




ESTATÍSTICA

Electrotecnia -EC

**EXERCÍCIOS PARA AS AULAS
TEÓRICO-PRÁTICAS**

Compilados por:

**Maria Hermínia
Sandra Ramos**

	Estatística Probabilidades Elementares Regra da Adição	Revisões
--	---	-----------------

- 1) De dois acontecimentos A e B, resultantes de uma mesma experiência aleatória, sabe-se que:

$$P(\bar{A}) = 0,4 ; P(A \cup B) = 0,9 \text{ e } P(A) = 2.P(B)$$

- a) Determine $P(A)$ e $P(B)$.
 - b) Averigüe se os acontecimentos A e B são incompatíveis.
- 2) Três estudantes A, B e C, estão numa competição de natação. A e B têm a mesma probabilidade de ganhar e cada um tem duas vezes mais probabilidade de ganhar do que C. Determine a probabilidade de B ou C vencerem.

Nota: A, B e C são os únicos concorrentes e supõe-se que não há empates.

- 3) Num lote de telefones inspeccionados, 15% estavam avariados no teclado, 5% no auscultador e 17% tinham pelo menos uma das duas avarias. Qual a percentagem de telefones que:
- a) Tinham simultaneamente as duas avarias?
 - b) Só estavam avariados no teclado?
 - c) Não tinham qualquer avaria?
 - d) Não tinham pelo menos uma das avarias?

- 4) Suponha-se que há 3 revistas A, B e C com as seguintes percentagens de leitura:


Revista A: 9,8%	Revistas A e B: 5,1%	
Revista B: 22,9%	Revistas A e C: 3,7%	Revistas A, B e C: 2,4%
Revista C: 12,1%	Revistas B e C: 6,0%	

Qual a probabilidade de que uma pessoa escolhida ao acaso:

- a) Seja leitor de pelo menos uma das revistas?
- b) Seja leitor de apenas A e B?
- c) Seja leitor de somente de A?

Soluções

- 1 a) $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,3$ b) São incompatíveis
- 2 60%
- 3 a) 0,03 b) 0,14 c) 0,83 d) 0,97
- 4 a) 0,324 b) 0,027 c) 0,034

	<p style="text-align: center;">Estatística</p> <p style="text-align: center;">Regra da Multiplicação. Acontecimentos independentes</p>	<p style="text-align: center;">Revisões</p>
--	---	--

- 1) Do conjunto de empresas que actuam num dado sector industrial, 25% possuem departamento de investigação, 60% realizam lucros e 20% possuem departamento de investigação e realizam lucros.
 - a) Escolhe-se, ao acaso, uma empresa do referido conjunto e verifica-se que possui departamento de investigação. Qual a probabilidade de realizar lucros?
 - b) Entre as empresas que não realizam lucros, qual a percentagem que têm departamento de investigação?

- 2) Considere as figuras de um baralho de cartas. Retira-se sucessivamente, e com reposição, uma carta.
 - a) Qual a probabilidade de sair um rei apenas na 5ª carta retirada?
 - b) Qual o nº de cartas a retirar (n) para que a probabilidade de sair um rei somente na n-ésima carta retirada seja igual a 0,005?

- 3) Dos caloiros existentes numa dada instituição do ensino superior, 18% vieram de escolas privadas e 82% de escolas públicas. 30% dos estudantes das escolas privadas e 15% dos estudantes das escolas públicas entram com média superior a 15 valores. Escolhido um caloiro aleatoriamente, ficou a saber-se que tinha entrado com média superior a 15 valores. Qual é a probabilidade do caloiro ter estudado numa escola pública?

- 4) Lança-se um dado cujas faces são 1,1,3,4,5,6. Se sair a face 5, lança-se uma moeda. Por cada cara obtida ganha-se 3 pontos, por cada coroa perde-se 1 ponto. Se sair face par lança-se 2 moedas. Por cada cara ganha-se 1,5 pontos, por cada coroa perde-se 0,5 pontos. Em todos os outros casos, ganha-se 0,5 pontos.
 - a) Calcule a probabilidade de se perder 1 ponto.
 - b) Suponha que se ganhou 3 pontos. Qual a probabilidade de ter saído face par?

Soluções

- 1 a) 0,8 b) 12,5%
- 2 a) 0,0658 b) $n = 9$
- 3 0,6949
- 4 a) $1/6$ b) $1/2$

- 1) O número de componentes avariados de certo equipamento é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

x_i	0	1	2	3	4	5
$f(x_i)=p_i$	0,1	0,3	a	0,25	0,15	b


Sabe-se também que 55% dos equipamentos têm menos de 3 componentes avariados.

- a) Determine as constantes a e b .
 - b) Qual a probabilidade de que, quando considerados **dois** equipamentos, um tenha pelo menos 2 componentes avariados e o outro não?
- 2) Lançam-se 2 dados. Se a soma dos pontos obtidos for 7, lança-se uma moeda. Por cada cara obtida ganha-se 3 euros. Por cada coroa perde-se 1 euro. Se a soma for 6 ou 8, lança-se 2 moedas. Por cada cara ganha-se 1,5 euro, por cada coroa perde-se 0,5 euro. Em todos os outros casos, ganha-se 0,5 euro se a soma for par e perde-se 0,5 euro se a soma for ímpar.
- a) Calcule a probabilidade de, num só lançamento, se ganhar 3 euros, sabendo que saiu soma par.
 - b) Seja X a variável aleatória que traduz o ganho no final de um lançamento. Calcule o valor esperado e a variância de X .
- 3) O dono de um quiosque estima que 9,8% dos seus clientes adquirem a revista A , 22,9% a revista B e 5,1% a revista A e a revista B .
- a) Um cliente comprou uma revista. Qual a probabilidade de ter comprado a revista A ?
 - b) Seja X o nº de revistas compradas por cada cliente. Calcule o valor esperado dessa v. a..
- 4) Considere o problema 4 da ficha nº 1.

