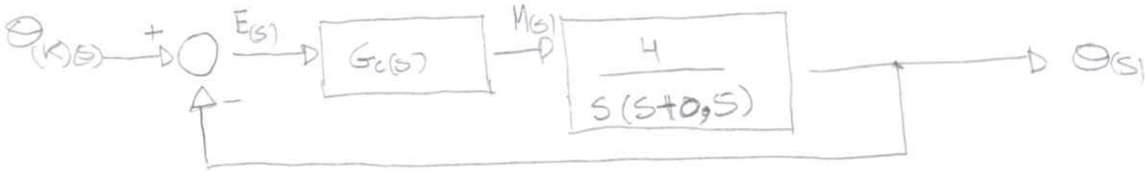
7.



system specifications:

$M_p(\%) = 16,32\%$

$t_{(s)} = 1,6$ sec

a) show that these specifications can not be reached by using a unique proporcional action controller.

- Determine the poles for the specification
  - From the poles for this specification:

$$M_p = e^{-\pi \cdot \xi / \sqrt{1-\xi^2}}$$

$$0,1632 = e^{-\pi \xi / \sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \xi = 0,5$$

  - From the specification t_s:

$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n} = \frac{4}{0,5\omega_n} \Rightarrow \omega_n = 5 \text{ (rad/sec)}$$

  - Since the system is underdamped ($0 \leq \xi \leq 1$ the system has a pair of complex conjugate poles

$$P_1, P_2 = -\xi \cdot \omega_n \pm j\omega_n \cdot \sqrt{1-\xi^2}$$
$$= -2,5 \pm j4,33$$

→ Apply the root-locus method:

$\boxed{R1}$ OBTAIN THE CHARACTERISTIC EQUATION IN FORM

$$\boxed{K \frac{4}{s(s+0,5)} = -1}$$

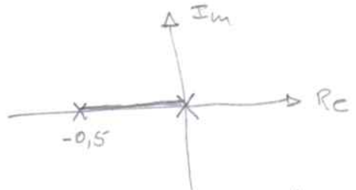
7. continuacao

R2 Locate the poles and zeros of the open loop T.F, $(G.H_{(s)})$ in the s plane

zeros: don't have $\Rightarrow n = \phi$

Poles: $\left.\begin{array}{l} p_1 = 0 \\ p_2 = -0{,}5 \end{array}\right\} \Rightarrow d = 2$ also nº of branches

R3



R4 Determine the asymptotes of the root loc:

- number of distinct asymptotes is $d-n$ $\boxed{2-0=2}$

- Angles of asymptotes $= \dfrac{(1+2h)\times\pi}{d-n}$; $h = 0, 1.$

$h=\phi$ $\measuredangle_1 = \dfrac{\pi}{2}$ $h=1$ $\measuredangle_2 = \dfrac{(1+2.1)}{2} \cdot \pi$

$\measuredangle = \pm\dfrac{\pi}{2}$ $\measuredangle_2 = \dfrac{3}{2} \cdot \pi$

the asymptote intersection with the real axis

$$\sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^{d} p_i - \sum_{i=1}^{n} z_i}{d-n} = \frac{-0.5-0}{2} = -\frac{1}{4}$$

R5 Find the break away and break-in point:

$\boxed{\dfrac{d}{ds}K = \phi}$ $K \dfrac{4}{s(s+0{,}5)} = -1$

$$K = \frac{-s(s+0{,}5)}{4}$$

$$\frac{d}{ds}\left[\frac{-s(s+0{,}5)}{4}\right] = \phi$$

$$\frac{-(s^2+0{,}5s)'.4-(s^2+0{,}5s).4'}{4^2} = 0$$

$$\frac{-(2s+0{,}5).4}{16} = \phi$$

7. continuações

$$-8s+2=\phi \Rightarrow s=-\frac{1}{4}$$

$\boxed{R6}$ No complex poles

$\boxed{R7}$ Find the point where the root locus may cross the imaginary axis:

characteristic equation:

$$\boxed{1+GH(s)\Big|_{s=j\omega}=\phi}$$

$$1+K\frac{4}{s(s+0{,}5)}\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

$$s.(s+0{,}5)+4.K\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

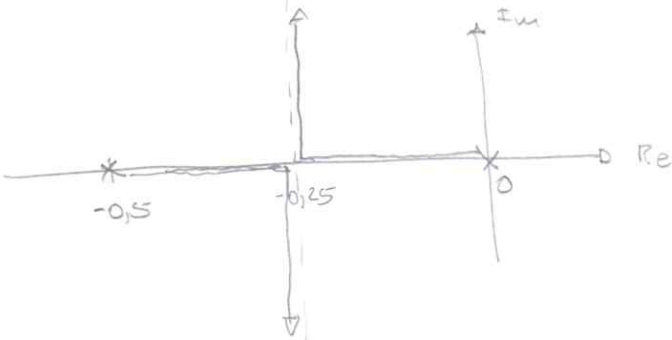
$$s^2+0{,}5s+4K\Big|_{s=j\omega}=\phi$$

$$-\omega^2+0{,}5j\omega+4K=\phi$$

$$\begin{cases}-\omega^2+4K=\phi\\0{,}5\omega=\phi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}K=0\\\omega=0\end{cases}$$

$\Rightarrow$ Pole in origin we can conclude that there are no intersections

Draw the Root Loc:



Pole $-2{,}5\pm j4{,}33$ are not poles of the system independent of the value of $\underline{K}$.

b) Values of K that the system does not oscilate

- Poles in the real axis does not oscilate
- the Break-away point in $s=-0{,}25$ indicates where the system start to oscilate

$$\boxed{1+GH(s)\Big|_{s=-\frac{1}{4}}=\phi}$$

b)

$$1 + K \left. \frac{4}{s(s+0{,}5)} \right|_{s=-\frac{1}{4}} = \emptyset$$

$$s \cdot (s+0{,}5) + 4K \Big|_{s=-\frac{1}{4}} = \emptyset$$

$$K = 0{,}015625$$

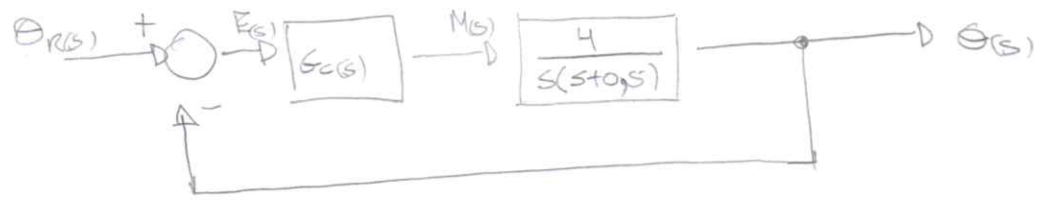
For

$$0 < K \leq 0{,}015625$$

the system does not oscilate

L G R - 1ª aula

ex 7)



- Overshoot percentual máximo inferior a 16,32%
- tempo de estabelecimento inferior a 1,6 sec.

7a) Mostre que estas especificações não podem ser alcançadas recorrendo a um controlador de acção unicamente proporcional.

$M_p < 16,32\%$ $\quad M_p = e^{-\pi \xi / \sqrt{1-\xi^2}}$ $\quad$ calc casio

$0,1632 = e^{-\pi \xi / \sqrt{1-\xi^2}}$ $\quad$ Epsilon

$\xi = 0,5$

$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n} \Leftrightarrow 1,6 = \frac{4}{0,5\omega_n} \Leftrightarrow \omega_n = 5$ rad/sec

$\xi = 0,5 \Rightarrow$ sistema subamortecido $\Rightarrow$ polos complexos do tipo $-\xi\omega_n \pm \xi\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

calc casio ZORDER

$-0,5 \cdot 5 \pm j\,5\sqrt{1-0,5^2}$

$-2,5 \pm j\,4,33$

$P_{1,2} = -2,5 \pm j\,4,33$ para o sistema apresentar as especificações de desempenho pretendidas, necessita que os seus polos sejam $-2,5 \pm j\,4,33$ n.

Verificar, recorrendo ~~ao~~ L.G.R

1. $GH_{(s)} = -1$

   $GH_{(s)} = K \frac{4}{s(s+0,5)} = -1$

2. Polos e Zeros

   Zeros: não tem.

   Polos: $p_1 = 0$; $p_2 = -0,5$

   nº zeros = 0
   nº polos = 2
   nº ramos do L.G.R = d = 2

3.

