

1, 2, 5

folha TP1

1.

 X - "va discreta"

$$P(X > 2) = 0.3$$

$$\begin{cases} a + 0.3 + 0.2 + b + 0 = 1 \\ 0.2 + b + 0 = 0.3 \end{cases}$$

a)

$$b = 0.3 - 0.2$$

$$= 0.1$$

$$a = 1 - 0.3 - 0.2 - 0.1$$

$$= 0.4$$

b)

$$f(x_i) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.4, & x = 0 \\ 0.3, & x = 2 \\ 0.2, & x = 3 \\ 0.1, & x = 6 \\ 0, & x > 6 \end{cases}$$

 $F(x_i)$

Função Distribuída.

$$F(x_i) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.4, & 0 \leq x < 2 \\ 0.7, & 2 \leq x < 3 \\ 0.9, & 3 \leq x < 6 \\ 1, & x \geq 6 \end{cases}$$

c)

utilizar calculadora

$$\text{Média} = 1.8$$

$$\text{VARIÂNCIA} = 3.36$$

$$\text{DESVIO PADRÃO} = 1.833$$

d)

$$Y = 2X - 3$$

$$E(2X - 3) = 2E(X) - 3 = 2 \times 1.8 - 3$$

$$V(2X - 3) = 2^2 V(X) + \overset{0}{V(3)} = 4 \times 3.36$$

2.

A: "o componente A funciona durante o período de teste"

B: "

B

C: "

C

$$P(A) = 0.9$$

$$P(B) = 0.7$$

$$P(C) = 0.6$$

a)

A, B e C funcionam independentemente um dos outros.

X: "val. que representa o n° de componentes em funcionamento durante o período de teste."

$$X = x_i: 0, 1, 2, 3.$$

tabela de distribuição

$$\begin{aligned} P(X=0) &= P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \\ &= 0.1 \times 0.3 \times 0.4 \\ &= 0.012 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=1) &= P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \\ &= 0.9 \times 0.3 \times 0.4 + 0.1 \times 0.7 \times 0.4 + 0.1 \times 0.3 \times 0.6 \\ &= 0.154 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=2) &= P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B \cap C) \\ &= 0.9 \times 0.7 \times 0.4 + 0.9 \times 0.3 \times 0.6 + 0.1 \times 0.7 \times 0.6 \\ &= 0.456 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X=3) &= P(A \cap B \cap C) \\ &= 0.9 \times 0.7 \times 0.6 \\ &= 0.378 \end{aligned}$$

a)

$X = x_i$	0	1	2	3	0
$f(x_i) = P(X=x_i)$	0.012	0.154	0.456	0.378	0.005

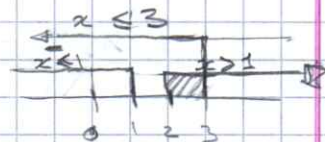
$$f(x_i) = \begin{cases} 0.012, & x=0 \\ 0.154, & x=1 \\ 0.456, & x=2 \\ 0.378, & x=3 \\ 0, & \text{or} \end{cases}$$

b)

Funções Distribuídas

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 0.012 & , 0 \leq x < 1 \\ 0.166 & , 1 \leq x < 2 \\ 0.622 & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} c) \quad P(X > 1) &= P(X=2) + P(X=3) \\ &= 1 - P(X \leq 1) \\ &= 1 - F(1) \\ &= 1 - 0.166 \\ &= 0.834 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} d) \quad P(X < 3 \mid X \geq 1) &= P(X \leq 2 \mid 1 - P(X \leq 0)) \\ &= \frac{P(X \leq 2 \cap X \geq 1)}{1 - P(X \leq 0)} \\ &= \frac{F(2) - F(0)}{1 - F(0)} = 0.6174 \end{aligned}$$



$$e) \quad P(X > \mu + \delta)$$

calculadora calcular μ e δ -

$$\mu = 2.2 \quad \delta^2 = 0.54 \quad \delta = 0.7348$$

$$\begin{aligned} P(X > \mu + \delta) &= P(X > 2.2 + 0.7348) \\ &= P(X > 2.9348) \\ &= P(X > 2.9348) \\ &= P(X=3) = 0.378 \end{aligned}$$

f)

X_1 - "va que representa o nº de componentes em funcionamento do equipamento 1 durante o período de testes"

X_2 - " " " " " "

2 " " " "