Seja $Y = 2X + 4$ a variável aleatória que traduz o ganho (em euros) no final de uma jogada, sendo X o número de pontos obtidos por jogada. Calcule o ganho esperado e a respectiva variância no final de 5 jogos.

Soluções

- 1 a) $a = 0,15$; $b = 0,05$ b) 0,24
- 2 a) 0,1389 b) $E(X) = 3,89$ euros; $V(X) = 165,45$ euros²
- 3 a) 0,355 b) 0,327
- 4 $E(Y) = 27,5$ euros; $V(Y) = 28$ euros²

	Estatística Distribuição Binomial Distribuição Poisson	Ficha Nº 2
---	---	---------------------------------

- 1) Retira-se de uma caixa que contém 4000 condensadores perfeitos e 1000 defeituosos uma amostra de 15 condensadores, escolhidos aleatoriamente, com reposição. Calcule a probabilidade de se obterem:
 - a) Três condensadores defeituosos.
 - b) Pelo menos 4 condensadores defeituosos.
 - c) Menos de 6 condensadores defeituosos.
 - d) Mais de 2 e no máximo 10 condensadores defeituosos.

- 2) Um fabricante vende latas com o seu produto sabendo que 10% vão mal cheias. Um cliente compra 6 latas. Calcule a probabilidade de:
 - a) Todas estarem bem cheias
 - b) Pelo menos uma não estar completa.
 - c) Os últimos 8 clientes levaram 6 latas cada. Calcule a probabilidade de apenas um ter razão de queixa.

- 3) Retira-se repetidamente uma carta de um baralho de 40 cartas, com reposição.
 - a) Calcule a probabilidade de sair uma figura em 4 repetições da experiência.
 - b) Determine o número mínimo de vezes que deve ser repetida a experiência para que a probabilidade de obter pelo menos uma das 12 figuras seja superior a 90%.
 - c) Dispomos de dois baralhos, um baralho convencional (40 cartas) e um baralho viciado de 40 cartas que contém 6 ases. Escolhe-se um dos baralhos aleatoriamente, retiram-se 12 cartas, com reposição e obtêm-se 3 ases. Calcule a probabilidade de ter sido seleccionado o baralho viciado.

- 4) Uma empresa tem três máquinas a produzir um determinado tipo de peça. A máquina A produz 45% das peças, a máquina B 35% e a máquina C as restantes. Sabe-se que a proporção de peças defeituosas das máquinas A, B e C é 10%, 5% e 18%, respectivamente. Determine:
 - a) A probabilidade de que numa amostra aleatória de 10 peças retiradas do total da produção, mais de metade sejam defeituosas.
 - b) Qual é mais provável: aparecerem mais de duas peças defeituosas em 10 peças produzidas pela máquina A ou em 20 peças produzidas pela máquina B? Quantifique.
 - c) A empresa celebrou um contracto com um cliente, para a compra de 500 peças. O montante a pagar por cada peça depende do número de peças defeituosas encontrado numa amostra aleatória de 20 peças retiradas do total da produção, conforme o seguinte quadro:

Número de peças defeituosas	Preço por peça (euros)
Menos que 2	5
No mínimo 2 e no máximo 4	2,5
Mais de 4	0,5

Determine o valor esperado do montante do contracto.

- 5) Admite-se que o número de vezes que o processo “cm201” é activado, num sistema informático central, segue uma distribuição de Poisson de média 7.2 pedidos por dia.
- a) Calcule a probabilidade de, num dia, o processo ser activado:
 - i) Exactamente 2 vezes.
 - ii) Mais de 2 vezes.
 - iii) Menos de 6 vezes.
 - iv) Mais de 2 mas no máximo 5 vezes.
 - b) Calcule a probabilidade de que, durante 60 horas, o processo seja activado menos de 20 vezes.
 - c) Considerando os registos de activação do processo em 10 dias, escolhidos aleatoriamente, calcule a probabilidade de ocorrerem mais de 8 activações em pelo menos 3 desses dias.
- 6) O número de camiões que dão entrada numa estação de pesagem segue uma distribuição de Poisson. Verifica-se que em aproximadamente 5% dos dias não chega nenhum camião para pesagem.
- a) Determine a percentagem de dias em que:
 - i) Dão entrada mais de 5 camiões.
 - ii) Dão entrada mais de 5 mas menos de 7 camiões.
 - b) Determine a probabilidade de que, considerados em 5 dias, entrem no posto de pesagem mais de 7 camiões nos dois primeiros dias e menos de 10 nos três dias seguintes.
- 7) Admite-se que o número de pedidos de aterragem que chegam a uma base militar, em meia hora, segue uma distribuição de Poisson. Sabe-se que a probabilidade de chegarem mais de 5 pedidos, em meia hora, é de aproximadamente 0.55.
- a) Calcule a probabilidade de chegarem mais de 7 mas menos de 10 pedidos, durante meia hora.
 - b) No caso de ocorrerem mais de 20 pedidos por hora, torna-se necessário desviar algum tráfego para outra base, o que produz um custo de 10000 U.M por cada aparelho desviado. Calcule o custo esperado, por hora, resultante do desvio do tráfego.

