Instituto Politécnico do Porto
Instituto Superior de Engenharia
Departamento de Engenharia Electrotécnica
Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores
Exame de Época Normal

Disciplina: Teoria dos Sistemas **Turma:** __________ **Data:** 3/Julho/2009

Aluno N.º:_________ **Nome:** ____

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia sempre que o docente encarregado da vigilância da prova o solicitar

A prova é com consulta.
Não é permitida a utilização de telemóvel.
A duração da prova é de 120 min

Parte I

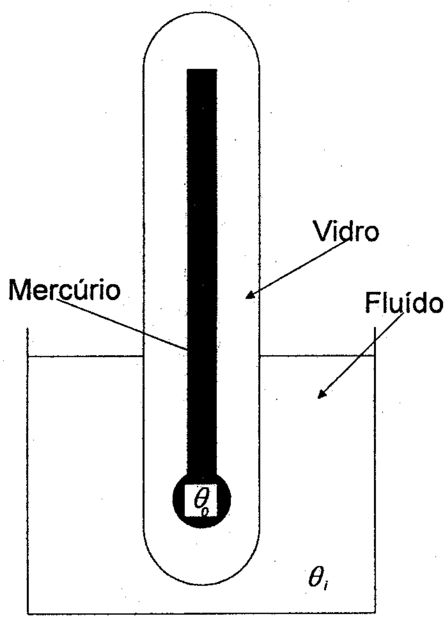
5

1. Considere o seguinte esquema de um sistema com um termómetro de mercúrio imerso num fluido, cuja temperatura aumenta em função da temperatura do fluido θ_i.

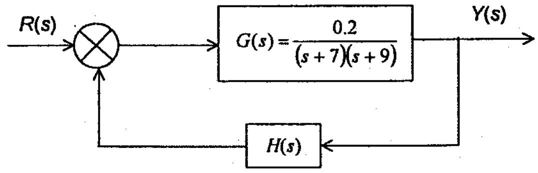
2 **a)** Escreva as equações dinâmicas deste sistema em termos dos parâmetros, fluxo de calor q, temperatura θ, resistência calorífica R, e capacidade térmica C, dos diferentes elementos constituintes do sistema.

1,5 **b)** Construa o diagrama de blocos para este sistema, tendo como entrada a temperatura do fluído θ_i e como saída a temperatura do mercúrio θ_o.

1,5 **c)** Simplifique o diagrama de blocos anterior, de forma a obter a função de transferência deste



5 2. Um dado sistema apresenta o diagrama de blocos representado na figura seguinte.

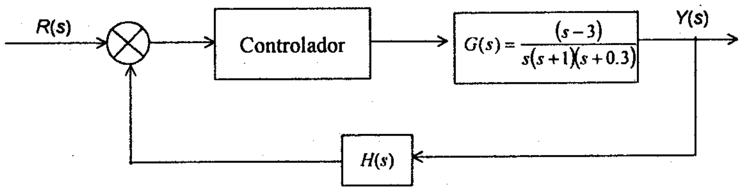


3 **a)** Esboce a resposta temporal deste sistema a uma entrada em degrau unitário, indicando claramente, caso existam, o valor máximo da saída, o tempo de subida, o tempo de pico, o tempo de estabelecimento e o valor final da resposta. Considere a realimentação unitária.

2 **b)** Qual é o erro em regime permanente deste sistema a uma entrada em rampa unitária?

Parte II

10 **3.** Considere o seguinte sistema:



3,0 **a)** Sabendo que este sistema possui uma realimentação unitária e um controlador proporcional, calcule o Lugar Geométrico de Raízes directo ($K > 0$) do sistema, tendo o controlador como parâmetro.
Nota: caso não consiga determinar os pontos de quebra devido ao grau do polinómio, considere que obtêm um polinómio do 3º. grau, cujos zeros são: -0.1, 5 e -0.5.

3,0 **b)** Considere que adicionou um controlador PI ao sistema, com $T_i = 5$ seg, diga justificando, para que valores do ganho K é que o sistema é estável.

1,0 **c)** Escreva as linhas de código MATLAB necessárias para esboçar o Lugar Geométrico de Raízes pedido na alínea anterior.

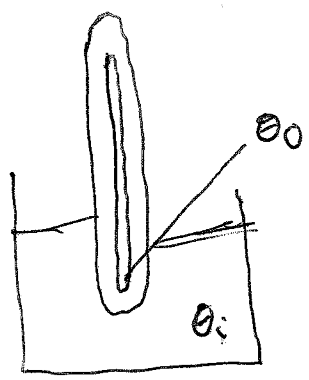
~~2,5~~ 3,0 **d)** Considere que se retirou o controlador do sistema e que se cancelou o pólo em $s = -0.3$. Qual é a Margem de Ganho e a Margem de Fase deste sistema? Tendo por base estes valores, que conclui sobre a estabilidade deste sistema?

