Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia

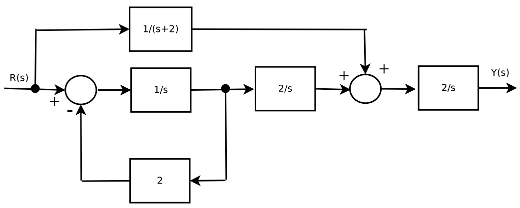
Licenciatura em Eng. Electrotécnica e de Computadores, Teoria dos Sistemas, 28-Junho-2013

Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas.

Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas.

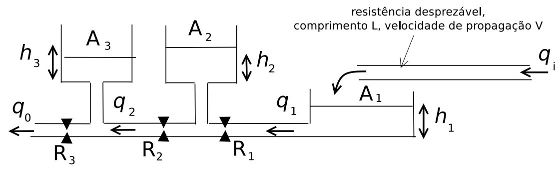
O teste é sem consulta. Duração da prova: 2:00

1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na figura. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, respectivamente, as transformadas de Laplace do sinais de entrada e de saída. A função de transferência do sistema $\frac{Y(s)}{R(s)}$, resulta:



A) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s(s+2)}$
B) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s}$
C) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s^2}$
D) Outro resultado

2. Considere o sistema hidráulico representado na figura seguinte, onde $q_i(t)$ e $q_o(t)$ representam os caudais de entrada e de saída. Considere que a alimentação é feita através de um tubo de resistência desprezável, com comprimento L. Suponha que o caudal de entrada $q_i(t)$ se desloca a uma velocidade média V. Sejam $h_1(t)$, $h_2(t)$ e $h_3(t)$ as alturas de liquido nos reservatórios 1, 2 e 3, respectivamente, e sejam as suas áreas designadas por A_1, A_2 e A_3. As resistências hidráulicas são representadas por R_1, R_2 e R_3. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace. O modelo do sistema vem:

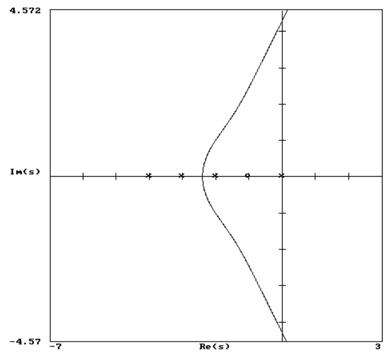


A)$Q_i e^{-s\frac{L}{V}} = Q_1 + sA_1H_1$, $H_1 - H_2 = R_1Q_1$,$Q_1 = Q_2 + sA_2H_2$, $H_2 - H_3 = R_2Q_2$,$Q_2 = Q_o + sA_3H_3$, $H_3 = R_3Q_o$
B) $Q_i = Q_1 + sA_1H_1e^{-s\frac{L}{V}}$, $H_1 - H_2 = R_1Q_1$,$Q_1 = Q_2 + sA_2H_2$, $H_2 - H_3 = R_2Q_2$,$Q_2 = Q_o + sA_3H_3$, $H_3 = R_3Q_o$
C) $Q_i = Q_1e^{-s\frac{L}{V}} + sA_1H_1$, $H_1 - H_2 = R_1Q_1$,$Q_1 = Q_2 + sA_2H_2$, $H_2 - H_3 = R_2Q_2$,$Q_2 = Q_o + sA_3H_3$, $H_3 = R_3Q_o$
D) Outro resultado

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem para um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$, $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$, seja ζ o coeficiente de amorteciento, ω_n a frequência natural não amortecida, t_p o tempo de pico e $c(t_p)$ o valor do pico da resposta temporal. Para um sistema descrito pela função de transferência $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{2.5\times4}{s^2+s+4}$ tem-se:
3.a) A) $\zeta = 1$, $\omega_n = 4$ rad/s
B) $\zeta = 0,5$, $\omega_n = \sqrt{2}$ rad/s
C) $\zeta = 0.25$, $\omega_n = 2$ rad/s
D) Outro resultado
3.b) A) $t_p = 2,622$ seg, $c(t_p) = 2,316$
B) $t_p = 0,622$ seg, $c(t_p) = 1,444$
C) $t_p = 1,622$ seg , $c(t_p) = 3,611$
D) Outro resultado

