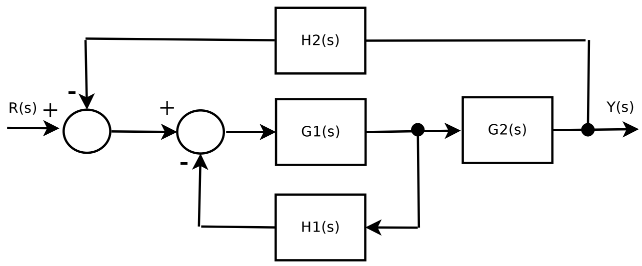
Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia, Licenciatura em Eng. Electrotécnica e de Computadores, Teoria dos Sistemas, 16-Julho-2014

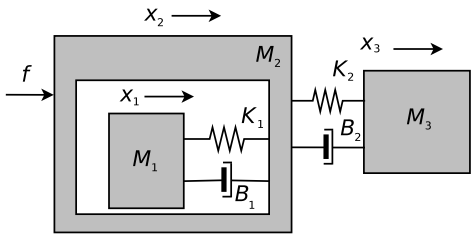
Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas. Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas. O teste é sem consulta. Duração da prova: 1:30

1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na figura. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, respectivamente, as transformadas de Laplace do sinais de entrada e de saída. Simplificando o diagrama de blocos do sistema resulta:



A) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2}{1+G_1 G_2 H_1 H_2}$
B) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 + G_2}{1+G_1 H_1 (1+G_2(1+H_2))}$
C) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2}{1+G_1 G_2 (H_1 + H_2)}$
D) Outro resultado

2. Considere o sistema mecânico representado na figura onde x_1, x_2 e x_3 representam, respectivamente, os deslocamentos das massas M_1, M_2 e M_3. O modelo matemático é dado por:



A) $M_1\ddot{x}_1 = K_1(x_1 - x_2) + B_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$
$M_2\ddot{x}_2 = K_1(x_2 - x_1) + B_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + K_2(x_2 - x_3) + B_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + f$
$M_3\ddot{x}_3 = K_2(x_3 - x_2) + B_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$
B) $M_1\ddot{x}_1 + K_1 x_1 + B_1\dot{x}_1 = 0$
$M_2\ddot{x}_2 + K_1 x_2 + B_1\dot{x}_2 + K_2 x_2 + B_2\dot{x}_2 = f$
$M_3\ddot{x}_3 + K_2 x_3 + B_2\dot{x}_3 = 0$
C) $f = M_1\ddot{x}_1 + K_1(x_1 - x_2) + B_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$
$0 = M_2\ddot{x}_2 + K_1(x_2 - x_1) + B_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - K_2(x_2 - x_3) - B_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3)$
$M_3\ddot{x}_3 = K_2(x_3 - x_2) + B_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$
D) Outro resultado

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem para um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$, $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$, seja ζ o coeficiente de amorteciento, ω_n a frequência natural não amortecida, t_p o tempo de pico e $c(t_p)$ o valor do pico da resposta temporal. Para um sinal de entrada em degrau unitário a resposta do sistema vem dada por $C(s) = \frac{18}{s(s^2+3s+9)}$. Assim, resulta:
A) $t_p = 0,652$ seg, $c(t_p) = 1,116$
B) $t_p = 0,572$ seg, $c(t_p) = 1,248$
C) $t_p = 0,732$ seg, $c(t_p) = 1,017$
D) Outro resultado

4. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha fechada) tem como denominador o polinómio $D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 3$. Pelo critério de estabilidade de Routh-Hurwitz sabe-se que o sistema:
A) Tem uma raíz no semi plano direito
B) Tem duas raízes no semi plano direito
C) Tem três raízes no semi plano direito
D) Outro resultado

5. Considere um sistema com função de transferência $G(s) = K\frac{1}{s(s^2+s+1)}$. No respectivo lugar de raízes directo, verifica-se que no eixo real:
A) Existe o ponto de saída $\sigma = -1$
B) Existe o ponto de saída $\sigma = -2$
C) Existe o ponto de saída $\sigma = -1{,}5$
D) Outro resultado

