



Departamento de Engenharia Electrotécnica  
Instituto Superior de Engenharia do Porto

**TESIS**  
Teoria dos Sistemas

**Análise de Sistemas no Domínio das Frequências**

—

Exercícios Propostos e Soluções



1. Esboce os diagramas de Bode, de amplitude e fase, dos sistemas representados pelas seguintes Funções de Transferência:

a)  $G(s) = \frac{5}{s+5}$

b)  $G(s) = \frac{100}{s(s+10)}$

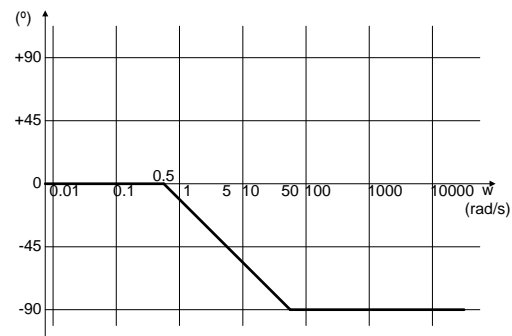
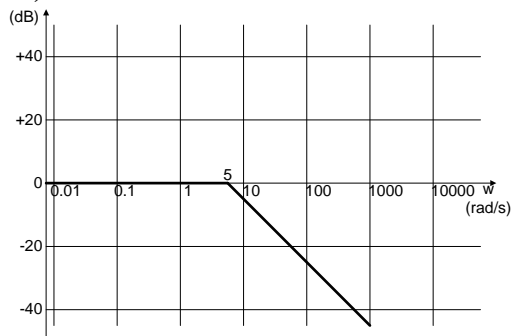
c)  $G(s) = \frac{2000(s+0,5)}{s(s+10)(s+50)}$

d)  $G(s) = \frac{10}{s(s^2 + 0,4s + 4)}$

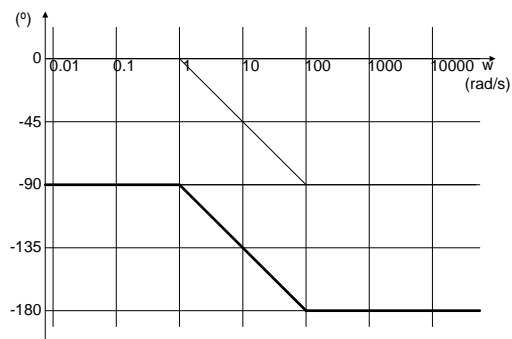
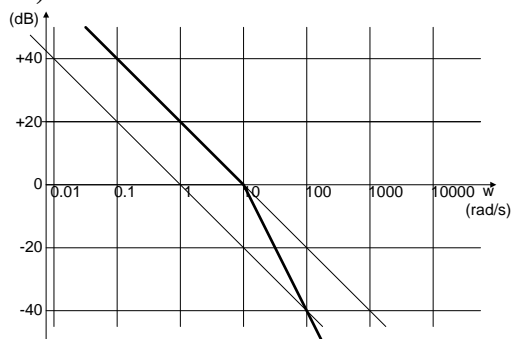
e)  $G(s) = \frac{50}{s^2(s+5)}$

**Solução:**

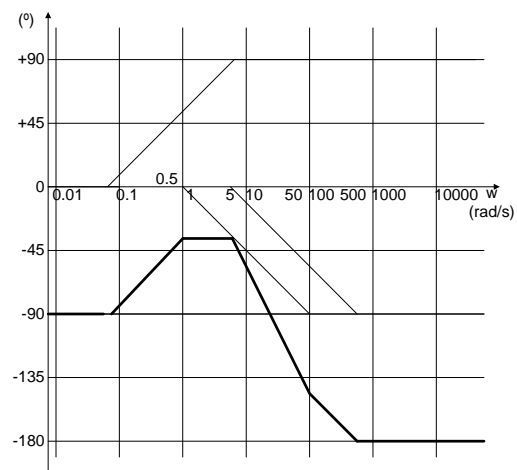
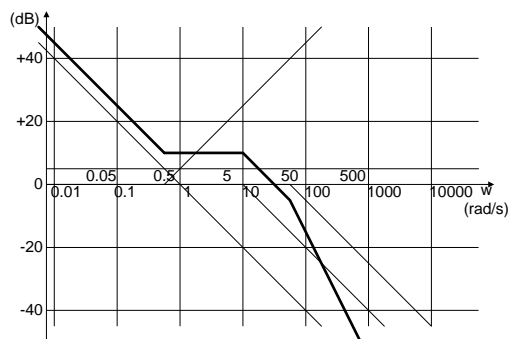
**a)**



