ISEP, LEEC, Teoria dos Sistemas, 11-Jul-2015

Época Normal. Todas as perguntas da parte 1 (escolha múltipla) devem ser respondidas unicamente na folha de respostas. Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas. O teste é sem consulta. Duração total da prova: 2:00

---

1. Considere o diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na fig. 1. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, $R(s)=\mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s)=\mathcal{L}[y(t)]$, respectivamente, as transformadas de Laplace do sinais de entrada e de saída, e sejam $G_i(s)$, $i=1,\cdots,6$, funções de transferência. A função de transferência $\frac{Y(s)}{R(s)}$ vem:

(a) $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2G_3G_5\left(G_4+\frac{1}{G_2G_3}\right)}$ ✔

(b) $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2G_3G_5(G_4+1)}$

(c) $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2G_3G_4G_5\left(1+\frac{1}{G_2G_3}\right)}$

(d) Outro resultado

2. Considere o sistema hidráulico representado na Fig. 2. Os símbolos A, R, q e h representam, respectivamente, áreas dos reservatórios, resistências hidráulicas, caudal e altura. O correspondente modelo matemático vem:

(a) A) $q_i=A_1\dot{h}_1+q_1$, $h_1=R_1q_1$, $q_1=A_2\dot{h}_2-q_1+q_2$, $h_2-h_1=R_2q_2$, $q_2=A_3\dot{h}_3+q_0$, $h_3=R_3q_0$

(b) B) $q_i=A_1\dot{h}_1+q_1$, $h_1-h_2=R_1q_1$, $q_1=A_2\dot{h}_2+q_2$, $h_2=R_2q_2$, $q_2=A_3\dot{h}_3+q_0$, $h_3=R_3q_0$ ✔

(c) A) $q_i=A_1\dot{h}_1-q_1$, $h_1=R_1q_1$, $q_1=A_2\dot{h}_2-q_2$, $h_1-h_2=R_2q_2$, $q_2=A_3\dot{h}_3+q_0$, $h_2-h_3=R_3q_0$

(d) Outro resultado

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem descrito pela função de transferência $\frac{C(s)}{U(s)}=\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ e um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s)=\mathcal{L}[u(t)]$, $C(s)=\mathcal{L}[c(t)]$. Na resposta temporal obtém-se um tempo de pico $t_p=1$, um valor do pico $c(t_p)=0.5$ e um valor em regime permanente $c_{ss}=0.3$. Assim, pode concluir-se que:

(a) $\zeta=0.239$, $\omega_n=4.102$ (b) $\zeta=0.128$, $\omega_n=3.168$ ✔ (c) $\zeta=0.098$, $\omega_n=1.988$ (d) Outro resultado

4. Considere a resposta temporal em regime permanente (steady-state) de um sistema em malha fechada. A função de transferência na malha directa é dada por $G(s)=\frac{2}{s^2+2s+9}$ e a realimentação é unitária $H(s)=1$. Considere um sinal de entrada $r(t)=t$, $t\geq 0$, em rampa unitária. Seja o erro da resposta temporal do sistema em malha fechada dado por $e(t)=r(t)-c(t)$. Então, o erro em regime permanente (steady-state) e_{ss} à rampa unitária vem:

(a) $e_{ss}=0$ (b) $e_{ss}\to\infty$ ✔ (c) $e_{ss}=1$ (d) Outro resultado

5. Considere um sistema com função de transferência em malha aberta $G(s)=K\frac{(s+3)(s+4)}{(s+1)(s+2)}$ e o respectivo lugar de raízes directo. O ponto σ de intersecção das assimptotas no eixo real (centróide) vem:

(a) $\sigma=-2.5$ (b) $\sigma=-5.5$ (c) $\sigma=-0.5$ (d) Outro resultado ✔

6. Considere um sistema com função de transferência $G(s)=K\frac{s+3}{s(s+2)(s^2+2s+4)}$ e o correspondente lugar de raízes directo. Então, sabe-se que o ângulo de partida θ no polo complexo vem:

(a) $\theta=-22.1$ graus (b) $\theta=-49.1$ graus ✔ (c) $\theta=-56.1$ graus (d) Outro resultado

7. Considere um sistema com função de transferência $G(s)$ cujo lugar de raízes directo se encontra representado na Fig. 3. A partir do gráfico sabe-se que:

(a) $G(s)=K\frac{s+1}{s^2(s+2)}$ ✔ (b) $G(s)=K\frac{s+1}{s^2(s+2)^2}$ (c) $G(s)=K\frac{s+1}{s^3(s+2)}$ (d) Outro resultado

8. Considere um sistema com função de transferência $G(s)=\frac{1}{s^2+2s+2}$. Então, a resposta em frequência apresenta uma frequência de ressonância ω_r e um pico $|G(j\omega_r)|$:

(a) A resposta em frequência não apresenta ressonância ✔

(b) $\omega_r=2$ rad/s, $|G(j\omega_r)|=2\,dB$

(c) $\omega_r=1$ rad/s, $|G(j\omega_r)|=1\,dB$

(d) Outro resultado

9. Considere um sistema cuja resposta em frequência (gráficos de Bode) está representada na Fig. 4, onde o ganho se encontra em décibeis e a fase em graus. A partir do gráfico sabe-se que:

(a) $G(s)=\frac{s+1}{s^2(s+2)}$ ✔ (b) $G(s)=\frac{s+1}{s^2(s+2)^2}$ (c) $G(s)=\frac{s+1}{s^3(s+2)}$ (d) Outro resultado

10. Considere um sistema com função de transferência $G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$, onde $K > 0$ representa o ganho. Obtém-se uma margem de fase de 60 graus para um ganho:

(a) $K = 10.64$ (b) $K = 13.64$ (c) $K = 12.64$ (d) Outro resultado ✔

11. Considere um sistema com função de transferência (em malha aberta) $G(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+3)}$. O sistema de controlo em malha fechada inclui ainda um algoritmo PID (Proporcional, Integral e Diferencial) e uma realimentação unitária. Pretende-se sintonizar um controlador PID através do método de Ziegler-Nichols closed-loop. Então, os parâmetros K (ganho proporcional), T_i (constante de tempo integral) e T_d (constante de tempo diferencial) vêm dados por:

(a) $K = 14$, $T_i = 0.883$, $T_d = 0.121$
(b) $K = 16$, $T_i = 1.083$, $T_d = 0.221$
(c) $K = 18$, $T_i = 1.283$, $T_d = 0.321$ ✔
(d) Outro resultado

Aluno Nº ____________________ Nome:____ Data: _______________

Respostas:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A											
B											
C											
D											

