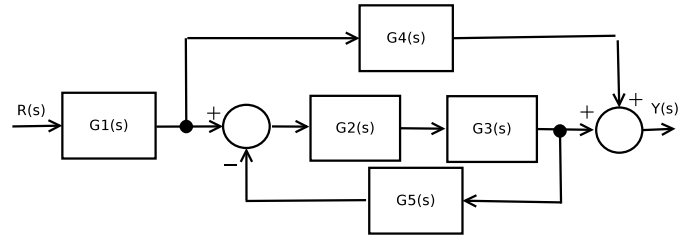


Época Normal. Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas. Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas. O teste é sem consulta. Duração da prova: 1:30

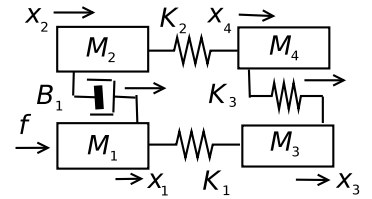
1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na Figura. Sejam  $s$  e  $\mathcal{L}$ , respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam  $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$  e  $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$ , respectivamente, as transformadas de Laplace dos sinais de entrada e de saída. Sabe-se as funções de transferência  $G_i(s)$ ,  $i = 1, \dots, 5$ , funções de transferência. Simplificando o diagrama de blocos obtém-se a função de transferência  $\frac{Y(s)}{R(s)}$ :

- A)  $\frac{Y(s)}{R(s)} = G_1 G_4 + \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 G_5}$   
 B)  $\frac{Y(s)}{R(s)} = G_1 \left( G_4 + \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 G_5} \right)$   
 C)  $\frac{Y(s)}{R(s)} = G_4 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 G_5}$   
 D) Outro resultado



2. Considere o sistema mecânico da Figura onde  $f(t)$  representam a força aplicada,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  e  $x_4(t)$  deslocamentos,  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  constantes de rigidez das molas (lei de Hooke),  $B_1$  coeficiente de atrito (viscoso) e  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$  massas. Uma das equações do modelo matemático vem:

- A)  $K_3(x_4 + x_3) + K_2(x_4 + x_2) + M_4 \ddot{x}_4 = 0$   
 B)  $K_2(x_4 - x_3) + K_3(x_4 - x_2) + M_4 \ddot{x}_4 = 0$   
 C)  $K_3(x_4 - x_3) + K_2(x_4 - x_2) + M_4 \ddot{x}_4 = 0$   
 D) Outro resultado



3. Considere a resposta temporal  $x(t)$  de um sistema em malha aberta quando é aplicada uma entrada unitária  $u(t) = 1$ ,  $t \geq 0$  representada na Figura. Seja  $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ , onde  $K = 2$ ,  $\zeta = 0,5$ ,  $\omega_n = 3$ . Então, sabe-se que o tempo de pico e o valor de pico da saída são dados por:

- A)  $t_p = 4,209$ ,  $y(t_p) = 3,926$   
 B)  $t_p = 3,209$ ,  $y(t_p) = 2,926$   
 C)  $t_p = 2,209$ ,  $y(t_p) = 1,926$   
 D) Outro resultado

4. Considere um sistema com função de transferência  $G(s) = K \frac{1}{s(s^2 + 3s + 9)}$ . O seu lugar de raízes directo revela um ângulo de partida  $\alpha$  num dos polo complexos dado por:

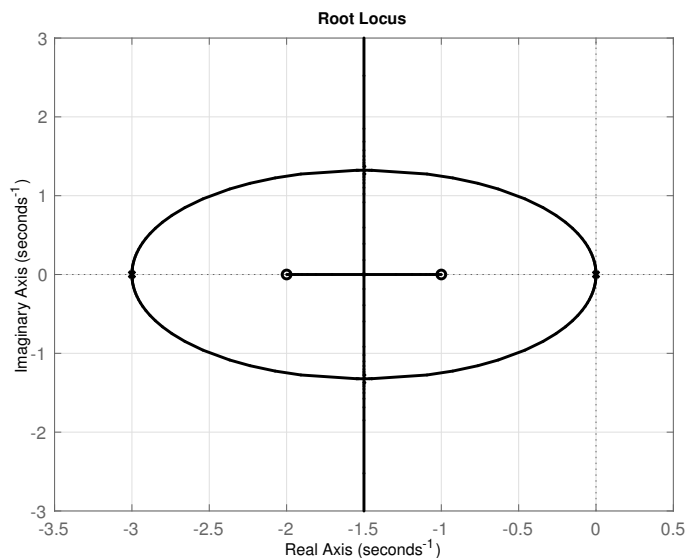
- A)  $\alpha = -30$  graus  
 B)  $\alpha = 0$  graus  
 C)  $\alpha = 60$  graus  
 D) Outro resultado

5. Considere um sistema com função de transferência  $G(s) = K \frac{1}{s(s+1)(s^2 + 3s + 9)}$ . O seu lugar de raízes directo apresenta um ponto de quebra de saída  $\sigma_1$  para um ganho

- A)  $\sigma_1 = -0.967$ ,  $K = 1,506$   
 B)  $\sigma_1 = -0.867$ ,  $K = 1,416$   
 C)  $\sigma_1 = -0.767$ ,  $K = 1,346$   
 D) Outro resultado

6. Considere um sistema com função de transferência  $G(s)$  cujo lugar de raízes directo se encontra representado na Figura. A partir do gráfico sabe-se que:

- A)  $G(s) = K \frac{(s+1)^2(s+2)}{s^2(s+3)^2}$   
 B)  $G(s) = K \frac{(s+1)(s+2)}{s(s+3)}$   
 C)  $G(s) = K \frac{(s+1)(s+2)}{s^2(s+3)^2}$   
 D) Outro resultado



7. Considere um sistema com função de transferência  $G(s) = \frac{9}{s^2 + 3s + 9}$ . Então, a resposta em frequência apresenta uma frequência de ressonância  $\omega_r$  e um pico  $|G(j\omega_r)|$ :

- A)  $\omega_r = 3,121 \text{ rad/s}$ ,  $|G(j\omega_r)| = 2,249 \text{ dB}$
- B)  $\omega_r = 2,121 \text{ rad/s}$ ,  $|G(j\omega_r)| = 1,249 \text{ dB}$
- C)  $\omega_r = 1,121 \text{ rad/s}$ ,  $|G(j\omega_r)| = 0,249 \text{ dB}$
- D) Outro resultado

8. Considere um sistema cuja resposta em frequência (gráficos de Bode) está representada na Figura, onde o ganho se encontra em décibéis e a fase em graus. A partir do gráfico sabe-se que:

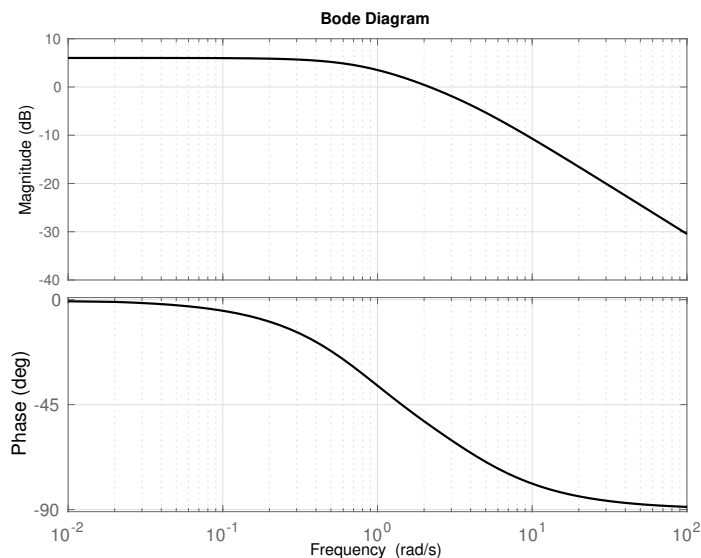
- A)  $G(s) = \frac{30(s+2)}{(s+1)(s+3)}$
- B)  $G(s) = \frac{6(s+2)}{(s+1)(s+3)}$
- C)  $G(s) = \frac{3(s+2)}{(s+1)(s+3)}$
- D) Outro resultado

