Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia

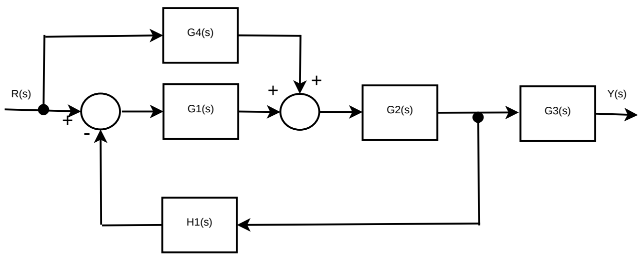
Licenciatura em Eng. Electrotécnica e de Computadores, Teoria dos Sistemas, 18-Junho-2010

Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas.

Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas.

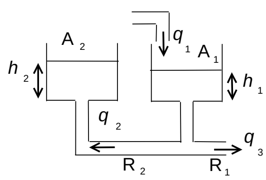
O teste é sem consulta. Duração da prova: 0:30

1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na figura. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, repectivamente, as transformadas de Laplace do sinais de entrada e de saída. Simplificando o diagrama de blocos de modo a obter a função de transferência do sistema $\frac{Y(s)}{R(s)}$, resulta:



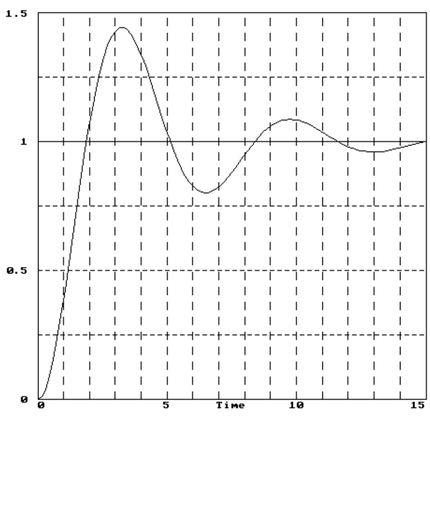
A) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(G_1+G_4)G_2G_3}{1+G_1G_2H_1}$
B) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2H_1}$
C) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3+G_4}{1+G_1G_2H_1}$
D) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_4+G_2G_3}{1+G_1G_2H_1}$

2. Considere o sistema hidráulico representado na figura seguinte, onde $q_1(t)$, $q_2(t)$ e $q_3(t)$ são caudais e $h_1(t)$ e $h_2(t)$ a altura de liquido nos reservatórios 1 e 2, respectivamente. As áreas dos reservatórios 1 e 2, são designadas por A_1 e A_2 e a resistências hidráulicas são repesentadas R_1, R_2 e R_3. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $Q_1(s) = \mathcal{L}[q_1(t)]$ e $Q_3(s) = \mathcal{L}[q_3(t)]$. A função de transferência do sistema $\frac{Q_3(s)}{Q_1(s)}$, resulta:



A) $\frac{Q_3(s)}{Q_1(s)} = \frac{1+A_1R_1s}{1+(A_1R_1+A_2R_1+A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$
B) $\frac{Q_3(s)}{Q_1(s)} = \frac{1+A_1R_2s}{1+(A_1R_1+A_2R_1+A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$
C) $\frac{Q_3(s)}{Q_1(s)} = \frac{1+A_2R_1s}{1+(A_1R_1+A_2R_1+A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$
D) $\frac{Q_3(s)}{Q_1(s)} = \frac{1+A_2R_2s}{1+(A_1R_1+A_2R_1+A_2R_2)s+A_1R_1A_2R_2s^2}$

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem para um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário que se encontra representada na figura. Sejam s e $\mathcal{L}$, respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$, $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$. Assim, pode dizer-se que a função de transferência $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ vem dada por:



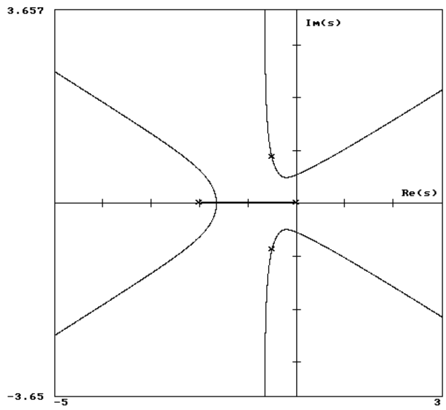
A) $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{1}{1+0{,}5s+s^2}$
B) $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{3}{3+0{,}5s+s^2}$
C) $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{0{,}5}{0{,}5+s+s^2}$
D) $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{1}{1+3s+s^2}$

