



Departamento de Engenharia Electrotécnica
Instituto Superior de Engenharia do Porto

TESIS

Teoria dos Sistemas

Análise de Sistemas no Domínio das Frequências

–

Exercícios Propostos e Soluções

Ano Lectivo: 2007/2008

1. Esboce os diagramas de Bode, de amplitude e fase, dos sistemas representados pelas seguintes Funções de Transferência:

a) $G(s) = \frac{5}{s+5}$

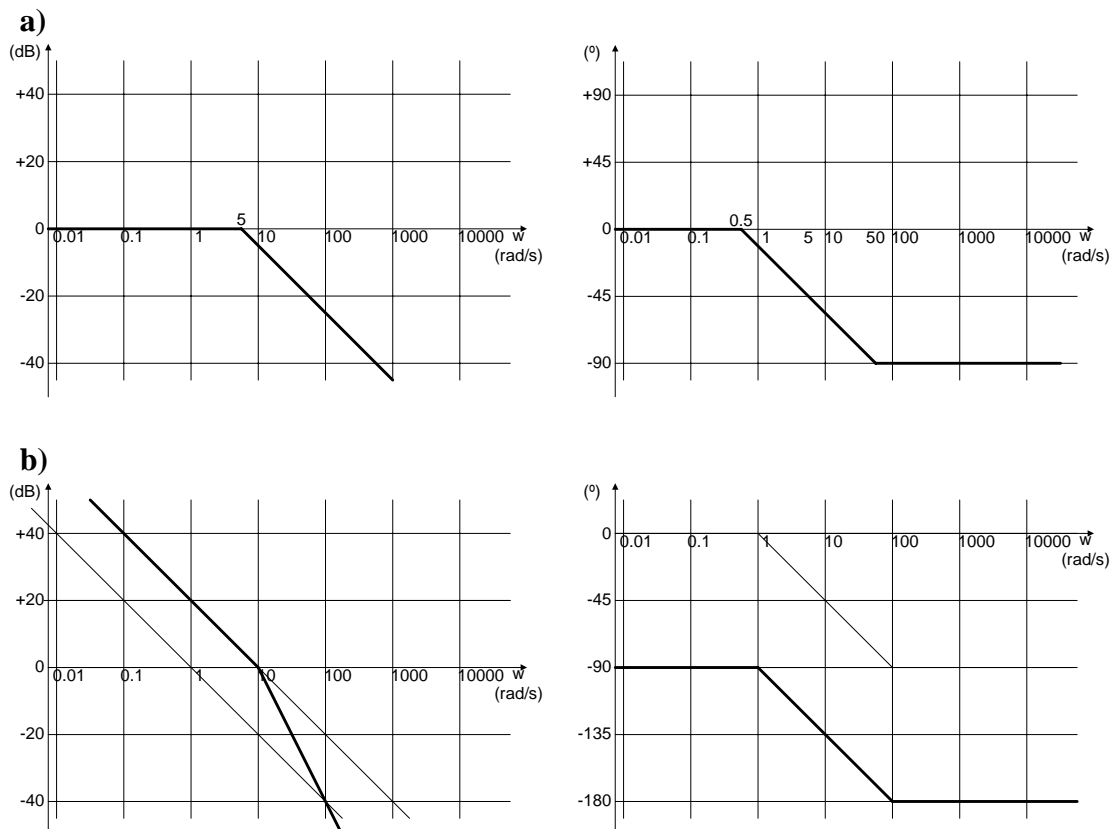
b) $G(s) = \frac{100}{s(s+10)}$

c) $G(s) = \frac{2000(s+0,5)}{s(s+10)(s+50)}$

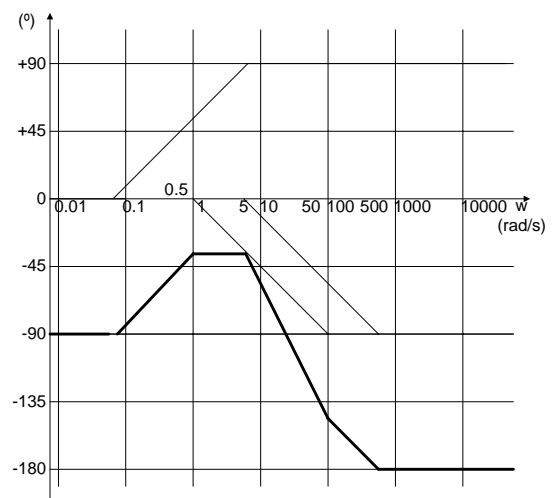
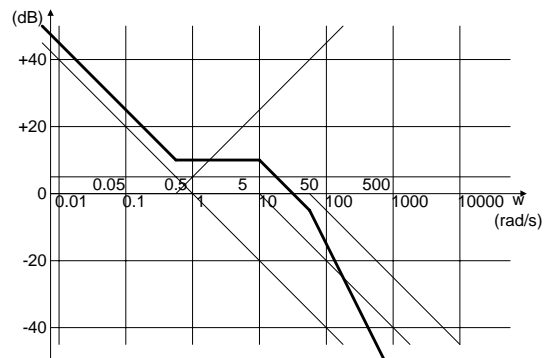
d) $G(s) = \frac{10}{s(s^2 + 0,4s + 4)}$

e) $G(s) = \frac{50}{s^2(s+5)}$

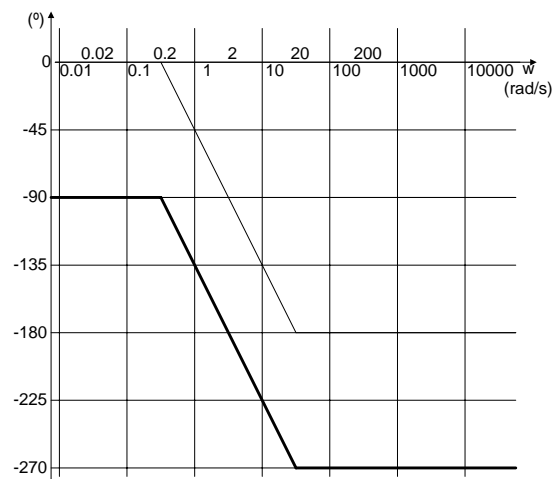
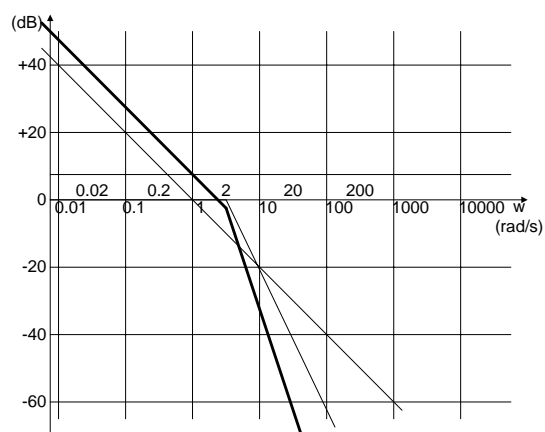
Solução:



