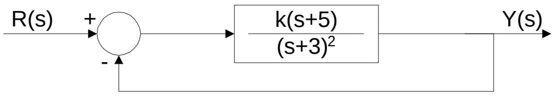
2.



1. Obter a equação característica do sistema na forma GH(s) = – 1 com o parâmetro k em evidência:

$$GH(s) = k.\frac{(s+5)}{(s+3)^2} = -1$$

2. Marcar os pólos e os zeros da Função de Transferência em Malha Aberta do sistema:

Zeros: $z_1 = -5$
Pólos: $p_1 = p_2 = -3$ (pólo duplo)

Nº de zeros: n = 1
Nº de pólos: d = 2.

O número de ramos do L.G.R. é igual ao número de pólos da F.T.M.A., logo, o número de ramos do L.G.R. = d = 2.

O L.G.R. começa nos pólos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou no infinito.

3. São ramos do L.G.R. sobre o eixo real, todos os segmentos do eixo real que tenham à sua direita uma soma ímpar de zeros e pólos sobre este eixo.

4. O número de assimptotas é d – n = 1

Os ângulos que as assimptotas fazem com o eixo real, são:

$$angulos(assimptotas - L.G.R.) = \frac{(1+2.h).180^{o}}{d-n} = \frac{(1+2.h).180^{o}}{2-1} = 180^{o}$$

Neste caso, não faz sentido calcular a intersecção das assimptotas com o eixo real (centróide), uma vez que a assimptota é o próprio eixo real.

5. Os pontos de entrada e saída do L.G.R. no eixo real são designados por pontos de quebra e são dados por:

$$\frac{\partial k}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{-\prod_{i=1}^{d}(s-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-z_i)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[-\frac{(s+3)^2}{(s+5)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -s^2 - 10.s - 21 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_1 = -7 \\ s_2 = -3 \end{cases}$$

6. Os pontos de intersecção com o eixo imaginário podem ser calculados através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ou através da equação característica:

$$1 + GH(s)\big|_{s=j.\omega} = 0$$

resultando ω e k.

$$1 + k.\frac{(s+5)}{(s+3)^2}\bigg|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

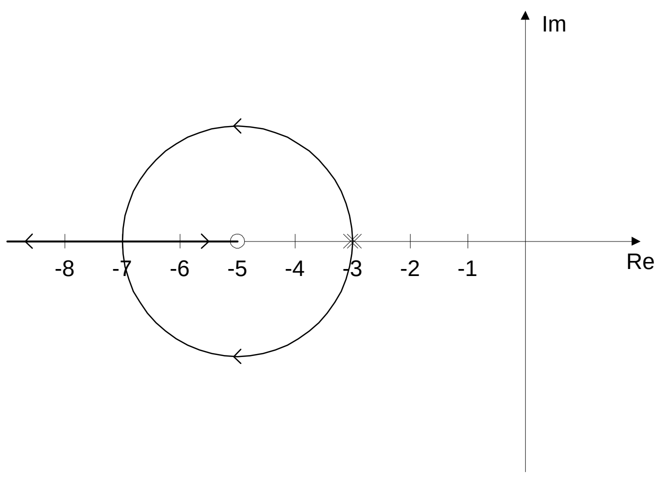
$$\Leftrightarrow s^2 + (6+k).s + (5.k+9)\big|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 + (6+k).\,j.\omega + (5.k+9) = 0 \Leftrightarrow$$

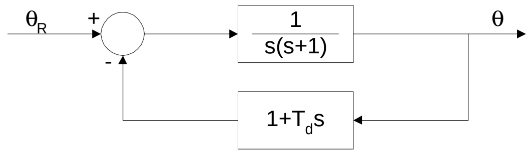
$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{9}{5} \\ \omega = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} k = -6 \\ \omega^2 = \sqrt{-21} \end{cases} \Rightarrow impossivel$$

Uma vez que este sistema de equações é impossível, o L.G.R. não tem intersecções com o eixo imaginário.

A partir destes dados torna-se possível esboçar o L.G.R. deste sistema:



3.