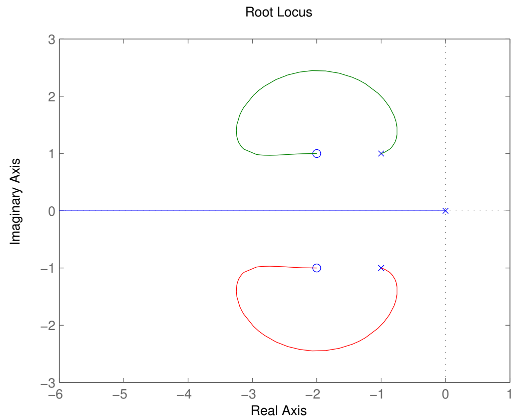
6. Considere um sistema com função de transferência $G(s)$ cujo lugar de raízes directo se encontra representado na figura. A partir do gráfico sabe-se que:

A) $G(s) = K\frac{s+1}{s(s^2+s+1)}$

B) $G(s) = K\frac{s^2+4s}{s(s^2+4s+5)}$

C) $G(s) = K\frac{s^2+4}{s(s+2)(s+3)}$

D) Outro resultado



7. Considere um sistema com função de transferência $G(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$. Sabe-se que a margem de fase MF resulta:

A) $MF = 11,4$ graus

B) $MF = 21,4$ graus

C) $MF = 31,4$ graus

D) Outro resultado

8. Considere o sistema $G(s) = \frac{3}{s^2+4s+9}$. Na resposta em frequência existe uma ressonância tal que:

A) $\omega_r = 1.0$ rad/s, $M_r = 0,054$ dB

B) $\omega_r = 1,5$ rad/s, $M_r = 0,154$ dB

C) $\omega_r = 2,0$ rad/s, $M_r = 0,254$ dB

D) $\omega_r = 2.5$ rad/s, $M_r = 0,354$ dB

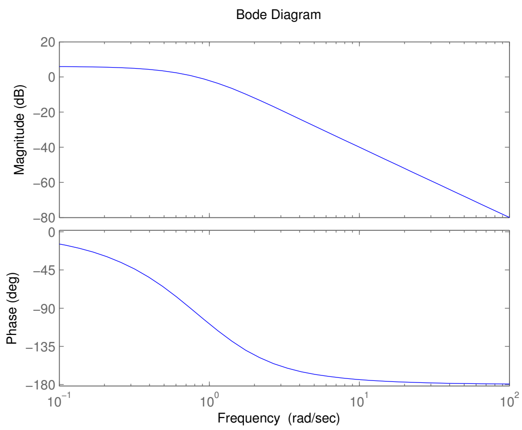
9. Considere um sistema de cuja resposta em frequência (gráficos de Bode de amplitude e fase) se encontra representado na figura. A partir dos gráficos sabe-se que:

A) $G(s) = \frac{s+2}{(s+1)^3}$

B) $G(s) = \frac{0,1}{(s+1)(s+3)}$

C) $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$

D) Outro resultado



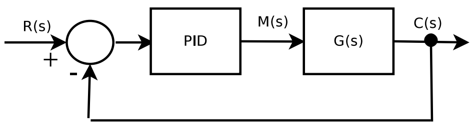
10. Considere um sistema representado na figura com função de transferência $G(s) = \frac{C(s)}{M(s)} = \frac{2}{s(s+1)^2}$. Pretende-se sintonizar um controlador PID (Proporcional, Integral e Diferencial) pelo método de Ziegler–Nichols, closed loop. Assim, os parâmetros K (ganho proporcional), T_i (constante de tempo integral) e T_d (constante de tempo diferencial) vêm dadas por:

A) $K = 0,400$, $T_i = 1,151$, $T_d = 0,673$

B) $K = 0,500$, $T_i = 2,584$, $T_d = 0,543$

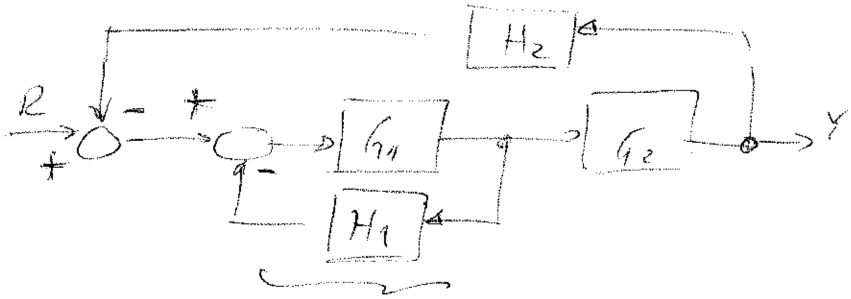
C) $K = 0,600$, $T_i = 3,142$, $T_d = 0,785$