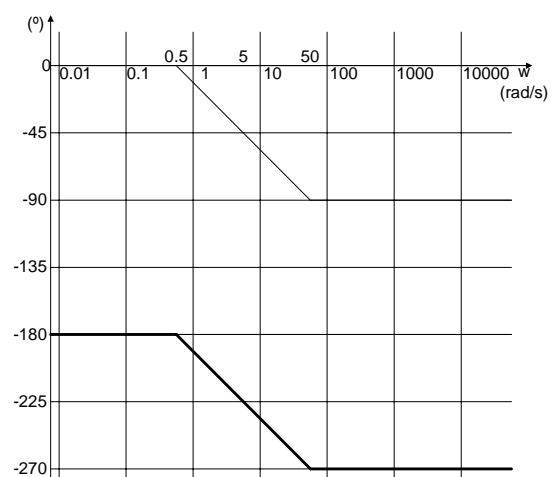
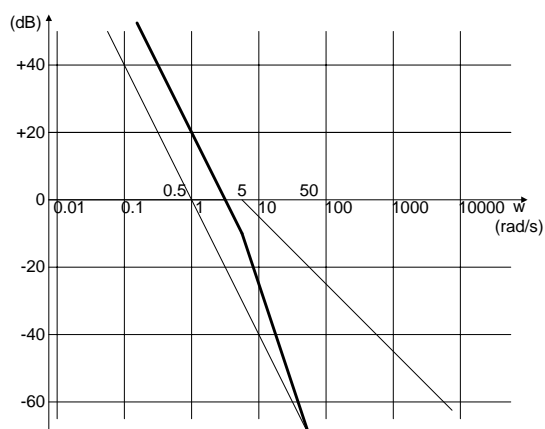
c)



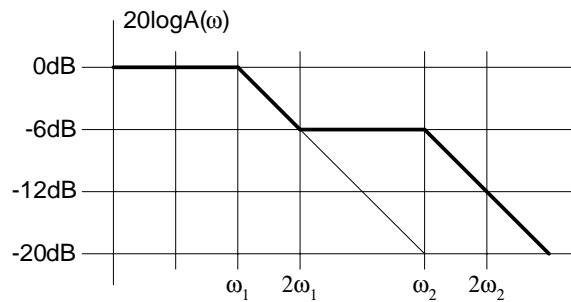
d)



e)



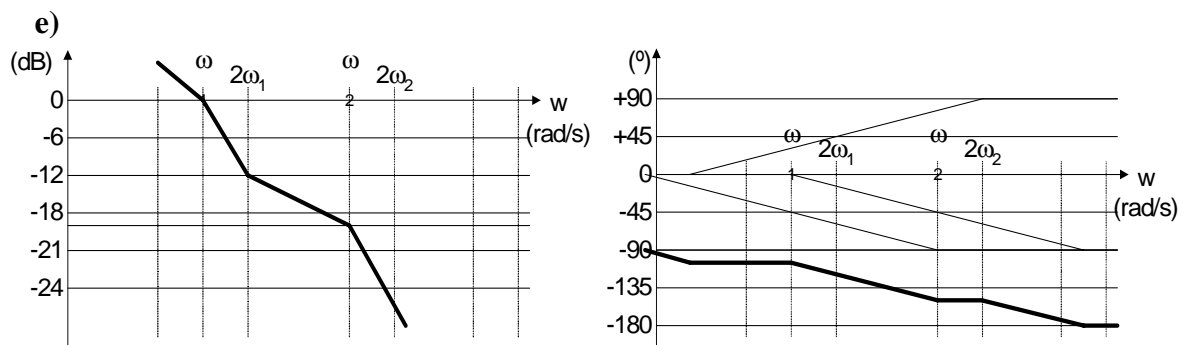
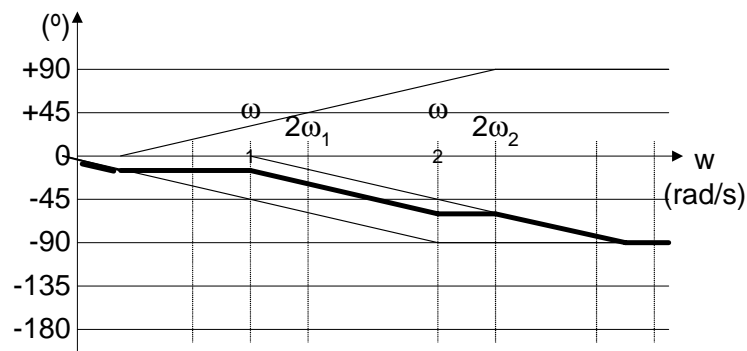
2. Considere o seguinte traçado assintótico de amplitudes:



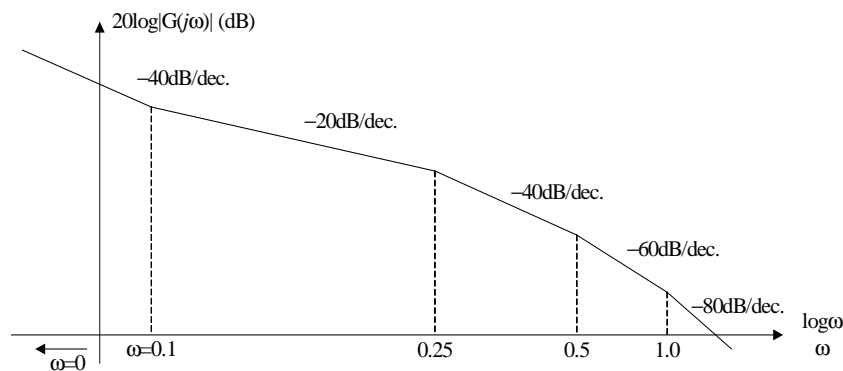
- Relacione ω_1 e ω_2 .
- Qual o valor da amplitude à frequência $2\omega_2$?
- Quantos pólos e zeros possui o sistema? Obtenha a Função de Transferência.
- Faça o esboço das fases.
- Desenhe os traçados de Bode que se obtêm se se acrescentar um pólo na origem ao sistema.

Solução:

- $\omega_2 = 10 \omega_1$;
- $A(2\omega_2) = 0,251$;
- O sistema possui 2 pólos e um zero, e $G(s) = 5 \cdot \omega_1 \cdot \frac{s + 2\omega_1}{(s + \omega_1) \cdot (s + \omega_2)}$;
-



3. Seja:



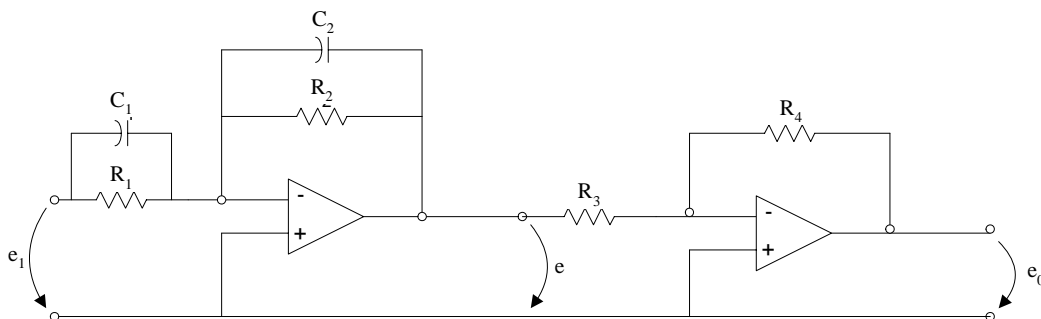
- Quantos pólos e zeros tem o sistema?
- Determinar a expressão analítica da Função de Transferência.

Solução:

- O sistema apresentado tem cinco pólos e um zero.

$$b) \quad G(s) = \frac{1,25 \cdot (s + 0,1)}{s^2 \cdot (s + 0,25) \cdot (s + 0,5) \cdot (s + 1)}$$

4. Considere o circuito electrónico representado na figura seguinte:



- Esboce os traçados assintóticos de Bode, de amplitude e fase, deste sistema, sendo a sua Função de Transferência a seguinte:

$$\frac{E_o(s)}{E_1(s)} = \frac{R_4 \cdot R_2}{R_3 \cdot R_1} \cdot \frac{sR_1C_1 + 1}{sR_2C_2 + 1}$$