3. a)

1. Obter a equação característica do sistema na forma GH(s) = – 1 com o parâmetro T_d em evidência:

$$GH(s) = \frac{1.+T_d\,.s}{s.(s+1)} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_d \cdot \frac{s}{s^2+s+1} = -1$$

2. Marcar os pólos e os zeros da Função de Transferência em Malha Aberta do sistema:

Zeros: $z_1 = 0$
Pólos: $p_1 = -0{,}5 + j.0{,}866$
$p_2 = -0{,}5 - j.0{,}866$

Nº de zeros: n = 1
Nº de pólos: d = 2.

O número de ramos do L.G.R. é igual ao número de pólos da F.T.M.A., logo, o número de ramos do L.G.R. = d = 2.

O L.G.R. começa nos pólos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou no infinito.

3. São ramos do L.G.R. sobre o eixo real, todos os segmentos do eixo real que tenham à sua direita uma soma ímpar de zeros e pólos sobre este eixo.

4. O número de assimptotas é d – n = 1

Os ângulos que as assimptotas fazem com o eixo real, são:

$$angulos(assimptotas - L.G.R.) = \frac{(1+2.h).180^{\circ}}{d-n} = \frac{(1+2.h).180^{\circ}}{2-1} = 180^{\circ}$$

Neste caso, não faz sentido calcular a intersecção das assimptotas com o eixo real (centróide), uma vez que a assimptota é o próprio eixo real.

5. Os pontos de entrada e saída do L.G.R. no eixo real são designados por pontos de quebra e são dados por:

$$\frac{\partial T_d}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{-\prod_{i=1}^{d}(s-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-z_i)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[-\frac{s^2+s+1}{s}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -s^2+1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_1 = -1 \\ s_2 = +1 \end{cases}$$

Neste caso só a primeira solução é válida.

6. Os ângulos de partida do L.G.R. dos pólos complexos são dados por:

$$\phi = 180º - \left(\arg\left(\sum_{i=1}^{d-1}(s-p_i)\right) - \arg\left(\sum_{i=1}^{n}(s-z_i)\right)\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \phi = 180º - \left[\arg(s+0{,}5+j.0{,}866) - \arg(s)\right]\Big|_{s=-0{,}5+j.0{,}866} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \phi = 180º - \arg(+j.1{,}732) + \arg(-0{,}5+j.0{,}866) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \phi = 180º - 90º + 120º \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \phi = 210º$$

7. Os pontos de intersecção com o eixo imaginário podem ser calculados através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ou através da equação característica:

$$1 + GH(s)\big|_{s=j.\omega} = 0$$

resultando ω e T_d.

$$1 + T_d.\frac{s}{s^2+s+1}\bigg|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

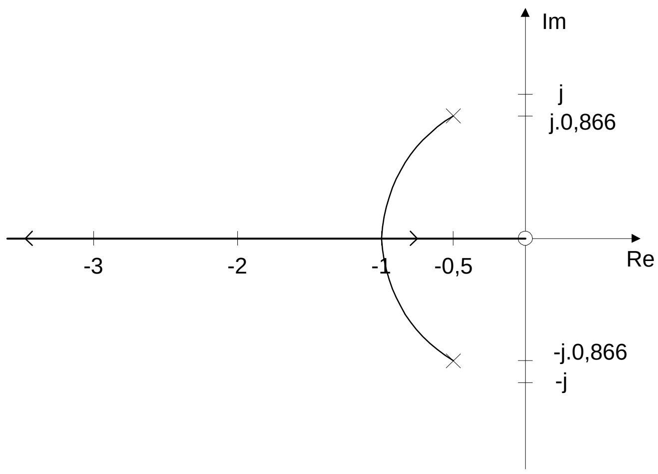
$$\Leftrightarrow s^2 + (1+T_d).s + 1\big|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\omega^2 + (1+T_d).j.\omega + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega^2 = 1 \\ \omega = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} \omega^2 = 1 \\ T_d = -1 \end{cases} \Rightarrow impossivel$$

Uma vez que este sistema de equações é impossível, o L.G.R. não tem intersecções com o eixo imaginário.

A partir destes dados torna-se possível esboçar o L.G.R. deste sistema:



3. b)

Para o sistema não apresentar oscilação à sua saída, os pólos da Função de Transferência em Malha Fechada têm que ser reais (têm que estar sobre o eixo real). Assim, vamos calcular o valor de T_d a partir do qual o L.G.R. passa a estar sobre o eixo real:

$$1 + GH(s)\Big|_{s=-1} = 0$$

resultando T_d.

