ficha 6

1) X - "consumo mensal de energia electrica de um conjunto de habitantes em KWh"

P_i (KWh)	Nº habitantes	Valor médio	Variância
<3,3	2	180	400
3,3	10	250	800
6,6	15	270	900
9,9	5	230	850
>9,9	3	200	700

calcule a probabilidade de um consumo total dos habitantes ser inferior a 9 MWh

TLC 1º corolário

$$T = X_{<3,3} + X_{3,3} + X_{6,6} + X_{9,9} + X_{>9,9}$$

$$\mu_T = \sum_{i=1}^{n} \mu_i = 2\times180 + 10\times250 + 15\times270 + 5\times230 + 3\times200$$

$$= 8660$$

$$\delta_t^2 = \sum_{i=1}^{n} \delta^2 = 2\times400 + 10\times800 + 15\times900 + 5\times850 + 3\times700$$

$$= 28650$$

$$T \sim N(\mu_T, \delta_t^2) \; ; \; \mu_T = 8660 \; , \; \delta_T = 28650$$

$$P(T < 9.10^3) = P(T \leq 9.10^3)$$

pq se trata de uma variavel aleatória continua

$$\therefore \; P(T \leq 9.10^3) = P\left(Z \leq \frac{9.10^3 - 8660}{\sqrt{28650}}\right)$$

$$\Phi(2,00) = 0,9772$$

97,72 % do total dos habitantes tem uma probabilidade de consumir mais de 9 MWh por mês.

2. X - "numero de computadores vendidos por dia"

$X \sim P_o(\mu)$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & se \quad x \neq 0,1,2,\dots,n \\ e^{-\mu} \frac{\mu^x}{x!} & se \quad x = 0,1,2,3\dots n \end{cases}$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i < x} e^{-\mu} \frac{\mu^x}{x!}$$

$$E(x) = \sum_i x_i \quad f(x_i) = \mu$$

sabe-se

$P(X = 2) = 0,27$

$$\Rightarrow \quad F(2) = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^x}{x!} = \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^2}{2}$$

$$\frac{e^{-\mu} \cdot \mu^2}{2} = 0,27$$

$x = 2$, $F(x) = 0,27$, $\mu = ?$

$\mu = 1,9$ pela tabela da Função de probabilidade de Poisson

a) se $\mu = 1,9$ para um dia e a distribuição de poisson é linear para cinco dias será $\mu_5 = 5 \times 1,9 = 9,5$

$\mu_5 = 9,5 \quad \sigma_5^2 = 9,5 \quad \Rightarrow \quad \sigma_5 = \sqrt{9,5}$

b) Y_{52} - "numero de computadores vendidos, em 52 semanas"

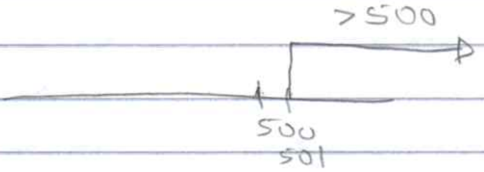
$Y_{52} \sim P_o(52 \times 9,5) = Y_{52} \sim P_o(494)$

ficha 6

<< interessante >>

$P(Y_{52} > 500) = ?$

$= 1 - P(Y_{52} \leq 500)$



pelo teorema do Limit central para grandes numeros $n \geq 30$

$1 - P(Y_{52} \leq 500)$

$Y_{52} \sim P_0(52 \times 9,5) \cong Y_{52} \sim N(9,5 \times 52, 9,5 \times 52)$

$P(Y_{52} > 500) = 1 - P(Y_{52} \leq 500)$

$= 1 - \Phi\left(\frac{500-494}{22,23}\right)$; $Y_{52} \sim N(0,1)$

$= 0,3936$

3) 100 maquinas do mesmo tipo corrolario 2

$\mu_i = 20 \mid \sigma = 2$

Y - "consumo medio" em Litros/hora"
X - "consumo combustivel comum"

a)

$Y \sim N(100 \cdot 20, 100 \cdot 2^2)$

corolario 2. $\sim N(2000, \sqrt{400}^2)$

b) $P(Y > 2030) = 1 - P(Y \leq 2030)$

v.a continua

$= 1 - \Phi\left(\frac{2030-2000}{\sqrt{400}}\right)$ ≈1,5

$= 1 - 0,9332$

$= 0,0668$

6,8 % consumo acima de 2030 Litros por hora

4.

	valor médio	desvio padrão
Peso de 1 chávena	200	10
Peso do 1 pires	150	8
Peso das caixa vazia	1000	5

$X_{c,i} \rightarrow$ "peso de uma qualquer chávena, em gramas"

$X_{p,i} \rightarrow$ " peso de uma qualquer chávena, em gramas"

