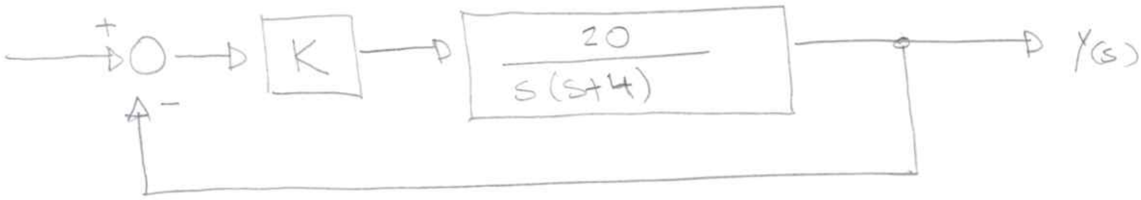
ex 4)

LGR - 1ª aula

Esboce o L.G.R de:



1. $GH(s) = -1$, com K em evidência

$$GH(s) = K \cdot \frac{20}{s(s+4)} = -1$$

2. Polos e Zeros

Zeros: não tem

polos: $p_1 = 0$; $p_2 = -4$

nº de Ramos $= d = 2$

nº de zeros $\to n \to \emptyset$

nº de polos $\to d \to 2$

nº assimptotas $\to d - n = 2$

Angulos $90°$; $270°$; $270°$

Assimptote intersecção -2

3. ....

4. Assimptotas

$d - n = 2 \to h = 0, \pm 1$ $\quad \measuredangle = \frac{(1+2h)}{d-n} \times 180$

$$\measuredangle = \frac{(1+2\times\emptyset)\times 180°}{2-\emptyset} = 90°$$

$$\measuredangle = \frac{(1+2\times 1)\times 180}{2-\emptyset} = 270° = -90°$$

calculo da centroide

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^{d} P_i - \sum_{i=1}^{n} z_i}{d-n} \Leftrightarrow \theta = \frac{\emptyset - 4 - \emptyset}{d-n} = \frac{-4}{2} = -2$$

5. Pontos de Quebra

$$\frac{dK}{ds} = 0 \qquad K \cdot \frac{20}{s(s+4)} = -1$$

$$K = -\frac{s(s+4)}{20}$$

$$\frac{d}{ds}\left[-\frac{s(s+4)}{20}\right] = \emptyset$$

Ex 4) continuação

5. $-(s+4)+(-s)=0 \Leftrightarrow -s-4-s=\phi$

$-2s-4=\phi$

$s=-2 \rightarrow$ ponto de Quebra

pertence ao LGR?

$\boxed{\text{Sim.}}$

6.

7. intersecção com o eixo imaginario:

$$1+GH(s)\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

tips & tricks

$\boxed{\frac{N}{D}=0 \Rightarrow N=0}$

$$1+K\frac{20}{s(s+4)}\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

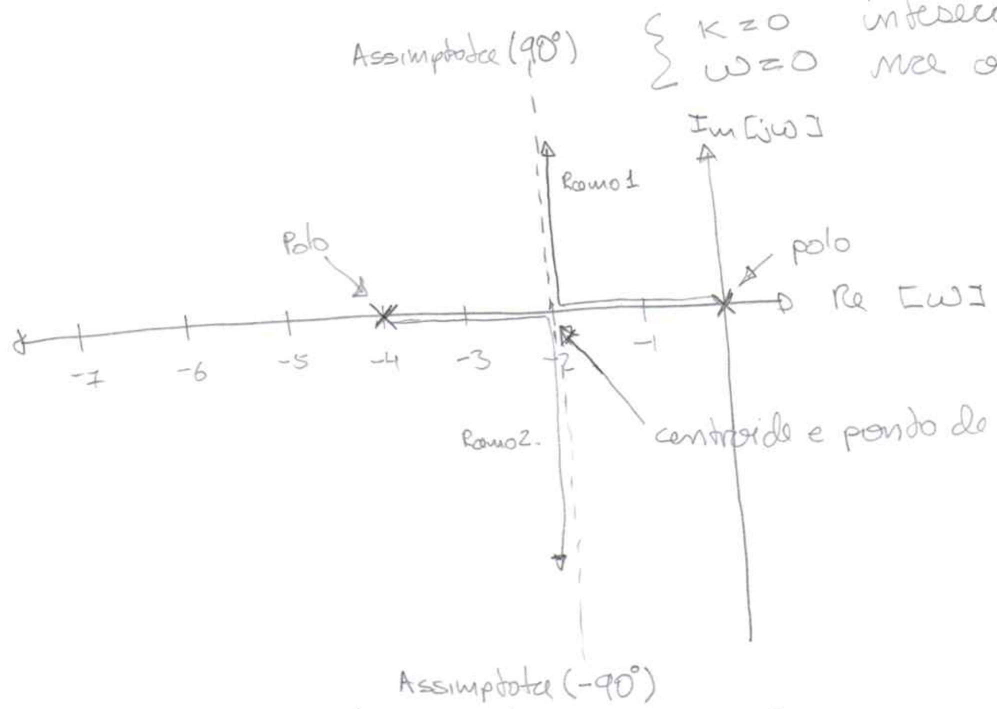
$$s(s+4)+K20\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