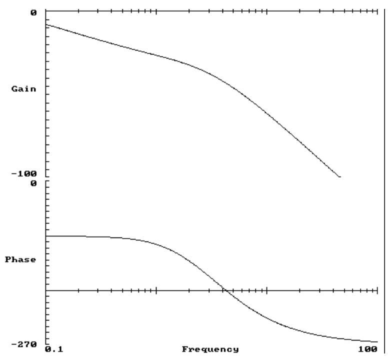
4. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha fechada) tem como denominador o polinómio $D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + s + K$, $K \in \Re$. Pelo critério de estabilidade de Routh-Hurwitz sabe-se que o sistema é estável para:
A) $0 < K < 1$, B) $K > 2$, C) $1 < K < 2$, D) Outro resultado

5. Considere um sistema com função de transferência $G(s)$ cujo lugar de raízes directo (LRD) se encontra representado na figura. A partir do gráfico sabe-se que (nota, o LRD situado no eixo real corresponde a $s < -4$ e aos dois troços compreendidios entre $s = -3$ e $s = -2$ ou entre $s = -1$ e $s = 0$) :



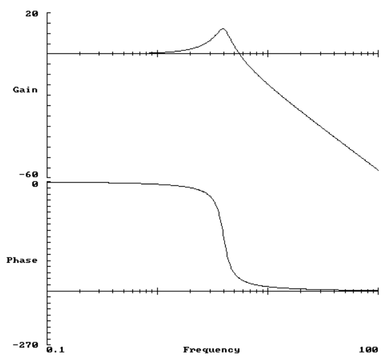
A) $G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)^2}$
B) $G(s) = \frac{Ke^{-2s}}{s(s+2)(s+3)}$
C) $G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)}$
D) $G(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+2)^2}$

6. Considere um sistema de cuja resposta em frequência (gráficos de Bode de amplitude e fase) se encontra representado na figura. A partir dos gráficos sabe-se que:
A) $G(s) = \frac{(s+1)}{s(s+2)^2}$
B) $G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+3)}$
C) $G(s) = \frac{(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)}$
D) $G(s) = \frac{(s+1)}{s^2(s+2)^2}$



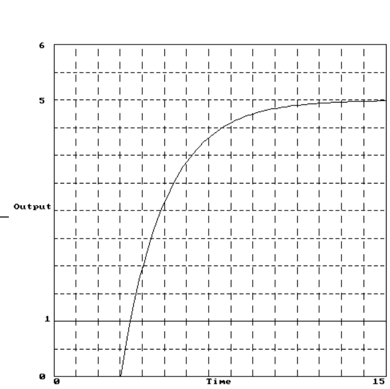
7. Considere um sistema $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ cuja resposta em frequência (gráficos de Bode de amplitude e fase) está representada na figura, onde o ganho se encontra em décibeis e a fase em graus. A partir do gráfico sabe-se que:
A) Existe uma ressonância $\omega_r = 3.94, M_r = 12.1\, dB$ implicando $\zeta = 0.125$, $\omega_n = 4,0$
B) Existe uma ressonância $\omega_r = 2,2, M_r = 16\, dB$ implicando $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 16,0$
C) Existe uma ressonância $\omega_r = 1,3, M_r = 3\, dB$ implicando $\zeta = 0.95$, $\omega_n = 1,0$
D) Outro resultado

8. Considere um sistema cuja resposta temporal em malha aberta ao degrau unitário se encontra representada na figura. Pretende-se sintonizar um controlador PID (Proporcional, Integral e Diferencial) pelo método de Choen-Coon. Assim, os parâmetros K (ganho proporcional), T_i (constante de tempo integral) e T_d (constante de tempo diferencial) vêm dadas por:



A) $K = 0.459$, $T_i = 4.048$, $T_d = 0.653$
B) $K = 0.238$, $T_i = 5.223$, $T_d = 0.697$
C) $K = 0.571$, $T_i = 3.784$, $T_d = 0.601$
D) Outro resultado

Formulário:
Resposta temporal de um sistema de segunda ordem com função de tranferência $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ a um degrau unitário
$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$, $c(t_p) = 1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$
Resposta em frequência de um sistema de segunda ordem com função de tranferência $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$
$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$, $M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$



