1, 2, 3, 5, 6 ficha R2

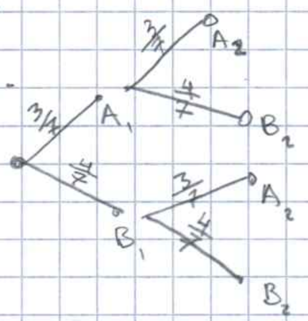
1. 4 bolas brancas e 3 bolas negras
retiram-se duas bolas.

a) com reposição

Acontecimentos independentes

A_i: "sair bola negra" $i = 1, 2, 3 \ldots$

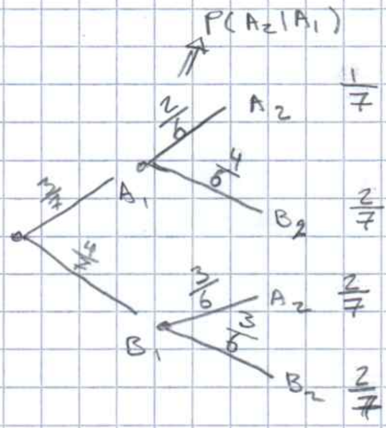
B_i: "sair bola branca" $i = 1, 2, 3 \ldots$



$$P(A) = \frac{3}{7} \qquad P(B) = \frac{4}{7}$$

$$P(A_1 A_2) = P(A) \times P(A) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$

b) sem reposição



$$P(A_1 A_2) = P(A) \times P(A_2 | A_1) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

Nota $B_2 | B_1$

probabilidade B_2 dado B_1
B_2 condido em B_1

$$P(A_1) \times P(A_2) = P(A_1) \times P(A_2 | A_1)$$

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S}$$

$$P(A|A) = \frac{\#A - 1}{\#S - 1}$$

$$P(B|A) = \frac{\#B - 1}{\#S - 1}$$

c) N_1 - "sair bola negra na 1ª extracção"
N_2 - "sair bola negra na 2ª extracção"

são independentes?

com reposição $\boxed{P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \times P(N_2) \, ?}$

$\left.\begin{matrix} N_1 = A_1 \\ N_2 = A_2 \end{matrix}\right\}$ acontecimentos independentes

$$P(A_1) \times P(A_2) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$

sem reposição $P(N_1 \cap N_2) \neq P(N_1) \times P(N_2)$?

$\left.\begin{matrix} N_1 = A_1 \\ N_2 = A_2 | A_1 \end{matrix}\right\}$ são incompatíveis

$$P(A_1) \times P(A_2 | A_1) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42}$$

1.

d) sem reposição

$$P(B_2 | A_1) = \frac{P(B_2 \cap A_1)}{P(A_1)} = \frac{\frac{4}{6} \times \frac{3}{7}}{\frac{3}{7}}$$

$$= \frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3}$$

NOTA

$B_2 \cap A_1 = A_1 \cap B_2$

Dois tipos de arvores

- arvores independentes.
- arvores incompatíveis.

Acontecimentos repetidos

→ Mutuamente exclusivos

$P(A_1 \cap B_2) = \emptyset$

→ independentes

$P(A_1 \cap B_2) = P(A_1) \times P(B_2)$

→ incompatíveis

$P(A_2 \cap B_1) = P(B_1) \times P(A_2 | B_1)$

$P(B_2 \cap A_1) = P(A_1) \times P(B_2 | A_1)$

→ criar algoritmo que cria os dois tipos de arvores.

complicado tem muitas variaveis possiveis.