9. Considere um sistema com função de transferência  $G(s) = \frac{3(s+2)}{(s+1)(s+3)}$ . O sistema exibe uma margem de fase  $MF$  dada por:

- A)  $MF = 126,17 \text{ graus}$
- B)  $MF = 66,17 \text{ graus}$
- C)  $MF = 36,17 \text{ graus}$
- D) Outro resultado

10. Considere um sistema com função de transferência  $G(s) = \frac{3e^{-2s}}{s}$ . O sistema em malha fechada inclui um controlador PID (Proporcional, Integral e Diferencial) e uma realimentação unitária. Pretende-se sintonizar um controlador PID através do método de Ziegler-Nichols open-loop. Então, os parâmetros  $K$  (ganho proporcional),  $T_i$  (constante de tempo integral) e  $T_d$  (constante de tempo diferencial) vêm dados por:

- A)  $K = 0,6$ ,  $T_i = 3,0$ ,  $T_d = 4,0$
- B)  $K = 0,5$ ,  $T_i = 2,0$ ,  $T_d = 3,0$
- C)  $K = 0,3$ ,  $T_i = 1,0$ ,  $T_d = 2,0$
- D) Outro resultado



Aluno N° \_\_\_\_\_

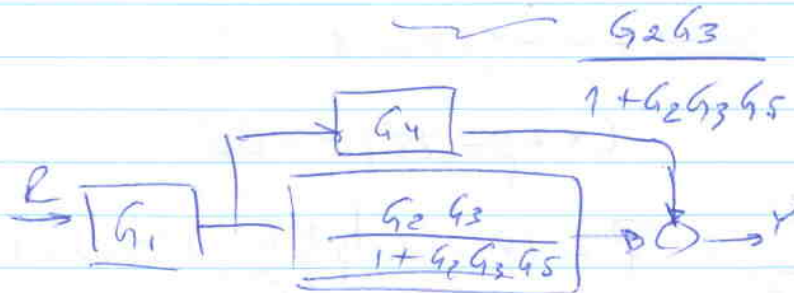
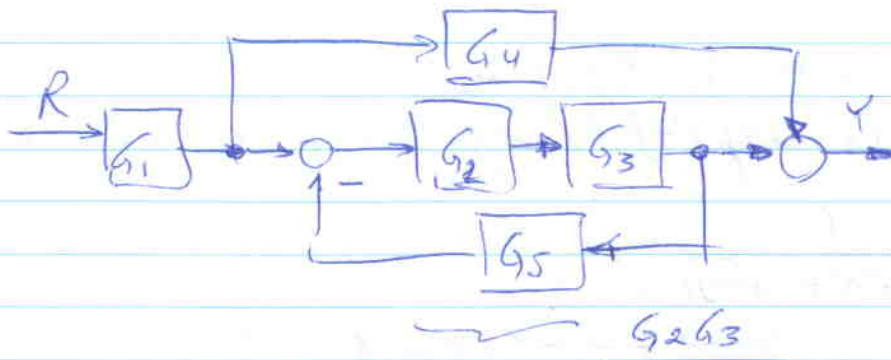
Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

