



Instituto Politécnico do Porto
Instituto Superior de Engenharia
Departamento de Engenharia Electrotécnica
Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores



Disciplina: Teoria dos Sistemas

Turma: _____

Data: 17/Junho/2009

Aluno N.º: _____ Nome: _____

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia sempre que o docente encarregado da vigilância da prova o solicitar

A prova é sem consulta.
Não é permitida a utilização de telemóvel.
A duração da prova é de 30 min

10 1. Considere a seguinte função de transferência em malha aberta de um sistema:

$$G(s)H(s) = K \frac{s^2}{(s+0.1)(s+2)}$$

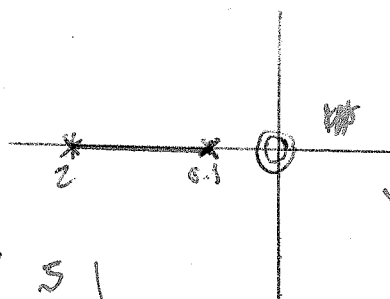
- 5 a) Calcule os pontos de quebra do Lugar Geométrico de Raízes Directo ($K > 0$), e a sua intersecção com o eixo imaginário.
- 5 b) Diga justificando qual o intervalo de valores do ganho K para os quais o sistema não é estável.

10 2. Sabendo que a função de transferência em malha aberta de um sistema é dada por:

$$G(s) = \frac{(s+0.1)^2}{s(s+4)}$$

- 10 a) efectue a representação dos traçados assintóticos de Bode de amplitude e de fase do sistema.

$$1) G(s)H(s) = K \frac{s^2}{(s+0.1)(s+2)}$$



Justificação
10

100%
50 a) Pontos quebra:

$$\frac{\partial K}{\partial s} = 0$$

$$K \frac{s^2}{(s+0.1)(s+2)} = -1 \quad | \cdot 10$$

$$\Rightarrow K = - \frac{(s+0.1)(s+2)}{s^2} = - \frac{(s^2 + 2.1s + 0.2)}{s^2} \quad | \cdot 5$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = - \frac{(2s + 2.1) \cdot s^2 + 2s(s^2 + 2.1s + 0.2)}{s^4} = 0 \quad | \cdot 20$$

$$\Rightarrow -2s^3 - 2.1s^2 + 2s^3 + 4.2s^2 + 0.4s = 0 \quad | \cdot 5$$

$$\Rightarrow 2.1s^2 + 0.4s = 0 \Rightarrow s[2.1s + 0.4] = 0 \Rightarrow s$$

$$s = 0 \vee 2.1s + 0.4 = 0 \Rightarrow s = -\frac{0.4}{2.1} = -0.19$$

$$\boxed{\text{Pontos de quebra} = -0.19; 0} \quad | \cdot 10$$

Sai = -0.19
entra = zero

Intersecção com eixo imaginário:

$$K \frac{s^2}{(s+0.1)(s+2)} \bigg|_{s=j\omega} = -1$$

$$1 + K \frac{s^2}{(s+0.1)(s+2)} \bigg|_{s=j\omega} = 0 \quad | \cdot 10 \Rightarrow (s+0.1)(s+2) + Ks^2 \bigg|_{s=j\omega} = 0$$

$$\Rightarrow s^2 + 2.1s + 0.2 + Ks^2 \bigg|_{s=j\omega} = 0 \Rightarrow s^2[1+K] + 2.1s + 0.2 \bigg|_{s=j\omega} = 0$$

$$-\omega^2[1+K] + 2.1j\omega + 0.2 = 0 \quad | \cdot 10$$

$$\begin{cases} 2.1\omega = 0 \\ -\omega^2[1+K] + 0.2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega = 0 \\ 0.2 = 0 \end{cases}$$

Impossível
Justificação
10

(excepto nos
zero do 2º
grau)

100%
b) o sistema é sempre estável, porque nunca interse-
ta o eixo imaginário, passando para o semiplano
direito, analisando o GR. $K > 0$

2)

$$G(s) = \frac{(s+0.1)^2}{s(s+4)} = (s+0.1) \cdot (s+0.1) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(s+4)}$$

$$= \underbrace{\frac{0.1 \times 0.1}{4}}_{0.003} \underbrace{\left(1 + \frac{s}{0.1}\right)}_5 \underbrace{\left(1 + \frac{s}{0.1}\right)}_{10} \underbrace{\frac{1}{s}}_1 \underbrace{\frac{1}{\left(1 + \frac{s}{4}\right)}}_{10}$$

$$20 \log(0.003) = -52 \text{ dB}$$

