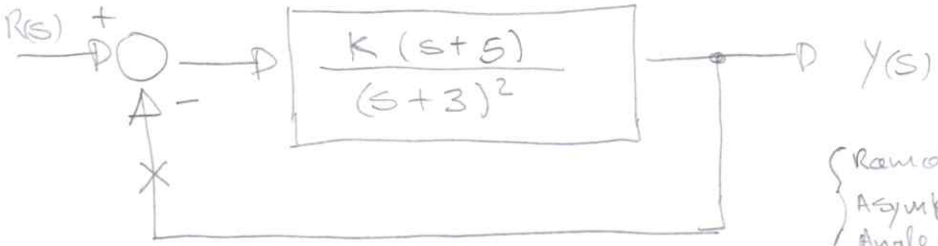
L.G.R – 1ª Aula

Ex ②

Esboce o L.G.R direto para o sistema que apresenta o seguinte diagrama de blocos:



Ramos = 2
Asympt = 1
Angle = 180
intercept = −1

Regra

1. Obter a equação característica na forma $GH(s) = -1$ com o parâmetro K em evidência.

NOTA: $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{\boxed{1 + G(s)H(s)}}$ ⇒ eq. característica

↳ $G(s)H(s) = -1$ em malha aberta.

$$GH(s) = \frac{K(s+5)}{(s+3)^2} = -1$$

$$= K \cdot \frac{s+5}{(s+3)^2} = -1$$

2. Marcar polos e zeros

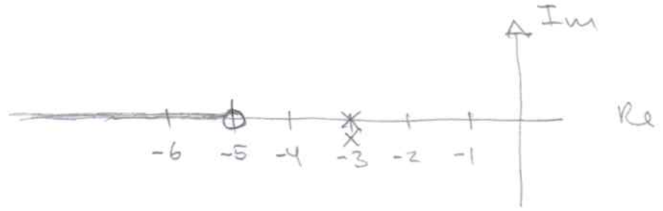
Zeros: $z_1 = -5$
polos: $p_1 = p_2 = -3$ (polo duplo)

- O nº de ramos do L.G.R é igual ao nº de polos da F.T.M.A; logo o nº de Ramos do L.G.R, é igual a $d = 2$.
- O L.G.R começa nos polos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou o infinito.

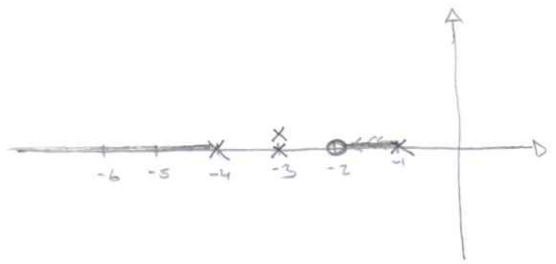
Ex (2) continuação

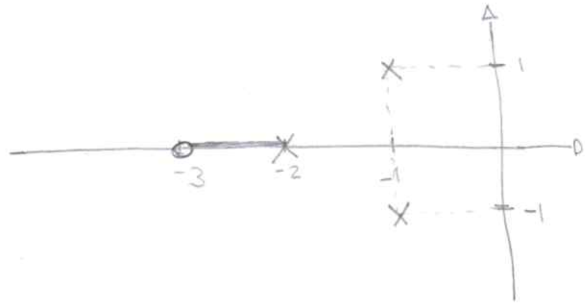
3. São Ramos do L.G.R. sobre o eixo Real, todos os segmentos do eixo Real que tenham à sua direita uma soma impar de zeros e polos sobre este eixo.

ex:



outros exemplos:





4. Nº de Assymptotas: $d - n$ → nº de polos - nº de zeros

$d = 2$
$n = 1$

$\boxed{\text{nº Assimptotas} = d - n = 1}$

O ∡ que as assimptotas fazem com o eixo Real é: $\measuredangle = \frac{(1 + h \times 2) \cdot 180^\circ}{d - n}$

$h = 0$ → só 1 assimptota

$h = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$\measuredangle = \frac{(1 + 2 \cdot \phi) \times 180}{2 - 1}$ $\qquad \measuredangle = 180^\circ$

Nota: Neste caso a assimptota é todo o eixo Real ∡ 180°; não é preciso calcular o centroide (Centroide é o valor de onde parte a assimptota)

5. pontos de entrada e saida do L.G.R no eixo Real são designados por pontos de quebra.

$\frac{d}{ds} K = \phi \qquad \frac{K(s+5)}{(s+3)^2} = -1.$

ex ② continuação

5. $K = -\frac{(s+3)^2}{s+5}$

tips&tricks

$\boxed{\frac{N(s)}{D(s)} = \phi \Rightarrow N(s) = \phi}$

$$\frac{d}{ds}\left[-\frac{(s+3)^2}{s+5}\right] = \phi$$

$$[-2(s+3)(s+5) - (-(s+3)^2)] = 0$$
$$-2(s^2+5s+3s+15) + s^2+6s+9 = 0$$
$$-s^2-10s-21 = 0$$

calculadora Equations → Polynomial → Degree 2

$\begin{array}{l} s_1 \\ s_2 \end{array}\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix}$ > verificar se são ou não pontos de quebra!

como?

