Ficha. TP2

Casio fx-9860 GII

1. $X \sim Bi(15; 0.2)$

a) $P(X=6) \approx$ BinomialPD $(6, 15, 0.2)$
$\approx 4{,}3\%$

b) $P(X<6) = P(X \leq 5) =$ BinomialCD$(5, 15, 0.2)$
$\approx 93{,}8\%$

c) $P(X \leq 8) =$ BinomialCD$(8, 15, 0.2)$
$= 99{,}9\%$

d) $P(6 < X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 6)$

$=$ BinomialCD$(12, 15, 0.2)$ $-$ BinomialCD$(6, 15, 0.2)$
$\approx 1{,}8\%$

e) $P(6 \leq X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 5)$
$=$ BinomialCD$(11, 15, 0.2)$ $-$ BinomialCD$(5, 15, 0.2)$
$= 6{,}1\%$

f) $P(\mu - \delta < X \leq \mu + \delta) = P(X \leq \mu+\delta) - P(X \leq \mu - \delta)$

$\mu = n \times p = 15 \times 0{,}2 = 3$

$\delta = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{15 \times 0{,}2 \times 0{,}8} \approx 1{,}55$

c.a $\mu - \delta = 3 - 1{,}55 = 1{,}45$
$\mu + \delta = 3 + 1{,}55 = 4{,}55$

$P(X \leq 4{,}55) - P(X \leq 1{,}45) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$

BinomialCD$(4, 15, 0.2)$ $-$ BinomialCD$(1, 15, 0.2)$

$= 66{,}86\%$

g) $P(X \leq \mu - 2\delta)$ ca $\mu - 2\delta = 3 - 2 \times 1.55$
$= -0{,}1$

$P(X \leq 0) = 0$

h) BinomialPD $(3, 15, 0.2) = 25\%$

BinomialPC $(15, 15, 0.2) = 3.27 \times 10^{-11}$

o mais provavel é quando x é igual a média
o menos quando é 15, pois é quase impossivel
ter sucesso nas 15 tentativas, sendo a probabilidade
de 20%

2.

x - "sair dama" $P(X) = \frac{4}{40} = 0{,}1$

i) Sair dama num baralho são provas bernoulli
ii) as extracções são independentes, tem reposição
iii) A probabilidade de sair dama em todas as experiências é igual.

X - v.a probabilidade de sair dama em tres experiencias repetidas.

a) $X \sim B_i(3, 0{,}1) \Rightarrow \mu = 0{,}3 \; ; \; \delta = 0{,}5196$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0)$
$= 1 - \text{BinomialCD}(0, 3, 0.1)$
$= 0{,}271$
$\simeq 27{,}1\,\%$

b) $P(X \geq 1) > 0{,}6 \Rightarrow 1 - P(X \leq 0) < 0{,}4$

* only by trial em calculator until satisfies the premise

$P(X \leq 0) < 0{,}4$

$\text{BinomialCD}(0, 8, 0{,}1) = 0{,}4304 > 0{,}4$
$\text{BinomialCD}(0, 9, 0.1) = 0{,}3874 < 0{,}4$

Fronteira entre 8 e 9 logo é $\underline{\underline{9}}$

3.

x - "Probabilidade de ficar bem no exame"
$P(x) = 0{,}5$

i) provas bernoulli
ii) independentes
iii) a probabilidade é igual em todas as experiencias.

X - "nº de exames em 3 em que o aluno fica bem"

$X \sim B_i(3, 0{,}5) \Rightarrow \mu = 1{,}5 ; \delta \simeq 0{,}8660$

a) $P(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0)$

$= 1 - \text{BinomialCD}(0, 3, 0{,}5)$
$= 0{,}875 \Rightarrow 87{,}5\,\%$

b) $P(X = 1) = \text{BinomialPD}(1, 3, 0.5)$
$= 0{,}375 \Rightarrow 37{,}5\,\%$

ficha TP2

4. i) provas Bernoulli, only two outcomes
ii) independentes
iii) Probabilidade constante.