$X_v \rightarrow$ " peso de uma caixa vazia em gramas"

$X_{c,i} \sim N(200, 10^2)$

$X_{p,i} \sim N(150, 8^2)$

$X_v \sim N(1000, 50^2)$

Pela aditividade da Normal

$X -$ " peso da caixa cheia em gramas

$$X = \sum_{i=1}^{6} X_{c,i} + \sum_{i=1}^{6} X_{p,i} + X_v$$

$$X \sim N(6 \times 200 + 6 \times 150 + 1000, \; 6.10^2 + 6 \times 8^2 + 50^2)$$
$$\text{" } \sim N(3100, \sqrt{3484}^{\,2})$$

a) v.a contínua

$$P(3040 < X < 3200)$$

$$P\left(\frac{3040-3100}{\sqrt{3484}} \leq Z \leq \frac{3200-3100}{\sqrt{3484}}\right)$$

$Z \sim N(0,1)$

$$= \Phi(1,69) - \Phi(-1,02)$$
$$= 0,9545 - 0,1539 = 0,8006$$

Ficha 6

b) $\bar{X}_{100} = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i}{100} \sim N\left(3100, \frac{3484}{100}\right)$

$P(\bar{X}_{100} < 3102) = P(\bar{X}_{100} \leq 3102)$

$P\left(Z \leq \frac{3102-3100}{\sqrt{\frac{3484}{100}}}\right) = \Phi(0,34) \quad ; Z \sim N(0,1)$

$= 0,6331$

L - nº de Lotes em 20 escolhidos aleatóriamente, que apresentem uma média inferior a 3102 gramas

$L \sim Bi(20, p_L)$ $\boxed{0,6331 \cong 0,65}$

$P_L = P(\bar{X}_{100} < 3102) \cong 0,65$

$P(L > 10) = P(L \geq 10)$

L_1 - nº de lotes em 20 escolhidos aleatoriamente que apresentem peso médio superior ou igual a 3102 gramas

$L_1 \sim Bi(20, 0,35)$ $L_1 \sim Bi(20, 0,65)$

$P(L_1 \leq 10) = 1 - P(L_1 > 10)$ $P(L \geq 10) = \sum_{i=10}^{20} C_i^{20} \, 0,35^i$ etc.

$= 1 - P(L_1 \geq 11)$

$= 0,9468$

5)

$Y \sim N(20, 4^2)$

$\bar{X}_{16} = \frac{\sum_{i=1}^{16} X_i}{16} \sim N\left(20, \frac{4^2}{16}\right)$ Pela aditividade Normal.

$P(\bar{X}_{16} > 21) = 1 - P(\bar{X}_{16} \leq 21)$

$= 1 - \Phi\left(\frac{21-20}{\sqrt{1}}\right)$

$= 1 - 0,8413 = 0,1587$

6. X - "tempo de vida de um tipo de rolamento em horas"

$X \sim N(\mu, 4000)$

$P(X \leq 1000) = 0,15$ $\begin{cases} P\left(\dfrac{1000-\mu}{\sqrt{4000}}\right) = 0,15 \\ \Phi(-1,04) = 0,1492 \cong 0,15 \end{cases}$

logo $\dfrac{1000-\mu}{\sqrt{4000}} = -1,04 \Rightarrow \mu = 1066$

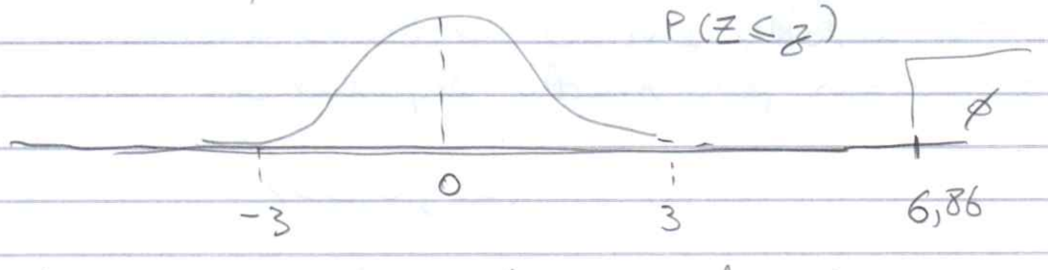
$\therefore X \sim N(1066; 4000)$

a) $P(X > 1500) = 1 - P(X < 1500)$

$= 1 - P\left(Z < \dfrac{1500-1066}{\sqrt{4000}}\right)$

$= 1 - \Phi(6,86) = 1 - 1 \cong 0$

$Z \sim N(0,1)$



b) $\overline{X}_{12}$ - "tempo de vida médio dos rolamentos em horas"