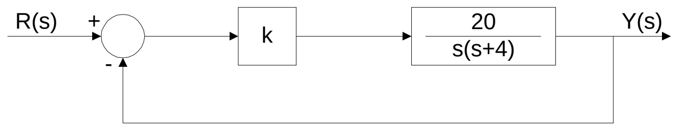
$$1 + T_d \cdot \left.\frac{s}{s^2 + s + 1}\right|_{s=-1} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_d = -\left.\frac{s^2 + s + 1}{s}\right|_{s=-1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T_d = 1$$

Para valores de T_d maiores que 1, o sistema não apresenta oscilação à sua saída.

4.



4. a)

1. Obter a equação característica do sistema na forma GH(s) = – 1 com o parâmetro k em evidência:

$$GH(s) = k.\frac{20}{s.(s+4)} = -1$$

2. Marcar os pólos e os zeros da Função de Transferência em Malha Aberta do sistema:

Zeros: não tem
Pólos: $p_1 = 0$
$p_2 = -4$

Nº de zeros: n = 0
Nº de pólos: d = 2.

O número de ramos do L.G.R. é igual ao número de pólos da F.T.M.A., logo, o número de ramos do L.G.R. = d = 2.

O L.G.R. começa nos pólos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou no infinito.

3. São ramos do L.G.R. sobre o eixo real, todos os segmentos do eixo real que tenham à sua direita uma soma ímpar de zeros e pólos sobre este eixo.

4. O número de assimptotas é d – n = 2

Os ângulos que as assimptotas fazem com o eixo real, são:

$$angulos(assimptotas - L.G.R.) = \frac{(1+2.h).180^{o}}{d-n} = \frac{(1+2.h).180^{o}}{2-0} = \pm 90^{o}$$

A intersecção das assimptotas com o eixo real (centróide) é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^{d} p_i - \sum_{i=1}^{n} z_i}{d-n} = \frac{0-4}{2-0} = -2$$

5. Os pontos de entrada e saída do L.G.R. no eixo real são designados por pontos de quebra e são dados por:

$$\frac{\partial k}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{-\prod_{i=1}^{d}(s-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-z_i)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[-\frac{s.(s+4)}{20}\right] = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -2.s - 4 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s = -2$$

6. Os pontos de intersecção com o eixo imaginário podem ser calculados através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ou através da equação característica:

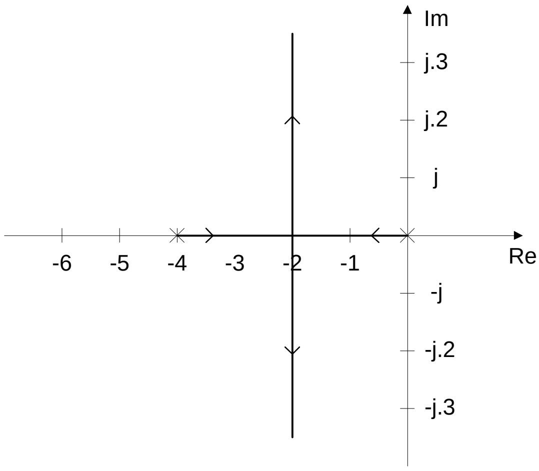
$$1 + GH(s)\big|_{s=j.\omega} = 0$$

resultando ω e k.

$$1 + k.\frac{20}{s.(s+4)}\bigg|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s^2 + 4.s + 20.k\big|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -\omega^2 + 4.j.\omega + 20.k = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \omega = 0 \end{cases}$$

Daqui conclui-se que não existem intersecções do L.G.R. com o eixo imaginário, excepto para o pólo na origem (reparar que as assimptotas fazem 90º com o eixo real, logo são paralelas ao eixo imaginário).