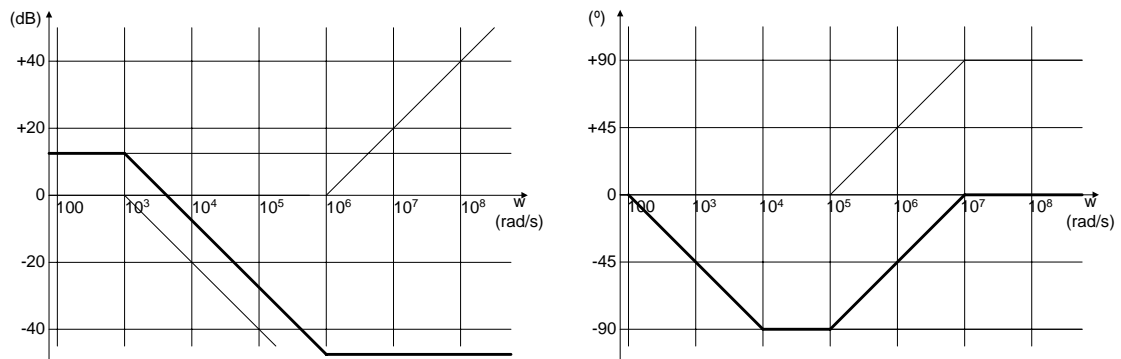
Considere:

$$R_1, R_3 = 1 \text{ K}\Omega$$

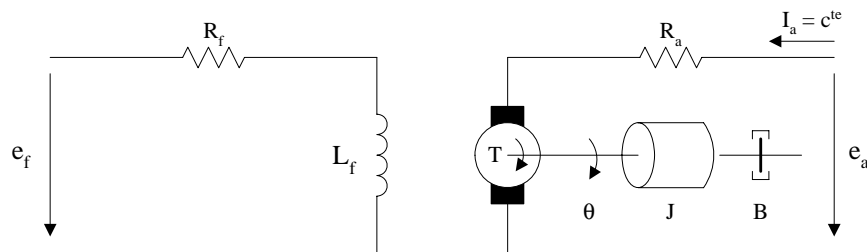
$$R_2, R_4 = 2 \text{ K}\Omega$$

$$C_1 = 1 \text{ nF}$$

$$C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

Solução:

5. Considere o seguinte modelo do motor DC controlado pelo campo:



A função de Transferência deste motor é dada por:

$$\frac{\theta(s)}{E_f(s)} = \frac{k_2}{s(L_f s + R_f)(Js + B)}$$

a) Esboce os diagramas assintóticos de Bode, de amplitude e fase, do sistema, para a situação em que:

$$k_2 = 0,05 \text{ N m A}^{-1}$$

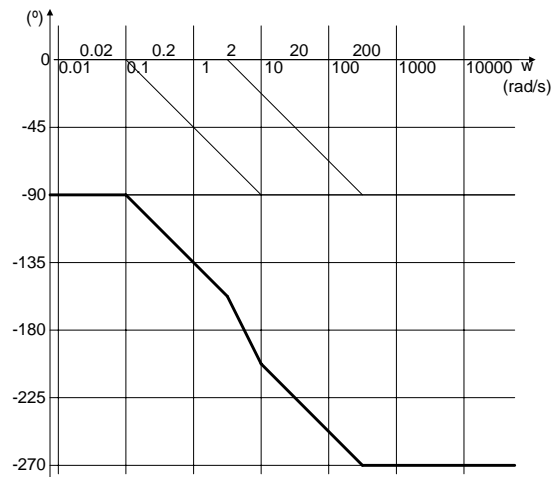
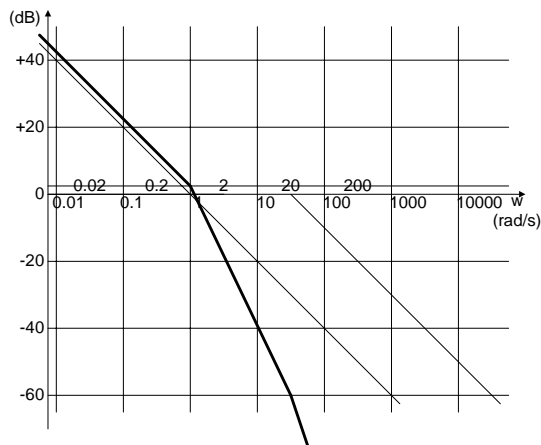
$$L_f = 0,1 \text{ H}$$

$$R_f = 2 \Omega$$

$$J = 0,02 \text{ Kg m}^2$$

$$B = 0,02 \text{ Kg m rad}^{-1} \text{ s}$$

b) Qual será a resposta deste circuito ao seguinte sinal de entrada: $e_f(t) = 24 \sin(100 \pi t)$.

