

ficha 4

1)

X - "erro absoluto encontrado nas medições da temperatura de uma substância"

$$a = 0 \quad e \quad b = 0,02^\circ\text{C}$$

$$X \in U_n[a, b]$$

a) f.d.p

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } x \in [a, b] \\ 0 & \text{se } x \notin [a, b] \end{cases}$$

$$(b-a) = 0,02$$

$$\begin{aligned} \text{b) i) } P(X \geq 0,005) &= 1 - F(0,005) \\ &= 1 - \frac{0,005}{0,02} \\ &= 0,75 \Rightarrow 75\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } P(0,005 \leq X \leq 0,01) &= P(X \geq 0,005) - P(X \geq 0,01) \\ &= 0,75 - (1 - F(0,01)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ca) } F(0,01) &= \frac{0,01-0}{0,02} = 0,5 \\ &= 0,75 - (1-0,5) \\ &= 0,75 - 0,5 \\ &= 0,25 \end{aligned}$$

$$\text{c) } E(X) = \mu = \frac{a+b}{2} = 0,01$$

$$V(X) = \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = 0,00003^\circ$$

$$\sigma \approx 0,00577$$

2) X - "diâmetro das peças produzidas pela máquina HC27" em milímetros

$$E(x) = \mu = 20 \text{ mm}$$

$$a = 18,5$$

[mm]

$$b = ?$$

[mm]

$$X \sim U_n [a, b]$$

f.d.p

$$\int_a^b \frac{1}{(b-a)} dx = 1$$

$$E(x) = \mu = \frac{a+b}{2} = 20$$

$$\frac{18,5 + b}{2} = 20 \Rightarrow b = 40 - 18,5 = 21,5$$

$$(b-a) = 3$$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \int_{18,5}^{21,5} \frac{1}{3} dx &= \frac{1}{3} \int_{18,5}^{21,5} dx = \frac{1}{3} \left| x \right|_{18,5}^{21,5} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad P(X \geq E(x) + \delta) =$$

$$\begin{aligned} \text{c.a. } \delta &= \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}} = \sqrt{\frac{3^2}{12}} = 0,866 \\ &= \sqrt{\frac{9}{12}} = 0,866 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{20,866}^{21,5} \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \left| x \right|_{20,866}^{21,5} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0,634 = 0,2113 \end{aligned}$$

ficha 4

2c) p - "Pecas defeituosas" entre $[19,4; 20,6]$

isto é $P(19,4 \leq X \leq 20,6)$

Y - "nº de acontecimentos p "

$Y \sim B_i(n, p) ; n = 8$

$$P(19,4 \leq X \leq 20,6) = \int_{19,4}^{20,6} \frac{1}{3} dx$$

$$= \frac{1}{3} \left| x \right|_{19,4}^{20,6}$$

$$= 0,4 \Rightarrow 40\%$$

$$\therefore n = 8 ; p = 0,4 ; x' = 5$$

$$P(Y \geq 5) = \sum_{x=x'}^{x=n} C_x^n p^x q^{n-x}$$

$$= \text{tabela D.B.S}$$

$$= 0,1737$$

3) X - "duraco do dispositivo eletrnico em horas do tipo Ta 234"

$$X \sim \text{Ex}(\lambda) ; \lambda = 0,0004$$

a)

$$P(X \geq 3000) = 1 - F(3000)$$

$$= 1 - (1 - e^{-\lambda x})$$

$$= 1 - (1 - e^{-0,0004 \times 3000})$$

$$\approx 0,3012$$

b)

$$F(x) = 0,2 \Rightarrow x = ?$$

$$1 - e^{-\lambda x} = 0,2$$

$$e^{-\lambda x} = 1 - 0,2$$

$$e^{-\lambda x} = 0,8 \Leftrightarrow -\lambda x = \ln(0,8)$$

$$\therefore x = 557,858 \text{ horas}$$

$$a^n = x \Leftrightarrow \ln a^n = \ln x$$

$$\Rightarrow n \ln a = \ln x \Leftrightarrow n = \frac{\ln x}{\ln a}$$

3c)

p - "probabilidade de funcionar após 3000 horas de serviço"

Y - "nº de acontecimentos p "

$$Y \sim \text{Bi}(n, p) \quad n = 12$$

$$p = P(X \geq 3000) = 0,3012$$

para uso tabelar considera-se 0,30

$$P(Y \geq 7) = \sum_{x=x'}^{x=n} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} ; x' = 7$$

$$n = 12 ; p = 0,30 ; x' = 7$$

$$= 0,0386$$

4. X - "durabilidade de um bidão em dias"

$$X \sim \text{Exp}(\lambda)$$

$$P(X > 50) = 0,1 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 50) = 0,1$$

$$\Rightarrow 1 - F(50) = 0,1 \Rightarrow F(50) = 0,9$$

$$1 - e^{-\lambda 50} = 0,90 \Leftrightarrow 0,1 = e^{-\lambda 50}$$

$$\ln(0,1) = -\lambda 50 \Rightarrow \lambda = 0,046$$

$$a) E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,046} = 21,7 \text{ dias}$$

$$b) P(X \geq 30) = 1 - P(X \leq 30) = 1 - F(30) \\ = 1 - (1 - e^{-0,046 \times 30}) \\ \approx 25,16\%$$

$$\int_{30}^{+\infty} f(x) dx = \int_{30}^{+\infty} 0,046 e^{-0,046x} dx$$

y_i	5	30	100
p_i	0,3687	0,3796	0,2516

$$E(y) = \sum y_i p_i$$

$$P(y=5) = P(X < 10)$$

ficha 4

$$\begin{aligned}P(X \leq 10) &= F(10) \\&= 1 - e^{-0,046 \times 10} \\&= 0,3687\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(10 \leq X \leq 30) &= P(X \geq 10) - P(X \geq 30) \\&= 0,631 - 0,2516 \\&= 0,3796\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E(X) &= 5 \times 0,3687 + 30 \times 0,3796 + 100 \times 0,2516 \\&\approx 38,39\end{aligned}$$