D) Outro resultado



Exame Tesis, Recurso, 16-Julho-2014

1)

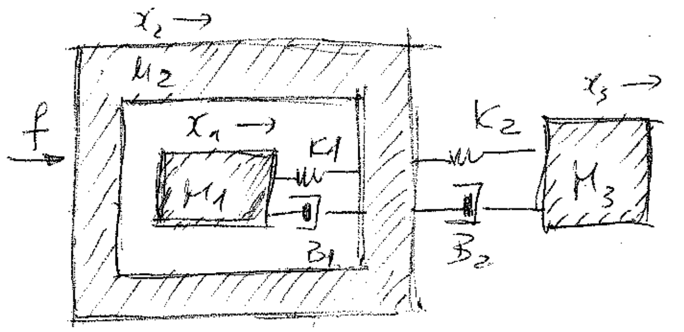


$$\frac{G_1}{1+G_1H_1}$$

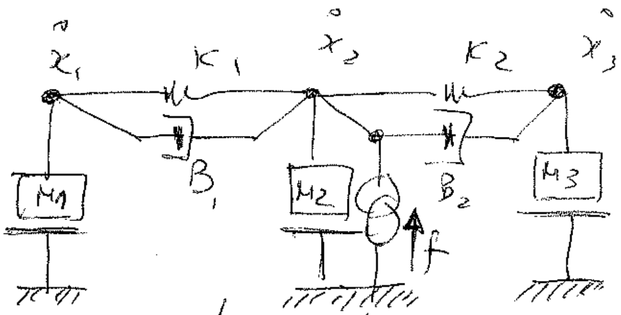
$$\frac{G_1G_2}{1+G_1H_1} \longrightarrow \frac{Y}{R} = \frac{\frac{G_1G_2}{1+G_1H_1}}{1+\frac{G_1G_2}{1+G_1H_1}H_2}$$

$$\frac{Y}{R} = \frac{G_1G_2}{1+G_1(H_1+G_2H_2)}$$

2)



$$\begin{cases} 0 = M_1\ddot{x}_1 + K_1(x_1-x_2) + B_1(\dot{x}_1-\dot{x}_2) \\ f = M_2\ddot{x}_2 + K_1(x_2-x_1) + \\ \quad + B_1(\dot{x}_2-\dot{x}_1) + K_2(x_2-x_3) + \\ \quad + B_2(\dot{x}_2-\dot{x}_3) \\ 0 = B_2(\dot{x}_3-\dot{x}_2) + K_2(x_3-x_2) + M_3\ddot{x}_3 \end{cases}$$



circuito análogo

3) $C(s) = \frac{18}{s(s^2+3s+9)} = \frac{1}{s} \times \frac{6\cdot 3}{s^2+3s+9}$

$$\begin{cases} w_n^2 = 3^2 \longrightarrow w_n = 3 \\ K = 6 \quad (\text{ganho}) \\ 2\zeta w_n = 3 \longrightarrow \zeta = 0{,}5 \end{cases}$$

$t_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 1{,}082$ seg

$y(t_p) = K \times \left[1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\right] = 6 \times 1{,}444 = 8{,}666$

ganho

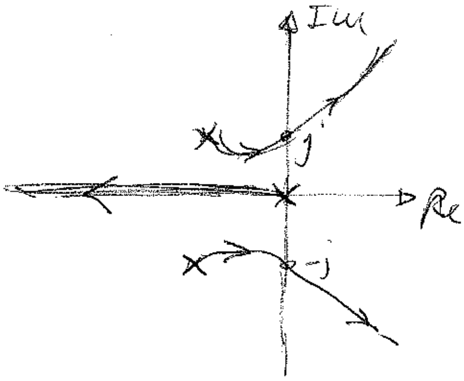
4) $D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + s + 3$

s^4	1	2	3
s^3	1	1	
s^2	1	3	
s^1	-2		
s^0	3		

2 trocas $\Rightarrow$ 2 raízes no semi plano direito

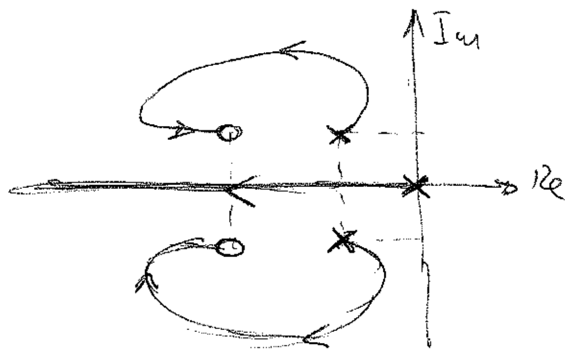
(Nota: raízes $0{,}413 \pm j1{,}140$ e $-0{,}913 \pm j1{,}098$)

5) $G(s) = k \cdot \dfrac{1}{s(s^2+s+1)}$ — raízes $= -0{,}5 \pm j0{,}866$



Não existe ponto de saída no eixo real.