Soluções

1 a) 0,2501 b) 0,3518 c) 0,9389 d) 0,5978

2 a) 0,5314 b) 0,4686 c) 0,0548


3 a) 0,4116 b) 7 c) 0,6690

4 a) 0,0001 b) B c) 3,39 euros

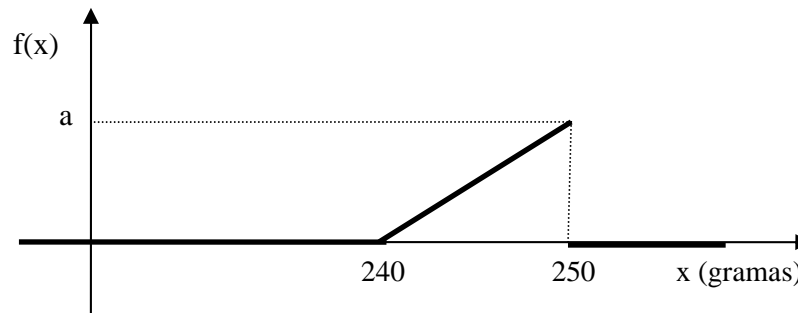
5 a) i) 0,0194 ii) 0,9745 iii) 0,2759 iv) 0,2504 b) 0,6509 c) 0,6172

6 a) i) 0,0839 ii) 0,0504 b) 0,1557

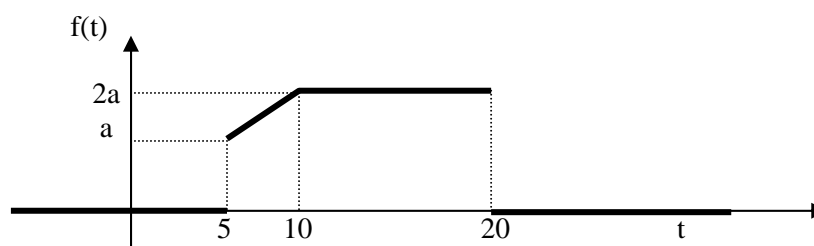
7 a) 0,1721 b) 234 u.m.

	<p style="text-align: center;">Estatística</p> <p style="text-align: center;">Variáveis aleatórias contínuas.</p>	<p style="text-align: center;">Ficha Nº</p> <p style="text-align: center;">3</p>
--	--	---

- 1) Admite-se que a quantidade de café que é depositada nas embalagens de 250 gramas é uma variável aleatória (v.a.) X cuja função densidade de probabilidade (f.d.p.) se representa



- Calcule o valor de a .
 - Defina a função de densidade de probabilidade da v.a. X .
 - Qual a percentagem de embalagens com peso compreendido entre 243 e 247 gramas?
 - Calcule a percentagem de embalagens cujo peso excede a média.
- 2) Três sinais, S_1 , S_2 , S_3 , de rádio são emitidos sucessivamente. A recepção de cada um é independente da recepção do outro e essas probabilidades são 0.2, 0.3, 0.4, respectivamente. O tempo, em segundos, entre a emissão e a recepção, para qualquer um deles é uma v. a. , T , com a seguinte f. d.p:



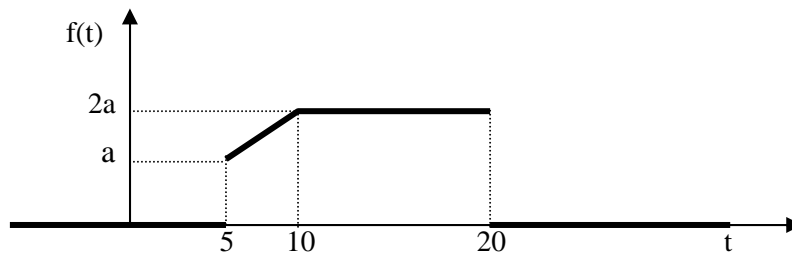
Determine:

- A probabilidade de recepção do sinal S_1 quando, dos três sinais emitidos, se recebem apenas dois.
- O número mais provável de sinais recebidos.
- A probabilidade do tempo entre a emissão e a recepção de um qualquer sinal exceder 15 segundos.
- Foram efectuadas 10 emissões do sinal S_1 . Qual a probabilidade de, em pelo menos metade delas, o tempo entre a emissão e a recepção exceder 15 segundos?

- 3) A casa “Miniburger” apresenta aos seus clientes a seguinte variedade:

Tipo de Hamburger	Pickles que contém
A	0
B	1
C	2

Cada cliente escolhe um hamburger A, B ou C com probabilidades 0.2, 0.5 e 0.3, respectivamente. O tempo de fabrico de um qualquer daqueles tipos de hamburger é uma v.a. com a seguinte f. d. p.:



- Sabe-se que se vendeu um hamburger com pickles. Qual a probabilidade de ser do tipo B?
 - Foram vendidos 10 hamburger. Qual a probabilidade de pelo menos metade delas serem do tipo C.
 - Determine a % de hamburger que apresenta um tempo de fabrico superior a 10 minutos.
 - Entre os hamburger que apresentam um tempo T superior a 10 minutos, qual a % dos que apresentam um valor de T que não ultrapassa os 15 minutos?
- 4) Num dado canal televisivo existem dois concursos: **A** e **B**. A % de concorrentes ao concurso **A** é tripla da % de concorrentes ao concurso **B**.
Admite-se que a permanência de um qualquer concorrente no concurso **A** é uma v.a. X (em minutos) cuja f.d. p. é:

$$f(x) = \begin{cases} k \frac{10}{x^3} & \text{se } x \geq 5 \\ 0 & \text{se } x = o.v. \end{cases}$$

Admite-se também que a permanência de um qualquer concorrente no concurso **B** é uma v.a. Y (em minutos) com distribuição exponencial de média 15 min.

