



Departamento de Engenharia Electrotécnica
Instituto Superior de Engenharia do Porto

TESIS

Teoria dos Sistemas

Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz

–

Exercícios Propostos e Soluções

Ano Lectivo: 2007/2008

1. Utilizando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, determine o número de raízes que se encontram no semi-plano direito e a localização de quaisquer raízes sobre o eixo $j\omega$ dos seguintes polinómios:

- a) $s^2 + 4s + 1$
- b) $s^6 + 4s^5 + 3s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 4$
- c) $s^3 + 4s^2 + 8s + 16$
- d) $s^4 + s^3 + 3s^2 + 3s + 2$
- e) $s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 2$
- f) $s^5 + 5s^4 + 11s^3 + 23s^2 + 28s + 12$

Solução:

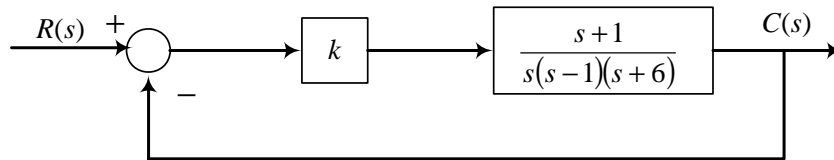
- a) O polinómio não tem raízes com parte real positiva.
 - b) O polinómio tem duas raízes com parte real positiva.
 - c) O polinómio não tem raízes com parte real positiva.
 - d) O polinómio tem duas raízes com parte real positiva.
 - e) O polinómio não tem raízes com parte real positiva.
 - f) O polinómio tem um par de raízes imaginárias (duas raízes sobre o eixo $j\omega$).
2. Analise a estabilidade dos seguintes polinómios:

- a) $s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5$
- b) $s^3 + s^2 + 2s + 2$
- c) $s^3 + 2s^2 - 4s + 10$
- d) $s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 12s + 12$
- e) $s^4 + 6s^2 + 25$

Solução:

- a) O polinómio é instável.
- b) O polinómio encontra-se no limite da estabilidade.
- c) O polinómio é instável.
- d) O polinómio é instável.
- e) O polinómio é instável.

3. Considere o sistema de realimentação unitária apresentado na figura seguinte. As propriedades da estabilidade do sistema são função do ganho proporcional k . Determine a gama de valores de k para os quais o sistema permanece estável.



Solução: $k > 7,5$.

4. Considere um sistema com a seguinte equação característica:

$$s^3 + 3ks^2 + (k+2)s + 4 = 0$$

Determine os valores de k para os quais o sistema é estável.

Solução: $k > 0,5275$.

5. Para o sistema de realimentação negativa unitária, com função de transferência no ramo directo igual a:

$$G(s) = \frac{k}{s(s^2 + 2s + 17)}$$

- Determine os valores de k para os quais o sistema é estável.
- Determine o valor do ganho para o qual o sistema tem pólos sobre o eixo $j\omega$.

Solução:

- $0 < k < 34$.
- $k = 34$.

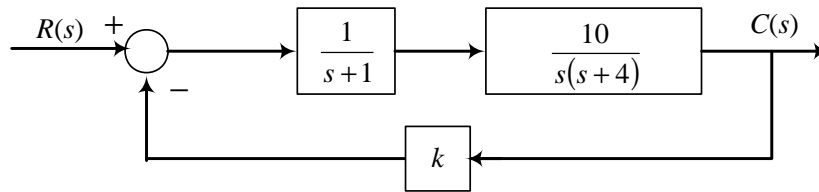
6. Considere um sistema com a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s^3 + 6s^2 + 8s + 15}$$

Verifique se o sistema é estável.

Solução: O sistema é estável.

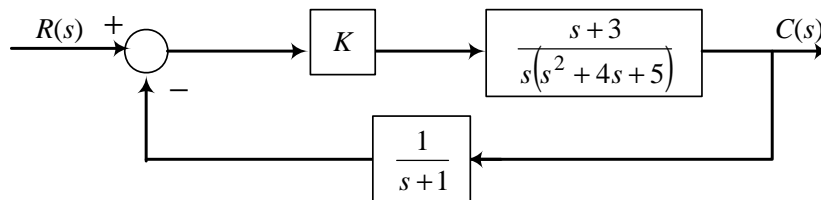
7. Para o sistema realimentado com o seguinte diagrama de blocos:



Determine os valores de k para os quais o sistema é estável.

Solução: O sistema é estável para $0 < k < 2$.

8. Para o sistema realimentado com o seguinte diagrama de blocos:



Determine os valores de K para os quais o sistema é estável.

Solução: O sistema é estável para $0 < K < 4,5$.

9. Considere os seguintes sistemas de realimentação unitária com as seguintes funções de transferência em malha aberta:

a) $G(s) = k \frac{2(s+4)}{s^2(s+1)}$

b) $G(s) = k \frac{4(s^3 + 2s^2 + s + 1)}{s^2(s^3 + 2s^2 - s - 1)}$

Usando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz verifique se os sistemas em malha fechada são estáveis.

Solução:

- a) O sistema é instável.
b) O sistema é instável.

10. Determine o número de raízes que se encontram no semi-plano direito das seguintes equações:

a) $s^4 + 8s^3 + 32s^2 + 80s + 100 = 0$

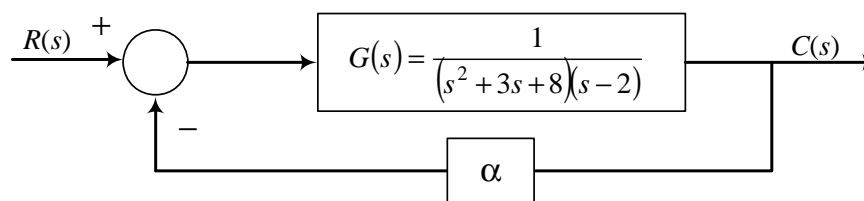
b) $s^3 + s^2 + 20s + 78 = 0$

Solução:

a) O polinómio não tem raízes no semi-plano direito.

b) O polinómio tem duas raízes no semi-plano direito.

11. Calcule o valor de α para o qual o sistema é estável



Solução: $16 < \alpha < 18$.

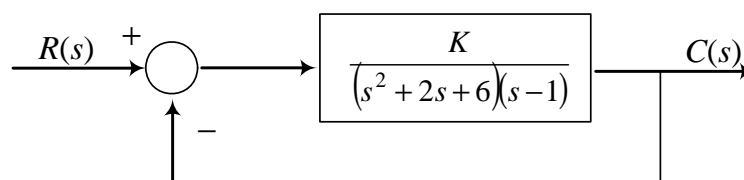
12. Considere o sistema cuja função de transferência é dada por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s + 4}{s^7 + 6s^6 + 11s^5 + 6s^4 + 4s^3 + 24s^2 + 44s + 24}$$

verifique a estabilidade do sistema.

Solução: O sistema é instável.

13. Considere o seguinte diagrama de blocos:



Calcule o valor de K para o qual o sistema é estável.

Solução: $6 < K < 10$.