Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia

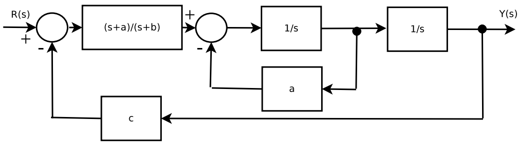
Licenciatura em Eng. Electrotécnica e de Computadores, Teoria dos Sistemas, 11-Julho-2013

Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas.

Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas.

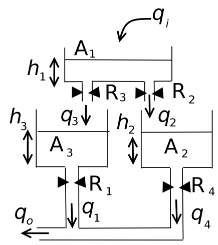
O teste é sem consulta. Duração da prova: 1:30

1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na figura onde $a, b, c \in \mathbb{R}$. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, respectivamente, as transformadas de Laplace do sinais de entrada e de saída. A função de transferência do sistema $\frac{Y(s)}{R(s)}$, resulta:



A) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2+bs+c}$
B) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2+(a+b)s+c}$
C) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s+a}{s^2+bs+c}$
D) Outro resultado

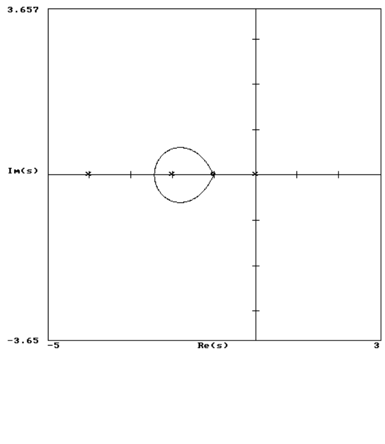
2. Considere o sistema hidráulico representado na figura seguinte, onde $q_i(t)$ e $q_o(t)$ representam os caudais de entrada e de saída. Sejam $h_1(t)$, $h_2(t)$ e $h_3(t)$ as alturas de liquido nos reservatórios 1, 2 e 3, respectivamente, e sejam as suas áreas designadas por A_1, A_2 e A_3. As resistências hidráulicas são representadas por R_1, R_2, R_3, R_4 e R_5. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace. O modelo do sistema vem:



A)$Q_i = Q_2 + Q_3 + sA_1H_1$, $H_1 = R_3Q_3$, $H_1 = R_2Q_2$,$Q_3 = Q_1 + sA_3H_3$, $Q_2 = Q_4 + sA_2H_2$, $H_3 = R_1Q_1$, $H_2 = R_4Q_4$,$Q_1 + Q_4 = Q_o$
B) $Q_i = sA_1H_1$, $H_1 = R_3Q_3$, $H_1 = R_2Q_2$,$Q_3 = Q_1 + sA_3H_3$, $Q_2 = Q_4 + sA_2H_2$, $H_3 = R_1Q_1$, $H_2 = R_4Q_4$,$Q_1 - Q_4 = Q_o$
C) $Q_i + Q_2 + Q_3 = sA_1H_1$, $H_1 = R_3Q_3$, $H_1 = R_2Q_2$,$Q_3 + Q_1 = sA_3H_3$, $Q_2+Q_4 = sA_2H_2$, $H_3 = R_1Q_1$, $H_2 = R_4Q_4$,$Q_1 + Q_4 + Q_o = 0$
D) Outro resultado

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem para um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$, $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$, seja ζ o coeficiente de amorteciento, ω_n a frequência natural não amortecida, t_p o tempo de pico e $c(t_p)$ o valor do pico da resposta temporal. Para um sistema descrito pela função de transferência $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{10\times 9}{s^2+s+9}$ tem-se:
A) $t_p = 1,588$ seg, $c(t_p) = 15,62$
B) $t_p = 0,588$ seg, $c(t_p) = 10,62$
C) $t_p = 1,062$ seg , $c(t_p) = 15,88$
D) Outro resultado

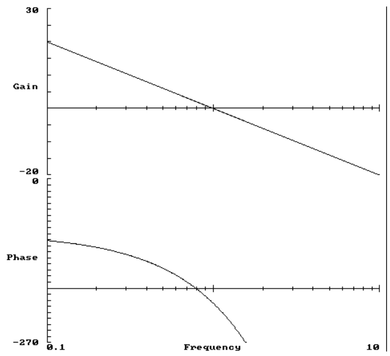
4. Considere um sistema com função de transferência $G(s)$ cujo lugar de raízes directo (LRD) se encontra representado na figura. A partir do gráfico (nota, o LRD situado no eixo real corresponde aos troços compreendidos entre $s = -1$ e $s = 0$ bem como entre $s = -4$ e $s = -2$) sabe-se que:



A) $G(s) = \frac{K(s+1)^2}{s(s+2)^2}$
B) $G(s) = \frac{K(s+1)^3}{s(s+2)(s+4)}$
C) $G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)(s+4)}$
D) $G(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+2)^2}$

5. Considere um sistema de cuja resposta em frequência (gráficos de Bode de amplitude e fase) se encontra representado na figura. A partir dos gráficos sabe-se que:

A) $G(s) = \frac{1}{s^2}$
B) $G(s) = \frac{e^{-2s}}{s}$
C) $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$
D) $G(s) = \frac{(s+1)}{s^2(s+2)}$

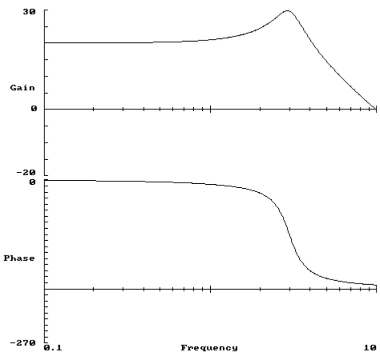


6. Considere um sistema $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ cuja resposta em frequência (gráficos de Bode de amplitude e fase) está representada na figura, onde o ganho se encontra em décibeis e a fase em graus. A partir do gráfico sabe-se que:

A) $G(s) = \frac{10\times 9}{s^2+s+9}$
B) $G(s) = \frac{10\times 9}{s^2+6s+9}$
C) $G(s) = \frac{9}{s^2+6s+9}$
D) $G(s) = \frac{9}{s^2+s+9}$

7. Considere um sistema cuja função de transferência em malha aberta é dada por $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$. Pretende-se sintonizar um controlador PID (Proporcional, Integral e Diferencial) pelo método de Ziegler-Nichols em malha fechada. Assim, os parâmetros K (ganho proporcional), T_i (constante de tempo integral) e T_d (constante de tempo diferencial) vêm dadas por:

A) $K = 1.800$, $T_i = 1.948$, $T_d = 0.573$
B) $K = 2.100$, $T_i = 2.623$, $T_d = 0.697$
C) $K = 2.400$, $T_i = 3.142$, $T_d = 0.785$
D) Outro resultado



Formulário:
Resposta temporal de um sistema de segunda ordem com função de tranferência $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ a um degrau unitário

$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$, $c(t_p) = 1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

Resposta em frequência de um sistema de segunda ordem com função de tranferência $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$

$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$, $M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$

Turma____Aluno Nº:___________ .
Nome: ____

Respostas

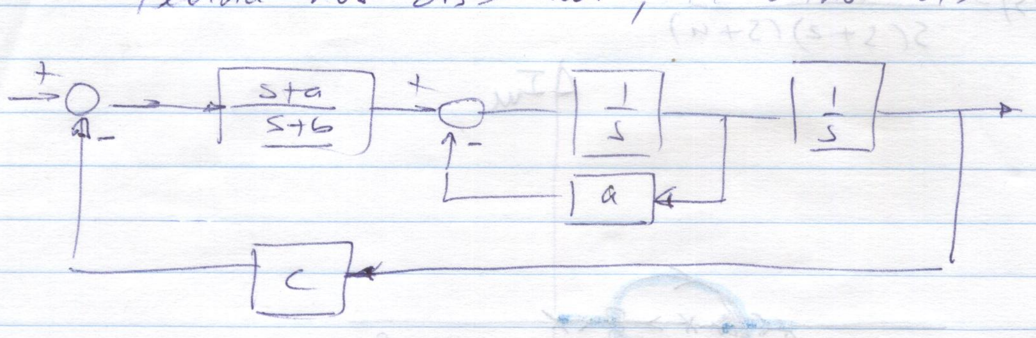
	A	B	C	D	
1.					1.
2.					2.
3.					3.
4.					4.
5.					5.
6.					6.
7.					7.