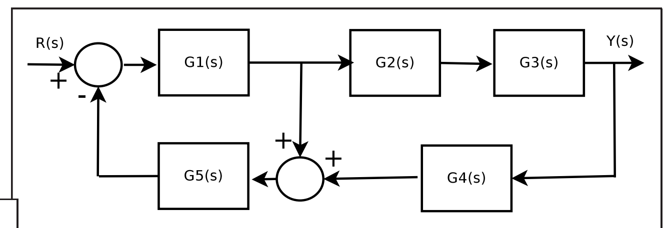


Figure 1: Diagrama de blocos

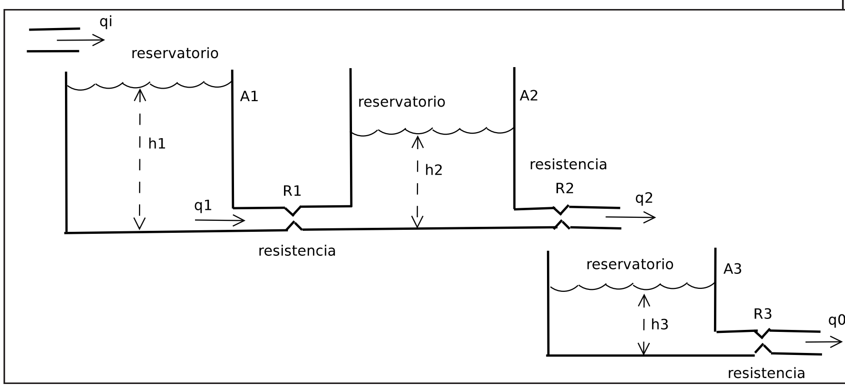


Figure 2: Sistema hidráulico

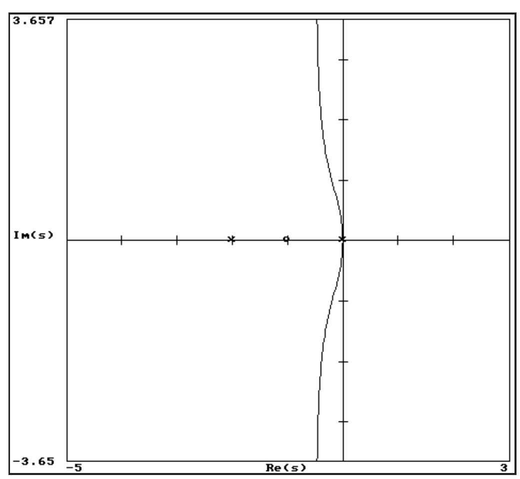


Figure 3: Lugar de raízes

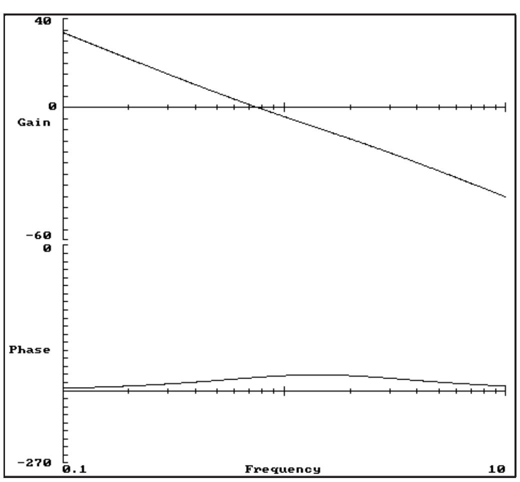
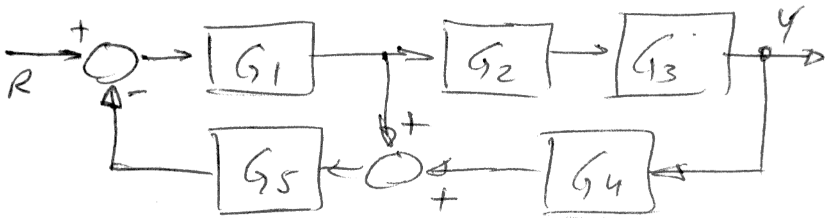
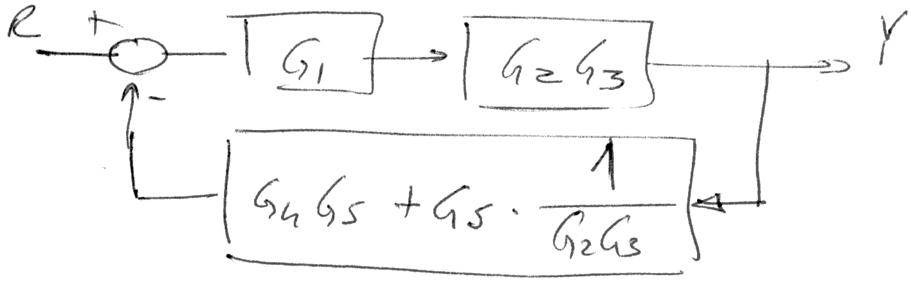


Figure 4: Resposta em frequência

LEEC, Teoria dos Sistemas, 11-Jul-2015

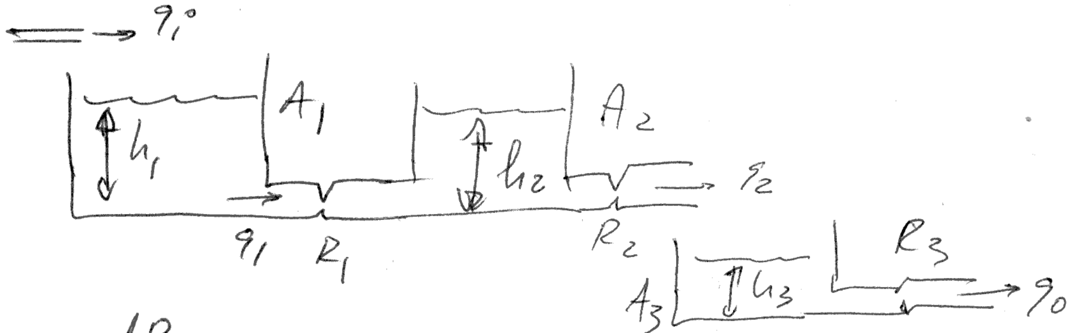
1)





$$\frac{Y}{R} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 G_3 G_5 \left(G_4 + \frac{1}{G_2 G_3}\right)}$$