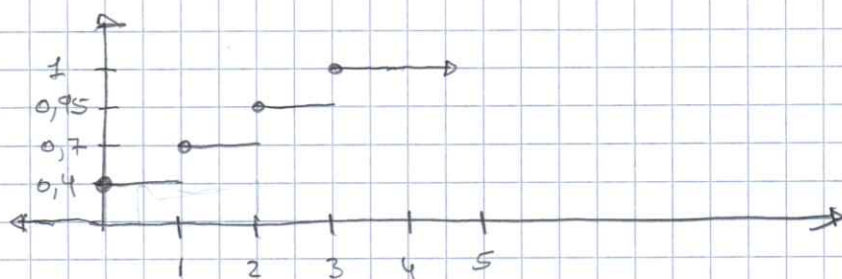
Quando não é dito nada assume-se que funciona em forma independente"

$$\begin{aligned} P(X_1 = 3 \cap X_2 = 3) &= P(X_1 = 3) \times P(X_2 = 3) \\ &= 0.378^2 \end{aligned}$$

3.

siehe TP1

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0,4, & 0 \leq x < 1 \\ 0,7, & 1 \leq x < 2 \\ 0,95, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$



a) $P(X \leq 2) = F(2) = 0,95$

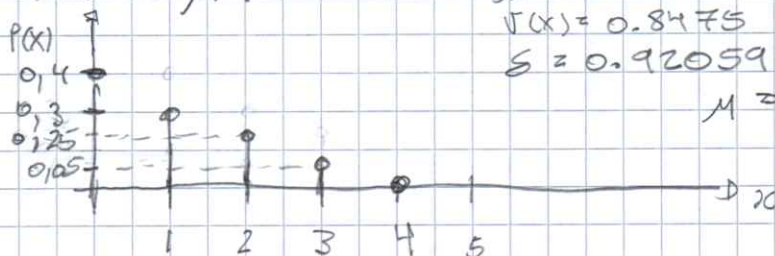
b) $P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1)$
 $= 1 - F(1)$
 $= 1 - 0,7 = 0,3$

c) calculate $P(0 < X \leq 2) = P(1 \leq X \leq 2)$

$$\begin{aligned} P(X=1) + P(X=2) &= P(X \leq 2) - P(X \leq 0) \\ 0,3 + 0,25 &= 0,55 \checkmark \\ &= F(2) - F(0) \\ &= 0,95 - 0,4 \\ &= 0,55 \end{aligned}$$

d) $P(X=1) = F(1) - F(0) = 0,7 - 0,4$
 $= 0,3$

e) $P(X < \mu)$



$$\begin{aligned} \mu &= 0,95 \\ \sigma(X) &= 0,8475 \\ s &= 0,920597632 \\ \mu &= 0,95 \end{aligned}$$

$$P(X \leq 0) = F(0) = 0,4$$

0.4	-	1
0.3	-	2
0.25	-	3
0.05	-	4

4. Lançamento Dois Dados.

X - "v.a. que representa a soma dos pontos dos dados"

a)