TESIS

Exame época normal — 3 julho 2009

Parte I

1 a)



$\theta_f \rightarrow$ temp. fluido $= \theta_i$

$\theta_v \rightarrow$ " vidro

$\theta_m \rightarrow$ " mercúrio $= \theta_0$

$C_v \rightarrow$ capacidade calorífica vidro

$C_m \rightarrow$ " " mercúrio

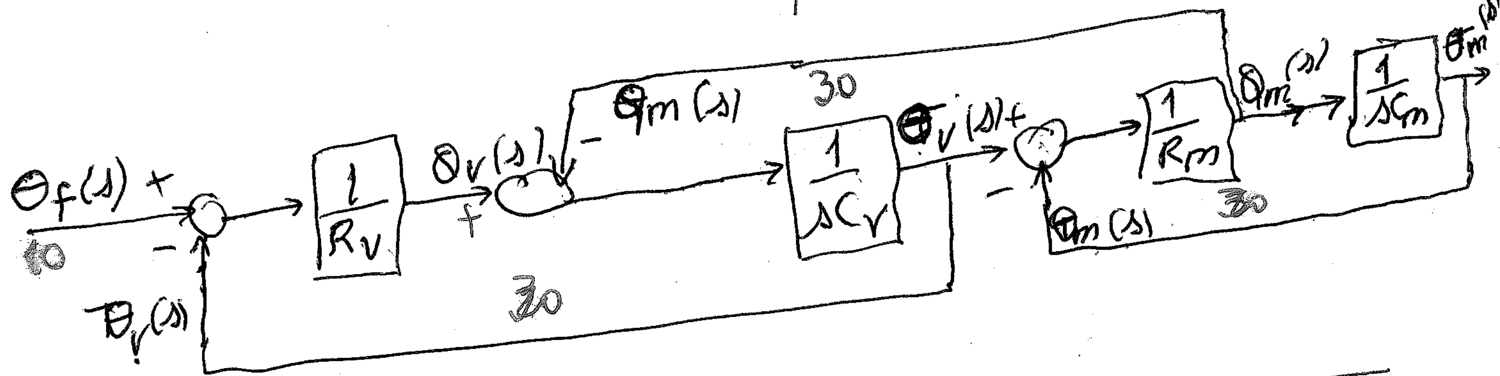
$R_v, R_m \rightarrow$ resistências térmicas