4. Assimptotas: $d - n = 2$

   $\chi = \frac{(1+2h) \cdot 180^\circ}{d-n}$ $\quad h = 0, 1$

ex 7)

$$\measuredangle = \pm 90^\circ$$

centróide:

$$\sigma = \frac{0-0,5-0}{d-n} = \frac{0-0,5-0}{2} = -0,25$$

5. Pontos de Quebra

$$\frac{d}{ds}K = \phi$$

$$K \cdot \frac{4}{s(s+0,5)} = -1$$

$$K = -\frac{s(s+0,5)}{4}$$

$$\frac{d}{ds}\left[-\frac{s(s+0,5)}{4}\right] = 0$$

$$[-(s+0,5)-s] \cdot 4 = \phi \Leftrightarrow s = -0,25 \text{ Pertence???}$$

$$-2,5 \neq -0,25 \quad \text{Não}$$

6. -

7. Pontos de intersecção com o eixo imaginário

$$1 + GH(s)\Big|_{s=j\omega} = \phi$$

$$1 + K\frac{4}{s(s+0,5)}\Big|_{s=j\omega} = \phi$$

$$s(s+0,5)+4K\Big|_{s=j\omega} = \phi$$

$$s^2+0,5s+4K\Big|_{s=j\omega} = \phi$$

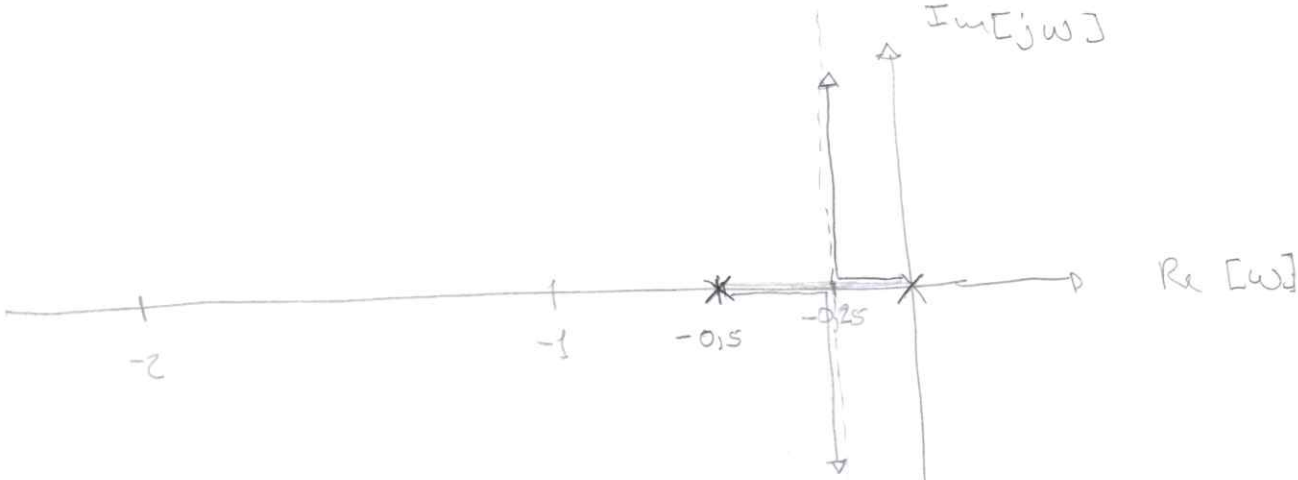
$$(j\omega)^2 + 0,5j\omega + 4K = \phi$$

$$-\omega^2 + 0,5j\omega + 4K = \phi$$

$$\begin{cases} -\omega^2+4K = 0 \\ 0,5j\omega = 0 \ [j] \end{cases} \begin{cases} -\omega^2 = 0 \wedge 4K = 0 \\ 0,5\omega = 0 \end{cases} \begin{cases} K = \phi \\ \omega = \phi \end{cases}$$

ex 7)

7a)



Analisando o L.G.R. do sistema, verifica-se que com um controlador de acção unicamente proporcional não se consegue cumprir as especificações de desempenho pretendidas, uma vez que: $-2,5 \pm j4,33$ nunca são polos do sistema independentemente do valor de K.

7b) Indique o intervalo de valores do ganho proporcional pelo que os quais o sistema apresenta uma saída não oscilatória.

Nota: Para a resposta do sistema não apresentar oscilacão, os polos da F.T. em malha fechada tem que ser reais (tem que estar sobre o eixo real).

⇒ Calculo do valor de K apartir do qual o L.G.R. deixa de estar sobre o eixo real:

$$1 + GH(s)\Big|_{s=-\frac{1}{4}} = \emptyset$$

$$1 + K\,\frac{4}{s(s+0,5)}\Big|_{s=-\frac{1}{4}} = \emptyset$$

$$K = -\frac{s(s+0,5)}{4}\Big|_{s=-\frac{1}{4}} \Leftrightarrow K = 0,015625$$

$$\boxed{0,015625 \geqslant K > 0}$$

o sistema não oscila.