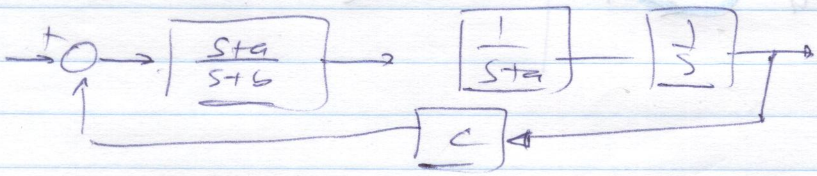
Formulae for controller tuning

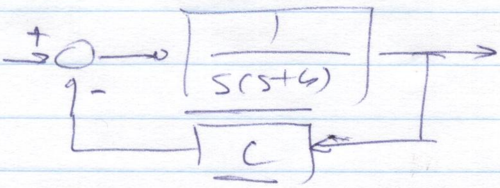
Controller	*Setting*	*Ziegler–Nichols (closed-loop)*	*Shinskey*	*Ziegler–Nichols (open-loop)*	*Cohen–Coon*
P	K	$0.5\,K_u$	$0.5\,K_u$	$\frac{1}{T\,R_r}$	$\frac{\tau}{TK_p}\left(1+0.33\frac{T}{\tau}\right)$
PI	K	$0.45\,K_u$	$0.5\,K_u$	$\frac{0.9}{T\,R_r}$	$\frac{\tau}{TK_p}\left(0.9+0.082\frac{T}{\tau}\right)$
	T_i	$0.833\,P_u$	$0.43\,P_u$	$3.33\,T$	$T\left(\frac{3.33+0.3T/\tau}{1+2.2T/\tau}\right)$
PID	K	$0.6\,K_u$	$0.5\,K_u$	$\frac{1.2}{T\,R_r}$	$\frac{\tau}{TK_p}\left(1.35+0.27\frac{T}{\tau}\right)$
	T_i	$0.5\,P_u$	$0.34\,P_u$	$2\,T$	$T\left(\frac{2.5+0.5T/\tau}{1+0.6T/\tau}\right)$
	T_d	$0.125\,P_u$	$0.08\,P_u$	$0.5\,T$	$T\left(\frac{0.37}{1+0.2T/\tau}\right)$

Teoria dos Sistemas, 11-Julho-2013

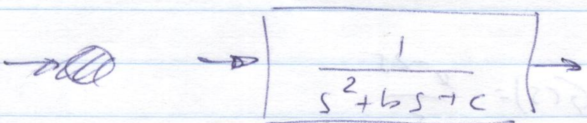
1)



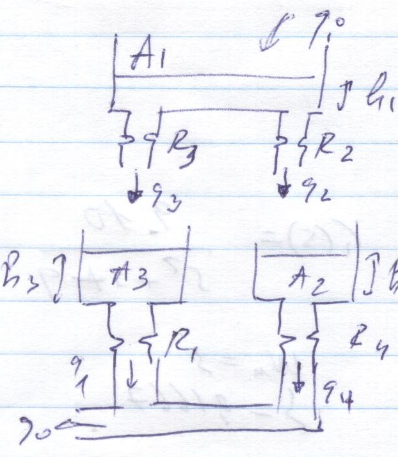




$$= \frac{\frac{1}{s(s+b)}}{\frac{c}{s(s+b)}+1} = \frac{\frac{1}{\cancel{s(s+b)}}}{\frac{s^2+bs+c}{\cancel{s(s+b)}}}$$



2)



$q_i = A_1 \dot{h}_1 + q_2 + q_3$

$h_1 = q_3 R_3 \qquad h_1 = q_2 R_2$

$q_3 = A_3 \dot{h}_3 + q_1$

$q_2 = A_2 \dot{h}_2 + q_4$

$h_3 = q_1 R_1$

$h_2 = q_4 R_4$

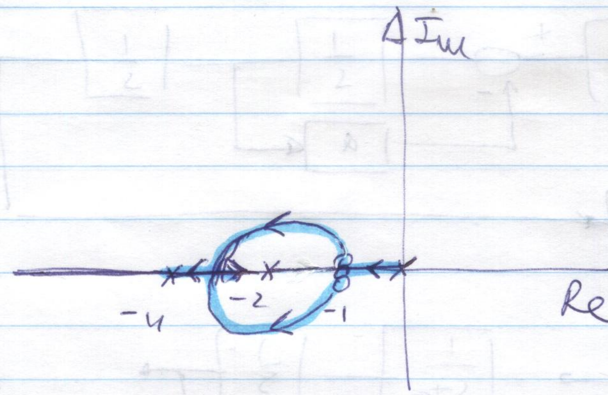
$q_1 + q_4 = q_0$

3) degrau unitário $\quad C(s) = \frac{90}{s^2 + \cancel{s} + 9} = \frac{10 \cdot 9}{s^2 + s + 9}$