- Calcule a percentagem de concorrentes, ao concurso **A**, que se mantêm em prova mais de 20 minutos.
- Calcule a percentagem de concorrentes, ao concurso **B**, que se mantêm em prova por um tempo inferior a um desvio padrão.
- Em 10 concorrentes ao concurso **A** qual a probabilidade de mais de metade permanecerem em prova mais de 20 minutos?
- Entre os concorrente que estão em prova mais de 20 minutos, qual é a % dos que concorrem ao concurso **A**?

- 5) A quantidade de bolos (expressa em Kg) vendida diariamente no bar da Universidade é uma v. a. com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{5}(10-x) & \text{se } 5 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{se } x \text{ é qualquer outro valor} \end{cases}$$

- a) Determine a % de dias em que se vendem mais de 6 Kg de bolos.
 b) Sabendo que em determinado dia se venderam mais de 6 Kg de bolos, qual a probabilidade de que tenham sido vendidos menos de 7.5 Kg?
 c) Numa semana (5 dias) qual é a probabilidade de, em não mais de 2 desses dias, a quantidade de bolos vendida, por dia, ultrapassar os 6 Kg?
 d) Determine o pedido em a) caso a v.a. fosse uniformemente distribuída em [5,10] e comente o resultado.

Soluções


$$1 \text{ a) } 1/5 \text{ b) } \begin{cases} 0, & x < 240 \\ -\frac{240}{50} + \frac{1}{50}x, & 240 \leq x < 250 \\ 0, & x \geq 250 \end{cases} \text{ c) } 40,0\% \text{ d) } 51\%$$

2 a) 0,49 b) 1 c) 4/11 d) 0,2485

3 a) 5/8 b) 0,1503 c) 8/11 d) 50%

4 a) 6,25% b) 0.63 c) 0,0000 d) 41,6%

5 a) 64% b) 0,6094 c) 0,2352 d) 0,80

	Estatística Distribuição Uniforme. Distribuição Exponencial.	Ficha Nº 4
--	---	-----------------------------

- 1) Em certas experiências, o erro absoluto encontrado nas medições da temperatura de uma substância é uma v.a. com distribuição uniforme entre 0 e 0.02°C .
 - a) Defina a função densidade de probabilidade correspondente.
 - b) Determine a probabilidade de que numa medição o erro absoluto:
 - i) Seja superior a 0.005°C
 - ii) Esteja compreendido entre 0.005 e 0.01°C .
 - c) Determine a média e o desvio-padrão.

- 2) O diâmetro das peça produzidas pela máquina HC27 é em média 20mm, admitindo-se que segue uma distribuição uniforme entre 18,5 e b mm.
 - a) Determine a percentagem de peças produzidas, cujo diâmetro excede 21 mm.
 - b) Determine a percentagem de peças cujo diâmetro excede a média em mais de 1 desvio padrão.
 - c) São consideradas aceitáveis as peças cujo diâmetro se encontra no intervalo $[19,4;20,6]$ Calcule a probabilidade de em 8 peças escolhidas aleatoriamente da produção, encontrarmos mais de 4 aceitáveis.

- 3) A duração do dispositivo electrónico (em horas) do tipo Ta234 é uma variável exponencialmente distribuída de parâmetro 0,0004.
 - a) Calcule a percentagem de dispositivos que duram mais de 3000 horas.
 - b) Determine a duração que não é ultrapassada por 20 % dos dispositivos.
 - c) Um cliente compra 12 dispositivos. Qual a probabilidade de mais de metade funcionarem após 3000 horas de serviço.

- 4) Um fabricante vende bidões com resinas tratadas quimicamente que têm uma durabilidade exponencialmente distribuída. O fabricante sabe que apenas 10% dos bidões mantêm o composto químico inalterado por mais de 50 dias.
 - a) Determine a durabilidade esperada por bidão.
 - b) Determine a percentagem de bidões que mantém o químico inalterado por mais de 30 dias.
 - c) Um cliente pretende efectuar a compra de uma grande quantidade de bidões. Para o efeito, combinou com o vendedor o teste a um bidão expressamente preparado:
 - Se o químico durar menos de 10 dias está disposto a pagar 5 u.m. por bidão
 - Se o químico durar entre 10 a 30 dias paga 30 u.m. por bidão
 - Se o químico durar mais de 30 dias paga 100 u.m. por bidão.

Que preço espera o vendedor receber por cada bidão?

Soluções

1 a) $f(x) = \begin{cases} 50 & \text{se } 0 < x < 0.02 \\ 0 & \text{para o.v (outros valores)} \end{cases}$

b) i) 0,75 ii) 0,25 **c)** $E(X) = 0,01$; $V(X) = 0,0058$

2 a) 0,1667 **b)** 0,21 **c)** 0,1737

3 a) 0,3012 **b)** 557,86 h **c)** 0,0386

4 a) 21,7 dias **b)** 25,10% **c)** 38,32 u.m.