↳ -7 e -3 $\in$ ao L.G.R.??

s_1 e s_2 = são pontos de quebra.

Nota: se derem valores positivos ou complexos não são pontos de quebra.

6. - Não se faz (só para polos complexos)

7. Pontos de intercepção com o eixo imaginário

$$1 + GH(s)\Big|_{s=j\omega} = \phi$$

$$1 + \frac{K(s+5)}{(s+3)^2}\Bigg|_{s=j\omega} = \phi \Leftrightarrow \frac{(s+3)^2 + K(s+5)}{(s+3)^2}\Bigg|_{s=j\omega} = \phi$$

$$s^2+6s+9+Ks+5K\Big|_{s=j\omega} = \phi$$

$$(j\omega)^2 + 6j\omega + 9 + Kj\omega + 5K = \phi$$

$$\begin{cases} -\omega^2+9+5K = 0 \\ 6\omega + K\omega = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} K = -\frac{9}{5} \ \wedge \ \omega = \phi \\ K = -6 \ \wedge \ \omega^? = \sqrt{-21} \end{cases}$$

$$\begin{cases} w^2+9+5K=0 \\ 6w+Kw=0 \end{cases} \quad \begin{cases} w^2=0 \wedge 9+5K=0 \\ (6+K)w=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \\ w=0 \vee 6+K=0 \end{cases}$$

$$w^2=0 \wedge K=-\frac{9}{5} \quad ; \quad w=0 \vee K=-6$$

$$w^2+9+5K\Big|_{K=-6}=0 \Rightarrow w^2+9-30=0$$

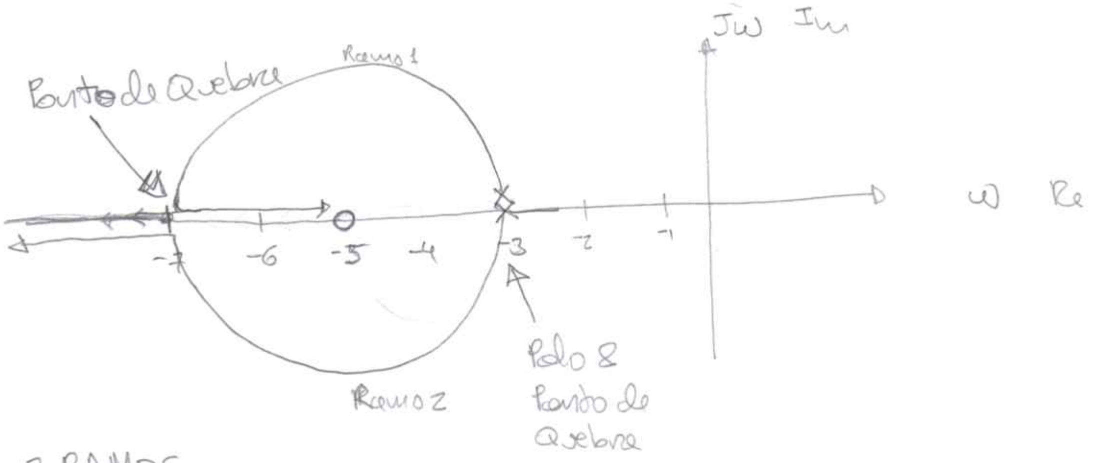
$$w^2+21=0 \Rightarrow w^2=-21$$

Impossivel

tips & tricks

$$\boxed{A+b+C=0 \Leftrightarrow A=0 \wedge b=0 \wedge C=0}$$

logo não há intersepção c/ o eixo imaginario



2 RAMOS

— // —

$$FTMA = \frac{K(s+5)}{(s+3)^2}$$

$$N = K(s+5)$$
$$D = (s+3)^2$$

see it always the same!!

$$FTMF = \frac{\frac{N}{D}}{1+\frac{N}{D}} = \frac{\frac{N}{\cancel{D}}}{\frac{N+D}{\cancel{D}}} = \frac{N}{N+D}$$

secret. ⇒ FTMA

$N+D=0$ ⇒ polos FTMF

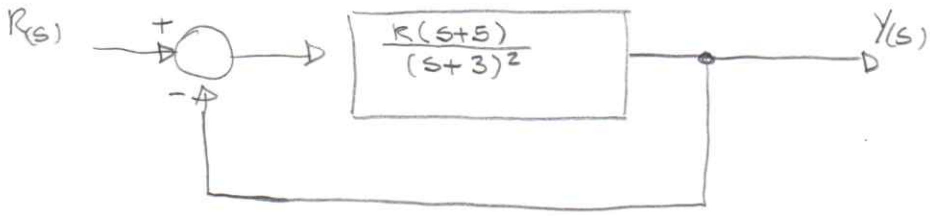
$$K(s+5)+(s+3)^2=0 \longrightarrow \boxed{K=\frac{-(s+3)^2}{s+5}}$$

$$sK+5K+s^2+6s+9=0$$

$$\boxed{s^2+(6+K)s+9=0}$$

tesio.