Solução:**a)**

b) $\theta(t) = 24 \times 8 \times 10^{-7} \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 1,5)$

6. Considere o sistema:

$$GH(s) = \frac{ke^{-Ts}}{s(s+1)(s+2)}$$

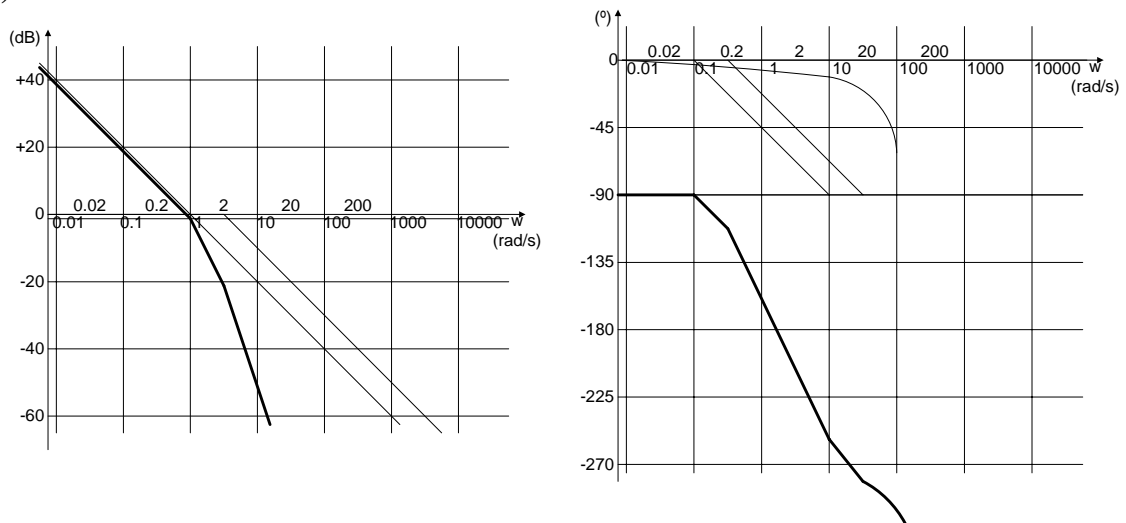
a) Faça $T = 0$ e calcule k de modo que:

i) $MG = 15,6 \text{ dB}$

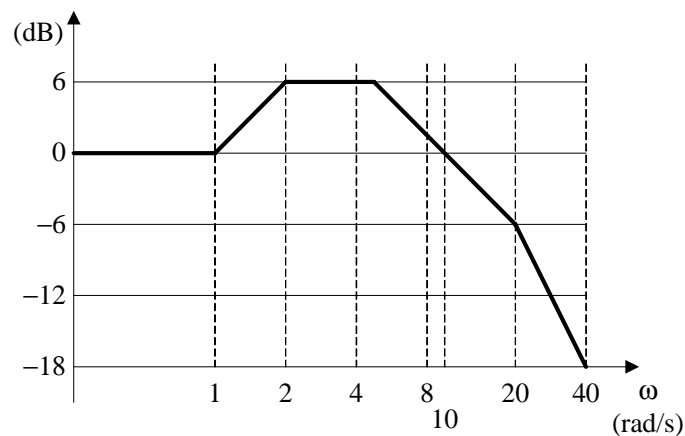
ii) $MF = 25^\circ$

b) Com o ganho obtido em a) ii) calcule o valor do atraso máximo que mantém o sistema estável.**c)** Esboce os traçados de Bode (assimptóticos) desta situação.**Solução:****a)** Para $MG = 15,6 \text{ dB}$ temos $K = 0,9958$;Para $MF = 25^\circ$ temos $K = 1,934$.**b)** $T = 0,498 \text{ seg}$.