- 1) Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de média μ e variância 4. Determine μ tal que $P(X + 4 > 0) = 0,8413$.
- 2) Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de média 3 e desvio padrão 2. Determine o valor da constante c , tal que $P(X > c) = 3 \cdot P(X < c)$.
- 3) Suponha que os tempos de realização de um dado percurso por um atleta admite uma distribuição normal com um valor médio de 12 minutos e desvio padrão de 2 minutos.
 - a) Calcular a probabilidade de o atleta fazer um tempo inferior a 15 minutos.
 - b) Qual a probabilidade de que esse tempo esteja entre 11 e 14 minutos?
 - c) Qual a probabilidade de que esse tempo difira do valor médio mais do que um desvio padrão?
- 4) O comprimento das peças produzidas por uma máquina é uma variável aleatória normalmente distribuída com média μ e variância σ^2 . Uma peça é defeituosa se o seu comprimento diferir de μ mais do que σ . Sabemos que 50% das peças produzidas têm comprimento inferior a 0,25mm e 47,5% das peças produzidas têm comprimento entre 0,25mm e 0,642mm.
 - a) Calcule μ e σ .
 - b) Determine a probabilidade de que uma peça seja não defeituosa.
- 5) A massa de um doce é confeccionada com 2 chávenas de açúcar e 8 claras, cujos pesos se distribuem normalmente. O peso médio do açúcar de cada chávena é de 70 g e o desvio-padrão de 3 g. O peso médio de uma clara é de 14 g, sabendo-se que 70% das claras pesam menos de 15 g.
 - a) Qual é a probabilidade de que o peso da massa de um doce ultrapasse 240 g?
 - b) De entre as claras cujo peso é superior a 14 g, qual é a percentagem das que pesam mais de 15 g?
- 6) Uma empresa produz dois tipos de tecido para exportação. O tecido A é vendido a 1000 escudos o metro e o tecido B a 2000 escudos o metro. A quantidade de tecido (metros) vendida diariamente segue uma distribuição normal com os parâmetros indicados no seguinte quadro:

	Média	Desvio padrão
Tecido A	15	2,5
Tecido B	5	-

Sabe-se também que em 4% dos dias é vendido mais de 8,5 metros de tecido B.

- a) Qual a probabilidade de a empresa ter um lucro diário entre 24 e 27 mil escudos?
- b) Quantos dias seriam necessários considerar para que o lucro total na venda do tecido A seja superior a 200 mil escudos em 96% dos casos?

- 7) Os Serviços Municipalizados de Gás e Electricidade (SMGE) debitam mensalmente aos seus clientes um consumo teórico de energia eléctrica calculada de tal modo que a probabilidade de o consumo efectivo o exceder seja de 30,85%.

Suponha um cliente cujo consumo por mês segue a lei normal de média 400 KWH e desvio padrão 40 KWH.

- a) Qual o consumo teórico debitado mensalmente?
 - b) Qual a distribuição de probabilidade do consumo durante 3 meses?
 - c) Qual a probabilidade de ao fim dos 3 meses, o consumo teórico exceder o efectivo, em mais de 100 KWH?
 - d) Ao fim de quantos meses devem os SMGE proceder à leitura do consumo efectivo, a fim de que, com probabilidade de 50%, o consumo teórico até então debitado não exceda o efectivo em mais de 100 KWH?
- 9) Numa fábrica existem duas linhas de produção de dois componentes distintos. Sabe-se que na linha A a proporção de componentes defeituosos é de 5% enquanto na linha B essa proporção é de 12%. Calcule a probabilidade de num lote de 50 componentes fabricados em cada linha de produção:
- a) Existirem mais de 2 componentes defeituosos no lote fabricado na linha A.
 - b) Existirem 8 componentes defeituosos no lote fabricado na linha B.
 - c) Existirem mais de 3 e menos de 8 componentes defeituosos no lote fabricado na linha B.

Soluções

1 $\mu = 2 \sigma$

2 $c = 1,6$

3 a) 0,9332 b) 53,28 c) 0,3174

4 a) $\mu = 0,25$; $\sigma = 0,2$ b) 84,13%

5 a) 0,9599 b) 0,6

6 a) 0,246 b) 12

7 a) 420 KWH b) $N(1200, 4800)$ c) 0,281 d) 5

8 a) 0,4562 b) 11,99 c) 0,6043

- 1) O consumo mensal de energia eléctrica de um conjunto de habitantes é uma variável aleatória com os seguintes parâmetros:

Potência contratada (KWH)	Nº de habitantes	Valor médio (KWH)	Variância (KWH ²)
< 3,3	2	180	400
3,3	10	250	800
6,6	15	270	900
9,9	5	230	850
> 9,9	3	200	700

Calcule a probabilidade de um consumo total dos habitantes ser inferior a 9 MWH.