$\overline{X}_{12} = \dfrac{\sum_{i=1}^{12} X_i}{12} \sim N\left(1066; \dfrac{4000}{12}\right)$

$P(\overline{X} > 1100) = 1 - P(\overline{X} < 1100)$

$= 1 - P\left(Z < \dfrac{1100-1066}{\sqrt{\frac{4000}{2}}}\right)$

$Z \sim N(0,1)$ $= 1 - \Phi(1,86)$

$= 1 - 0,9686 = 0,0314$

$\Rightarrow 3,14\%$

pouco provável.

ficha 6

7)

	média	desvio padrão
Laranjas A	200	10
Laranjas B	180	15
caixa vazias	500	5

cada caixa tem 10 unidades

a) X_c – "peso de uma caixa vazia em gramas"
$X_{A,i}$ – " peso da i essima laranja A em gramas"
$X_{B,i}$ – " " " " " " B " "

$X_{A,i} \sim N(200, 10^2)$
$X_{B,i} \sim N(180, 15^2)$
$X_c \sim N(500, 5^2)$

Y – "Peso de uma caixa com 10 laranjas do tipo A em gramas"

$$Y = X_c + \sum_{i=1}^{10} X_A \sim N(500+10\times200, 5^2+10\cdot10^2)$$

$$P(Y > 2490) = 1 - P(Y \leq 2490)$$
$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{2490-2500}{\sqrt{1025}}\right)$$
$$= 1 - \Phi(-0{,}31)$$
$$= 0{,}6217$$

b) $Y_{A,i}$ – " Peso de i essima caixa com 10 Laranjas do tipo A em gramas" ; $i=1,2,3 \cdots 100$

$\overline{Y}_A$ – "Peso médio de 100 caixas de laranjas A em gramas"

$$\overline{Y}_A = \frac{\sum_{i=1}^{100} Y_{A_i}}{100} \sim N\left(2500; \frac{1025}{100}\right)$$

Y_{Bi} – "Peso da i ésima caixa com 10 laranjas tipo B em gramas" $i=1, 2, 3 \ldots 100$

$Y_{Bi} \sim N(\underbrace{500+180 \cdot 10}_{2300} ; \underbrace{25+10 \times 15^2}_{2275})$

$\bar{Y}_B$ – "Peso médio de 100 caixas B em gramas"

$\bar{Y}_B \sim N(2300 ; \frac{2275}{100})$

$P(\bar{Y}_A > \bar{Y}_B + 205) = P(\bar{Y}_A - \bar{Y}_B > 205)$

$W = \bar{Y}_A - \bar{Y}_B \Rightarrow W = \bar{Y}_A - \bar{Y}_B \sim N(\underbrace{2500-2300}_{200} ; \underbrace{\frac{1025}{100} + \frac{2275}{100}}_{33})$

$P(W > 205) = 1 - P(W \leq 205)$
$= 1 - P(Z \leq \frac{205-200}{\sqrt{33}})$
$= 1 - \Phi(0,87)$
$= 1 - 0,8078 = 0,1922 \Rightarrow 19,22\%$

ficha 6)

4)

1 embalagem 6 chávenas e 6 pires

X_{pc} = "Peso das 6 chávenas em gramas"
X_{pp} = "peso dos 6 pires em gramas"
X_{caixa} = "peso da caixa vazia"

	Valor médio	Desvio padrão
Peso das chávenas	200	10
Peso dos pires	150	8
Peso das caixas vazias	1000	5

$X_{c,i}$ → peso de uma qualquer chávena i, em gramas

$X_{p,i}$ → " " pires i, em gramas

X_v → peso de uma caixa vazia, em gramas.

X – peso de uma caixa cheia, em gramas.

$X_{c,i} \sim N(200, 10^2)$
$X_{p,i} \sim N(150, 8^2)$
$X_v \sim N(1000, 50^2)$

Pela aditividade, tem-se
$X \sim N(6\times200 + 6\times150 + 1000 ; 6\cdot10^2 + 6\cdot8^2 + 50^2)$
$X \sim N(3100; \sqrt{3484}^2)$

$$X = \sum_{i=1}^{6} X_{c,i} + \sum_{i=1}^{6} X_{p,i} + X_v$$

$N(6\times200; 6\cdot10^2)$ $N(6\times150, 6\times8^2)$ $N(1000, 50^2)$

$X \sim N(3100; \sqrt{3484}^2)$

$P(3040 < X < 3200) = P(3040 \leq X \leq 3200)$

$= P\left(\frac{3040-3100}{\sqrt{3484}} \leq Z \leq \frac{3200-3100}{\sqrt{3484}}\right)$ tabela D.N.R

