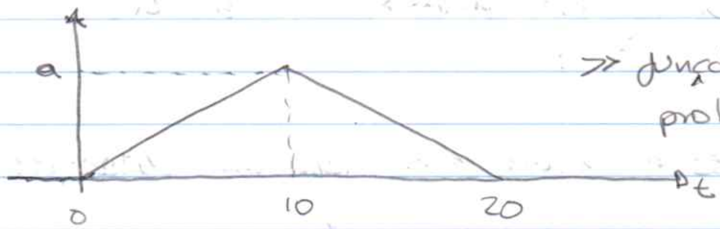
Estatística teoria F 317 19:10 12/1/2015

Exercícios de exame



>> função densidade de probabilidade.

X – tempo de estudo, em horas, para o teste de Estat dos Alunos de MA.

Alunos de EC

TEMPO	Nº de alunos
0-5	17
5-10	28
10-15	35
15-20	20
	100

$$\frac{10a}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt = 1 \Leftrightarrow \frac{20 \times a}{2} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{10}$$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{100} t \ , & 0 \leq t < 10 \\ \frac{1}{100}(20-t) \ , & 10 \leq t < 20 \\ 0 \ , & \text{outros valores} \end{cases}$$

TMA → tempo de estudo, em horas para o teste de estat dos alunos de M.A

$$E(T_{MA}) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f(t)\,dt$$

$$= \int_0^{10} \frac{1}{100} \cdot t \cdot t \cdot dt + \int_{10}^{20} \frac{1}{100}(20-t)\, t \cdot dt = 10$$ (pela simetria da função)

$E(T_{MA}) = 10h$

2 a) $\overline{T}_{EC,100}$ – média amostral que representa o tempo médio de estudo, em horas, para o teste de estat dos alunos de EC, considerando uma amostra aleatória de 100 alunos

$$\overline{T}_{EC,100} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} T_{EC,i}$$

$T_{EC,i}$ - tempo de estudo, em horas, para o teste de estat, de um aluno i de EC.

· Pelo teorema do limit central ($n=100>30$), tem-se:

$$\bar{T}_{EC,100} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{100}\right)$$

Vamos realizar um teste de hipoteses com um ~~valor~~ nivel de significancia de 6% para a média μ.

$H_0: \mu = 10 \qquad H_1: \mu > 10$

supondo H_0 V, temos de calcular o valor crítico C, tal que

$$P(\bar{T}_{H_0} > C) = 0{,}06 \quad , R.C = [C, +\infty[$$

$$H_0 \text{ V}: \bar{T}_{H_0} \sim N\left(10; \frac{\sigma^2}{100}\right) \quad , \sigma^2 = ?$$

como n é suficientemente grande, considera-se $\sigma^2 \simeq s^2$ (a calcular a partir da amostra.

Marca de classe (x_i)	tempo	Nº de alunos (n_i)
2,5	0-5	17
7,5	5-10	28
12,5	10-15	35
17,5	15-20	20
		100

>> formula

$\bar{x}$ → tempo médio da amostra de 100 alunos de EC

$\bar{x} = 10{,}4$

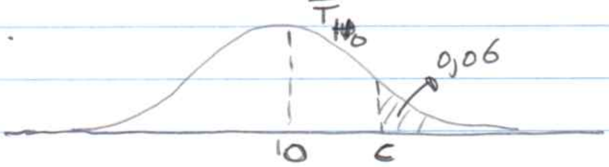
$s^2 \simeq 24{,}84$

$$\bar{T}_{H_0} \sim N\left(10, \frac{24{,}84}{100}\right)$$

{ pertence rejeita
{ não pertence
{ Não rejeita

$$P(\bar{T}_{H_0} > C) = 0{,}06 \Leftrightarrow P(\bar{T}_{H_0} \leq C) = 0{,}94$$

$$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{C-10}{\sqrt{\frac{24{,}84}{100}}}\right) = 0{,}94 \Leftrightarrow C = 10 + \Phi^{-1}(0{,}94)\sqrt{\frac{24{,}84}{100}}$$



$$\Leftrightarrow C = 10 + 1{,}555$$

$$C = 10{,}77$$

R. Critica = [10,77, +∞ [

<u>Decisão</u> $\bar{x} = 10{,}4 \notin R.C$, não se rejeita H_0

2 b)

20%
↓
intervalo de confiança

$\hat{p}_{100}$ - proporção de alunos cujo tempo de estudo é superior ou igual a 15 horas, considerando uma amostra aleatória de 100 alunos.

$$\hat{p}_{100} \underset{T.L.C}{\sim} N\left(p ; \frac{p.q}{100}\right)$$

$I.C_{97\%}(p) = ?$

p - proporção de alunos de EC cujo tempo de estudo é superior ou igual a 15h.

$$P(\alpha \leq p \leq \beta) = 0,97$$

$$P(-\lambda \leq Z \leq \lambda) = 0,97 \;,\quad Z = \frac{\hat{P}_{100} - p}{\sqrt{\frac{p \times q}{100}}} \sim N(0,1)$$

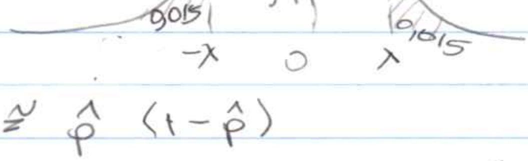
Os extremos α e β são obtidos a partir de.

$$\begin{cases} \alpha = \hat{p} - \Delta \\ \beta = \hat{p} + \Delta \end{cases}$$

$\hat{p}$ - proporção observada de alunos de EC cujo tempo de estudo é superior ou igual a 15h

$$\hat{p} = \frac{20}{100} = 0,2$$

$$\Delta = \lambda \sqrt{\frac{p.q}{100}} \qquad \lambda = \Phi^{-1}(0,985$$



$$p \times q \cong \hat{p}(1-\hat{p})$$
$$= 0,20 \times 0,80 \qquad \Delta = 2,17 \sqrt{\frac{0,2 \times 0,8}{100}}$$

$$I.C_{97\%}(p) = \left[0{,}20 - 2{,}17\sqrt{\frac{0{,}20 \times 0{,}80}{100}} \; ; \; 0{,}20 + 2{,}17\sqrt{\frac{0{,}2 \times 0{,}8}{100}} \right]$$