- 2) O número de computadores vendidos por dia numa loja segue uma distribuição de Poisson. Sabe-se que em 27% dos dias a loja vende exactamente dois computadores. A loja encontra-se aberta ao público durante cinco dias por semana (de Segunda a Sexta feira).
- Quantos computadores se esperam vender numa semana? Qual é o desvio padrão?
 - Qual a probabilidade de o número de computadores vendidos num ano (52 semanas) ser superior a 500?
- 3) Numa instalação fabril, funcional em condições de inteira independência 100 máquinas do mesmo tipo. Sabe-se que cada máquina tem um consumo médio de 20 litros/hora, com um desvio padrão de 2 litros. Não se conhece todavia a distribuição de probabilidade do consumo de combustível comum às 100 máquinas.
- Indique a distribuição aproximada de Y- “consumo de combustível das 100 máquinas, numa hora”;
 - Calcule $P(Y > 2030)$.
- 4) Um armazenista de louças vende chávenas e os respectivos pires embalados em caixas de 6 conjuntos (chávena e pires). O peso (em gramas) das chávenas, dos pires e das caixas vazias são variáveis aleatórias normalmente distribuídas com os seguintes parâmetros:

	Valor médio	Desvio Padrão
Peso das chávenas	200	10
Peso dos pires	150	8
Peso das caixas vazias	1000	50

- Calcule a percentagem de caixas cheias cujo peso se situe entre 3040 gr. e 3200 gr.

- b) Calcule a probabilidade de em 50 lotes de 100 caixas cheias mais de metade dos lotes apresentarem um peso médio inferior a 3102 gr.
- 5) De uma população normal de valor médio 20 e desvio padrão 4 retiram-se amostras de tamanho 16. Calcule a percentagem de amostras em que a média amostral é superior a 21.
- 6) O tempo de vida de um certo tipo de rolamentos em condições de serviço bem determinadas é uma variável com distribuição normal, de variância conhecida – 4000 h^2 . Verifica-se que 15% dos rolamentos daquele tipo avaria antes das 1000 h.
- a) Calcule a proporção de rolamentos que duram mais de 1500 h;
- b) Uma máquina inclui 12 rolamentos daquele tipo. Acha fácil que o tempo de vida média desses rolamentos ultrapasse 1100 h? Quantifique a resposta.
- 7) Um comerciante abastece-se de laranjas em dois pomares A e B. Em ambos os pomares as laranjas são acondicionadas em caixas iguais de 10 unidades cada. O peso (em gramas) das laranjas e o peso das caixas vazias são normalmente distribuídos com os seguintes parâmetros:

	Média	Desvio padrão
Laranjas de A	200	10
Laranjas de B	180	15
Caixas vazias	500	5

- a) Calcule a percentagem de caixas cheias com laranjas do pomar A cujo peso é superior a 2490 g.
- b) Em remessas de 100 caixas de laranjas vindas de cada um dos pomares, calcule a probabilidade do peso médio de uma remessa de A exceder o peso médio de uma de B em mais de 205 g.
- 8) Lançam-se 3 moedas, se o número de caras obtido for superior a 1, tiram-se de um baralho de 40 cartas um número de cartas igual ao número de caras obtido e recebe-se 10\$00 por cada figura obtida; caso contrário recebe-se 20\$00 por cada cara obtida. Calcule a probabilidade de:
- a) Numa partida de 50 jogadas a quantia obtida ser superior a 500\$00.
- b) Em 100 jogadas a quantia média de uma partida ser superior a 11\$50.

Soluções

1 0,9778

2 a) 9,5 ; 3,08 b) 38,59%

3 a) $N(2000,400)$ b) 6,68%

4 a) 0,80 b) 0,96

5 15,87%

6 a) 0 **b)** pouco provável (3%)

7 a) 0,73 **b)** 0,04

8 a) 0,7549 **b)** 0,2358

- 1) Um Taxista registou a extensão dos seus serviços obtendo os seguintes dados:

Distância (Km)	Número de serviços
0 - 10	5
10 - 20	11
20 - 30	17
72	1

- a) Defina um intervalo de confiança a 94% para a extensão média dos serviços do Taxista.
- b) Determine qual deveria ser o número de registos considerados pelo Taxista, para que a amplitude do intervalo definido em a) fosse reduzida em 10%.
- 2) Uma empresa fabrica um produto cujo peso médio deve estar sempre compreendido entre 10 Kg e 11 Kg. Se tal não acontecer o processo é considerado desafinado. Sabe-se que o desvio-padrão do peso é 0,7 Kg e que numa amostra de tamanho 30 o peso médio observado foi 10,6 Kg.
- a) O que pode concluir, com 95% de confiança, quanto à qualidade do processo?
- b) Suponha que o desvio-padrão é agora 2,0 Kg. Sabendo que numa segunda amostra, também de tamanho 30, se obteve uma média de 10,5 Kg, qual o grau de confiança de modo a que os limites da estimativa sejam iguais aos limites especificados pelo fabricante?
- c) Igual a b) mas com uma média de 10,3 Kg.
- 3) Um professor de uma dada disciplina pretende conhecer o tempo médio (em min.) para a realização de uma prova de exame. Construa um intervalo de confiança a 95% sabendo que numa sala com 15 alunos onde decorreu esse exame foram recolhidos os seguintes dados:

120	120	122	125	126	126	130	132	132	138	140	140	140	140	150
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 4) No quadro seguinte figuram os resultados de um inquérito sobre a concordância com o conteúdo de um determinado Decreto-Lei, conforme o sexo da pessoa inquirida:

	Nº de pessoas inquiridas	Nº de respostas concordantes
Homens	200	75
Mulheres	300	120

- a) Defina um intervalo de confiança de 94% para a proporção de homens, que, em toda a população, concorda com o Decreto-Lei.