A partir destes dados torna-se possível esboçar o L.G.R. deste sistema:



4. b)

Para o sistema não apresentar oscilação à sua saída, os pólos da Função de Transferência em Malha Fechada têm que ser reais (têm que estar sobre o eixo real). Assim, vamos calcular o valor de k a partir do qual o L.G.R. deixa de estar sobre o eixo real:

$$1 + GH(s)\big|_{s=-2} = 0$$

resultando k.

$$1 + k.\frac{20}{s.(s+4)}\bigg|_{s=-2} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow k = -\frac{s.(s+4)}{20}\bigg|_{s=-2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow k = 0{,}2$$

Para valores de k, tais que: $0{,}2 \geq k > 0$ o sistema não apresenta oscilação à sua saída.

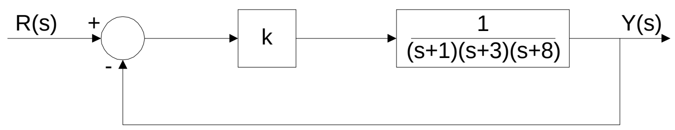
4. c)

Poder-se-ia resolver a equação característica do sistema:

$$1 + GH(s)\Big|_{s=-3\pm j.3} = 0$$

e ver se havia algum valor de k que permitisse cumprir as especificações.
Alternativamente, olhando para o L.G.R. conclui-se que os pólos do sistema ou são reais ou, no caso de serem imaginários, têm parte real igual a – 2, logo não se consegue ter os pólos – 3 ± j.3.

5.



5. a)

1. Obter a equação característica do sistema na forma GH(s) = – 1 com o parâmetro k em evidência:

$$GH(s) = k.\frac{1}{(s+1).(s+3).(s+8)} = -1$$

2. Marcar os pólos e os zeros da Função de Transferência em Malha Aberta do sistema:

Zeros: não tem
Pólos: $p_1 = -1$
$p_2 = -3$
$p_3 = -8$

Nº de zeros: n = 0
Nº de pólos: d = 3.

O número de ramos do L.G.R. é igual ao número de pólos da F.T.M.A., logo, o número de ramos do L.G.R. = d = 3.

O L.G.R. começa nos pólos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou no infinito.

3. São ramos do L.G.R. sobre o eixo real, todos os segmentos do eixo real que tenham à sua direita uma soma ímpar de zeros e pólos sobre este eixo.

4. O número de assimptotas é d – n = 3

Os ângulos que as assimptotas fazem com o eixo real, são:

$$angulos(assimptotas - L.G.R.) = \frac{(1+2.h).180^o}{d-n} = \frac{(1+2.h).180^o}{3-0} = \pm 60^o, 180^o$$

A intersecção das assimptotas com o eixo real (centróide) é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^{d} p_i - \sum_{i=1}^{n} z_i}{d-n} = \frac{-1-3-8}{3-0} = -4$$

5. Os pontos de entrada e saída do L.G.R. no eixo real são designados por pontos de quebra e são dados por:

$$\frac{\partial k}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{-\prod_{i=1}^{d}(s-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-z_i)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[-(s+1).(s+3).(s+8)\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3.s^2 - 24.s - 35 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_1 = -1{,}92 \\ s_2 = -6{,}08 \end{cases}$$

Neste caso só a primeira solução é válida.

6. Os pontos de intersecção com o eixo imaginário podem ser calculados através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ou através da equação característica:

$$1 + GH(s)\Big|_{s=j.\omega} = 0$$

resultando ω e k.