2, 3, 5, 6 — ficha R2

2. Sejam A e B acontecimentos independentes com $P(A) = P(B)$ e $P(A \cup B) = 0,5$

$P(A) = ?$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$
$$= P(A) + P(B) - P(A)^2$$
$$= P(A) + P(A) - P(A)^2$$
$$= 2P(A) - P(A)^2$$

$$\therefore \quad P(A)^2 - 2P(A) + 0,5 = 0$$

Polinomio 2º grau

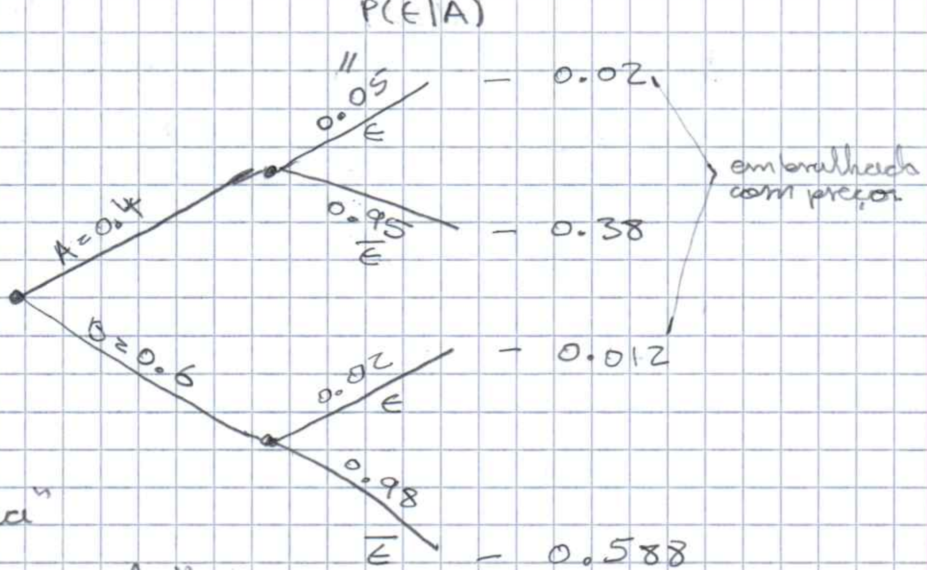
$ax^2 + bx + c = 0$ — calculadora casio fx 9860G II

$$\left(x + \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)\left(x + \frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$

$$P(A) = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \quad \begin{cases} \frac{2+\sqrt{2}}{2} > 1 \ \therefore \ \% \\ \frac{2-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Acontecimentos dependentes

3.



A – "Abel embrulha"
B – "Baltazar embrulha"
E – "com preço marcado"

$P(A) = 0.4$	$P(A \cap E) = 0.02$
$P(B) = 0.6$	$P(A \cap \overline{E}) = 0.38$
$P(E\|A) = 0.05$	$P(B \cap E) = 0.012$
$P(\overline{E}\|A) = 0.95$	$P(B \cap \overline{E}) = 0.588$
$P(E\|B) = 0.02$	$P(E) = 0.012 + 0.02 = 0.032$
$P(\overline{E}\|B) = 0.98$	$P(\overline{E}) = 0.608$

a) $P(A \cap \overline{E}) + P(B \cap \overline{E}) = 0.38 + 0.588 = 0.968 \Rightarrow 1 - 0.968$

$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) = 0.012 + 0.02$
$= 0.032$

3. b) $P(B|E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)}$

$= \frac{0.012}{0.032} = 0.375$

"sabendo que" implica ser uma condicional.

Acontecimento B e E são independentes

Acontecimentos A e E são independentes

Acontecimentos A e B são independentes

$\Rightarrow \quad P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y)$

$\neq P(X) \times (P Y|X)$

$\neq P(Y) \times (X|Y)$

Nota

$P(X \cap Y) = 0$

$P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y)$ ← independentes

$\downarrow$

incompatíveis

$P(Y) = P(Y|X)$

incompatível implica sem reposição.

independente implica reposição.

4.

