Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia

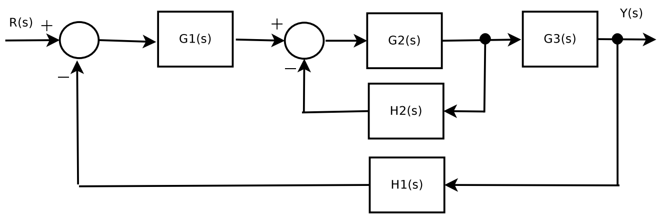
Licenciatura em Eng. Electrotécnica e de Computadores, Teoria dos Sistemas, 21-Julho-2011

Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas.

Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas.

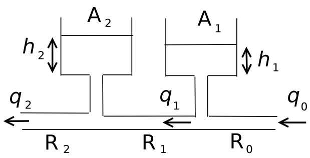
O teste é com consulta. Duração da prova: 2:00

1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na figura. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, respectivamente, as transformadas de Laplace do sinais de entrada e de saída. Simplificando o diagrama de blocos de modo a obter a função de transferência do sistema $\frac{Y(s)}{R(s)}$, resulta:



A) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2(H_2+G_1G_3H_1)}$
B) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2(H_2+G_1H_1)}$
C) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2}$
D) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2H_2+G_1H_1G_3H_2}$

2. Considere o sistema hidráulico representado na figura seguinte, onde $q_0(t)$, $q_1(t)$ e $q_2(t)$ representam caudais. Sejam $h_1(t)$ e $h_2(t)$ a altura de liquido nos reservatórios 1 e 2, respectivamente, e sejam as suas áreas designadas por A_1 e A_2. As resistências hidráulicas são representadas por R_0, R_1 e R_2. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $Q_0(s) = \mathcal{L}[q_0(t)]$ e $Q_2(s) = \mathcal{L}[q_2(t)]$. A função de transferência do sistema $\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)}$, resulta:



A) $\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{R_1}{1+(A_1R_1+A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$
B) $\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{1}{1+(A_1R_1+A_2R_2+A_1R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$
C) $\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{1}{1+(A_1R_1+A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$
D) $\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{R_2}{R_1[1+(A_1R_1+2A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2]}$

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem para um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$, $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$, seja ζ o coeficiente de amorteciento, ω_n a frequência natural não amortecida, t_p o tempo de pico e $c(t_p)$ o valor do pico da resposta temporal. Se $t_p = 0,5$ seg, $c(t_p) = 1,76$ e $\lim_{t\to\infty} c(t_p) = 1,1$, então o sistema pode descrito pela função de transferência $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ tal que:
A) $K = 1,0$, $\omega_n = 6,666$, $\zeta = 0,260$
B) $K = 1,1$, $\omega_n = 6,366$, $\zeta = 0,160$
C) $K = 1,2$, $\omega_n = 5,566$, $\zeta = 0,166$
D) $K = 1,3$, $\omega_n = 3,666$, $\zeta = 0,666$

4. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha fechada) tem como denominador o polinómio $D(s) = s^3+2s^2+(K_1+1)\,s+K_2$, $K_1, K_2 \in \Re$. Pelo critério de estabilidade de Routh-Hurwitz sabe-se que o sistema é estável para:
A) $K_2 > 0 \wedge K_2 < 2K_1 + 2$
B) $K_2 > 1 \wedge K_2 < 2K_1$
C) $K_1 > 2 \wedge K_2 < K_1$
D) $K_1 > K_2 \wedge K_2 < 2$

5. Considere um sistema com função de transferência (em malha aberta) $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$ e o respectivo lugar de raízes directo (LRD).

