

4.

slide teoricas

pg 44

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$K = ?$

$\zeta = ?$

$\omega_n = ?$

From the graphic analyse:

- Peak time $\rightarrow t_p = 0,551 \text{ sec}$
- Maximum value of $y(t) \rightarrow y(t_p) = 0,944$
- Final value $y(\infty) \rightarrow y(\infty) = 0,75$

• Maximum overshoot (%)

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100 \% = \frac{0,944 - 0,75}{0,75} \times 100$$

$$= 26 \%$$

• transient Response specification: (pg 49)

$$M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow 0,26 = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Using Calculator Solver: $\zeta = 0,3940$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow 0,551 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-0,394^2}}$$

$$\therefore \omega_n = 6,2 \text{ rad/sec}$$

• Applying Laplace final value theorem

$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$y(\infty) = \frac{K}{\omega_n^2}$$

$$0,75 = \frac{K}{\omega_n^2} \Rightarrow K = 0,75 \omega_n^2$$

$$= 28,86 \text{ N}$$

4)

considere um sistema de 2ª ordem dada por uma função de transferência da forma:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

A resposta deste sistema a uma entrada em degrau unitário está representada na figura do exercício. Determine os valores dos parâmetros: K , ζ , ω_n

- Ver gráfico dado no exemplo:

⇒ do gráfico retira-se:

- t_p (tempo de pico)

$$t_p = 0,551 \text{ sec}$$

- $y(t_p)$ ⇒ valor máximo da resposta

$$= 0,944$$

- $y(\infty)$ ⇒ valor final da resposta

$$y(\infty) = 0,75$$

- A sobrealargação Máxima (M_p) da resposta é:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)}$$

$$= \frac{0,944 - 0,75}{0,75} = 0,26$$

$$M_p = 26\%$$

sabe-se que:

$$M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$0,26 = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\ln(0,26) = \frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow \zeta = 0,394$$

- Cálculo de ω_n :

sabe-se que: $t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$

4) continuuções

9

$$\xi = 0,394 \quad e \quad t_p = 0,551 \quad (\text{do gráfico})$$

$$0,551 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-0,394^2}} \quad \Rightarrow \quad \omega_n = 6,2 \text{ rad/sec}$$

• Cálculo de K:

$$Y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K}{\omega_n^2}$$

$$Y(\infty) = 0,75 \quad (\text{do gráfico})$$

$$\omega_n = 6,2 \text{ rad/sec}$$

$$0,75 = \frac{K}{6,2^2} \quad \Rightarrow \quad K = 28,83$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$(\kappa, \zeta, \omega_n)$$

Pelo gráfico.

$M_p \rightarrow$ percentagem de valor pico relativamente ao des estabilização.

$$P_s = 0,75$$

$$P_p = 0,944 \quad \therefore M_p = \frac{0,944 - 0,75}{0,75}$$

$$= 0,259$$

Pelo gráfico

$\Rightarrow 25,9\%$ overshoot.

$$t_p = 0,551$$

Por formulas sabe-se que

calculator!!

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \rightarrow \zeta = 0,395$$

1/4/2020.
Sci. no.
exam!

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \rightarrow \omega_n = 6,21 \text{ rad/s}$$

Draw
web
diagrams
of
exercise.

Para manter

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{\omega_n^2} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$= \frac{K}{\omega_n^2} \frac{(6,21)^2}{s^2 + 2 \cdot 0,395 \cdot 6,21 s + (6,21)^2}$$

$$\therefore \frac{K}{\omega_n^2} = 0,75 \rightarrow K = 28,9$$