Formulário nº2

0. Média e variância de uma amostra (dados classificados)

$$\boldsymbol{x_o = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{c} x_i n_i} \qquad\qquad \boldsymbol{s^2 = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{c} x_i^2\, n_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{c} x_i n_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

c- número de valores ou classes distintas da amostra

Nota 1 - Para dados não classificados considerar $n_i=1$

Nota 2 - Para dados contínuos x_i representam os pontos médios das classes

1. Amostragem

1.1 Distribuição da média amostral e diferença de médias amostrais

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \sim N(\mu; \frac{\sigma^2}{n})$$

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2; \frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2})$$

1.2 Distribuição da proporção amostral e diferença de proporções amostrais

$$\hat{P} = \frac{X}{n} \sim N(p; \frac{pq}{n})$$

$$\hat{P}_1 - \hat{P}_2 \sim N\left(p_1 - p_2; \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right)$$

2. Inferência estatística

2.1 Valores críticos $z_{1-\alpha/2} = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right),\ z_{1-\alpha} = \Phi^{-1}(1-\alpha)$

Grau de confiança: $1-\alpha$ Significância: α	0,99 0,01	0,98 0,02	0,96 0,04	0,95 0,05	0,9 0,1	0,8 0,2
$z_{1-\alpha/2}$	2,575	2,33	2,05	1,96	1,645	1,28
$z_{1-\alpha}$	2,33	2,05	1,75	1,645	1,28	0,84

2.2 Intervalos de confiança

2.2.1 Intervalos de confiança para médias e proporções, grandes amostras

IC para μ

$$IC_\mu = \left[\bar{x}_0 - \Delta, \bar{x}_0 + \Delta\right]$$

$$\Delta = z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

IC para p

$$IC_p = \left[\hat{p}_0 - \Delta, \hat{p}_0 + \Delta\right]$$

$$\Delta = z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_0 \hat{q}_0}{n}}, \quad \hat{q}_0 = 1 - \hat{p}_0$$

IC para diferença de médias

$$IC_{\mu 1-\mu 2} = \left[\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \Delta, \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + \Delta\right]$$

$$\Delta = z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}}$$

IC para diferença de proporções

$$IC_{p1-p2} = \left[\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - \Delta, \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + \Delta\right]$$

$$\Delta = z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}},$$

$$\hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1,$$

$$\hat{q}_2 = 1 - \hat{p}_2$$

2.3 Testes de hipóteses

2.3.1 Testes de hipóteses para médias e proporções, grandes amostras

Tipo	Unilateral à esquerda	Bilateral	Unilateral à direita	Estatística teste obs.
Teste de média	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu < \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu \neq \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$ $H_1 : \mu > \mu_0$	$z_0 = \dfrac{\bar{x}_0 - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
Teste de proporção	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p < p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p \neq p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p > p_0$	$z_0 = \dfrac{\hat{p}_0 - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$
Região crítica	$RC_z = \left]-\infty, -z_{1-\alpha}\right]$	$RC_z = \left]-\infty, -z_{1-\alpha/2}\right] \cup \left[z_{1-\alpha/2}, +\infty\right[$	$RC_z = \left[z_{1-\alpha}, +\infty\right[$	
Valor de prova	$pvalue = P(Z < z_0)$	$pvalue = 2P(Z > \lvert z_0 \rvert)$	$pvalue = P(Z > z_0)$	

2.3.2 Testes de hipóteses para diferença de médias e diferença de proporções, grandes amostras

Tipo	Unilateral à esquerda	Bilateral	Unilateral à direita	Estatística teste obs.
Teste de dif. média	$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$	$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$	$z_0 = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
Teste de dif. Prop.	$H_0 : p_1 - p_2 = 0$ $H_1 : p_1 - p_2 < 0$	$H_0 : p_1 - p_2 = 0$ $H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$	$H_0 : p_1 - p_2 = 0$ $H_1 : p_1 - p_2 > 0$	$z_0 = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{pq(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$
Região crítica	$RC_z = \left]-\infty, -z_{1-\alpha}\right]$	$RC_z = \left]-\infty, -z_{1-\alpha/2}\right] \cup \left[z_{1-\alpha/2}, +\infty\right[$	$RC_z = \left[z_{1-\alpha}, +\infty\right[$	$p = \dfrac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$
Valor de prova	$pvalue = P(Z < z_0)$	$pvalue = 2P(Z > \lvert z_0 \rvert)$	$pvalue = P(Z > z_0)$	$q = 1 - p$

2.4 Teste do Qui quadrado

$$Q = \sum_{i=0}^{k} \frac{(N_i - e_i)^2}{e_i} \sim \chi^2(k - m - 1)$$

$n \geq 30$ e $e_i \geq 5$: $i=1,\ldots,k$.

k – Número total de classes ou valores individuais considerados na amostra (após validação do quadro comparativo).

m – Número de parâmetros que foi necessário estimar para definir H_0

$q_0 = \sum_{i=0}^{k} \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i}$, $RC = [c, +[\text{ onde } P(Q \geq c) = \alpha, \quad pvalue = P(Q > q_0)$