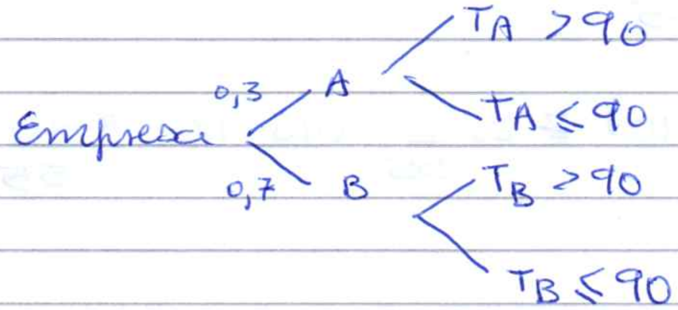
45 Estatística | teórica 8 TP 4/11/2014. 20:15

continuação aula anterior

d)



T_A - tempo de reparação de um motor por um operário A em minutos

T_B " " " " " B
" "

$$T_B \sim N(95, 225) \Leftrightarrow T_B \sim N(95; 15^2)$$

$P(A \mid T>90) = ?$

T - tempo de reparação de um motor em minutos por ambos operários

$$P(A \mid T>90) = \frac{P(A \cap T>90)}{P(T>90)}$$

$$= \frac{P(A) \cdot P(T_A>90)}{P(A) \cdot P(T_A>9) + P_B \cdot P(T_B>90)}$$

$$= \int_{90}^{110} 2a \, dt = ?$$

$a = ?$

c.a) f.d.p

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \, dt = 1$$

$$\int_{80}^{90} f(t) dt + \int_{90}^{110} 2a \, dt = 1 \Rightarrow \frac{a+2a}{2} \cdot 10 + 20 \cdot 2a = 1$$

$$15a + 40a = 1$$

$$a = \frac{1}{55}$$

$\therefore$

$$P(T_A > 90) \cong 2 \cdot \frac{1}{55}(110-90) = \frac{40}{55}$$

$$P(T_B > 90) = 1 - P(T_B \leq 90)$$
$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{90-95}{15}\right)$$
$$= 1 - \Phi(0,33)$$
$$\cong 1 - 0,3707$$
$$= 0,6293$$

$$P(A \mid T > 90) = \frac{0,3 \cdot \frac{8}{11}}{0,3 \cdot \frac{8}{11} + 0,7 \cdot 0,6293}$$

— // —

Duas marcas de café $\boxed{\text{Exam 2}}$

$$P(A) = \frac{3}{4} \qquad P(B) = \frac{1}{4}$$

A - produção de café A
B - produção de café B

X - quantidade de grãos colocados nos sacos

$$X \sim U_n(980, 1000)$$

A < Brasil 25% 30%, Africano

B

Y - quantidade de gramas de café ~~brasileiro~~

$Y \sim N(60, 50)$

a) Mostre, recorrendo à definição, que uma v.a exponencialmente distribuída de parâmetro 10 tem valor médio 0,1

$X \sim Ex(10)$

$E(X) = 0,1$; mostar pela definição!

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\, dx$$

$$= \int_{0}^{+\infty} x \cdot 10 e^{-10x}\, dx$$

$$= 10 \int_{0}^{+\infty} x \cdot e^{-10x}$$

$$= \lim_{A \to +\infty} \int_0^A 10\, x\, e^{-10x}\, dx$$

$$= \lim_{A \to +\infty} \int_0^A \underbrace{\left(-10 e^{-10x}\right)}_{(e^{-10x})'} \cdot (-x)\, dx$$

integração por partes

$$= \lim_{A \to +\infty} \left(\left[e^{-10x} \cdot (-x) \right]_0^A - \left(-\frac{1}{10}\right) \int_0^A (-10) e^{-10x} (-1)\, dx \right)$$

$$= \lim_{A \to +\infty} \left[-x e^{-10x} - \frac{1}{10} e^{-10x} \right]_0^A$$

$$= \lim_{A \to +\infty} -A\, e^{-10A} - \frac{1}{10} e^{-10A} + 0\, e^0 + \frac{1}{10} e^0$$

$$= \lim_{A \to +\infty} \left(-A\, e^{-10A}\right) - \frac{1}{10} e^{-\infty} + \frac{1}{10}$$

$$= \lim_{A \to +\infty} \frac{-A^{\infty}}{e^{10A}_{\infty}} + \frac{1}{10}$$

Aplicando a regra de l'hospital

$$\lim_{A \to +\infty} \frac{-1}{10A} + \frac{1}{10}$$

encontra 8
7 ou 9
cada extra.

$$= \frac{1}{+\infty} + \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

$= 0{,}1$

b) X_A - numero de sacos escolhidos aleatoriamente da marca A em 6

X_B " " " " " marca B em 6.

S_A - "Saco é da marca A"

$p(S_A) = 0{,}75$

$X_A \sim Bi\,(6;\, 0{,}75)$

$p_B = 0{,}25$

$P(|X_B - X_A| \geq 3) = ?$ $\qquad X_B + X_A = 6$

$X_B + X_A = 6 \Leftrightarrow X_A = 6 - X_B \qquad \Leftrightarrow X_A = 6 - X_B$

$= P(|X_B - 6 + X_B| \geq 3)$
$= P(|2X_B - 6| \geq 3)$
$= P(2X_B - 6 \leq 3 \cup 2X_B - 6 \geq 3)$
$= P(X_B \leq 1{,}5) + P(X_B \geq 4{,}5)$

$= P(X_B \leq 1) + P(X_B \geq 5)$ $\qquad$ por X_B e uma variavel discreta

$$= \sum_{x_B=0}^{1} {}^{8}C_{x_B}\, 0{,}25^{x_B} (1-0{,}25)^{6-x_B} +$$
$$\sum_{x_B=5}^{6} {}^{6}C_{x_B}\, 0{,}25^{x_B} (1-0{,}25)^{x_B}$$

$= 1 - P(X_B \geq 2) + P(X_B \geq 5)$

$= 1 - 0{,}4661 + 0{,}0046$

$= 0{,}5339 + 0{,}0046 = 0{,}5385$

— // —