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$\sum p_i = 1$

$$P(X=2) = (1+1) \cup = \frac{1}{36}$$

$$P(X=3) = (2+1) \cup (1+2) = \frac{2}{36}$$

$$P(X=4) = (2+2) \cup (1+3) \cup (3+1) = \frac{3}{36}$$

$$P(X=5) = (1+4) \cup (4+1) \cup (2+3) \cup (3+2)$$

$$P(X=6) = (1+5) \cup (5+1) \cup (2+4) \cup (4+2) \cup (3+3)$$

$$P(X=7) = (1+6) \cup (6+1) \cup (2+5) \cup (5+2) \cup (3+4) \cup (4+3)$$

$$P(X=8) = (2+6) \cup (6+2) \cup (3+5) \cup (5+3) \cup (4+4)$$

$$P(X=9) = (3+6) \cup (6+3) \cup (4+5) \cup (5+4)$$

$$P(X=10) = (4+6) \cup (6+4) \cup (5+5)$$

$$P(X=11) = (5+6) \cup (6+5)$$

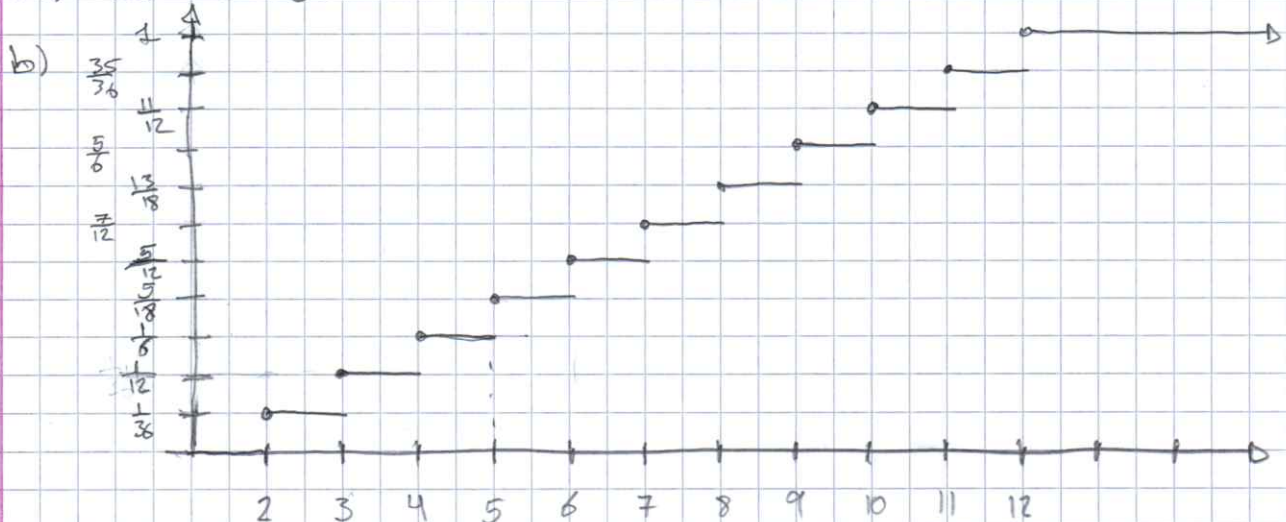
$$P(X=12) = (6+6)$$

$$\mu = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{35}{6}$$

$$\sigma \approx 2,4152$$

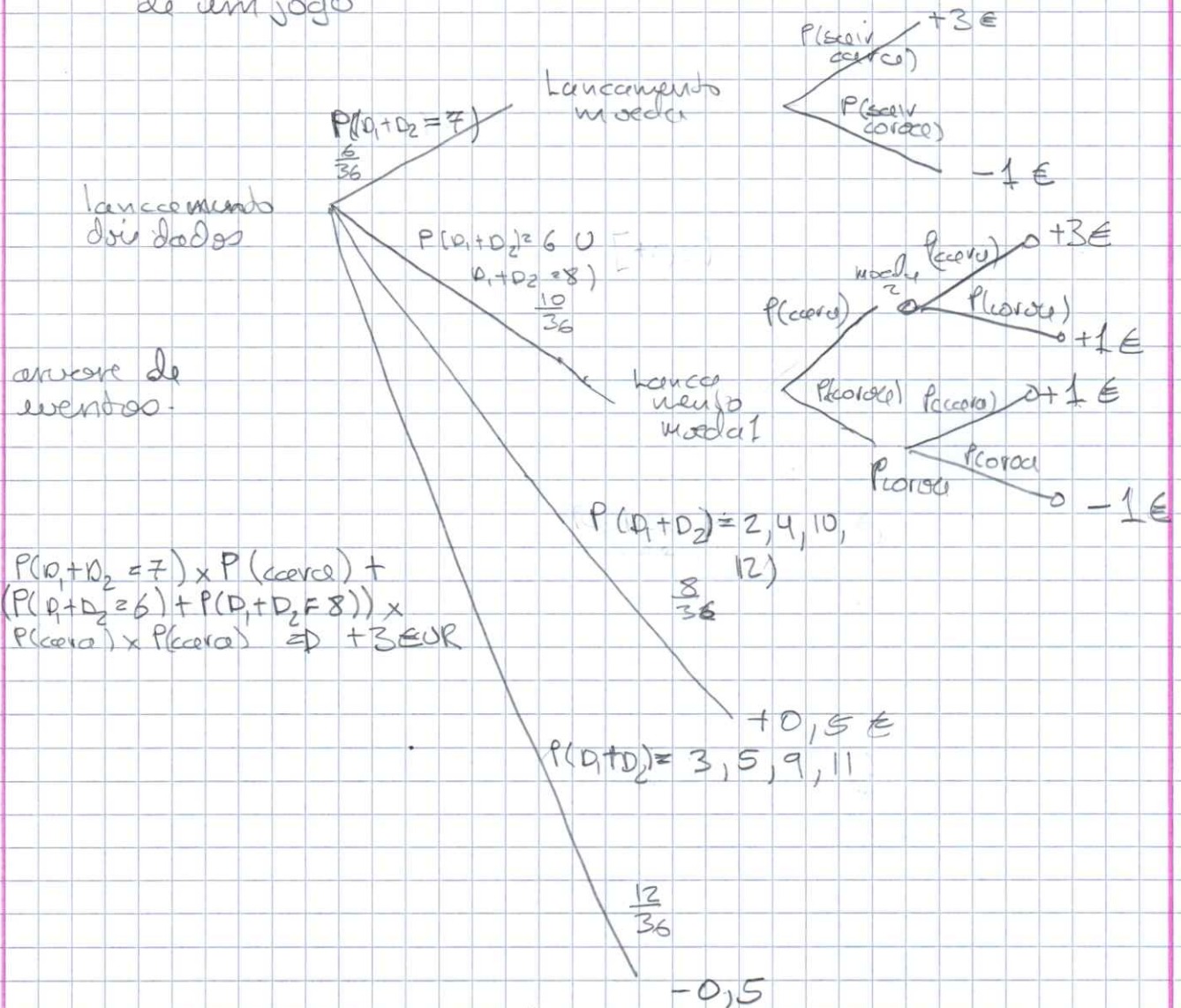
Nota: acontecimentos ~~for~~ independentes