X - " Probabilidade de ter latas mal cheias de 8 "

Y - " Probabilidade de ter latas cheias de 8 "

$X_{malcheia} \sim B_i(8, 0.1) \to \mu = 0,8 \; ; \; \delta = 0,8485$

$Y_{cheias} \sim B_i(8, 0.9) \to \mu = 7,2 \; ; \; \delta = 0,8485$

a) $P_Y(Y = 8) = \text{BinomialPC}(8, 8, 0.9) = 0,9^8$
$\cong 0,4304$

b) $P_X(X \geq 1) = 1 - P(X \leq 0)$
$= 1 - \text{BinomialCD}(0, 8, 0.1)$
$= 0,56953$

c)

C - " Probabilidade de 6 clientes obterem pelo menos uma lata mal "cheia" de 8 latas "

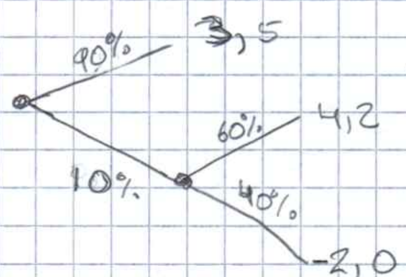
$P(X \geq 1) = 0,56953$

$C \sim B_i(6, 0,56953)$

$P(C = 1) = \text{BinomialPD}(1, 6, 0,56953)$

$= 0,0505105$

d)



$E_{x_i f_i} = 0,9 \times 3,5 + 0,1 \times 0,6 \times 4,2 + 0,1 \times 0,4 \times (-2)$

$= 3,322$

5. X – "Numero de clientes que aparecem na clinica diarios"

$X \sim P_o(\mu)$ $\mu \neq p$ ratoeira

$P(X = 0) = 0{,}06$

$e^{-\mu} \cdot \frac{\mu^0}{0!} = 0{,}06$

$e^{-\mu} = 0{,}06$

$-\mu = \ln(0{,}06)$

$\mu = 2{,}8$

$\therefore X \sim P_o(2{,}8) \rightarrow \delta\ \sqrt{2{,}8}$

a) i) PoissonPD (2, 2.8) $= 0{,}2383 = P(X=2)$

ii) $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$

$= 1 -$ PoissonCD(2, 2.8)

$= 0{,}5305$

iii) $P(2 < X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 2)$

= PoissonCD (6, 2.8) − PoissonCD (2, 2.8)

$= 0{,}5061$

iv) $P(X < 6) = P(X \leq 5)$

= PoissonCD(5, 2.8)

$\simeq 0{,}9348$

b)

$E(X) = 2.8$

$E(KX) = K\,E(X)$

$V(KX) = K^2\,V(X)$

$\therefore E(X) = 2.8 \Rightarrow E(2X) = 2 \times 2.8$

$\mu = 5.6$

$2X \sim P_o(5.6)$

$P(\sum_{i=1}^{2} X = 6)$ = PoissonPD (6, 5.6) $\simeq 0{,}15839$

c) $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$

$= 1 -$ PoissonCD (4, 2.8)

$\simeq 0{,}1523$

Binomial pq
i) bernoulli
ii) independentes
iii) probabilidade igual em todas as experiencias.

Y – "V.a ter mais de quatro clientes durante 10 Dias"

ficha TP2

5)

c) $Y \sim Bi\,(10,\ P(X>4))$

$Y \sim Bi\,(10,\ 0{,}1523) \Rightarrow \mu = 1{,}523;\ \delta = \sqrt{1{,}291}$

$$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y \leq 2)$$
$$\cong 1 - \text{BinomialCD}(2, 10, 0{,}1523)$$
$$\cong 0{,}18581$$
$$\cong 1 - \text{BinomialCD}(2, 10, 0.15)$$
$$= 0{,}1798$$

6. X – "v.a número de doentes que chegam a uma clínica"

Y – "v.a número de doentes que não pagam a consulta"

$X \sim Po\,(\mu)$

$Y \sim Bi\,(n, p)$

a)

$P(X < 8) = 0{,}8$

$P(X \leq 7) = 0{,}8 \Rightarrow \mu = 5.6$

$\boxed{x = 7 \quad p = 0{,}8}$ → obrigado a ir à tabela fonix!!

Distribuição de Poisson Somada

$x = 7 \quad p = 0.8 \Rightarrow 0{,}7970 \Rightarrow \boxed{\begin{matrix}\mu \\ 5{,}6\end{matrix}}$

$\therefore\ X \sim Po\,(5{,}6) \Rightarrow \delta = \sqrt{5{,}6}$

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$$
$$= 1 - \text{PoissonCD}(4,\ 5{,}6)$$
$$= 0{,}6578$$

b) $Y \sim Bi\,(n, p)$

se $n = 8 \Rightarrow P(Y \geq 1) = 0{,}37$ → obrigado a ir à tabela!!

se $n = 20$ determine $P(2 \leq Y \leq 4)$.