### Respostas:

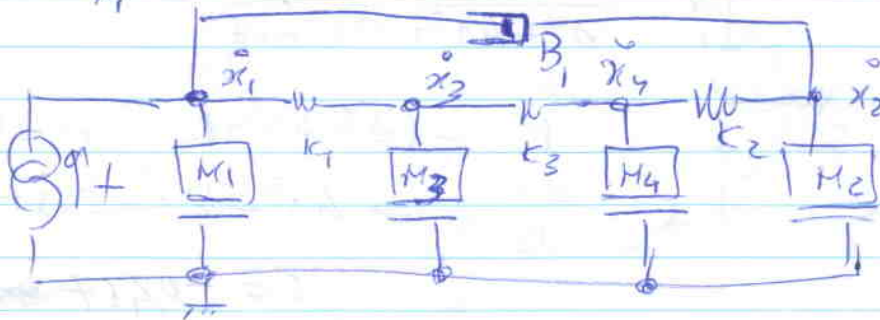
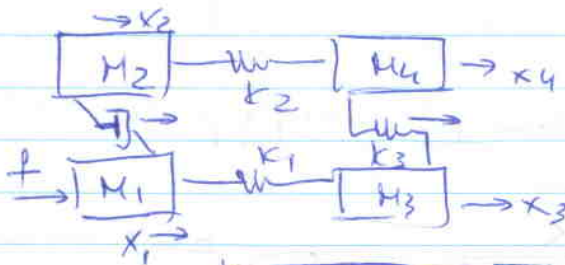
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										

1)



$$Y/R = G1 \left\{ G4 + \frac{G2 G3}{1 + G2 G3 G5} \right\}$$

2)



analogía  
eléctrica

$$F = M1 \ddot{x}_1 + k_1 (x_1 - x_3) + B_1 (x_1 - x_2)$$

$$0 = k_1 (x_3 - x_1) + M3 \ddot{x}_3 + k_3 (x_3 - x_4)$$

$$0 = k_3 (x_4 - x_3) + M4 \ddot{x}_4 + k_2 (x_4 - x_2) \leftarrow$$

$$0 = k_2 (x_2 - x_4) + M2 \ddot{x}_2 + B_1 (x_2 - x_1)$$

②

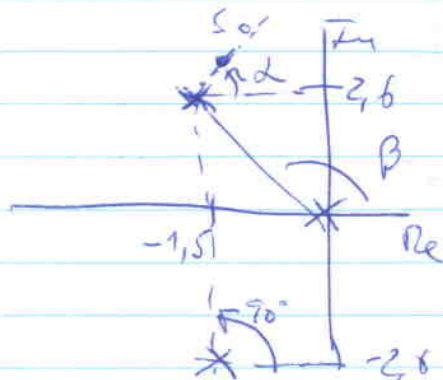
$$3) \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K \omega_m^2}{s^2 + 2\zeta \omega_m s + \omega_m^2}, \quad K=2; \quad \zeta=0,5; \quad \omega_m=3$$

$$t_p = \pi / (\omega_m \sqrt{1-\zeta^2}) = 1,209 \text{ seg}$$

$$y(t_p) = K \cdot (1 + \exp(-\zeta \cdot \pi / \sqrt{1-\zeta^2})) = 2 \cdot 1,163 = 2,326$$