$= \Phi(1,69) - \Phi(-1,02)$

$= 0,9545 - 0,1539$

$= 0,8006$

b) X_i - peso de qualquer caixa de ci i, $i = 1, 2, 3 \ldots 100$

$X_i \sim N(3100, \sqrt{3484}^2)$

$\bar{X}_{100}$ - "peso médio de um lote de 100 caixas, em gramas"

$\bar{X}_{100} \sim N\left(3100; \frac{3484}{100}\right)$

$\bar{X}_{100} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} x_i$ TLC $n = 100 \geq 30$

$P(\bar{X}_{100} < 3102) = P(\bar{X}_{100} \leq 3102)$

$= P\left(Z \leq \frac{3102-3100}{\sqrt{\frac{3484}{100}}}\right)$

$= \Phi(0,34) = 0,6331$ tabe P.N.R

L - nº de Lotes em 20 escolhidos aleatoriamente, que apresentam um médio inferior a 3102 gramas.

$L \sim Bi(20; p_L)$

$p_L = P(\bar{X}_{100} < 3102) \simeq 0,6331 \simeq 0,65$

$P(L > 10) = P(L \geq 10)$

L_1 - nº de Lotes em 20 escolhido aleatoria

51 estatística | TP ficha 6) 4. 5/11/2014 20:35

meninos que apresentam peso médio superior ou igual a 3102g

$$L_1 \sim Bi\,(20\,;\,0{,}35)$$

$$P(L_1 \leq 10) = 1 - P(L_1 > 10)$$
$$= 1 - P(L_1 \geq 11)$$
$$= 1 - 0{,}0532$$
$$= 0{,}9468$$

Estadística | T P F302 19/11/2014 19:10

8) ~~X~~ - "numero de caras obtido superior a 1"

p - "probabilidade sair cara"
$p = \frac{1}{2}$

$X \sim Bi(3, \frac{1}{2})$

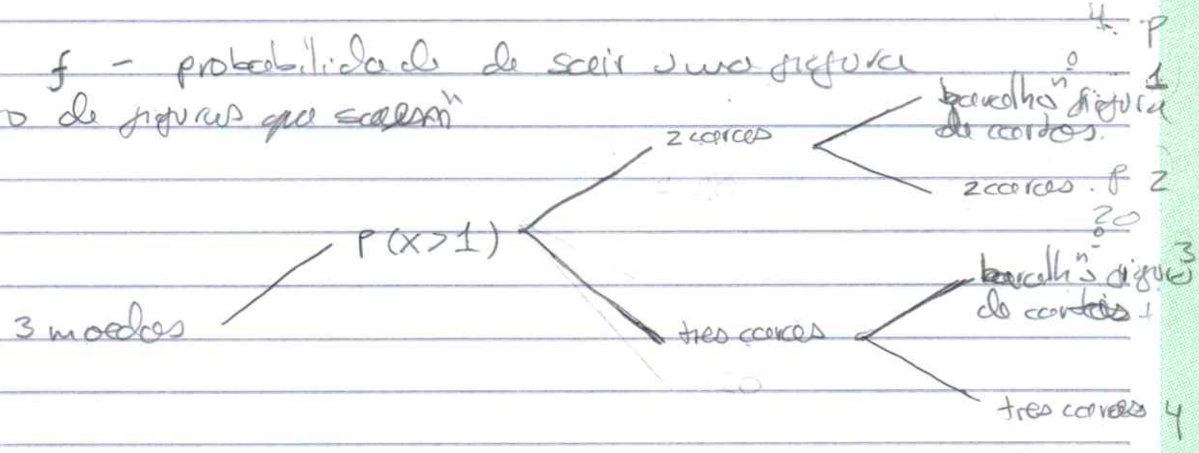
$P(X>1) = P(X \geq 2) = \sum_{x=x'}^{x=n} C^n_x \, p^x \, q^{n-x}$ v.a discreta

$n = 3$ $p = \frac{1}{2}$ $x' = 2$

$= 0{,}5000$

40 cartas

f - probabilidade de sair uma figura
Y - "numero de figuras que saem"



$Y \sim Bi(40, f)$ $f =$

9) pelo teorema do limit central 50 jogadas ≥ 30

1	P(2 caras ∩ zero figuras baralho)	— 40 0	3/8
2	P(3 caras ∩ zero figuras baralho)	— 60 /	1/8
3	P(2 caras ∩ 1 figura baralho)	— 10 □	3/8
4	P(2 caras ∩ 2 figuras baralho)	— 20 △	
5	P(3 caras ∩ 1 figura baralho)	— 10 □	
6	P(3 caras ∩ 2 figuras baralho)	— 20 △	
7	P(3 caras ∩ 3 figuras baralho)	— 30 ≠	

x_i	□	△	☆	o	/
ganho	10	20	30	40	60
p_i				3/8	1/8

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=0}^{n} \text{ganho}}{5} =$$