$P(A) = 0,5$; $P(A|B) = 0,2$

$P(\overline{A \cup B}) = 0,2$ "Não se verifica A nem B"

Ficha R2

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$\boxed{P(\bar{X}) = 1 - P(X)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\underbrace{P(A \cup B)}_{0,8} = \underbrace{P(A)}_{0,5} + \underbrace{P(B)}_{\frac{P(A \cap B)}{P(A|B)},\ P(A|B) = 0,2} - P(A \cap B)$$

$$\therefore \quad 0,8 = 0,5 + 5P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$0,3 = 4P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{40} = 0,075$$

$$\underbrace{P(A \cup B)}_{0,8} - \underbrace{P(A \cap B)}_{0,075} = P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A})$$

$P(\bar{\bar{A}}) = P(A)$

$$0,725 = \underbrace{P(A \cap \bar{B})}_{P(A) - P(A \cap B) = 0,5 - 0,075 = 0,425} + \underbrace{P(B \cap \bar{A})}_{P(B) - P(A \cap B)}$$

Moore Laws

$$\boxed{\begin{aligned} P(\bar{A} \cap \bar{B}) &= P(\overline{A \cup B}) \\ P(\bar{A} \cup \bar{B}) &= P(\overline{A \cap B}) \end{aligned}}$$

$$P(B \cap \bar{A}) = 0,3$$

Moore

$$\boxed{\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(\bar{\bar{A}} \cap \bar{\bar{B}}) \\ &= P(\overline{\bar{A} \cup \bar{B}}) \end{aligned}}$$

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} = \frac{0,075}{0,2} = 0,375$$

$$P(A \cup \bar{B}) = P(\bar{\bar{A}} \cup \bar{B}) = P(\overline{\bar{A} \cap B}) = 1 - P(\bar{A} \cap B) = 1 - 0,3 = 0,7.$$

5, 6

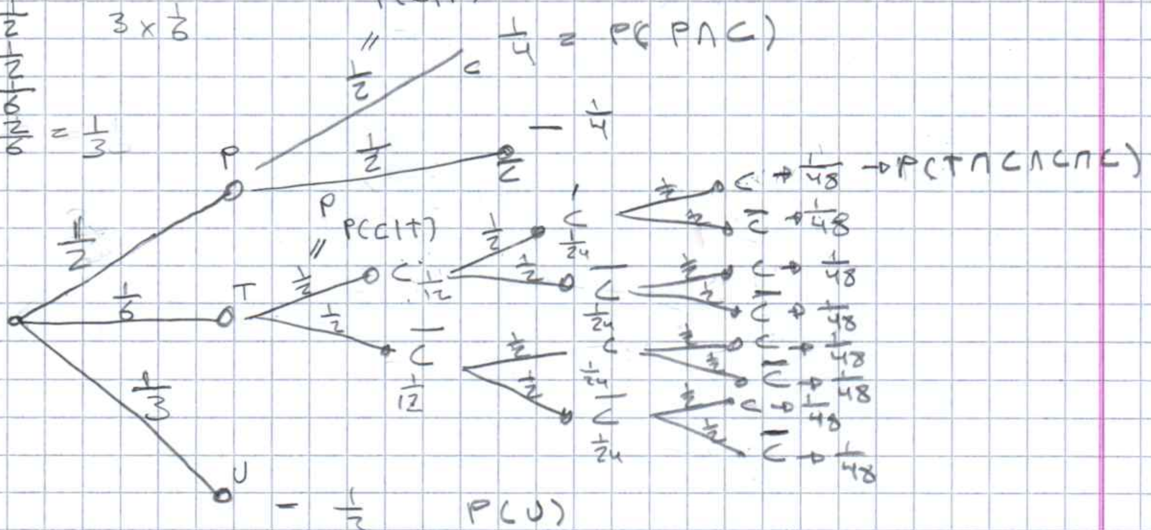
fichaR2

5.

P – "sair numero par num dado"
C – "sair cara numa moeda"
T – "sair numero 3 num dado"
U – "sair um ou cinco num dado"

$P(P) = \frac{1}{2}$
$P(C) = \frac{1}{2}$
$P(T) = \frac{1}{6}$
$P(U) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$3 \times \frac{1}{6}$



a) P("é lançada pelo menos uma moeda") $= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

b) P("sair uma cara pelo menos") $= 7 \times \frac{1}{48} + \frac{1}{4} = \frac{19}{48}$

c) P("saírem duas caras") $= 3 \times \frac{1}{48}$

d) P(T | "saída só uma cara")

$$= \frac{\frac{1}{6} \times \frac{3}{8}}{\frac{1}{6} \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

P("saída só uma cara") $= 3 \times \frac{1}{48} + \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$

P("saída só uma cara") $= 3 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Não percebi a pergunta nem a resposta!!

ficha R2

6.