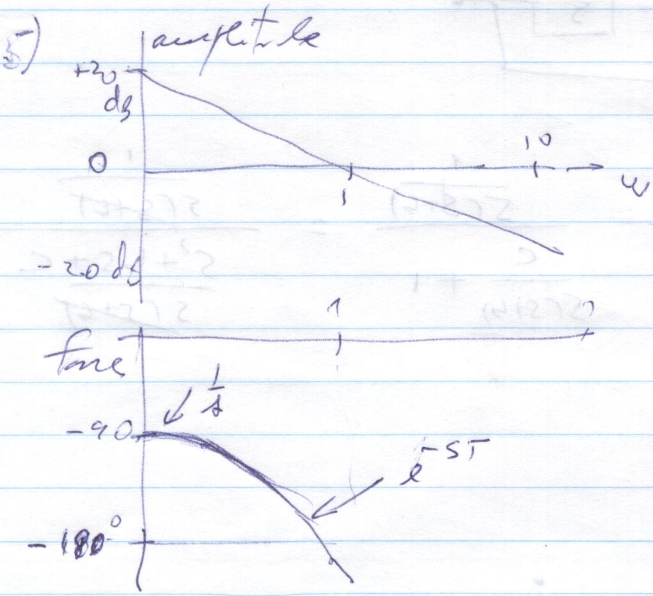
$K = 10$ $w_n^2 = 9$ $2\zeta w_n = 1$	$K = 10$ $w_n = 3$ $\zeta = 1/6$	$t_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}}$ $y(t_p) = 10\left(1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\right)$	$t_p = 1{,}062$ $y(t_p) = 10 \times 1{,}588$

2

4) $G(s) = \dfrac{K\cdot(s+1)^3}{s(s+2)(s+4)}$

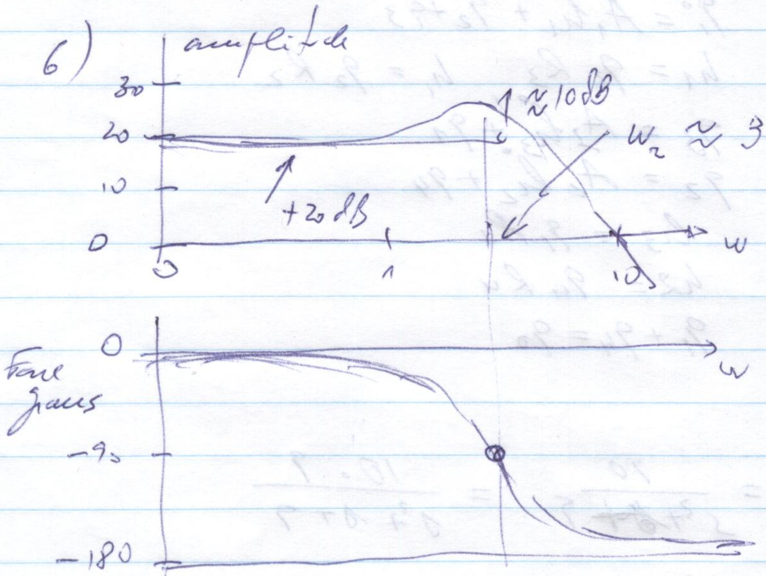


5)



$G(s) = \dfrac{e^{-2s}}{s}$

6)



$G(s) = \dfrac{9\cdot 10}{s^2+s+9}$

$\omega_n = 3$
$\zeta = 0{,}1667$

$\omega_r = 2{,}92$
$M_r = 3{,}04 = 9{,}66\,dB$

7) $\dfrac{K}{(1+s)^4} + 1 \rightarrow s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1 + K$

s^4	1	6	$1+K$
s^3	4	4	
s^2	5	$1+K$	
s^1	$4-K$		
s^0	$1+K$		

$1+K>0$, $4-K>0$ | $-1<K<4$

$\rightarrow 5s^2+5=0$

$K_u = 4,\ P_u = 2\pi \Rightarrow K = 2{,}400;\ T_i = 3{,}142;\ T_d = 0{,}785$