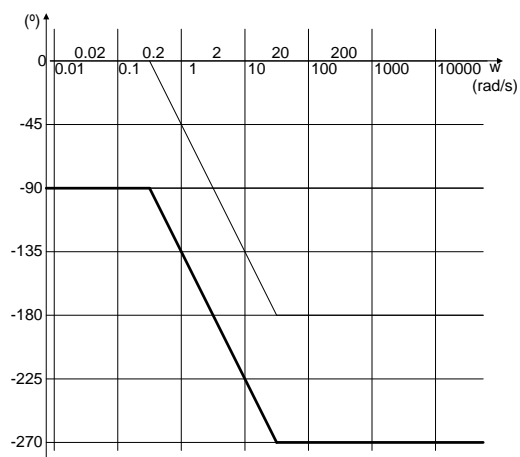
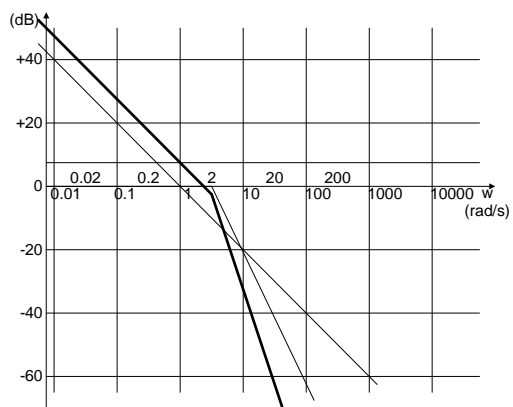
**b)**



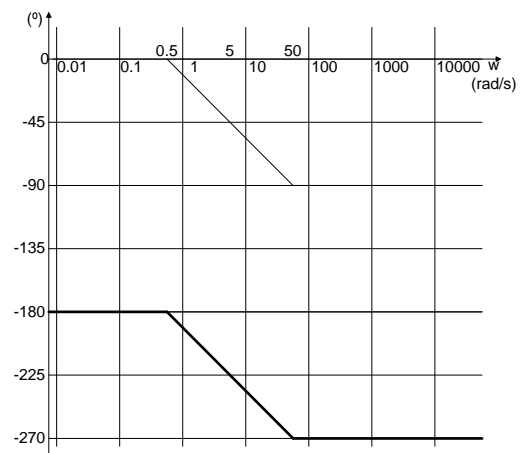
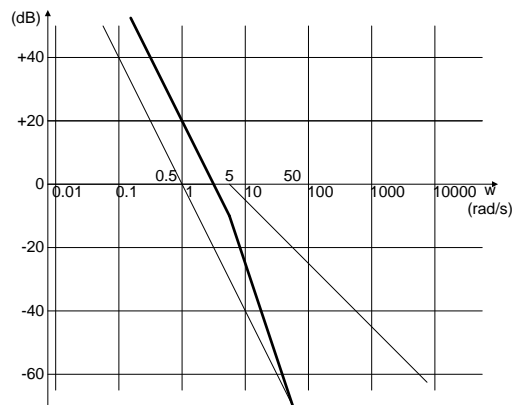
c)



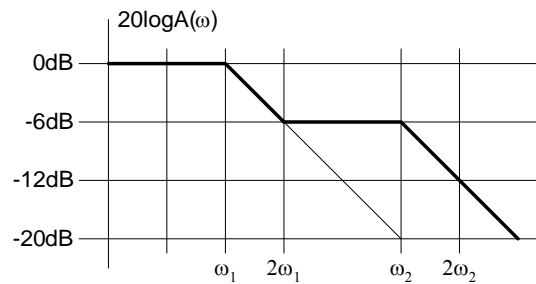
d)



e)