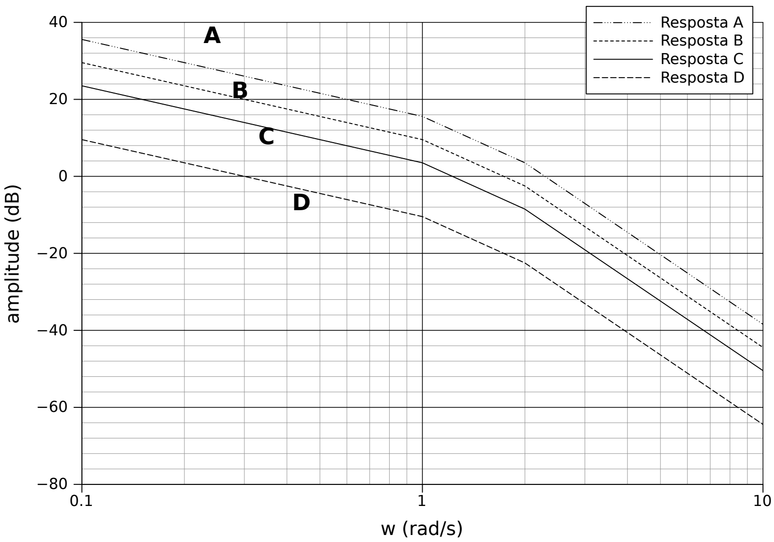
5.a) O ponto σ de intersecção das assimptotas (também chamado de centróide) no eixo real vem:
A) $\sigma = -1$
B) $\sigma = -\frac{1}{2}$
C) $\sigma = -2$
D) $\sigma = -\frac{3}{2}$

5.b) O traçado no LRD no eixo real situa-se nos intervalos:
A) $\sigma \in]-\infty, -3] \cup [-1, 0]$
B)$\sigma \in]-\infty, -3] \cup [-2, -1]$
C) $\sigma \in]-3, -2] \cup [-1, 0]$
D) $\sigma \in]-3, -2] \cup [-2, -1]$

6. Considere um sistema cuja função de transferência em malha aberta é dada por $G(s) = \frac{2(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$. Seja a margem de fase designada por MF. Então, tem-se:

6.a) A) $MF = 15,8$ graus , B) $MF = 32,8$ graus, C) $MF = 23,5$ graus, D) $MF = 49,8$ graus

6.b) Obtém-se o diagrama assimptótico de Bode das amplitudes representado na figura para:
A) Traçado "Resposta A"
B) Traçado "Resposta B"
C) Traçado "Resposta C"
D) Traçado "Resposta D"



7. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha aberta) é dada por $G(s) = \frac{10}{s(s+1)^2}$.

7.a) Pretende-se sintonizar um controlador P (Proporcional) pelo método de Ziegler-Nichols (malha fechada). Assim, os parâmetros K (ganho proporcional), T_i (constante de tempo integral) e T_d (constante de tempo diferencial) vêm dadas por:
A) $K = 0.120$, $T_i = 3.14$, $T_d = 0.785$
B) $K = 0.238$, $T_i = 0.923$, $T_d = 0.257$
C) $K = 0.571$, $T_i = 1.184$, $T_d = 0.501$
D) $K = 0.373$, $T_i = 2.101$, $T_d = 0.325$

7.b) Considere que se optou por um controlador P (Proporcional) com ganho $K = 0.100$. Obtém-se um margem de fase MF de:
A) $MF = 11,4$ graus, B) $MF = 21,4$ graus, C) $MF = 31,4$ graus, D) $MF = 41,4$ graus

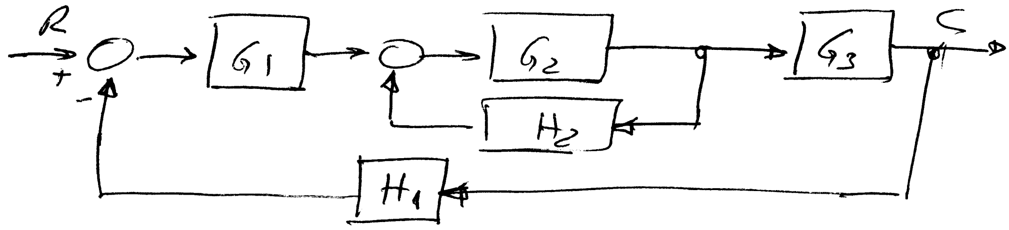
Turma____Aluno Nº:___________ .
Nome: ____

