Probabilidade Elementares Revisões

1.

$P(\bar{A}) = 0,4$ ; $P(A \cup B) = 0,9$ ; $P(A) = 2\,P(B)$

a) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) \Leftrightarrow P(A) = 1 - 0,4$

$P(A) = 0,6$

$P(B) = \frac{P(A)}{2} = 0,3$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0,6 + 0,3 - P(A \cap B) = 0,9$

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0$, logo A e B são incompatíveis.

R: Os Acontecimentos A e B são incompatíveis.

c) calcule a Probabilidade de Apenas 1 dos 2 acontecimentos ocorrer.

$P(A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0,9$

Luis de Morgan

$P(A \cap \bar{A}) = 0$

$P(A \cup \bar{A}) = 1$

deduce $\quad P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B})$

$P(A) = 1 - P(\bar{A})$

$P(A \cap \bar{A} B) = 0$

$P(A \cup \bar{A} B) = P(A \cup B)$

| A | B | $A \cap \bar{A} B$ | $A \cup \bar{A} B$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

# Probabilidades Elementares    Revisões

1) De dois acontecimentos A e B, resultantes de uma mesma experiência aleatória, sabe-se que:

$P(\bar{A}) = 0,4$ ; $P(A \cup B) = 0,9$ ; $P(A) = 2 . P(B)$

a) Determine $P(A)$ e $P(B)$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$
$$= 1 - 0,4$$
$$= 0,6$$
$$P(B) = \frac{P(A)}{2} = 0,3$$

b) Averigue se os acontecimentos A e B são incompatíveis. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$9 = 0,6 + 0,3 - 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$= 0,6 + 0,3$$
$$= 0,9$$

sim são incompatíveis pq $A \cap B = \emptyset$

2) Três estudantes A, B e C, estão numa competição de natação. A e B tem a mesma probabilidade de ganhar e cada um tem duas vezes mais probabilidade de ganhar do que C. Determine a probabilidade de B ou C vencerem.

Nota: A, B e C são os únicos concorrentes e supõe que não há empates.

A - "ganhar o A" B - "ganhar o B"
C - "ganhar o C"

$P(\Omega) = P(A) + P(B) + P(C) = 1$ (A, B e C são incompatíveis)

$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ $\Rightarrow P(A) = P(B) = 2 . P(C)$

$P(B \cup C) = P(B) + P(C)$

como não há empates

$= \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

$P(A \cup B \cup C) = 1$

$= \frac{3}{5} = 0,6$

$P(A) = P(B) = 0,4$

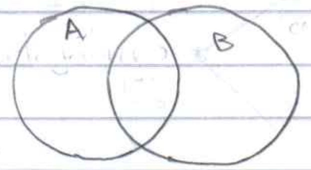
$2P(C) + 2P(C) + P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = 0,2$

3) Num lote de telefones inspeccionados, 15% estavam avariados no teclado, 5% no auscultadores e 17% tinham pelo menos uma das duas avarias.

Qual a a percentagem de telefones que:

a) tinham simultaneamente as duas avarias

A - teclado avariado B - auscultadores avariado




$P(A \cap B) = ?$

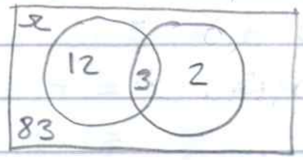
$P(A \cup B) = 0,17$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0,17 = 0,15 + 0,05 - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = 0,15 + 0,05 - 0,17$

$= 0,03 \Rightarrow 3\%$




b) só estiveram avariados no teclado.

$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

$= 0,15 - 0,03$

$= 0,12 \Rightarrow 12\%$

c) Não tinham qualquer avaria

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 0,83 \Rightarrow 83\%$

d) Não tinham pelo menos uma das avarias

$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$

$= 0,97$

$= P(\bar{A} \cup \bar{B})$

4) Suponha-se que há 3 revistas A, B e C com as seguintes percentagens de leitura:

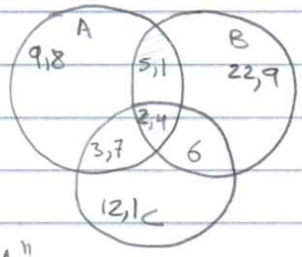
Revista A: 9,8% Revista A e B: 5,1% Revista A, B e C

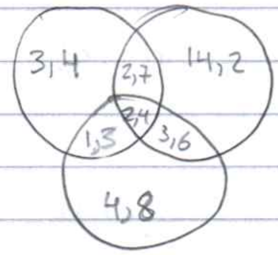
Revista B: 22,9% Revista A e C: 3,7% 2,4%

Revista C: 12,1% Revista B e C: 6,0%

Qual a probabilidade de que uma pessoa escolhida ao acaso:

a) seja leitor de pelo menos uma das revistas.