Turma____Aluno Nº:___________ .
Nome: ____
Respostas

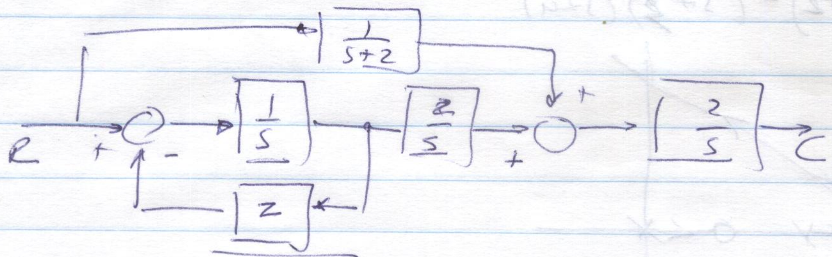
	A	B	C	D	
1.					1.
2.					2.
3.a)					3.a)
3.b)					3.b)
4.					4.
5.					5.
6.					6.
7.					7.
8.					8.

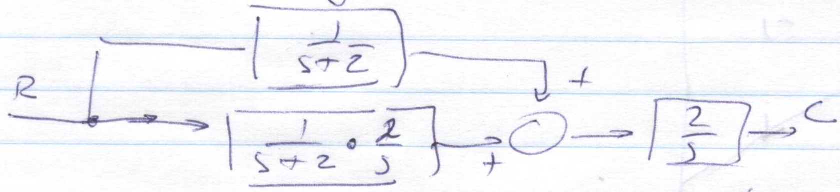
Formulae for controller tuning

Controller	*Setting*	*Ziegler–Nichols (closed-loop)*	*Shinskey*	*Ziegler–Nichols (open-loop)*	*Cohen–Coon*
P	K	$0.5\ K_u$	$0.5\ K_u$	$\frac{1}{T\ R_r}$	$\frac{\tau}{TK_p}\left(1 + 0.33\frac{T}{\tau}\right)$
PI	K	$0.45\ K_u$	$0.5\ K_u$	$\frac{0.9}{T\ R_r}$	$\frac{\tau}{TK_p}\left(0.9 + 0.082\frac{T}{\tau}\right)$
	T_i	$0.833\ P_u$	$0.43\ P_u$	$3.33\ T$	$T\left(\frac{3.33 + 0.3T/\tau}{1 + 2.2T/\tau}\right)$
PID	K	$0.6\ K_u$	$0.5\ K_u$	$\frac{1.2}{T\ R_r}$	$\frac{\tau}{TK_p}\left(1.35 + 0.27\frac{T}{\tau}\right)$
	T_i	$0.5\ P_u$	$0.34\ P_u$	$2\ T$	$T\left(\frac{2.5 + 0.5T/\tau}{1 + 0.6T/\tau}\right)$
	T_d	$0.125\ P_u$	$0.08\ P_u$	$0.5\ T$	$T\left(\frac{0.37}{1 + 0.2T/\tau}\right)$

ISEP, Teoria de Sistemas, 28-Junho-2013

1)

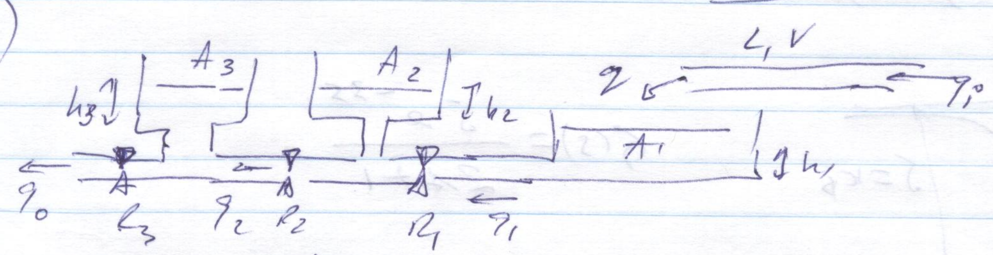




$$\frac{1}{s+2}+\frac{2}{s(s+2)}=\cancel{\frac{1}{s+2}}+\frac{1}{s}-\cancel{\frac{1}{s+2}}=\frac{1}{s}$$

$$\to \boxed{\frac{1}{s}} \to \boxed{\frac{2}{s}} \to \quad \equiv \quad \to \boxed{\frac{2}{s^2}} \to$$