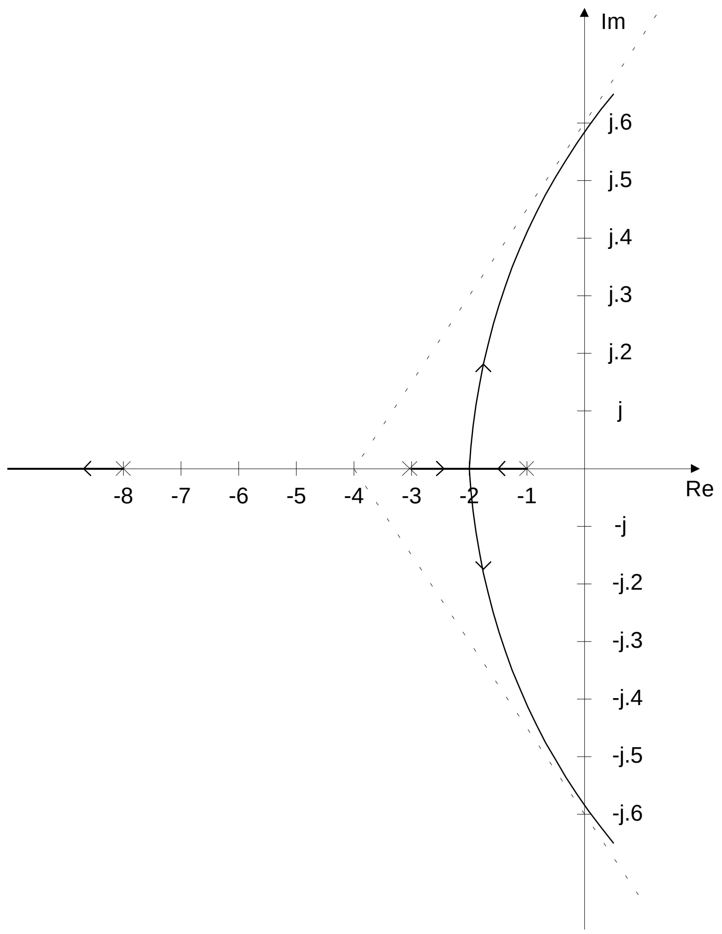
$$1 + k.\frac{1}{(s+1).(s+3).(s+8)}\Bigg|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s^3 + 12.s^2 + 35.s + (24+k)\Big|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -j.\omega^3 - 12.\omega^2 + 35.j.\omega + (24+k) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -24 \\ \omega = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} k = 11 \\ \omega = \sqrt{35} \end{cases} \vee \begin{cases} k = 11 \\ \omega = -\sqrt{35} \end{cases}$$

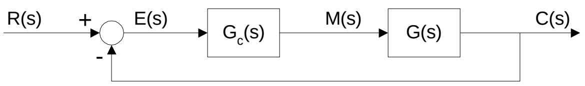
A partir destes dados torna-se possível esboçar o L.G.R. deste sistema:



5. b)

O sistema torna-se instável quando passa a ter pólos no semi-plano direito. Isso acontece para k > 11. Para o sistema ser estável é necessário que: 0 < k < 11.

6.



$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

6. a)

Para a situação de *Overshoot* percentual máximo de 2,5% e tempo de estabelecimento de 1 s, temos:

$$M_p = e^{-\frac{\zeta.\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0{,}025 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \zeta = 0{,}76$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta.\omega_n} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 1 = \frac{4}{0{,}76.\omega_n} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \omega_n = 5{,}26 rad / s$$

Para o sistema apresentar as especificações de desempenho pretendidas, necessita que os seus pólos tenham os seguintes valores:

$$p_{1,2} = -\zeta.\omega_n \pm j.\omega_n.\sqrt{\zeta^2 - 1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow p_{1,2} = -4 \pm j.3{,}42$$

Vamos agora esboçar o L.G.R. para ver se estes pólos pertencem ao sistema.

1. Obter a equação característica do sistema na forma GH(s) = – 1 com o parâmetro k em evidência:

$$GH(s) = k.\frac{1}{s.(s+1)} = -1$$

2. Marcar os pólos e os zeros da Função de Transferência em Malha Aberta do sistema:

Zeros: não tem
Pólos: $p_1 = 0$
$p_2 = -1$

Nº de zeros: n = 0
Nº de pólos: d = 2.

O número de ramos do L.G.R. é igual ao número de pólos da F.T.M.A., logo, o número de ramos do L.G.R. = d = 2.

O L.G.R. começa nos pólos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou no infinito.

3. São ramos do L.G.R. sobre o eixo real, todos os segmentos do eixo real que tenham à sua direita uma soma ímpar de zeros e pólos sobre este eixo.