A - "leitor de A"

B - "leitor de B"

C - "leitor de C"

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= 0,324$$

b) seja leitor de apenas A e B

$$P(A \cap B \cap \bar{C}) = P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C)$$

$$= 0,051 - 0,024$$

$$= 0,027$$

c) $P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(A) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

seja leitor somente de A.

$$= 0,098 - 0,051 - 0,037 + 0,024$$

$$= 0,034$$

ou

$$= P(A) - P(A \cap C) - P(A \cap B \cap \bar{C})$$

d) sabendo que é leitor da revista C, qual a probabilidade de ser leitor da revista A?

$$P(A \mid C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{0,037}{0,121} = 0,306$$

Regra da Multiplicação

Acontecimentos independentes Revisão

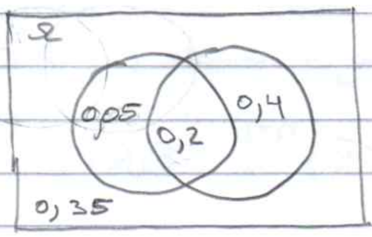
1) No conjunto de empresas que actuam num dado sector industrial, 25% possuem departamento de investigação, 60% realizam lucros e 20% possuem departamento de investigação e realizam lucros

a) Escolhe-se, ao acaso, uma empresa do referido conjunto e verifica-se que possui departamento de investigação. Qual a probabilidade de realizar lucros?

A - "possui departamento de investigação"
B - "realizam lucros"

$P(B \mid A) = ?$


Rule
always divide in areas.




$P(\Omega) = 1$

$= 0,35 + 0,05 + 0,2 + 0,4$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8$$

$\Rightarrow$ 80 %

ou pelo modelo de Venn

$$P(B \mid A) = \frac{0,2}{(0,05 + 0,2)}$$

>> that is inside A what the percentage of B

b) Entre as empresas que não realizam lucros, qual a percentagem que tem departamento de investigação.

$P(A \mid \bar{B}) = ?$ $\qquad P(\bar{B}) = 0,4$

$$= \frac{0,05}{0,05 + 0,35} = 0,125$$

$\Rightarrow$ 12,5 %

2) Considere as figuras de um baralho de cartas, Retira-se sucessivamente, e com reposição, uma carta)

a) Qual a probabilidade de sair um rei apenas na 5ª carta retirada?

R – " sai Rei " independents

$$P(\bar{R} \cap \bar{R} \cap \bar{R} \cap \bar{R} \cap R) = P(\bar{R})^4 \times P(R)$$

$$P(R) = \frac{4}{12} \qquad P(\bar{R}) = \frac{8}{12}$$

$$= \left(\frac{8}{12}\right)^4 \cdot \frac{4}{12} = 0,0658$$
$$= 6,58\ \%$$

b) Qual o nº de cartas a retirar (n) para que a probabilidade de sair rei somente na n-ésima carta retirada seja igual a 0,005.

$$0,005 = P(\bar{R})^{n-1} \cdot P(R)$$

$$\frac{0,005}{P(R)} = P(\bar{R})^{n-1}$$

$$\ln\left(\frac{0,005}{P(R)}\right) = \ln\left(P(\bar{R})\right)^{n-1}$$

$$\ln\left(\frac{0,005}{P(R)}\right) = n-1 \ \ln\left(P(\bar{R})\right)$$

$$n-1 \cong 10,357$$
$$n \cong 11$$

3) Dos caloiros existentes numa dada instituição do ensino superior, 18% vieram de escolas privadas e 82% de escolas publicas. 30% dos estudantes das escolas privadas e 15% dos estudantes das escolas publicas entram com média superior a 15 valores. Escolhido um caloiro aleatoriamente,

Revisões

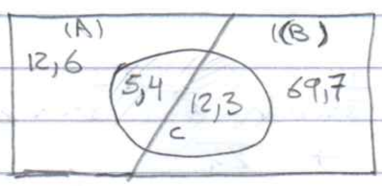
ficou a saber-se que tinha entrado com média superior a 15 valores. Qual é a probabilidade do caloiro ter estudado numa escola publica

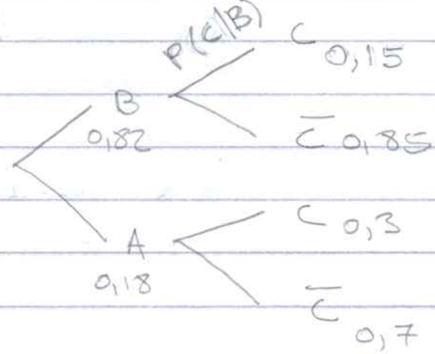
A 18% — A - "escola privada"

B 82% — B - "escolas publicas"

C - "Nota superior a 15 valores"