2)



$$Q = Q_1\, e^{-s\frac{L}{V}} \quad (T = L/V)$$

$$Q = Q_1 + A_1 s H_1 \; ; \quad H_1 - H_2 = R_1 Q_1$$
$$Q_2 = Q_0 + A_3 s H_3 \; ; \quad H_2 - H_3 = R_2 Q_2$$
$$H_3 = R_3 Q_0$$

3) $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{2{,}5 \times 4}{s^2+s+4}$ | $\omega_n = 2$, $2\zeta\omega_n = 1$ | $\omega_n = 2$, $\zeta = 0{,}25$ | $t_p = 1{,}622$, $C(t_p) = 2{,}5 \times 1{,}444 = 3{,}611$

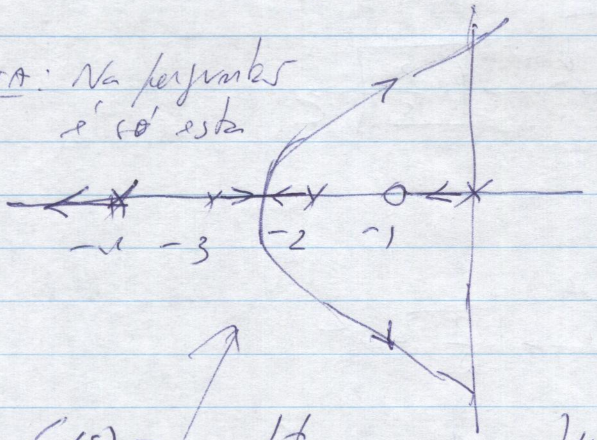
4) $D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + s + K$

s^4	1	2	K
s^3	1	1	
s^2	1	K	
s^1	1-K		
s^0	K		

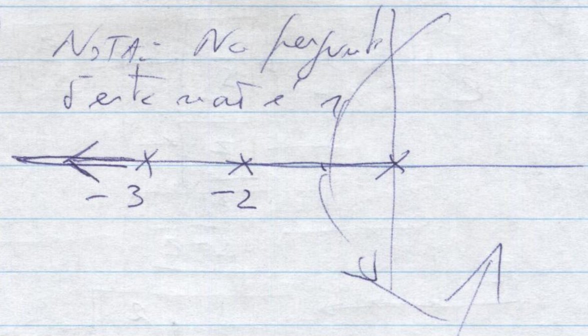
$0 < K < 1$ estável

5) $G(s) = \dfrac{(s+1)}{s(s+2)\times(s+3)\times(s+4)}$ | $G(s) = \dfrac{K}{s(s+2)(s+3)}$

NOTA: Na pergunta 5 é só esta



NOTA: Na pergunta 5 esta não é

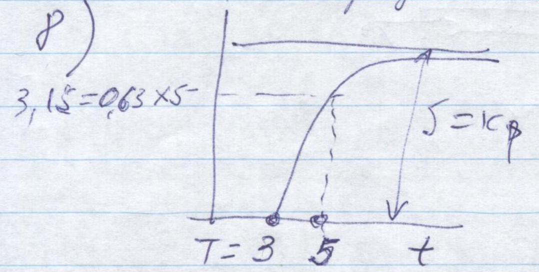


7) $G(s) = \dfrac{16}{s^2+s+16} \rightarrow \begin{cases} w_n = 4 \\ 2\zeta w_n = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} W_n = 4 \\ \zeta = 0{,}125 \end{cases} \quad \begin{cases} W_r = 3{,}937 \\ M_r = 4{,}03 = 12{,}109\ dB \end{cases}$

6) $G(s) = \dfrac{s+1}{s(s+2)(s+3)(s+4)}$ ou, outra alternativa $G(s) = \dfrac{K}{s(s+2)(s+3)}$

NOTA: Na pergunta 6 podem ser as duas alternativas.

8)



$G(s) = \dfrac{5e^{-3s}}{2s+1}$

$\begin{cases} T=3;\ \tau=2;\ K_p=5 \\ K=0{,}234;\ T_i=5{,}132;\ T_d=0{,}854 \end{cases}$