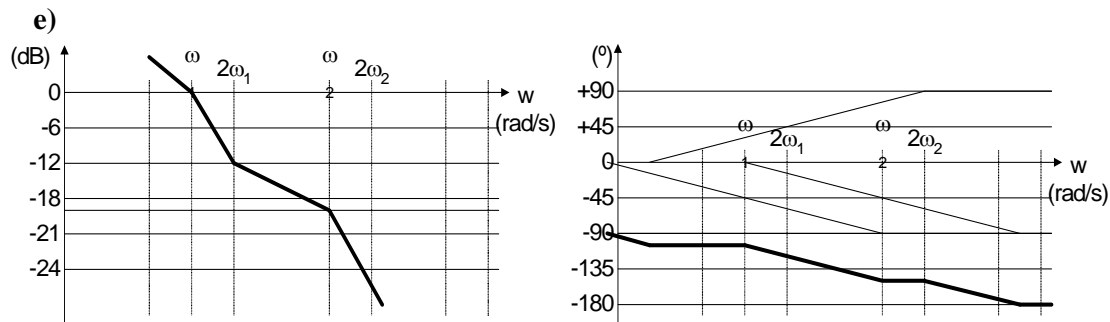
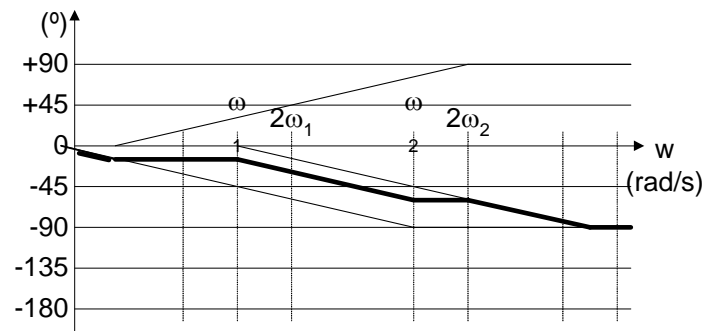
2. Considere o seguinte traçado assintótico de amplitudes:



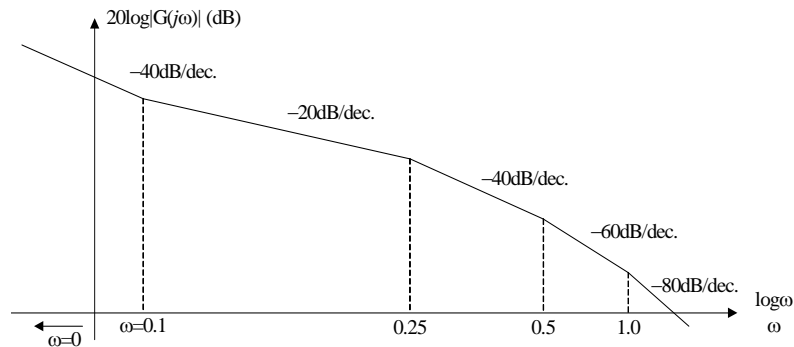
- Relacione  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .
- Qual o valor da amplitude à frequência  $2\omega_2$ ?
- Quantos pólos e zeros possui o sistema? Obtenha a Função de Transferência.
- Faça o esboço das fases.
- Desenhe os traçados de Bode que se obtêm se se acrescentar um pólo na origem ao sistema.

**Solução:**

- $\omega_2 = 10 \omega_1$ ;
- $A(2\omega_2) = 0,251$ ;
- O sistema possui 2 pólos e um zero, e  $G(s) = 5 \cdot \omega_1 \cdot \frac{s + 2\omega_1}{(s + \omega_1) \cdot (s + \omega_2)}$ ;
- 