$$s^2+4s+20k\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

$(j\omega)^2+4j\omega+20K=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega^2+20k=0 \\ 4\omega=0 \end{cases} \begin{cases} 0+20K=0 \\ \omega=0 \end{cases}$

$\begin{cases} K=0 \\ \omega=0 \end{cases}$ intersecção apenas na origem.



4b) Para que valores do ganho K, o sistema não apresenta oscilação à sua saida?

Nota: o sistema apresenta oscilações quando abandona o eixo Real.

esc 4) continuação

4b) • Em $\underline{-2}$, valor do ponto de quebra, é quando o sistema sai do eixo Real.

então: $1 + G\,H(s)\Big|_{s=-2} = 0$

$$\left[\begin{array}{l} -2 \rightarrow s \ \lrcorner \\ \text{solve}\left(1+\frac{20x}{s(s+4)} = \phi, x\right) \lrcorner \\ 0{,}2 \end{array}\right.$$

$$1 + K \cdot \frac{20}{s(s+4)}\Big|_{s=-2} = 0$$

$$K = -\frac{s(s+4)}{20}\Big|_{s=-2} = \frac{4}{20} = 0{,}2$$

$K = 0{,}2$

Para valores de entre $0{,}2 \geq K > 0$ o sistema não apresenta oscilação.

4c) Existe algum valor do ganho K para o qual o sistema apresenta o par de polos $s_{1,2} = -3 \pm j3$??

Olhando para o L.G.R conclui-se que os polos do sistema ou são Reais ou no caso de serem imaginários têm parte real igual a $\underline{-2}$, logo não se consegue ter polos $-3 \pm j3$.

— // —

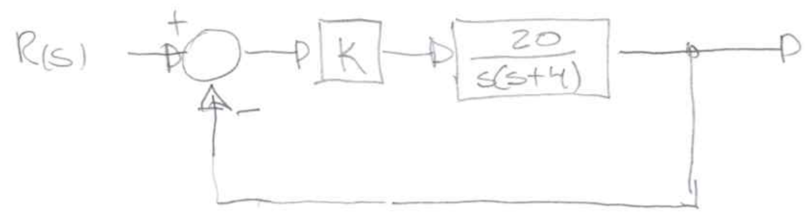
se FTMA:

$D+N=0 \Leftrightarrow \begin{cases} s(s+4) + 20K = 0 \\ \boxed{s^2+4s+20K=0 \\ K = \dfrac{-s^2-4s}{20}} \end{cases}$

secret.

tesis Lugar Geométrico de Raíces 29/4/2020

4)



a) Draw the root loc ?

$\boxed{R1}$ obtain the characteristic equation in the form:

$$G \cdot H(s) = -1$$

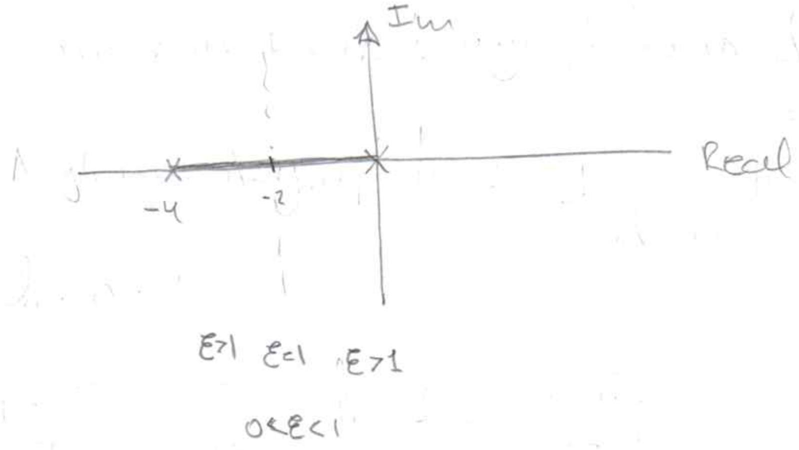
K as multiplying factor → $K \cdot \frac{20}{s \cdot (s+4)} = -1$

$\boxed{R2}$ Locate the poles and zeros of $G \cdot H(s)$ (open loop transfer function) on the "s" plane.