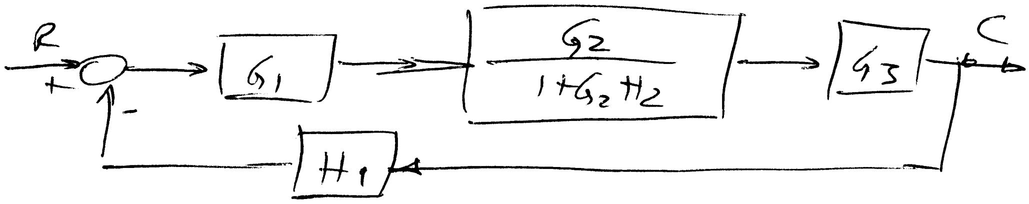
Respostas

	A	B	C	D	
1.					1.
2.					2.
3.					3.
4.					4.
5.a)					5.a)
5.b)					5.b)
6.a)					6.a)
6.b)					6.b)
7.a)					7.a)
7.b)					7.b)

TESIS, 21-Julho-2011

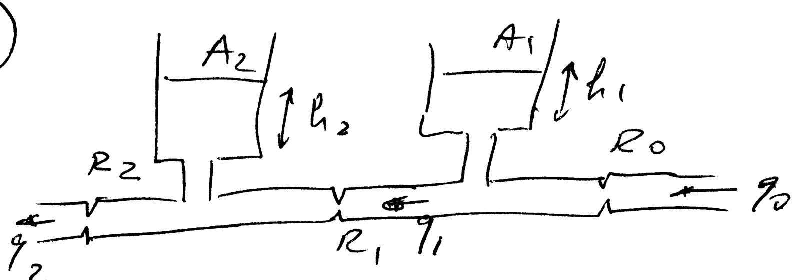
1.

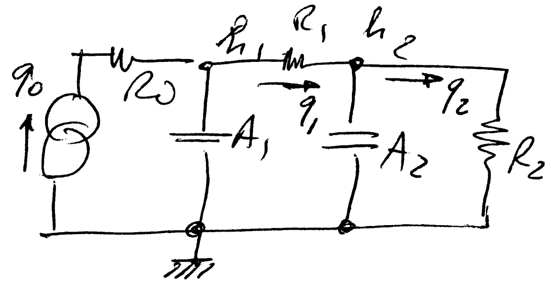




$$\frac{C}{R} = \frac{\dfrac{G_1G_2G_3}{1+G_2H_2}}{1+\dfrac{G_1G_2G_3H_1}{1+G_2H_2}} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2\left[H_2+G_1G_3H_1\right]}$$

2)





$$Q_0 = Q_1 + sA_1H_1$$
$$Q_1 = \frac{H_1-H_2}{R_1}$$
$$Q_2 = H_2/R_2$$
$$Q_1 = sA_2H_2 + Q_2$$

$$Q_0 = \frac{H_1-H_2}{R_1} + sA_1H_1 \quad ①$$
$$Q_2 = H_2/R_2$$
$$Q_1 = \frac{H_1-H_2}{R_1} = sA_2H_2 + Q_2 \quad ②$$

① $Q_0R_1 = -H_2 + (1+sA_1R_1)H_1$

② $H_1 = (1+sA_2R_1)H_2 + Q_2R_1$

$$Q_0R_1 = -H_2 + (1+A_1R_1s)\left[(1+sA_2R_1)H_2 + Q_2R_1\right]$$
$$Q_0R_1 = -Q_2R_2 + (1+A_1R_1s)(1+sA_2R_1)R_2Q_2 + (1+A_1R_1s)R_1Q_2$$
$$Q_0R_1 = \left[-R_2 + (1+A_1R_1s)(1+A_2R_1s)R_2 + (1+A_1R_1s)R_1\right]Q_2$$

$$\frac{Q_2}{Q_0} = \frac{1}{1+(A_1R_2+A_2R_2+A_1R_1)s + A_1A_2R_1R_2s^2}$$

3.) $t_p = 0{,}5$ seg $c(t_p) = 1{,}76$, $c_{ss} = 1{,}1$

ganho = 1,1 $\Rightarrow$ $\dfrac{1{,}76}{1{,}1} = 1{,}6 = 1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow \zeta = 0{,}160$