- 5) Suponha que numa certa cidade se pretende ter uma estimativa da proporção de cidadãos a favor de uma dada medida camarária. Para tal é considerada uma amostra de 200 pessoas dessa cidade.
- a) Qual a probabilidade de que a maioria dos cidadãos dessa amostra esteja contra a medida se na realidade somente 45% de todos os cidadãos é contra ela?
- b) Supondo que na amostra 125 cidadãos se manifestaram contra a medida determine um intervalo de confiança a 98% para a verdadeira percentagem de cidadãos que é contra a mesma.

Soluções

1 a) [16,4 , 24,0] b) 41

2 a) [10,35 , 10,85] b) 82,94% c) 76,65%

3 [127 , 137]

4 a) [0,311 , 0,439]

5 a) 0,0778 b) [0,545 , 0,705]


	Estatística Testes de Hipóteses	Ficha Nº 8
--	--	-----------------------------

- 1) Sabe-se que a quantidade média de uma dada substância num medicamento pode ser 35 ou 40 mg. Admita que essa quantidade segue distribuição Normal com desvio-padrão 5 mg. De um lote não identificado, retirou-se uma amostra de tamanho 20 para testar a hipótese de que $\mu = 40$, aceitando-se a referida hipótese se a média amostral for maior do que 38.
 - a) Calcule as probabilidades de erro do tipo I e do tipo II.
 - b) Determine o tamanho da amostra e a região de rejeição para a probabilidade de erro do tipo I seja 0,05 e a do tipo II seja 0,10, quando se testa a hipótese de que $\mu = 35$.

- 2) Nos serviços de fiscalização foi apresentada uma queixa de que as garrafas de leite de certa marca não tinham a capacidade de 1 litro. Para atender a reclamação mediram-se cuidadosamente 100 garrafas da referida marca, escolhidas ao acaso, obtendo-se para a média e desvio padrão das suas capacidades, 995 cm^3 e 10 cm^3 .
 - a) Acha que havia razão para apresentar queixa? Responda com um nível de significância de 4%.
 - b) Admitindo que o conteúdo das garrafas da referida marca era de facto 997 cm^3 apenas, qual seria a probabilidade de que concluísse acertadamente que havia razão para apresentar queixa?

- 3) A energia consumida por cada uma das máquinas de uma unidade de produção é, nos dias de trabalho, uma v.a. normal com uma média de 90 Kwh e desvio padrão de 20 Kwh. Analisa-se o consumo de 30 dessas máquinas em que se tentou melhorar o sistema de funcionamento, encontrando-se uma média de 88 Kwh.
 - a) É legítimo afirmar que foi reduzido o consumo?
 - b) Ao testar a hipótese de que o consumo médio é de 90 Kwh, qual é a probabilidade de que tal valor seja aceite se o consumo médio for efectivamente reduzido em 5%?

- 4) Em determinada localidade os bombeiros não recebem chamadas em 5% dos dias. Admita válida a distribuição de Poisson.
 - a) Calcule a probabilidade de, numa semana, os bombeiros receberem, nos 3 primeiros dias, um total de chamadas inferior a 7 e, nos 4 últimos um total de chamadas superior a 10.
 - b) Em 100 dias, verificou-se que os bombeiros receberam 250 chamadas. Acha que os bombeiros estão a ser menos solicitados? Responda ao nível de 4%.

	Estatística Testes de Hipóteses	Ficha Nº 8
--	--	-----------------------------

- 5) Um revendedor afirma que pelo menos 20% do público prefere o seu produto. Com base no conhecimento de que numa amostra de 100 pessoas, 15 afirmaram preferir o produto:
- Poder-se-á aceitar a afirmação do revendedor usando um nível de significância de 4%?
 - Qual é a probabilidade da afirmação do revendedor ser erradamente aceite, ao nível de 4%, se na realidade for apenas de 18% a percentagem de público que prefere aquele produto?
- 6) Uma loja recebe do seu fornecedor um determinado produto alimentar perecível, com um prazo de consumo exponencialmente distribuído. Sabe-se que 49% dos produtos duram mais de 5 semanas.
- Entre os que ultrapassam o prazo médio, calcule a percentagem dos que se podem consumir para além das 8 semanas.
 - O dono da loja verificou que em 50 produtos que recebeu não conseguiu vender 14 dentro do prazo de validade. Estimativas anteriores indicavam que 20% dos produtos não eram vendidos dentro do prazo de validade. Será que a procura está a diminuir? Justifique convenientemente ao nível de 3%.
- 7) Num hipermercado, o nível de aceitação de um determinado produto da marca A é de 40%. Após ter sido mudada a embalagem do mesmo, verificou-se que em 400 compradores do produto, 180 escolheram a marca A.
- Poder-se-á concluir que a nova embalagem beneficia a compra da marca A? Responda ao nível de 5%.
 - O departamento comercial da empresa que fabrica o produto da marca A, estimou que o nível de aceitação do mesmo, após a mudança da embalagem, se situaria no intervalo 42% a 50%, centrado no valor amostral, através de uma sondagem realizada a 300 clientes. Qual a confiança que atribui a esta estimativa?