Zeros: Don't have ⇒ $n = \phi$

Poles: $\left.\begin{array}{l} p_1 = 0 \\ p_2 = -4 \end{array}\right\}$ $d = 2$ ⇐ N° of branches

$\boxed{R3}$



4) continua

$\boxed{R4}$ Determine the Asymptote of Root loc:

- Number of distinct Asymptotes is $d-n$
- Angles of Asymptotes: $\dfrac{(1+2h)\cdot\pi}{d-n}$

$h = \phi ; 1$

$h = \phi : \dfrac{1\cdot\pi}{2} = \dfrac{\pi}{2} \quad h = 1 : \dfrac{3\cdot\pi}{2} = \dfrac{3}{2}\pi$

$$\measuredangle \pm \frac{\pi}{2}$$

the Asymptotes intersection with the real axis

$$\sigma_\phi = \frac{\sum\limits_{(i=1)}^{d} P_i - \sum\limits_{(i=1)}^{n} Z_i}{d-n} = \frac{-4-0}{2} = -2$$

$\boxed{R5}$ Find the Breakaway and Break-in Points:

$$\frac{d}{ds}K = \phi$$

characteristic Equation:

$$K\cdot\frac{20}{s(s+4)} = -1$$

$$K = -\frac{s(s+4)}{20}$$

$$\frac{d}{ds}\left[-\frac{s(s+4)}{20}\right] = \phi$$

$$-\frac{(s^2+4s)'\cdot 20 - (s^2+4s)\cdot 0}{20^2} = \phi$$

$$\frac{-2s+4}{20} = \phi \Rightarrow s = -\frac{4}{2} = -2$$

4) continua

$\boxed{R6}$ No complex poles

20/5/2009 tesis Practica.

— // —

$$s^2+6s+9+5k+ks\Big|_{s=j\omega}=0$$

$$s^2+(6+k)s+\cancel{9}+5k\Big|_{s=j\omega}=0$$

$$\begin{cases} -\omega^2+9+5k=0 \\ (6+k)\omega=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \\ \omega=0 \end{cases}$$

$k=6 \vee \omega=0$

4)

$$\frac{K \cdot 20}{s(s+4)} = FTMA$$

$D=2 \quad 90^\circ$

$N=0 \quad -90^\circ$

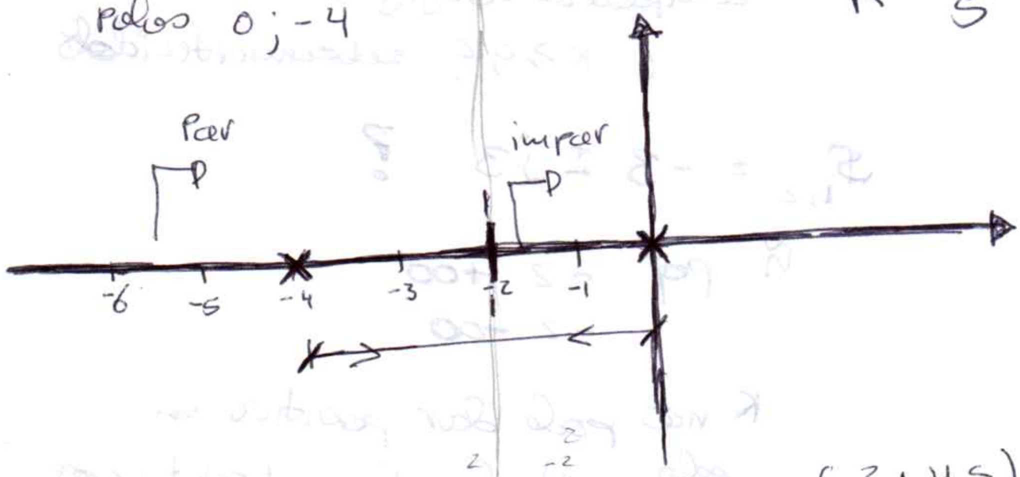
$$\frac{K20}{s(s+4)}=-1$$

$\delta=-2$

não tem zero

polos $0;-4$

$K=\frac{1}{5}$; $s=-2$



$$K=-\frac{s(s+4)}{20} = \frac{-(s^2+4s)}{20}$$

$$\frac{dK}{ds}=0$$

$$=-\frac{1}{20}(2s+4)$$

$$=$$

$$-\frac{2}{20}s-\frac{4}{20}=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{10}s=\frac{2}{10}$$