$P(B|C) = ?$



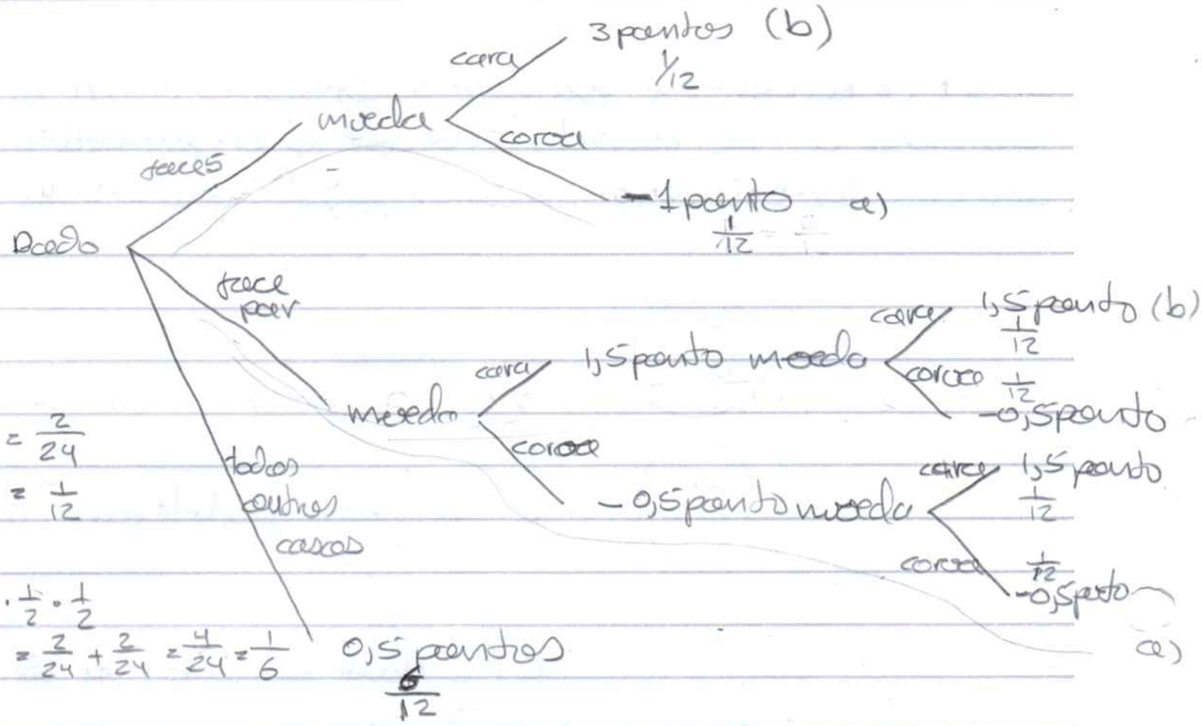

$$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{12,3}{17,7} = 0,6949$$

percentagem de B contido em C

$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C)$

4) Lança-se um dado cujas faces são 1, 1, 3, 4, 5, 6. Se sair a face 5, lança-se uma moeda. Por cada cara obtida ganha-se 3 pontos, por cada coroa perde-se 1 ponto. Se sair face par lança-se duas moedas, por cada cara ganha-se 1,5 pontos, por cada coroa perde-se 0,5 pontos. Em todos os outros casos, ganha-se 0,5 pontos.

a) Calcule a probabilidade de se perder 1 ponto.




c.a $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{24}$
$= \frac{1}{12}$

$-1 \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{12} + \frac{2}{24} = \frac{2}{24} + \frac{2}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

P("face 5") $= \frac{1}{6}$ P("face par") $= \frac{2}{6}$
P("coroa") $= \frac{1}{2}$

$\therefore \quad \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{12} + \frac{2}{24}$
$= \frac{2}{24} + \frac{2}{24} = \frac{4}{24}$
$= \frac{1}{6}$

$1 \Rightarrow \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$
$= \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

$3 \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{12} + \frac{2}{24} = \frac{1}{6}$

b) suponha que se ganhou 3 pontos, Qual a probabilidade de ter saído face par?

caso 1) $\dfrac{\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

P("sai face par" | "ganhar 3 pontos") = P(sai face par $\cap$ ganhar 3 pontos) $\div$ P(ganhar três pontos)

$= \dfrac{P(\text{Face par} \cap C \cap \bar{C})}{P(\text{Face par} \cap C \cap \bar{C}) + P(F_5 \cap C)} = \dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}}$
$= \frac{1}{2}$

3) b) considerando 3 caloiros, calcule a probabilidade de apenas um deles ter média superior a 15.

$P(C) = 0,177$

$P(\bar{C}) = 0,823$

$P(\bar{M}\bar{M}M \cup \bar{M}M\bar{M} \cup M\bar{M}\bar{M}) = 3\ P(\bar{M}\bar{M}M)$

$= 3 \times P(\bar{M}) \times P(\bar{M}) \times P(M)$

$= 0,36$

$= \binom{3}{1} \times \times P(M) \times P(\bar{M})^2$