$Q_v, q_m \rightarrow$ fluxos caloríficos

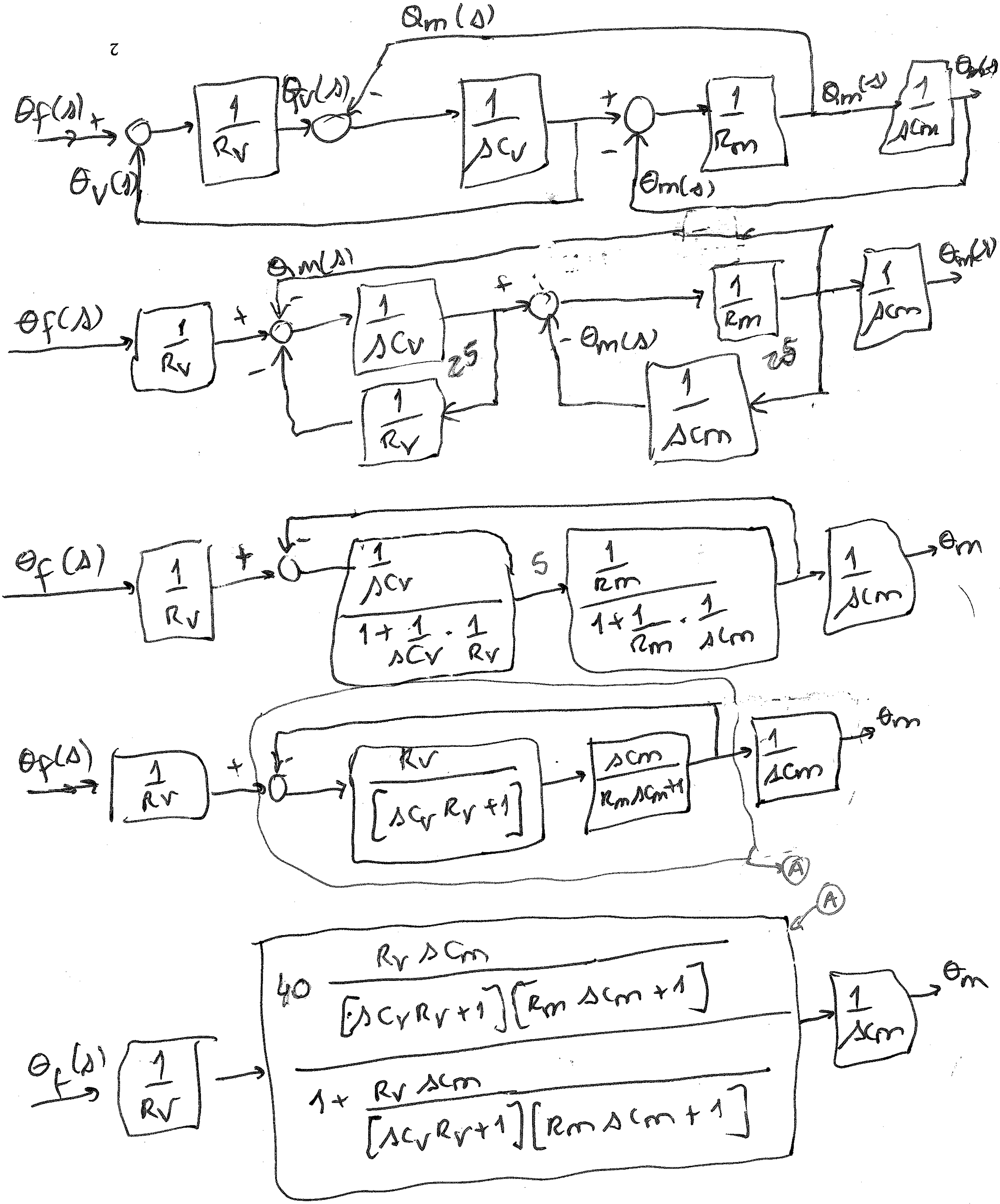
$$\begin{cases} q_v(t) - Q_m(t) = C_v \dfrac{d\theta_v(t)}{dt} & 20 \\ Q_v(t) = \dfrac{\theta_f(t) - \theta_v(t)}{R_v} & 20 \\ Q_m(t) = C_m \dfrac{d\theta_m(t)}{dt} & 15 \\ Q_m(t) = \dfrac{\theta_v(t) - \theta_m(t)}{R_m} & 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_v(s) - \theta_m(s) = s\, C_v\, \theta_v(s) & 10 \\ \theta_v(s) = \dfrac{\theta_f(s) - \theta_v(s)}{R_v} & 10 \\ Q_m(s) = s\, C_m\, \theta_m(s) & 5 \\ Q_m(s) = \dfrac{\theta_v(s) - \theta_m(s)}{R_m} & 5 \end{cases}$$

b)

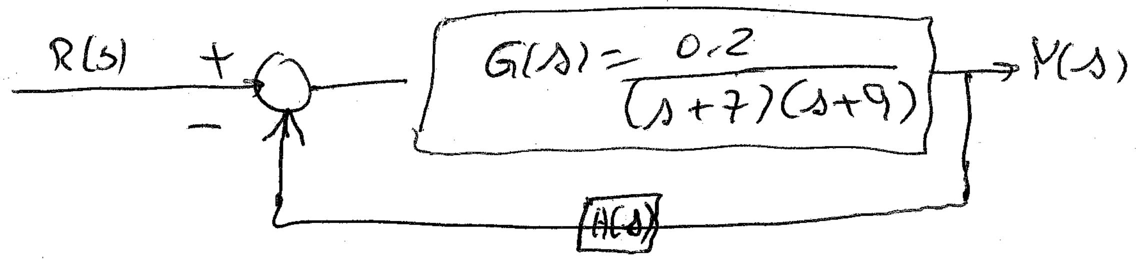


c) $$\frac{\theta_m(s)}{\theta_f(s)} = \frac{\theta_0(s)}{\theta_i(s)} = \frac{1}{(1+sR_mC_m)(1+sR_vC_v) + sR_vC_m}$$



$$\frac{\Theta_m(s)}{\Theta_f(s)} = \ldots$$

2)



a)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{0.2}{(s+7)(s+9)}}{1+\frac{0.2}{(s+7)(s+9)}} = \frac{0.2}{s^2+7s+9s+63+0.2} =$$

$$= \frac{0.2}{s^2+16s+63{,}2} \quad \checkmark 5$$

n=[0.2]
d=[1 16 63,2]
G=tf(n,d)
step(G)

$$\omega_n^2 = 63{,}2 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{63{,}2} = 7{,}95 \text{ rad/seg} \quad \checkmark 10$$

$$2\xi\omega_n = 16 \Rightarrow \xi = \frac{8}{7{,}95} = 1{,}006 \quad \checkmark 10$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = 0{,}5001 \quad \checkmark 10\%$$

syms s
$Y = \frac{0.2}{s(s^2+16s+63{,}2)}$
y=ilaplace(Y)
y= .

