$

$$= 0,985 - 0,01422$$

$$= 0,9715$$

$$= \text{NormCD}\left(0,4, 0.6, \sqrt{\frac{(0.5 \times 0.5)}{120}}, 0,5\right)$$

$$= 0,971540$$

$$P(\hat{p}_{120} > 0,625) = \text{normCD}\left(0,625, 999, \sqrt{\frac{(0.5 \times 0.5)}{120}}, 0.5\right)$$

$$= 3.68 \times 10^{-3}$$

6.7

A — 0,03

B — 0,05

$\hat{p}_{A_c}$ – v.a. ....

$\hat{p}_{A_{100}}$ – v.a. .... etc.

$\hat{p}_{B_c}$ – " ....

$\hat{p}_{B_{150}}$ – " .... etc

$n_A = 100$

$n_B = 150$

$$\bar{p}_{A_{100}} = \frac{X}{n} \sim N\left(0{,}03, \frac{0{,}03 \times 0{,}97}{100}\right)$$

a) $P(\bar{p}_A < 0{,}02) = \Phi\left(\frac{0.02 - 0.03}{\sqrt{\frac{0.03 \times 0.97}{100}}}\right)$ TLC $n \geq 30$

$= \text{NormCD}\left(-9999, 0.02, \sqrt{\frac{0.03 \times 0.97}{100}}, 0.03\right)$

$\cong 0{,}27886$

b). $P(\bar{p}_{B_{150}} < \bar{p}_{A_{100}}) = ?$

$$\bar{p}_{Dif} = \bar{p}_{B150} - \bar{p}_{A100} \underset{A.N}{\sim} \left(0.05 - 0.03, \frac{0.05 \times 0.95}{150} + \frac{0.03 \times 0.97}{100}\right)$$

$P(\hat{p}_{Dif} < 0) = \text{normCD}\left(-999, 0, \sqrt{\frac{0.05 \times 0.95}{150} + \frac{0.03 \cdot 0.97}{100}}, 0{,}02\right)$

$= 0{,}2085$

20,85%