c) calcule $P(3 < X < 7) = P(4 \leq X \leq 6)$
 $= F(6) - F(3)$

d) recorrendo a calculadora Programável.
 $\mu = 7$; $\sigma^2 = \frac{35}{6}$; $\sigma \approx 2,4152$
 $\frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \approx 0,33$

5) X - "v.a. que representa o ganho obtido no final de um jogo"



a)

X	-1	-0,5	0,5	1	3
$f(x_i) = P(X=x_i)$	$\frac{11}{72}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{11}{72}$

calculadora
Programadora

$$\mu = 0.388^\circ$$

$$V(X) = 1,654320988$$

$$S = 1.2862041$$

$$\begin{aligned}
 P(X=3) \mid \text{"soma par"} &= \frac{P(X=3) \cap P(\text{"soma par"})}{P(\text{"soma par"})} \\
 &= \frac{\frac{10}{36} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{10}{36} + \frac{8}{36}} \\
 &= 0.1388
 \end{aligned}$$

6) 4000 condensadores perfeitos e 1000 condensadores defeituosos.

x_i - "condensador defeituoso" $i = 1, 2, 3, \dots$

$$P(X=x_i) = \frac{1000}{5000} = 20\%$$

Exercício com Reposição determina serem acontecimentos independentes. Retira-se amostra de 15 componentes

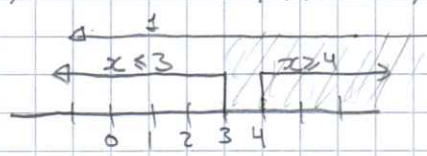
a) Obterem-se apenas três condensadores defeituosos.

trata-se de uma distribuição binomial

$$X \sim B_i(15, 0,2) \quad \text{calculadora Casio 9860}$$

$$P(X=3) = \text{BinomialPD}(3, 15, 0.2) = 0,2501388$$

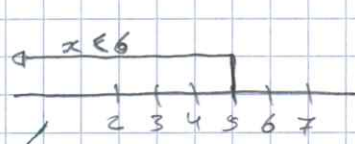
b) $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$



$$= 1 - \text{BinomialCD}(3, 15, 0.2)$$

$$\approx 0,35183$$

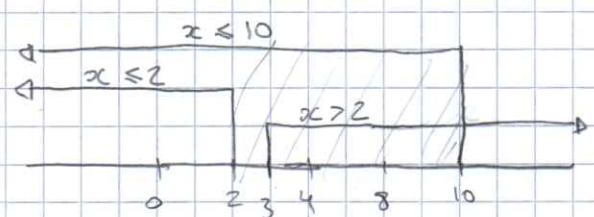
d) $P(X < 6) = P(X \leq 5)$



$$= \text{BinomialCD}(5, 15, 0.2)$$

$$\approx 0,9389485$$

e) $P(X \geq 2 \wedge X \leq 10) = P(2 \leq X \leq 10)$



$$= P(X \leq 10) - P(X \leq 1)$$

$$= \text{BinomialCD}(10, 15, 0.2) - \text{BinomialCD}(1, 15, 0.2)$$

$$\approx 0,601964$$

Binomial implica seleção Amostras e ter apenas dois casos possíveis, o de sucesso e insucesso.

1º Já há 15 provas repetidas e independentes, 15 escolhas de condensadores aleatório com reposição.

2º O facto de um condensador ser defeituoso é independente de outro ser defeituoso ou não.

3º A probabilidade de um condensador ser defeituoso é a mesma e constante para um dos 15 condensadores.