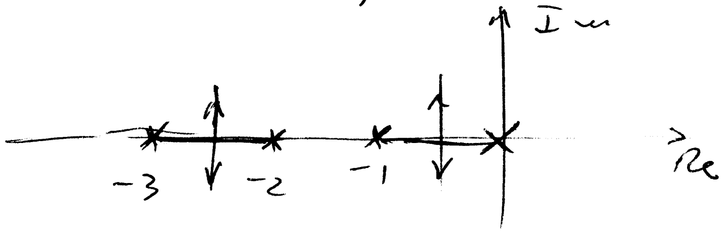
$$0{,}5 = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-0{,}160^2}} \Rightarrow \omega_n = 6{,}366 \text{ rad/s}$$

$\omega_n^2 = 40{,}522$; $2\zeta\omega_n = 2{,}043$

4) $s^3 + 2s^2 + (K_1+1)s + K_2$

s^3	1	K_1+1
s^2	2	K_2
s^1	x	$\longrightarrow x = \dfrac{2(K_1+1)-K_2}{2} \rightarrow 2K_1+2-K_2>0 \Leftrightarrow K_2<2K_1+2$
s^0	K_2	$\longrightarrow K_2 > 0$

5) $G(s) = \dfrac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$ $\sigma = \dfrac{0-1-2-3}{4} = -3/2$



6) $G(s) = \dfrac{2(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$

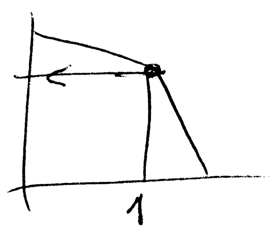
6a)

$$\frac{2}{\omega}\sqrt{\frac{\omega^2+9}{(\omega^2+1)(\omega^2+4)}} = 1 \Rightarrow \omega = 1{,}494 \text{ rad/s}$$

$$\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{3}\right) - 90^\circ - \operatorname{arctg}(\omega) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{2}\right)\right]_{\omega=1{,}494 \text{ rad/s}} = -156{,}5^\circ$$

MF = 180 − 156,5 = 23,5 graus

6.b) $G(s) = \dfrac{3(1+s/3)}{s(s+1)(1+s/2)}$ $20\log_{10}3 = 9{,}5$ dB



7)a)

$$G(s) = \frac{\dfrac{10K}{s(s+1)^2}}{1+\dfrac{10K}{s(s+1)^2}} = \frac{10K}{s^3+2s^2+s+10K}$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 1 \\ s^2 & 2 & 10k \\ s^1 & 1-5k & \\ s^0 & 10k & \end{array}$$

s^2 row $\longrightarrow 2s^2 + 2 = 0 \Rightarrow s = \pm j$

s^1 row $\longrightarrow 1 - 5k = 0 \Rightarrow k = 0{,}2$

logo $K_U = 0{,}2$; $\frac{2\pi}{P_U} = 1 \Rightarrow P_U = 6{,}28$

Ziegler - Nichols (malha fechada)
$K = 0{,}120$; $T_i = 3{,}14$; $T_d = 0{,}785$

7.b) $K = 0{,}1 \rightarrow G(s) = \frac{10 \times 0{,}1}{s(s+1)^2} = \frac{1}{s(s+1)^2}$

$$\frac{1}{w(w^2+1)} = 1 \Rightarrow w = 0{,}682 \text{ rad/s}$$

$$180 - \left[90 + 2 \operatorname{arctg}(w) \right]_{w=0{,}682} = 180 - 158{,}6 = 21{,}4 \text{ graus}$$