2.



FTMF

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K(s+5)}{(s+3)^2}}{1+\frac{K(s+5)}{(s+3)^2}}$$

$$\frac{1}{2}+1 = \frac{(2\times1)+1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$= \frac{1}{\frac{(s+3)^2}{K(s+5)}+1}$$

$$= \frac{1}{\frac{K(s+5)+(s+3)^2}{K(s+5)}}$$

$$= \frac{K(s+5)}{K(s+5)+(s+3)^2}$$

FTMA

$$\frac{K(s+5)}{(s+3)^2} = -1 \Rightarrow K = -\frac{s^2+6s+9}{s+5}$$

$$\frac{dK}{ds} = 0 \iff -\frac{\overbrace{(2s+6)(s+5)}^{2s^2+10s+6s+30}-(s^2+6s+9)}{(s+5)^2}$$

$$\iff -\frac{s^2+10s+21}{(s+5)^2}$$

Pontos de saida!

$$\iff -\frac{s^2+10s+21}{(s+5)^2} = 0$$

$$(s+3)(s+7)$$

teoria

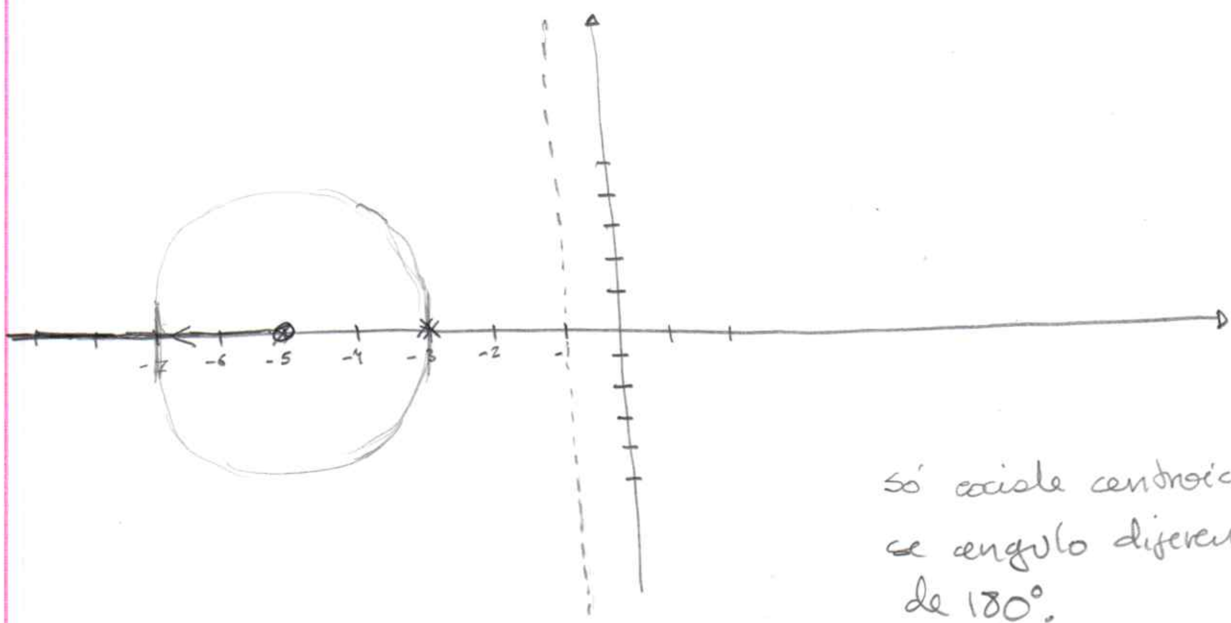
2.

$$D = 2 \quad N = 1 \quad \begin{cases} -180° & -540° & -900° \\ 180° & 540° & 900° \end{cases}$$

zeros: -5

polos: -3 ; -3.

$$\sigma = -1$$



só calcula centroide se angulo diferente de 180°.

$$\frac{K(s+5)}{(s+3)^2} + 1 = 0$$

$$\frac{(s+3)^2 + K(s+5)}{(s+3)^2} = 0 \Leftrightarrow s^2 + 6s + 9 + Ks + 5K \Big|_{s=j\omega} = 0$$

$$s^2 + (6+K)s + 5K + 9 = 0$$

$$\begin{cases} -\omega^2 + 5K + 9 = 0 \\ (6+K)j\omega = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -\omega^2 + 5K + 9 = 0 \\ (6+K)\omega = 0 \end{cases}$$

$$K = -6 \lor \omega = 0$$