2)



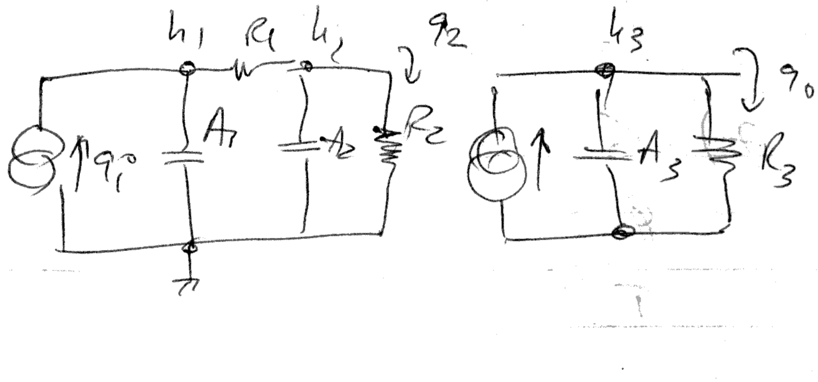
$$q_i = A_1 \frac{dh_1}{dt} + q_1 ,$$

$$\frac{h_1 - h_2}{R_1} = q_1 ,$$

$$q_1 = A_2 \frac{dh_2}{dt} + q_2 , \quad \frac{h_2}{R_2} = q_2$$

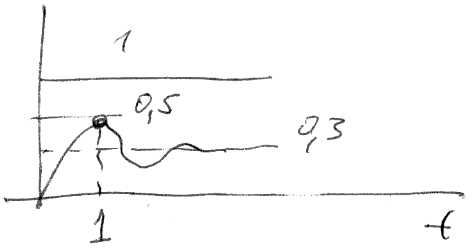
$$q_2 = A_3 \frac{dh_3}{dt} + q_0$$

$$q_0 = \frac{h_3}{R_3}$$



e

3) $\frac{C}{R} = \frac{K w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}$

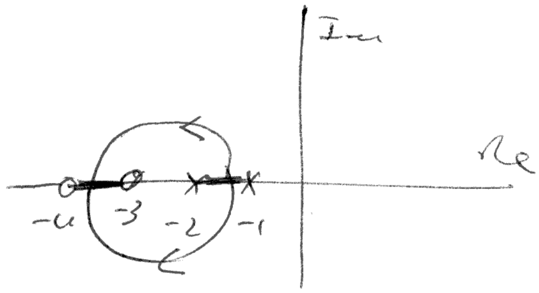


pico (convertido para steady state = 1) $= \frac{0,5}{0,3} = 1,666$

logo: $\zeta = 0,128$; $w_n = 3,168$; $K = 0,3$

4) $G(s) = \frac{2}{s^2+2s+9} \rightarrow$ sistema tipo $\emptyset \Rightarrow e_{ss} = \infty$

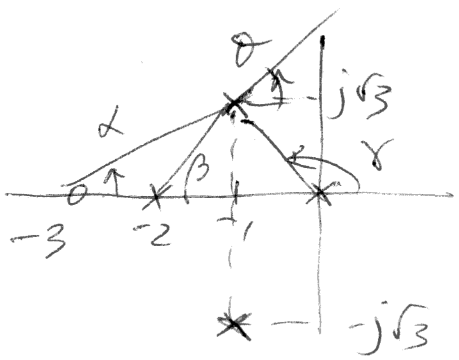
5) $G(s) = K\frac{(s+3)(s+4)}{(s+1)(s+2)}$



Não tem assimptotas
logo não há centróide.