6. b) se $n=8 \Rightarrow P(Y \geq 1) = 0{,}37$

se $n=20$ determina $P(2 \leq Y \leq 4)$

$$Y \sim B_i(n, p)$$

$P(Y \geq 1) = 0{,}37$

$1 - P(Y \leq 0) = 0{,}37$

$P(Y \leq 0) = 1 - 0{,}37$ → TABELA $\Rightarrow p = 0.05$

$= 0{,}63$

$\therefore \; Y \sim B_i(20, 0.05)$

$P(2 \leq Y \leq 4) =$

$P(Y \leq 4) - P(Y \leq 1) =$

BinomialCD(4, 20, 0.05) − BinomialCD(1, 20, 0.05)

$= 0{,}2615$

7. Distribuição Binomial

i) Bernoulli
ii) Experiências independentes
iii) A probabilidade do acontecimento é constante em todas as experiências

$p = 0{,}5$ X - "va nº de vezes apanha sena foros verdes"

a)

$$X \sim B_i(n, 0.5)$$

$$X \sim B_i(n, 0.5)$$

$P(X=n) = 0{,}25 \Rightarrow p^n = 0{,}25$

Caso notável da Binomial

$$\boxed{P(X=n) = p_i \Rightarrow p^n = p_i}$$

p_i percentagem de sucesso total.

$\therefore \; 0{,}5^n = 0{,}25 \Rightarrow n = 2$

saber interpretar o significado das equações em contexto.

7. b) X - "passar nos semáforos sem parar"

$P(X) = 0{,}25$

X - v.a número de vezes que passa sem parar"

$X \sim B_i(10, 0{,}25)$

$P(X=3) = \text{BinomialPD}(3, 10, 0.25)$
$\cong 0{,}2502$

8. 5 casos de meningite por ano.
Distribuições de Poisson

X - "v.a nº de casos que chegam ao hospital com meningite anualmente"

$\mu = 5$

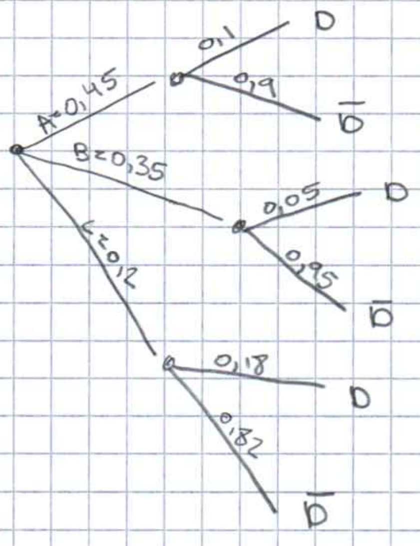
$X \sim P_0(5)$

a) $P(X=1) = \text{PoissonPD}(1, 5)$
$\cong 0{,}03368$

b) $P(X>4) = 1 - P(X \leq 4)$
$= 1 - \text{PoissonCDC}$
$= 0.5595$

ficha TP2

9. X " v.a número de peças defeituosas retiradas dum lote "



a) se $n=10$ $\quad P(X>5) = ?$

$$P = 0,45 \times 0,1 + 0,35 \times 0,05 + 0,2 \times 0,18$$
$$= 0,0985$$

$\therefore \quad X \sim B_i\,(10,\ 0,0985)$

$$P(X>5) = 1 - P(X \leq 5)$$
$$= 1 - \text{BinomialCD}(5, 10, 0,0985)$$
$$\cong 0,0001349$$

b) $P_A = 0,45 \times 0,1 = 0,045 \rightarrow n=10$

$P_B = 0,35 \times 0,05 = 0,0175 \rightarrow n=20$

$$P(X>2) = 1 - P(X \leq 2)$$
$$= 1 - \text{BinomialCD}\ (2, 10, 0,045)\ \text{A}$$
$$\cong 0,00861$$
$$= 1 - \text{BinomialCD}\ (2, 20, 0,0175)\ \text{B}$$
$$\cong 0,00488$$

B < A $\quad$ B tem menos probabilidade de produzir mais do que duas peças defeituosas.

9. c) $n = 20$ $p = 0,0985$

$X \sim Bi\,(20,\ 0,0985)$

$P(X < 2) = P(X \leq 1)$

$= \text{BinomialCD}(1,\ 20,\ 0.0985)$

$\cong 0.400$

$P(2 \leq X \leq 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$

$= \text{BinomialCD}(4, 20, 0.0985) - \text{BinomialCD}(1, 20, 0.0985)$

$\cong 0,56$

$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$

$= 1 - \text{BinomialCD}(4, 20, 0.0985)$

$\cong 0,041$

$f(x_i)$	x_i
0,4	5
0,56	2,5
0,041	0,5

Media $= 3,4205$

$V(X) = 1,81$

$\sigma = 1,3455$

logo $3,4205 \times 500 = 1710.25$ EUR