3. Seja:



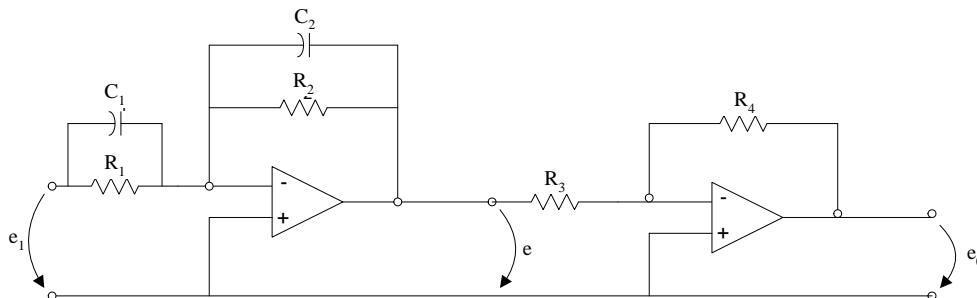
- Quanto pólos e zeros tem o sistema?
- Determinar a expressão analítica da Função de Transferência.

**Solução:**

- O sistema apresentado tem cinco pólos e um zero.

$$b) \quad G(s) = \frac{1,25 \cdot (s + 0,1)}{s^2 \cdot (s + 0,25) \cdot (s + 0,5) \cdot (s + 1)}$$

4. Considere o circuito electrónico representado na figura seguinte:



- Esboce os traçados assintóticos de Bode, de amplitude e fase, deste sistema, sendo a sua Função de Transferência a seguinte:

$$\frac{E_o(s)}{E_1(s)} = \frac{R_4 \cdot R_2}{R_3 \cdot R_1} \cdot \frac{s R_1 C_1 + 1}{s R_2 C_2 + 1}$$

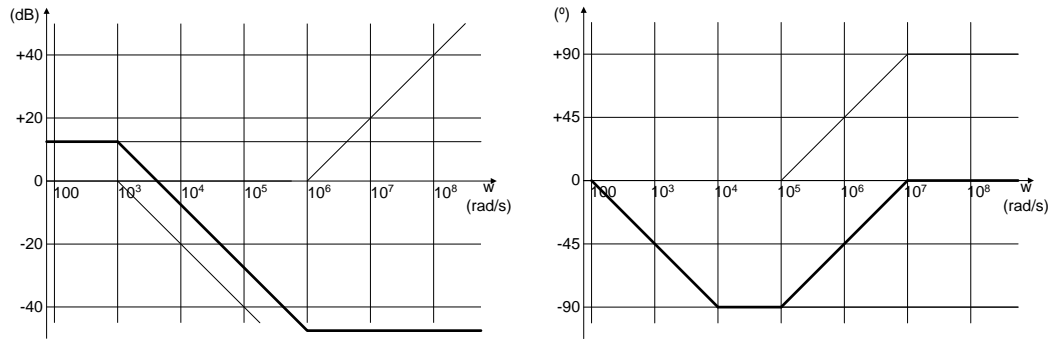
Considere:

$$R_1, R_3 = 1 \text{ K}\Omega$$

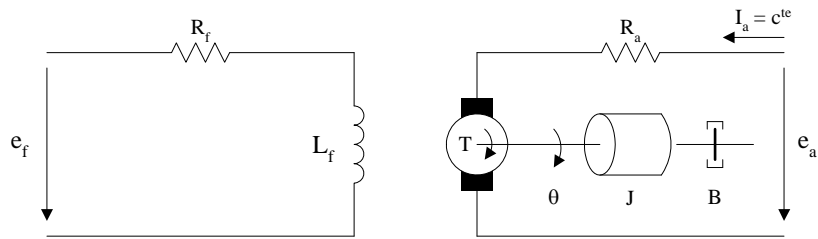
$$R_2, R_4 = 2 \text{ K}\Omega$$

$$C_1 = 1 \text{ nF}$$

$$C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

**Solução:**

5. Considere o seguinte modelo do motor DC controlado pelo campo:



A função de Transferência deste motor é dada por:

$$\frac{\theta(s)}{E_f(s)} = \frac{k_2}{s(L_f s + R_f)(Js + B)}$$

a) Esboce os diagramas assintóticos de Bode, de amplitude e fase, do sistema, para a situação em que:

$$k_2 = 0,05 \text{ N m A}^{-1}$$

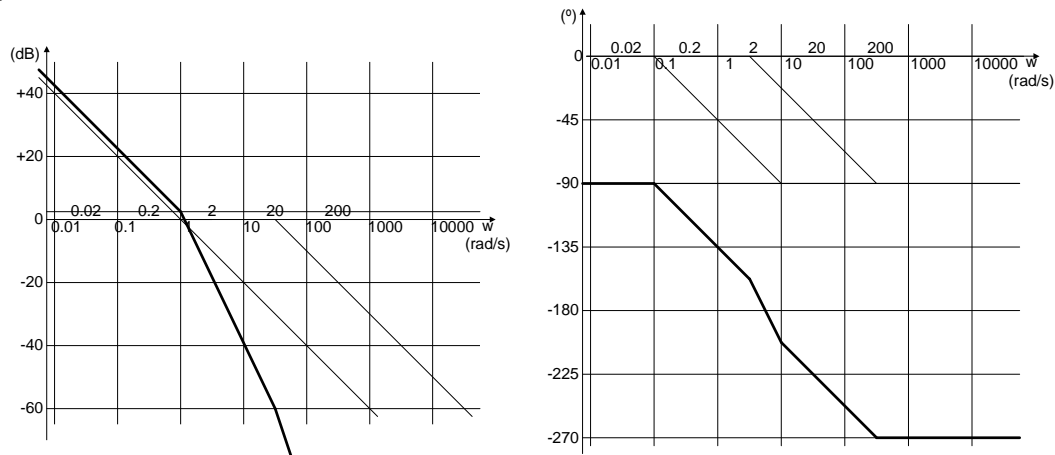
$$L_f = 0,1 \text{ H}$$

$$R_f = 2 \Omega$$

$$J = 0,02 \text{ Kg m}^2$$

$$B = 0,02 \text{ Kg m rad}^{-1} \text{ s}$$

b) Qual será a resposta deste circuito ao seguinte sinal de entrada:  $e_f(t) = 24 \sin(100 \pi t)$ .

**Solução:****a)**

$$\text{b) } \theta(t) = 24 \times 8 \times 10^{-7} \cdot \text{sen}(100 \cdot \pi \cdot t - 1,5)$$

**6.** Considere o sistema:

$$GH(s) = \frac{ke^{-Ts}}{s(s+1)(s+2)}$$

**a)** Faça  $T = 0$  e calcule  $k$  de modo que:

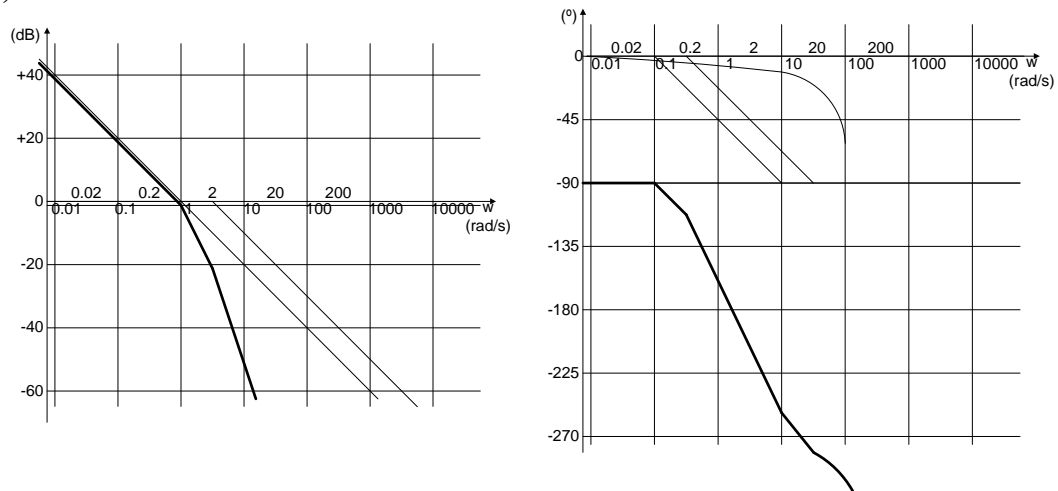
$$\text{i) } \text{MG} = 15,6 \text{ dB}$$