$-s=2$

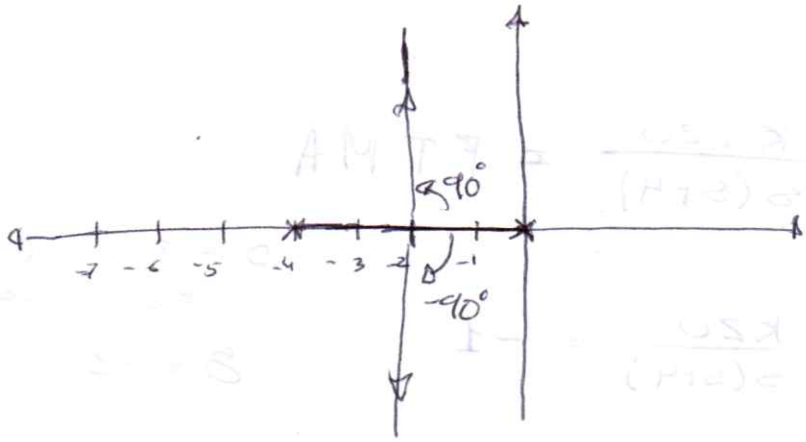
$s=-2$

$0 < K \leq 0,2$

centroid

$$\sigma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{d-n} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\frac{(2b+1)\,180}{d-n} \quad ; \quad b = 0, 1, 2 \ldots (d-n-1)$$



complexos conjugados

$K \geq 0,2$ sobreamortecidos

c) $s_{1,2} = -3 \pm j3$?

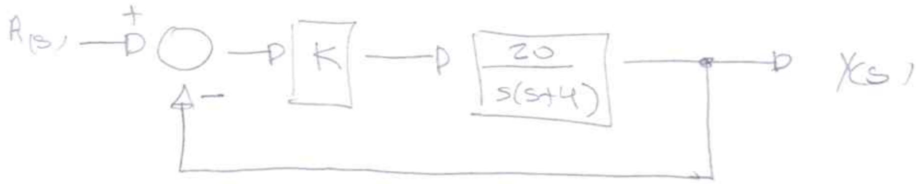
ñ pq $-2 \; +\infty$

$-2 \; -\infty$

K não pode dar positivo se pelo metodo da substituicão

$s = -3 \pm j3$

4.



$$FTMA = K \frac{20}{s(s+4)} \rightarrow FTMF$$

$\downarrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad L_{D\,P(s)} = s(s+4)+20K$

LGR

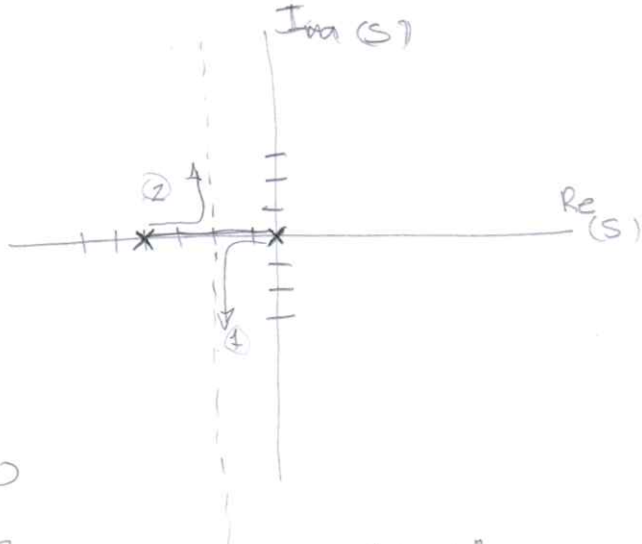
a) zeros: non

Polos: 0; -4

2 ramos

2 assymptotes

$\begin{cases} 90^\circ; 270^\circ = \text{Asymt} \\ \delta = -2 \end{cases}$



$\delta = -2; 90^\circ \wedge 270^\circ$

b) não oscila $-2 < s < 0$

$-4 < s < -2$

$\frac{dK}{ds} = 0$ quebras

$$s^2 + 4s + 20K = 0$$

$$K = -\frac{(s^2+4s)}{20}$$

$$\frac{dK}{ds} = \cancel{-} \frac{(2s+4).20 - 0\,b(\ldots)}{20^2}$$

$$0 = 40s + 80$$

$$s = -\frac{80}{40} = -2 \quad \text{perde LGR} \; ; \; 0 > s > -4$$

$$D(s) = s^2 + 4s + 20K = 0 \Big|_{s=j\omega}$$

$$(j\omega)^2 + 4(j\omega) + 20K = 0$$

4 c) não

$$-\omega^2 + 4j\omega + 20K = 0$$

open $-2 \pm xj$ $\begin{cases} -\omega^2 + 20K = 0 \\ 4\omega = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} K = 0 \\ \omega = 0 \end{cases}$ mas secção na origem

oscila quando $s = -2$ $\therefore$ $s^2 + 4s + 20K = 0 \Big|_{s=-2}$

$K > 0 \wedge K \leq 0{,}2$ $\qquad K = \frac{-4+8}{20} = +\frac{4}{20} =$