4. O número de assimptotas é d – n = 2

Os ângulos que as assimptotas fazem com o eixo real, são:

$$angulos(assimptotas - L.G.R.) = \frac{(1+2.h).180^{o}}{d-n} = \frac{(1+2.h).180^{o}}{2-0} = \pm 90^{o}$$

A intersecção das assimptotas com o eixo real (centróide) é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^{d} p_i - \sum_{i=1}^{n} z_i}{d-n} = \frac{0-1}{2-0} = -0{,}5$$

5. Os pontos de entrada e saída do L.G.R. no eixo real são designados por pontos de quebra e são dados por:

$$\frac{\partial k}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{-\prod_{i=1}^{d}(s-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-z_i)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[-s.(s+1)\right] = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -2.s - 1 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s = -0{,}5$$

6. Os pontos de intersecção com o eixo imaginário podem ser calculados através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ou através da equação característica:

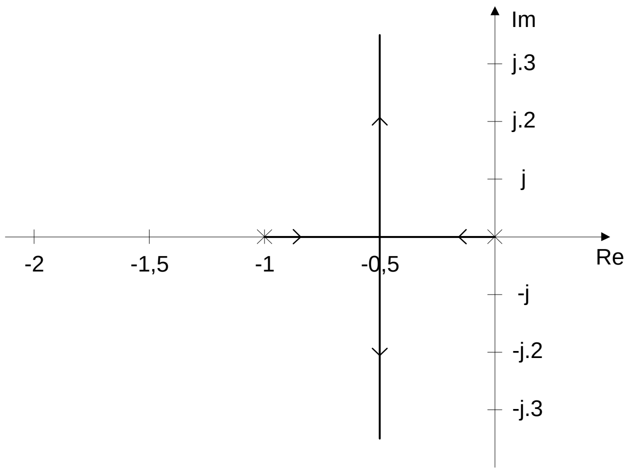
$$1 + GH(s)\big|_{s=j.\omega} = 0$$

resultando ω e k.

$$1 + k.\frac{1}{s.(s+1)}\bigg|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s^2 + s + k\big|_{s=j.\omega} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -\omega^2 + j.\omega + k = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \omega = 0 \end{cases}$$

Daqui conclui-se que não existem intersecções do L.G.R. com o eixo imaginário, excepto para o pólo na origem (reparar que as assimptotas fazem 90º com o eixo real, logo são paralelas ao eixo imaginário).

A partir destes dados torna-se possível esboçar o L.G.R. deste sistema:



Analisando o L.G.R. do sistema verifica-se que com um controlador de acção unicamente proporcional não se conseguem cumprir as especificações de desempenho pretendidas, uma vez que – 4 ± j.3,42 nunca são pólos do sistema, independentemente do valor de k.

6. b)

Para a resposta do sistema não apresentar oscilação, os pólos da Função de Transferência em Malha Fechada têm que ser reais (têm que estar sobre o eixo real). Assim, vamos calcular o valor de k a partir do qual o L.G.R. deixa de estar sobre o eixo real:

$$1 + GH(s)\Big|_{s=-\frac{1}{2}} = 0$$

resultando k.

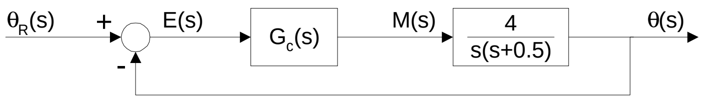
$$1 + k.\frac{1}{s.(s+1)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{2}} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = -s.(s+1)\Big|_{s=-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = 0{,}25$$

Para valores de k, tais que: 0,25 ≥ k > 0 o sistema não apresenta oscilação à sua saída.

7.



7. a)

Para a situação de *Overshoot* percentual máximo de 16,32% e tempo de estabelecimento de 1,6 s, temos:

$$M_p = e^{-\frac{\zeta.\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0{,}1632 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \zeta = 0{,}5$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta.\omega_n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1{,}6 = \frac{4}{0{,}5.\omega_n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \omega_n = 5 rad / s$$

Para o sistema apresentar as especificações de desempenho pretendidas, necessita que os seus pólos tenham os seguintes valores:

$$p_{1,2} = -\zeta.\omega_n \pm j.\omega_n.\sqrt{\zeta^2 - 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p_{1,2} = -2{,}5 \pm j.4{,}33$$

Vamos agora esboçar o L.G.R. para ver se estes pólos pertencem ao sistema.

1. Obter a equação característica do sistema na forma GH(s) = – 1 com o parâmetro k em evidência:

$$GH(s) = k.\frac{4}{s.(s+0,5)} = -1$$

2. Marcar os pólos e os zeros da Função de Transferência em Malha Aberta do sistema:

Zeros: não tem
Pólos: $p_1 = 0$
$p_2 = -0,5$

Nº de zeros: n = 0
Nº de pólos: d = 2.