$$\text{ii) } \text{MF} = 25^\circ$$

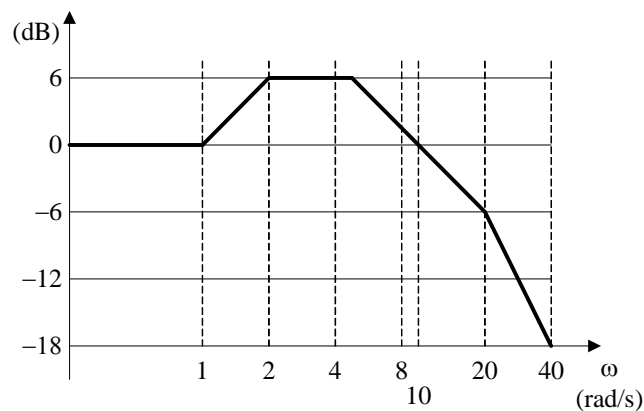
**b)** Com o ganho obtido em a) ii) calcule o valor do atraso máximo que mantém o sistema estável.**c)** Esboce os traçados de Bode (assimptóticos) desta situação.**Solução:****a)** Para  $\text{MG} = 15,6 \text{ dB}$  temos  $K = 0,9958$ ;Para  $\text{MF} = 25^\circ$  temos  $K = 1,934$ .**b)**  $T = 0,498 \text{ seg}$ .



c)



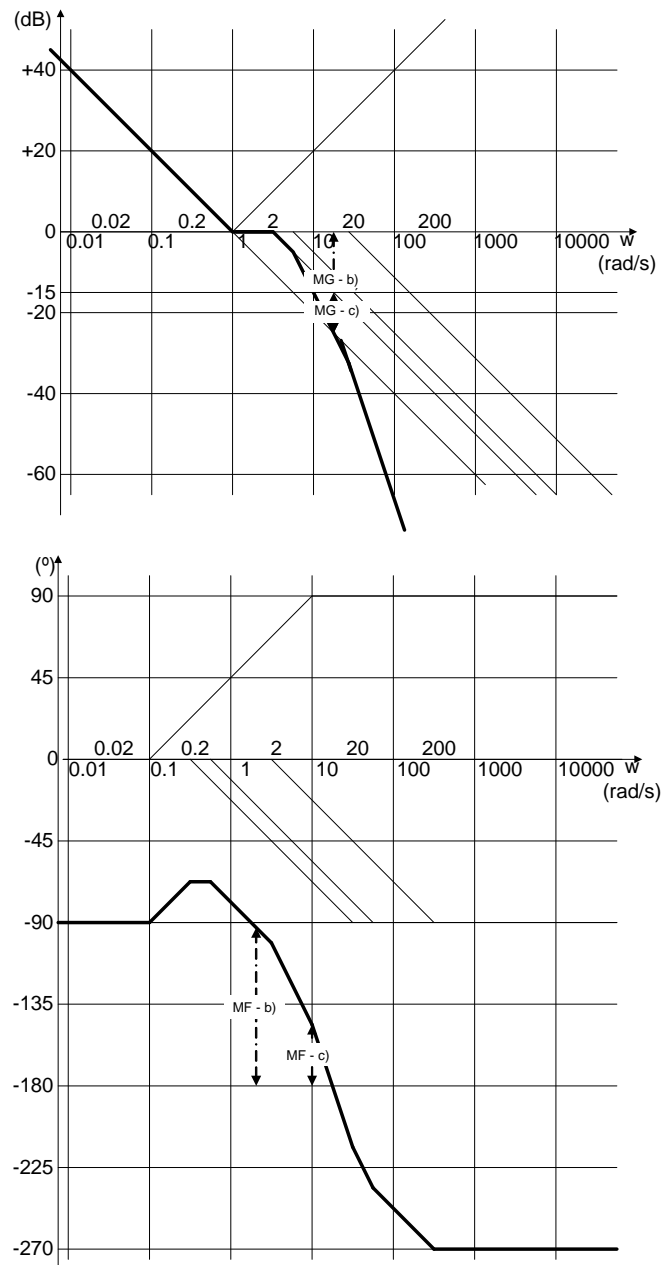
7. Considere o seguinte traçado assintótico de Bode das amplitudes:



- Esboce os traçados assintóticos de Bode (amplitude e fase) quando se acrescenta um pólo na origem.
- Indique nos traçados esboçados na alínea anterior a Margem de Ganho e a Margem de Fase.
- Aumente o ganho de 15 dB. Verifique o efeito na estabilidade do sistema.
- Qual a Função de Transferência do sistema para a situação apresentada na alínea anterior?