6) $G(s) = K \dfrac{s^2+4s+5}{s(s^2+2s+2)}$ — raízes $-2 \pm j$ (numerador); raízes $-1 \pm j$ (denominador)



7) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)^2} \xrightarrow[s=j\omega]{} G(j\omega) = \dfrac{1}{\omega(\omega^2+1)} \angle -\dfrac{\pi}{2} - 2\,\mathrm{arctg}(\omega)$

$\dfrac{1}{\omega(\omega^2+1)} = 1 \Rightarrow \omega_1 = 0{,}683$

$MF = 180^\circ - 90^\circ - 2\,\mathrm{arctg}(0{,}683) = 21{,}4^\circ$

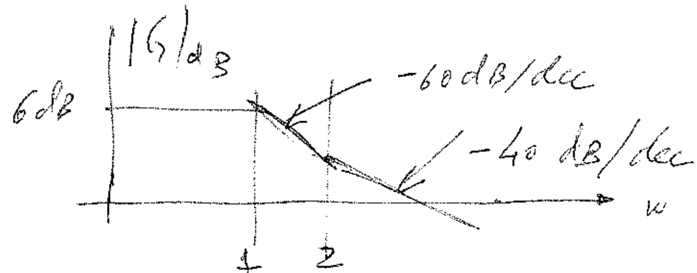
8) $G(s) = \frac{3}{s^2+4s+9}$

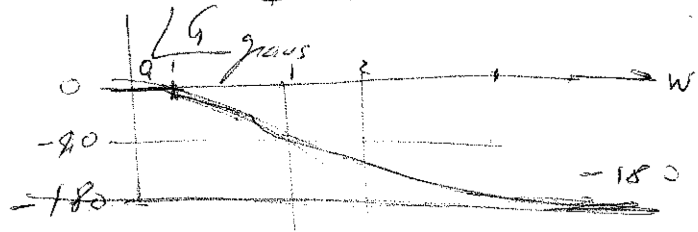
$w_n^2 = 9 \rightarrow w_n = 3$

$2\xi w_n = 4 \rightarrow 2\xi \cdot 3 = 4 \rightarrow \xi = 2/3$

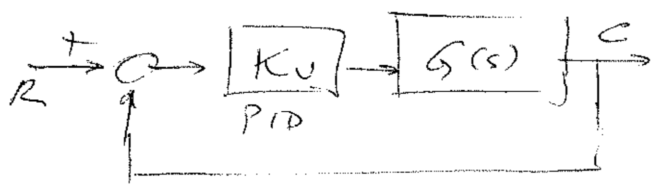
$$\begin{cases} w_r = w_n\sqrt{1-2\xi^2} \\ M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} w_r = 1 \text{ rad/s} \\ M_r = 1{,}006 = 0{,}054 \text{ dB} \end{cases}$$

9) $G(s) = \frac{s+2}{(s+1)^3}$ $\qquad G(s=0) = 2 = 6\text{ dB}$





10)



$G(s) = \frac{2}{s(s+1)^2}$

$$\frac{C}{R} = \frac{G\cdot K}{1+G\cdot K} = \frac{2K}{s(s+1)^2+2K}$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 1 \\ s^2 & 1 & 2K \\ s^1 & \frac{2-2K}{2} & \\ s^0 & 2K & \end{array}$$

s^2 row $\longrightarrow s^2+1=0 \Rightarrow s=\pm j$

s^1 row $\longrightarrow 2-2K=0 \rightarrow K_u = 1$

$w_u = 1 = \frac{2\pi}{P_u}$

$P_u = 2\pi$ seg

$$\begin{cases} P_u = 2\pi \\ K_u = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{ZN}_{cl}} \begin{cases} K = 0{,}600 \\ T_i = 3{,}142 \\ T_d = 0{,}785 \end{cases}$$