$\theta = \arccos \xi =$ ñ dá >1 rad

$$t_R = \frac{e^{\frac{\theta}{tg\theta}}}{\omega_n} = \text{ñ dá}$$

$M_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow$ não têm

t_p não têm $= \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$

~~Sistema~~

20%

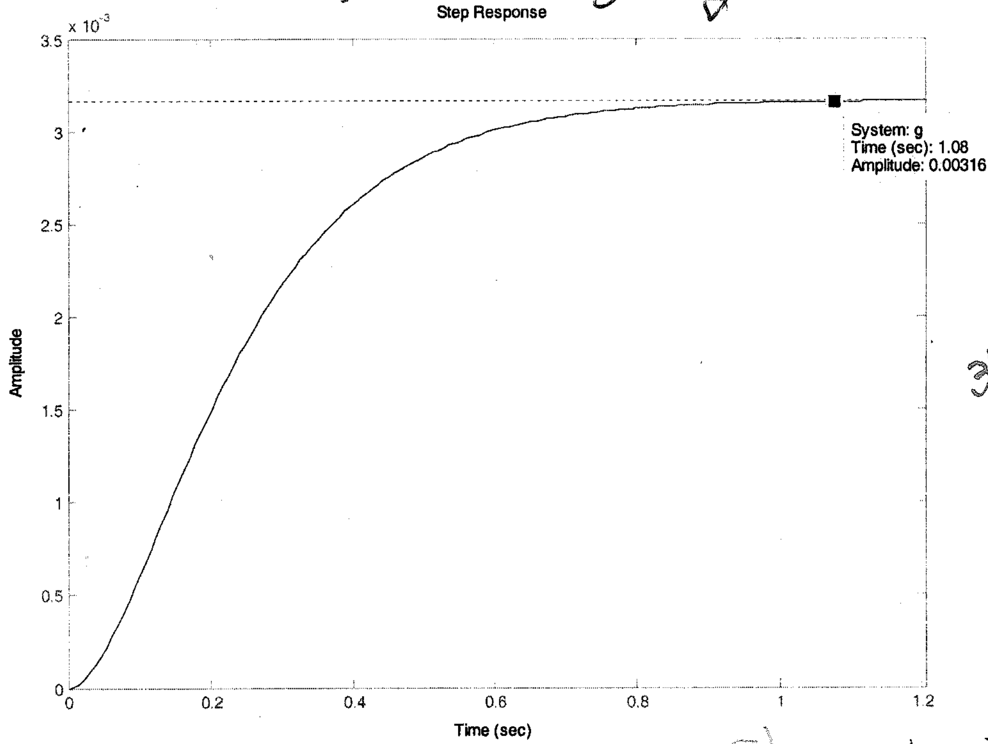
Como o sistema tem dois pólos reais e distintos, o sistema tem uma resposta sobreamortecida ($\xi > 1$). A resposta aumenta monoticamente até atingir o valor final, mas nunca o ultrapassa

Valor final $c(\infty) = G(s) \cdot \frac{1}{s}$

10%

$$\lim_{s \to 0} \frac{\cancel{s}\, G(s)}{\cancel{s}} = \frac{0.2}{s^2 + 16s + 63{,}2} = 0.003$$

$\underset{\downarrow}{s}$ $u(s)$ $\quad s^2 \to 0 \quad 16s \to 0$



35%

$$y(t) = \frac{1}{316} + \frac{1}{79} \exp(-8t) * \left(-\frac{1}{4}\cosh\left(\frac{2}{5} t \times \sqrt{5}\right) - \sqrt{5}\,\operatorname{senh}\left(\frac{3}{5} t \times \sqrt{5}\right)\right)$$

$t_{10\%} = 8{,}9856 \times 10^{-9}$

$t_{90\%} = 7{,}1859 \times 10^{-7}$

$t_R = 7{,}0960 \times 10^{-7}$

b) $R(s) = \frac{1}{s^2}$ 10

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left[\frac{s\, R(s)}{1 + G(s)}\right] = \lim_{s \to 0} \frac{s \cdot \frac{1}{s^2}}{1 + \frac{0.2}{s^2 + 16s + 63}} =$$

40

$$= \lim_{s \to 0} \frac{1}{s\left[1 + \frac{0.2}{s^2 + 16s + 63}\right]} = \infty$$

40

ou

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s\,G(s)} = \frac{1}{K_V}$$

10

como $K_V = \lim_{s \to 0} s\, G(s)$ 40

$$= \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{0.2}{s^2 + 16s + 63} = 0$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} = \frac{1}{0} = \infty$$

40