O número de ramos do L.G.R. é igual ao número de pólos da F.T.M.A., logo, o número de ramos do L.G.R. = d = 2.

O L.G.R. começa nos pólos em malha aberta e termina nos zeros em malha aberta ou no infinito.

3. São ramos do L.G.R. sobre o eixo real, todos os segmentos do eixo real que tenham à sua direita uma soma ímpar de zeros e pólos sobre este eixo.

4. O número de assimptotas é d – n = 2

Os ângulos que as assimptotas fazem com o eixo real, são:

$$angulos(assimptotas - L.G.R.) = \frac{(1+2.h).180^o}{d-n} = \frac{(1+2.h).180^o}{2-0} = \pm 90^o$$

A intersecção das assimptotas com o eixo real (centróide) é dada por:

$$\sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^{d} p_i - \sum_{i=1}^{n} z_i}{d-n} = \frac{0-0,5}{2-0} = -0,25$$

5. Os pontos de entrada e saída do L.G.R. no eixo real são designados por pontos de quebra e são dados por:

$$\frac{\partial k}{\partial s} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{-\prod_{i=1}^{d}(s-p_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-z_i)}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial s}\left[-\frac{s.(s+0,5)}{4}\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -8.s - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s = -0,25$$

6. Os pontos de intersecção com o eixo imaginário podem ser calculados através do Critério de Estabilidade de Routh-Hurwitz, ou através da equação característica:

$$1+GH(s)\Big|_{s=j.\omega}=0$$

resultando ω e k.

$$1+k.\frac{4}{s.(s+0{,}5)}\Bigg|_{s=j.\omega}=0 \Leftrightarrow$$

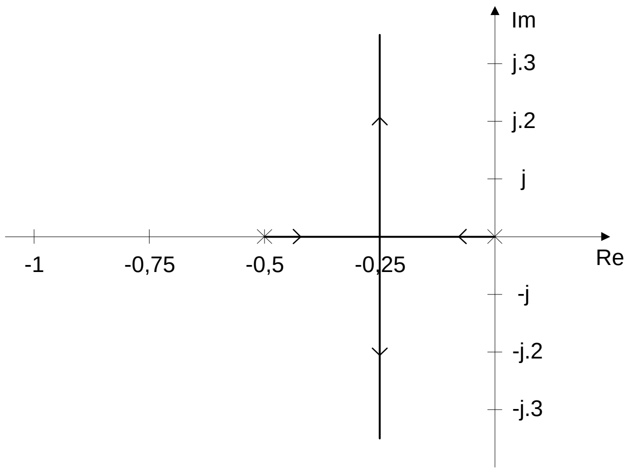
$$\Leftrightarrow s^2+0{,}5.s+4.k\Big|_{s=j.\omega}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\omega^2+0{,}5.j.\omega+4.k=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k=0 \\ \omega=0 \end{cases}$$

Daqui conclui-se que não existem intersecções do L.G.R. com o eixo imaginário, excepto para o pólo na origem (reparar que as assimptotas fazem 90º com o eixo real, logo são paralelas ao eixo imaginário).

A partir destes dados torna-se possível esboçar o L.G.R. deste sistema:



Analisando o L.G.R. do sistema verifica-se que com um controlador de acção unicamente proporcional não se conseguem cumprir as especificações de desempenho pretendidas, uma vez que – 2,5 ± j.4,33 nunca são pólos do sistema, independentemente do valor de k.

7. b)

Para a resposta do sistema não apresentar oscilação, os pólos da Função de Transferência em Malha Fechada têm que ser reais (têm que estar sobre o eixo real). Assim, vamos calcular o valor de k a partir do qual o L.G.R. deixa de estar sobre o eixo real:

$$1+GH(s)\Big|_{s=-\frac{1}{4}}=0$$

resultando k.

$$1+k.\left.\frac{4}{s.(s+0{,}5)}\right|_{s=-\frac{1}{4}}=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k=-\left.\frac{s.(s+0{,}5)}{4}\right|_{s=-\frac{1}{4}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k=0{,}015625$$

Para valores de k, tais que: 0,015625 ≥ k > 0 o sistema não apresenta oscilação à sua saída.