Soluções

- 1 a) 0,0037 b) $n = 9$; $[37,7, +\infty[$
- 2 a) Sim $] -\infty, 998,25]$ $x = 995$ b) 0,1056
- 3 a) Não $] -\infty, 84]$ $x = 88$ b) 0,6591
- 4 a) 0,101 b) Sim $] -\infty, 2,7]$ $x = 2,5$
- 5 a) Não $] -\infty, 0,138]$ $p^* = 0,15$ b) 0,8621
- 6 a) 0,8187 b) Sim $] 0,249, +\infty]$ $p^* = 0,25$
- 7 a) Sim $] 0,44, +\infty]$ $p^* = 0,45$ b) 83,54%

- 1) Num inquérito realizado a 320 condutores multados por 5 vezes, registou-se o nº de multas por excesso de velocidade:

Nº de multas por excesso de velocidade	0	1	2	3	4	5
Nº de ocorrências	11	50	90	101	56	12

Ajuste a distribuição que julgar conveniente verificando se é aceitável ao nível de 5%.

- 2) Um equipamento é constituído por 50 componentes cuja probabilidade de avaria se admite constante. Num controlo realizado a 100 equipamentos obteve-se os seguintes resultados, no que se refere ao número de componentes avariados por equipamento.

Nº de comp. avariados	0	1	2	3	4	5	6
Nº de equipamentos	3	11	21	30	23	7	5

Ajuste a distribuição que julgar conveniente para o nº de componentes avariados por equipamento, verificando se é aceitável ao nível de 5%.

- 3) Uma empresa de segurança de serviço permanente pretende fazer uma análise estatística do número de alarmes por dia que recebe das habitações dos seus clientes. Presume-se que a variável em causa tem distribuição de Poisson. Para confirmar esta hipótese registou-se os alarmes recebidos durante 60 dias:

Nº de alarmes	0	1	2	3	4
Nº de dias	39	15	4	1	1

Comprove a hipótese, verificando se é aceitável ao nível de 2%.

- 4) Registou-se, durante 200 dias úteis, o número de veículos que chegam a uma portagem entre as 9h00 e as 9h05. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Nº de veículos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	> 9
Nº de ocorrências	4	9	34	34	50	25	20	18	4	2	0

Ajuste, ao nível de 1%, a distribuição que lhe pareça adequada.

- 5) Na tabela seguinte registou-se a quantidade de água presente em cada fatia de 100 g, tendo sido analisadas 80 fatias.

Quantidade de água (g)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
Nº de fatias	35	21	14	4	1

Ajuste a distribuição que julgar conveniente, verificando se é aceitável ao nível de 2%.

- 6) Na tabela seguinte está registado o tempo de vida (10^2 horas) de 60 sensores de ultra-sons, ensaiados em condições de carga limite:

Duração	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
Nº de sensores	30	16	8	5	1

Ajuste a distribuição que julgar conveniente, verificando se é aceitável ao nível de 5%.

- 7) Registou-se o tempo que determinado comboio demora a realizar um percurso ao longo de 45 dias, tendo-se obtido os dados indicados na tabela seguinte:

Tempo (min)	Número de viagens
62 - 66	2
66 - 70	6
70 - 74	12
74 - 78	14
78 - 82	8
82 - 86	3

- a) Ajuste uma distribuição adequada aos dados obtidos, analisando a sua aceitação ao nível de 5%.
- b) Determine um intervalo de confiança de 98% para o valor médio do tempo do percurso.

- 8) Numa inspeção alimentar foi analisada a quantidade de corantes presente por cada 100 ml de uma dada bebida. Os dados registados para 55 bebidas foram os seguintes:

Quantidade (ml)	Número de bebidas
7,2 - 7,6	2
7,6 - 8,0	7
8,0 - 8,4	18
8,4 - 8,8	15
8,8 - 9,2	9
9,2 - 9,6	4

Ajuste uma distribuição adequada aos dados obtidos, analisando a sua aceitação ao nível de 5%.

- 9) O director de produção de uma fábrica de vestuário para gente jovem suspeita que o mercado para os seus produtos está a mudar. Em anos anteriores verificou-se a seguinte distribuição de compradores por idades:

% de compradores	Idade (X)
14	$X < 16$
38	$16 \leq X \leq 20$
26	$21 \leq X \leq 25$

Uma amostra de recentes compradores, recolhida ao acaso, indicou a seguinte distribuição:

Nº de compradores	Idade (X)
22	$X < 16$
62	$16 \leq X \leq 20$
60	$21 \leq X \leq 25$
56	$X > 25$

Teste ao nível de 5% a hipótese que interessa considerar de forma a que a conclusão seja clara e significativa para o director.

- 10) Suspeita-se que um dado usado numa sala de jogos está viciado. Para o comprovar ao nível de 1%, efectuaram-se 120 lançamentos com o dado, obtendo-se os seguintes resultados:

Face obtida	1	2	3	4	5	6
Nº de ocorrências	24	22	21	19	18	16

O dado está viciado?

Soluções

- 1 $\chi^2 = 1,51 < 9,488$
- 2 $\chi^2 = 5,99 < 7,815$
- 3 $\chi^2 = 0,82 < 5,412$
- 4 $\chi^2 = 11,79 < 16,812$
- 5 $\chi^2 = 4,52$
- 6 $\chi^2 = 0,42 < 5,99$
- 7 a) $0,040 < 3,841$ b) $[72,87, 76,33]$
- 8 $\chi^2 = 0,596 < 5,991$
- 9 $\chi^2 = 8,36 < 7,815 \Rightarrow$ O mercado está a mudar
- 10 $\chi^2 = 2,1 < 11,070 \Rightarrow$ O dado não está viciado