$$4) G(s) = K \cdot \frac{1}{s(s^2 + 3s + 9)}$$

$$\rightarrow s = -1,5 \pm j2,6$$

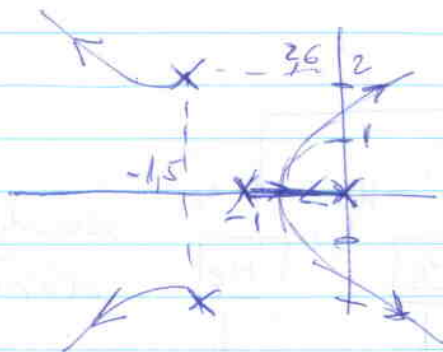


$$-(\alpha + \beta + 90^\circ) = -180^\circ$$

$$\beta = 180 - \arctan \frac{2,6}{1,5} = 180 - 60 = 120^\circ$$

$$\text{for } -(\alpha + 120 + 90) = -180 \Rightarrow K = -30^\circ$$

$$5) G(s) = K \cdot \frac{1}{s(s+1)(s^2 + 3s + 9)} \quad s = -1,5 \pm j2,6$$



$$\frac{K}{s^4 + 4s^3 + 12s^2 + 9s} = -1$$

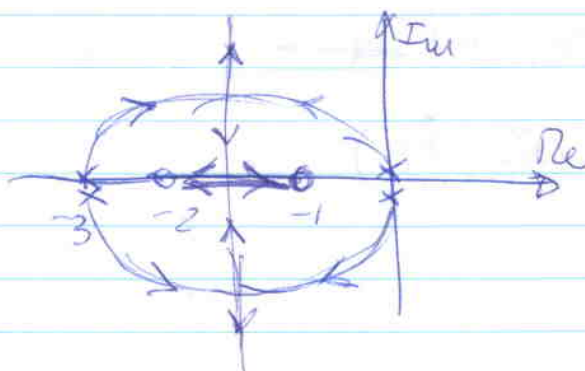
$$K = -(s^4 + 4s^3 + 12s^2 + 9s)$$

$$\frac{dK}{ds} = 0 \Rightarrow 4s^3 + 12s^2 + 24s + 9 = 0$$

$$s = -0,467 \rightarrow K = 1,946$$

~~scribbled out text~~

$$6) G(s) = K \cdot \frac{(s+1)(s+2)}{s^2(s+3)^2}$$



$$7) G(s) = \frac{9}{s^2 + 3s + 9}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow \omega_n = 3 \\ &2\zeta\omega_n = 3 \Leftrightarrow 2 \cdot \zeta \cdot 3 = 3 \\ &\rightarrow \zeta = 0,5 \end{aligned}$$

$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 2,121 \text{ rad/s}$$

$$M_n = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} = 1,1547 \rightarrow M_n(\text{dB}) = 1,249 \text{ dB}$$

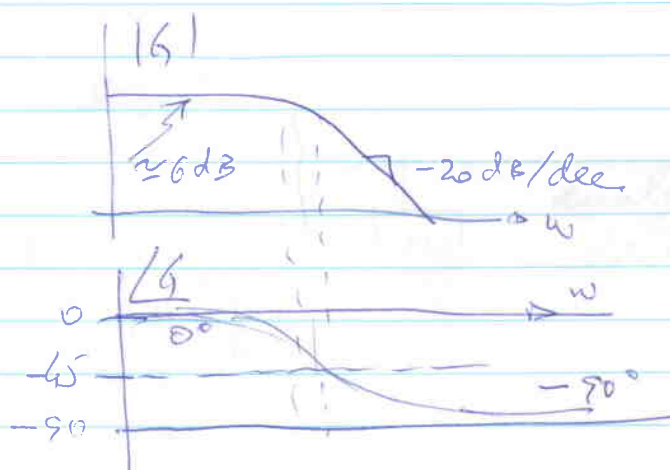
$$9) G(s) = \frac{3(s+2)}{(s+1)(s+3)} \xrightarrow{s=j\omega} G(j\omega) = 3 \underbrace{\sqrt{\frac{\omega^2 + 2^2}{(\omega^2 + 1)(\omega^2 + 3)}}}_{|G|} \underbrace{\left/ \begin{matrix} + \arctan \frac{\omega}{2} \\ - \arctan \omega - \arctan \frac{\omega}{3} \end{matrix} \right.}_{\angle G}$$

$$|G(j\omega_1)| = 1 \Rightarrow \omega_1 = 2,173 \text{ rad/s}$$

$$\angle G = \arctan \frac{2,173}{2} - \arctan(2,173) - \arctan\left(\frac{2,173}{3}\right) = -53,8^\circ$$

$$MF = 180^\circ - 53,8^\circ = 126,17^\circ$$

$$8) G(s) = \frac{3(s+2)}{(s+1)(s+3)}$$



$$10) G(s) = 3 \frac{e^{-2s}}{s}$$

$$K_R = 3, T = 2 \xrightarrow{ZNAOL} \begin{aligned} K &= 0,2 \\ T_i &= 4,0 \\ T_d &= 1,0 \end{aligned}$$