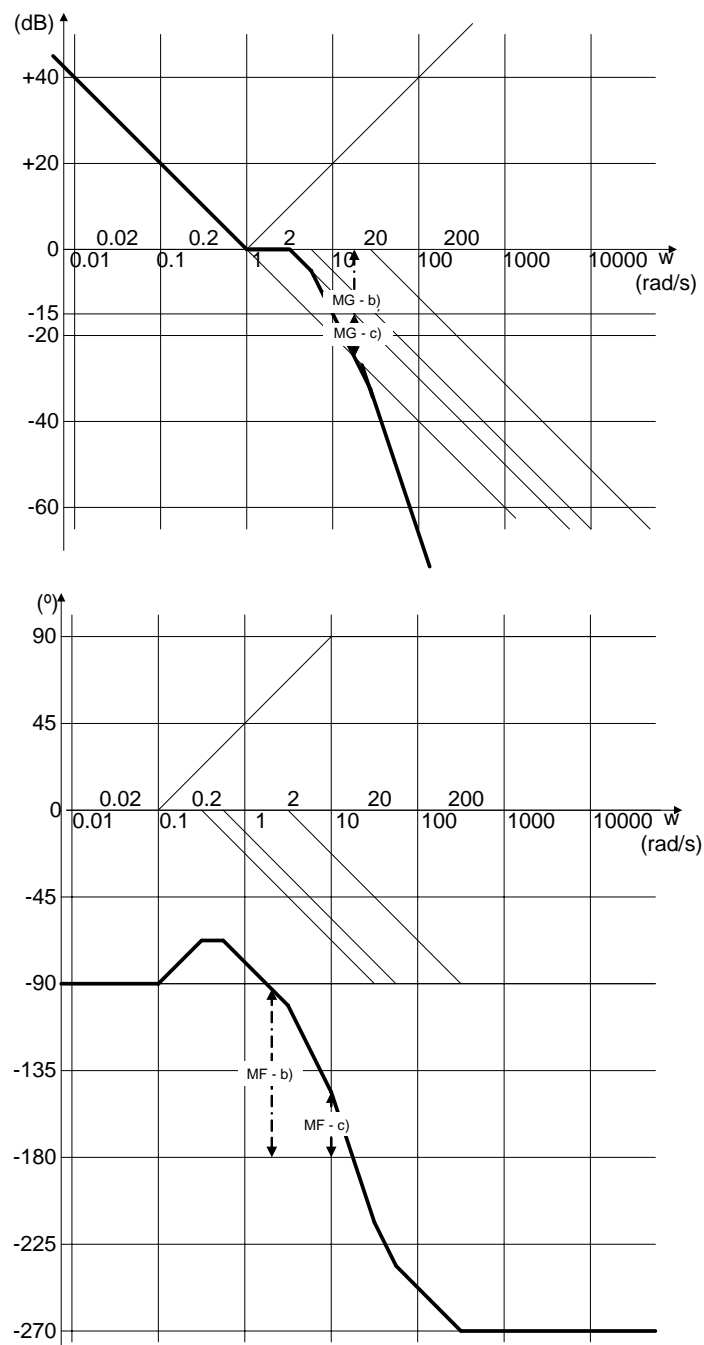
c)



7. Considere o seguinte traçado assintótico de Bode das amplitudes:



- Esboce os traçados assintóticos de Bode (amplitude e fase) quando se acrescenta um pólo na origem.
- Indique nos traçados esboçados na alínea anterior a Margem de Ganho e a Margem de Fase.
- Aumente o ganho de 15 dB. Verifique o efeito na estabilidade do sistema.
- Qual a Função de Transferência do sistema para a situação apresentada na alínea anterior?

