Instituto Politécnico do Porto
Instituto Superior de Engenharia
Departamento de Engenharia Electrotécnica
Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

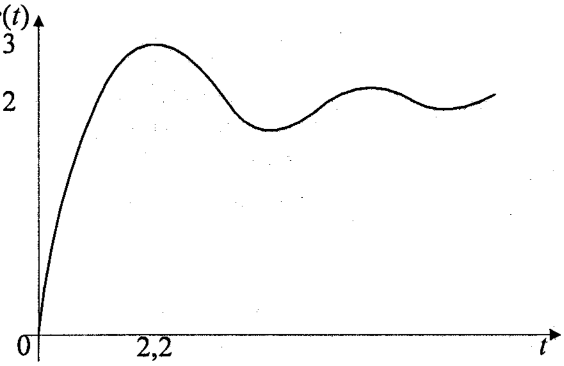
Disciplina: Teoria dos Sistemas **Turma:** __________ **Data:** 28/Maio/2009

Aluno N.º:_________ **Nome:** ____

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia sempre que o docente encarregado da vigilância da prova o solicitar

A prova é sem consulta.
Não é permitida a utilização de telemóvel.
A duração da prova é de 30 min

1. A resposta temporal $y(t)$ de um sistema de segunda ordem a um degrau unitário de entrada $r(t) = 1$ ($t \geq 0$) está representada na figura.



a) Sabendo que o valor final da resposta em regime permanente é $y(t) = 2$, calcule o valor dos parâmetros ζ e ω_n.
b) Obtenha a função de transferência deste sistema.

2. Considere a seguinte equação característica da função de transferência de um sistema.

$$s^4 + 3s^3 + Ks^2 + 9s + 8 = 0$$

Aplicando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, determine a gama de valores do parâmetro K para os quais o correspondente sistema seja estável. Justifique a sua resposta.

Formulário:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \quad t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}, \quad t_r \approx \frac{e^{\theta/\tan(\theta)}}{\omega_n}, \quad \theta = \arccos(\zeta)$$

TESIS

28 Maio 2009
(2.º Mini teste)

$t_p = 2{,}2\ seg$

$y(t) = 2 \big|_{t\to\infty}$

a) $M_p = \dfrac{V_p - V_{final}}{V_{final}} = \dfrac{3-2}{2} = \dfrac{1}{2} = 0.5$ 20%

$M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow 0.\cancel{2}5 = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Leftrightarrow -0.693 = -\dfrac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}$

$\Rightarrow 0.48(1-\xi^2) = \xi^2\pi^2 \Rightarrow 0.48 = (9.87 + 0.48)\xi^2$

$\Rightarrow \boxed{\xi = \sqrt{\dfrac{0.48}{10.35}} = 0.215}$ 40%

$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow 2{,}2 = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-0.215^2}} \Rightarrow$

$\boxed{\omega_n = \dfrac{\pi}{2{,}2 \times 0.977} = 1{,}462\ Rad/seg}$ 40%

b) $Ganho = \dfrac{V_{final}}{V_{entrada}} = \dfrac{2}{1} = 2$ 30%

c) $\dfrac{Y(s)}{R(s)} = 2 \cdot \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ 20% $= \dfrac{1{,}462^2 \times 2}{s^2 + 2 \times 0.215 \times 1{,}462\, s + 1{,}462^2}$

$= \dfrac{4.275}{s^2 + 0.629\, s + 2{,}137}$ ✓ 50%

sem K = 10%

2) $s^4 + 3s^3 + Ks^2 + 9s + 8 = 0$

Iniciar tabela 5%

$$
\begin{array}{c|ccc}
4 & 1 & K & 8 \\
3 & 3 & 9 & \\
2 & (-3+K) & 8 & \\
1 & \dfrac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)} & & \\
0 & 8 & &
\end{array}
$$

9%

$$A = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & K \\ 3 & 9 \end{vmatrix}}{3} = -\frac{(9-3K)}{3} = -3+K$$

10%

$$B = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}}{3} = -\frac{(0-3\times 8)}{3} = 8$$

9%

$$C = -\frac{\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ (-3+K) & 8 \end{vmatrix}}{(-3+K)} = -\frac{[24-(-3+K)\times 9]}{(-3+K)} = -\frac{24}{(-3+K)} + 9 = \frac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)} = \frac{-24-27+9K}{(-3+K)} = \frac{-51+9K}{-3+K}$$

5%

$$D = -\frac{\begin{vmatrix} (-3+K) & 8 \\ \frac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)} & 0 \end{vmatrix}}{\frac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)}} = -\frac{\left(0 - 8\times\left[\frac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)}\right]\right)}{\left[\frac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)}\right]} = 8$$

Justificação: 50%

Para que o sistema seja estável não pode haver polos no semiplano dir.^to Então: 20%

Trocas de sinais na 1ª coluna, por forma a não haver

$$(-3+K) > 0 \quad \wedge \quad \frac{-24+9(-3+K)}{(-3+K)} > 0$$

$K > 3$ 10% $\quad \wedge \quad 9K > 24+27$ 10%

$K > 51/9 = 5{,}667$

Logo $K > 5{,}667$ 10%