B - "possibilidade receber bolsa de estudo"

$P(B) = 0.3$

L - "possibilidade de se licenciar"

$P(L|B) = 0,85$

$P(L|\bar{B}) = 0.45$

a)

$$P(L \cap B) = P(L|B) \times P(B)$$
$$= 0.85 \times 0.3$$
$$= 0.255$$

$$P(L \cap \bar{B}) = P(L|\bar{B}) \times P(\bar{B})$$
$$= 0.45 \times 0.7$$
$$= 0.315$$

$$P(L) = P(L \cap B) \cup P(L \cap \bar{B})$$
$$= 0.255 + 0.315$$
$$= 0.57$$

b)

$$P(B|L) = \frac{P(B \cap L)}{P(L)}$$
$$= \frac{0.255}{0.57}$$
$$= 0.447$$

Quando é que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$???

Apenas quando os acontecimentos são independentes, ou seja, quando nos existe

$P(A|B)$ ou $P(B|A)$??

Sera!

como se destingue um acontecimentos independentes ou dependentes.

Ficha R2

7.

X - "utente tem diabetes"

$P(X) = 0,3$

$P(\bar{X}) = 0,7$

Y - "ter resultado negativo no Rastreio"

$P(Y \mid \bar{X}) = 0,9$

$P(\bar{Y} \mid X) = 0,8$

a) Qual a probabilidade do utente ter diabetes se o teste for positivo

$P(X \mid \bar{Y}) = ?$

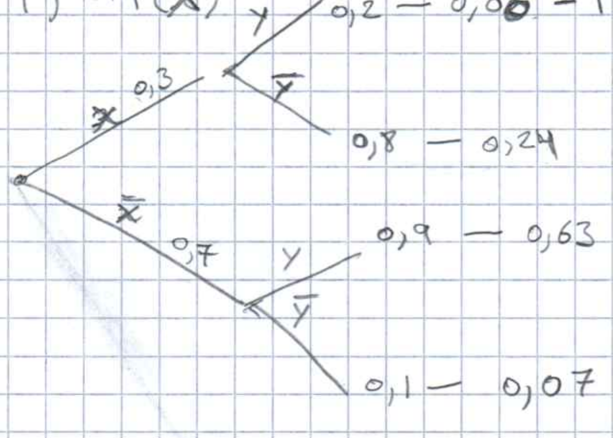
$P(X \mid \bar{Y}) = \dfrac{\overbrace{P(X \cap \bar{Y})}^{=0,24}}{P(\bar{Y})}$

$\underbrace{P(Y \mid \bar{X})}_{=0,9} = \dfrac{P(Y \cap \bar{X})}{\underbrace{P(\bar{X})}_{=0,7}} \rightarrow P(Y \cap \bar{X}) = 0,63$

$\underbrace{P(\bar{Y} \mid X)}_{=0,8} = \dfrac{P(\bar{Y} \cap X)}{\underbrace{P(X)}_{=0,3}} \rightarrow P(\bar{Y} \cap X) = 0,24$

$P(Y \cup X) = P(\bar{X} \cap Y) + P(\bar{Y} \cap X) + P(X \cap Y)$
$= 0,63 + 0,24 + P(X \cap Y)$

$P(X \cap Y) + P(X \cap \bar{Y}) = P(X)$



$P(\bar{Y}) = 0,07 + 0,24 = 0,31$

$P(Y) = 0,06 + 0,63 = 0,69$

b) $$P(X \mid Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)} \begin{matrix} \leftarrow 0{,}06 \\ \rightarrow 0{,}69 \end{matrix}$$

$$= 0{,}0869$$