Solução:**a)****b)** Ver os traçados assintóticos de Bode.**c)** Ver os traçados assintóticos de Bode.

d)
$$G(s) = \frac{5,6 \times 200(s+1)}{s(s+2)(s+5)(s+20)}$$

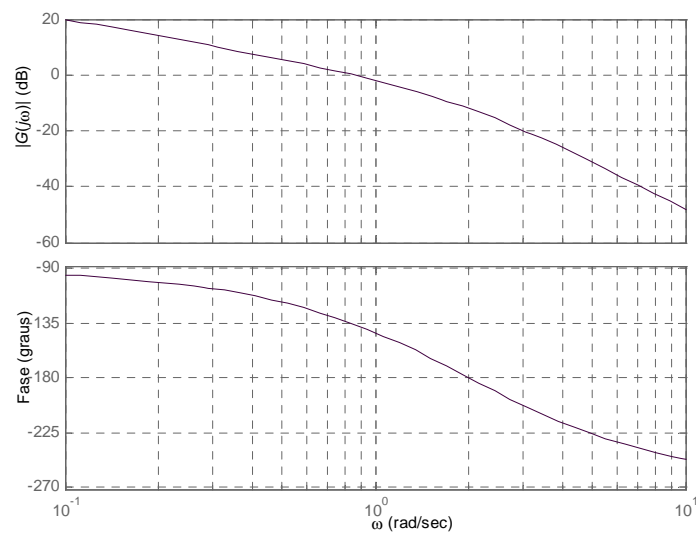
8. Considere:

$$G(s) = \frac{1}{s \left(1 + \frac{s}{2}\right)^2}$$

- Efectue a representação assintótica de Bode.
- Calcule MG e MF.

Solução:

a)



- MG = 12.04 dB e MF = 37°.

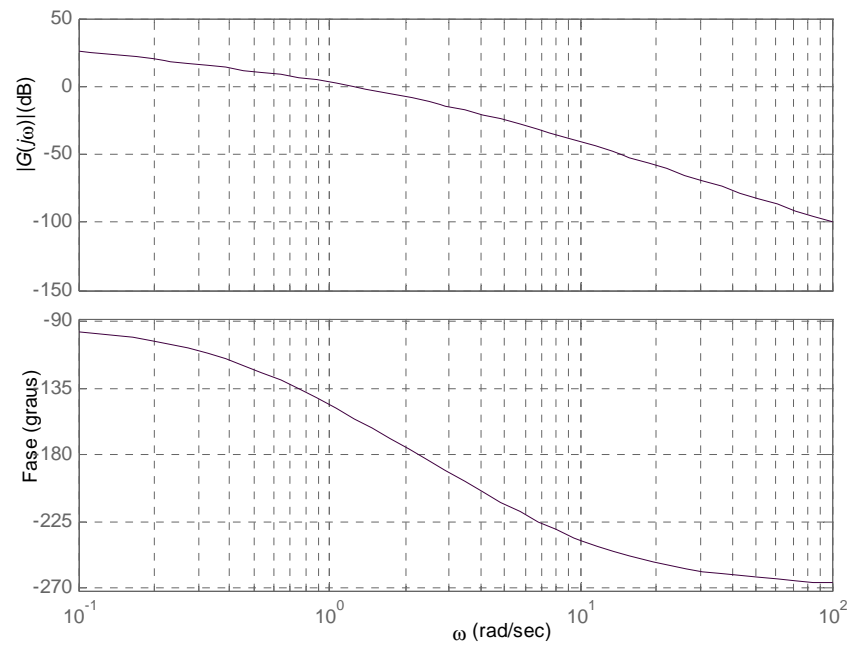
9. Considere:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+5)}$$

- Efectue a representação assintótica de Bode.
- Verifique a estabilidade do sistema.

Solução:

a)



b) $MG = 9.3\text{dB}$ e $MF = 19,6^\circ$, logo o sistema é estável.