6) $G(s) = K\frac{s+3}{s(s+2)(s^2+2s+4)}$

$s = -1 \pm j\sqrt{3}$



$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{2} = 40,9°$

$\beta = \operatorname{arctg}\sqrt{3} = 60°$

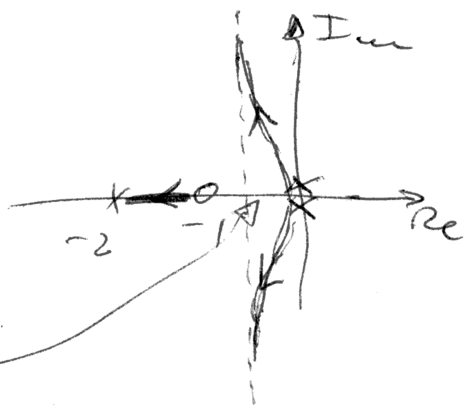
$\gamma = 180 - \operatorname{arctg}\sqrt{3} = 180-60 = 120°$

$40,9° - (90+60+120+\theta) = -180 \Leftrightarrow \theta = -49,1°$

7) $G(s) = K\frac{s+1}{s^2(s+2)}$

$\theta = \pm 90°$

$\sigma = \frac{0+0-2+1}{3-1} = -\frac{1}{2}$

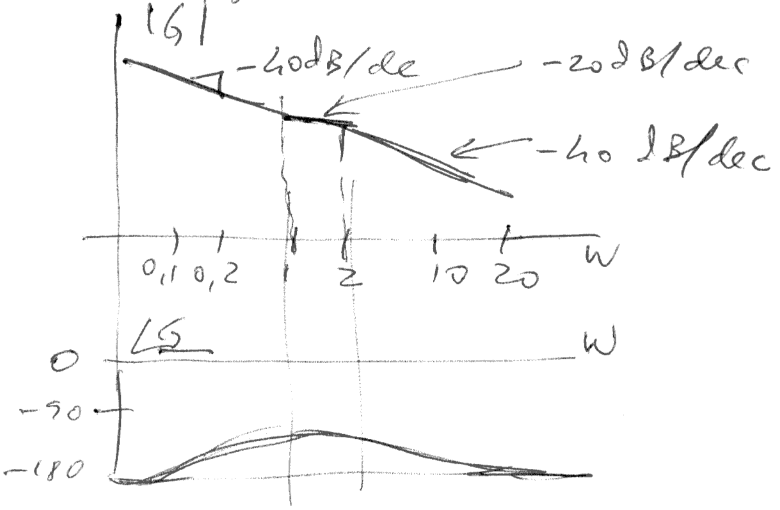


8) $G(s)=\dfrac{1}{s^2+2s+2} = \dfrac{1/2 \cdot 2}{\underbrace{s^2+2s}_{2\xi w_n}+\underbrace{2}_{w_n^2}}$

$\left| \begin{array}{l} w_n = \sqrt{2} \\ 2\xi w_n = 2 \end{array} \right| \begin{array}{l} w_n = 1,414 \\ \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \end{array}$

Não há overshoot na resposta em frequência.

9) $G(s)=\dfrac{s+1}{s^2(s+2)}$



10) $G(s)=K\dfrac{s+1}{s(s+2)(s+3)}$

$\angle G = \arctan w - \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{w}{2} + \arctan\frac{w}{3}\right)$

$\pi + \arctan w - \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{w}{2} + \arctan\frac{w}{3}\right) = \frac{\pi}{3} \rightarrow w_1 = 3,02$

$\dfrac{K}{w}\sqrt{\dfrac{w^2+1}{(w^2+2^2)(w^2+3^2)}} = 1 \Leftrightarrow K \cdot 0,068 = 1 \Leftrightarrow K = 14,64$

$\hookrightarrow W = 3,02$

11) $G(s) = \dfrac{K}{s(s+2)(s+3)} \rightarrow \dfrac{G}{1+G} \rightarrow Q(s)$

$Q(s) = s(s+2)(s+3) + K \Leftrightarrow s^3 + 5s^2 + 6s + K$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 6 \\ s^2 & 5 & K \\ s^1 & \frac{30-K}{5} & \\ s^0 & K & \end{array}$$

s^2 row $\longrightarrow 5s^2 + 30 = 0 \Leftrightarrow s = \pm j\sqrt{6} \rightarrow \sqrt{6} = \frac{2\pi}{P_u} \rightarrow P_u = 2,565.$

s^1 row $\longrightarrow K_u = 30$

logo ZN closed loop: $K=18$; $T_i=1,283$; $T_d=0,321$.