**Solução:**

**a)**



**b)** Ver os traçados assintóticos de Bode.

**c)** Ver os traçados assintóticos de Bode.

**d)** 
$$G(s) = \frac{5,6 \times 200(s+1)}{s(s+2)(s+5)(s+20)}$$

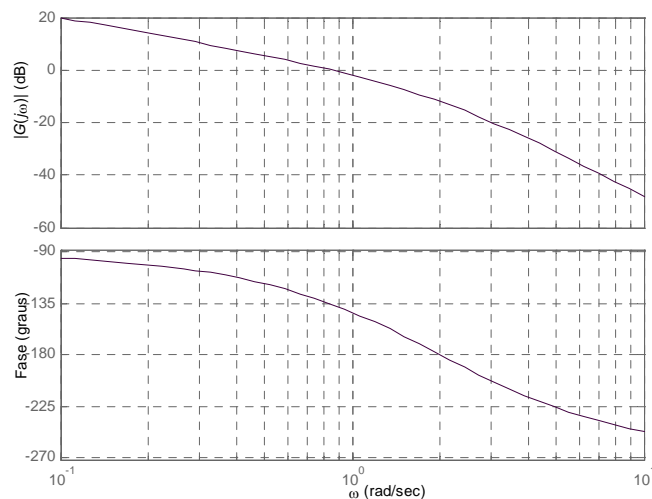
8. Considere:

$$G(s) = \frac{1}{s \left(1 + \frac{s}{2}\right)^2}$$

- a) Efectue a representação assimpótica de Bode.
- b) Calcule MG e MF.

**Solução:**

a)



- b)  $MG = 12.04$  dB e  $MF = 37^\circ$ .

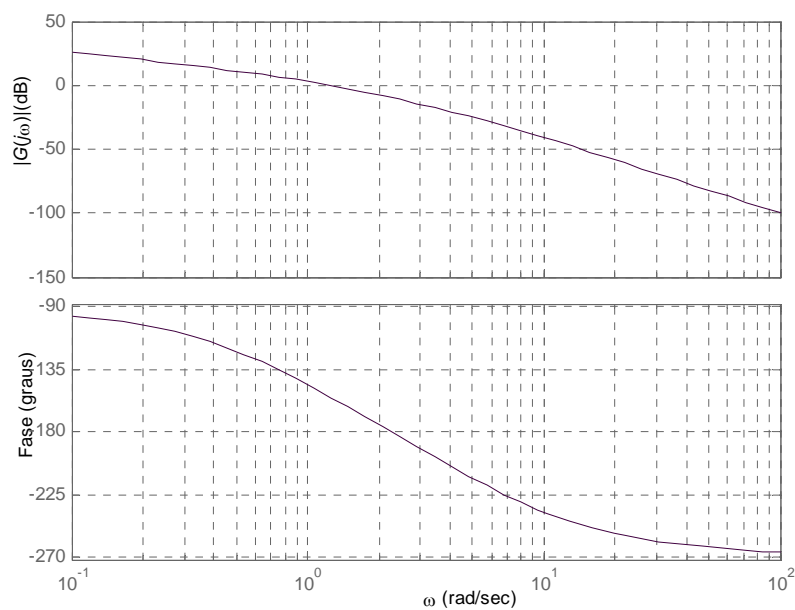
9. Considere:

$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+5)}$$

- a) Efectue a representação assimpótica de Bode.
- b) Verifique a estabilidade do sistema.

**Solução:**

**a)**



**b)**  $MG = 9.3\text{dB}$  e  $MF = 19,6^\circ$ , logo o sistema é estável.