Formulário: $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$, $c(t_p) = 1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

4. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha aberta) tem como denominador o polinómio $D(s) = s^3 + 2s^2 + Ks + 1$, $K \in \Re$. Pelo critério de estabilidade de Routh-Hurwitz sabe-se que o sistema é estável para:
A) $K > 1$
B) $K > \frac{1}{2}$
C) $K > \frac{1}{4}$
D) $K > 0$

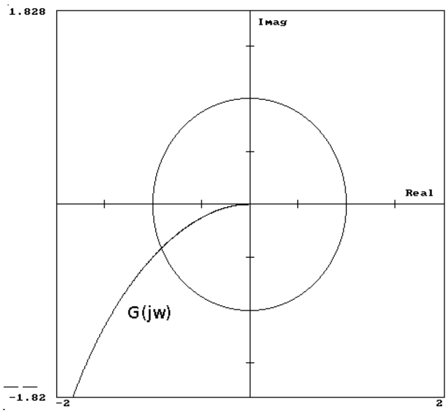
5. Considere um sistema com função de transferência $G(s) = \frac{K}{s(s^2+s+1)^2(s+2)}$ cujo lugar de raízes directo se encontra representado na figura. Sabe-se que o ponto σ de intersecção das assimptotas (também chamado de centróide) no eixo real vem:

A) $\sigma = -\frac{1}{3}$
B) $\sigma = -\frac{2}{3}$
C) $\sigma = -1$
D) $\sigma = -\frac{4}{3}$



6. Considere um sistema cuja função de transferência em malha aberta é dada por $G(s) = \frac{s+2}{s(s+1)^2}$. O correspondente diagrama polar bem como um círculo de raio unitário encontram-se representados na figura. MF é dada por:

A) $MF = 11,91$ graus
B) $MF = 18,76$ graus
C) $MF = 24,49$ graus
D) $MF = 32,01$ graus



....

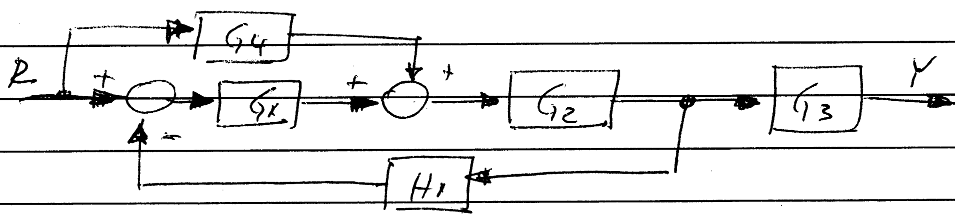
Turma_____Aluno Nº:____________ .
Nome: ____

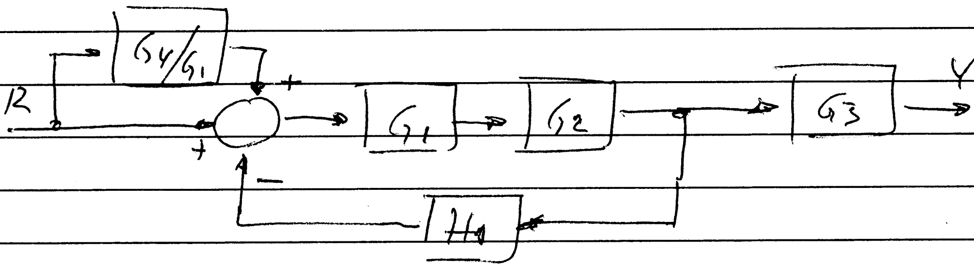
Respostas

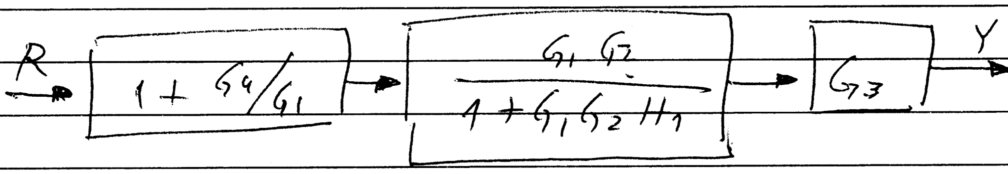
	A	B	C	D	
1.					1.
2.					2.
3.					3.
4.					4.
5.					5.
6.					6.

Teoria dos Sistemas

1)

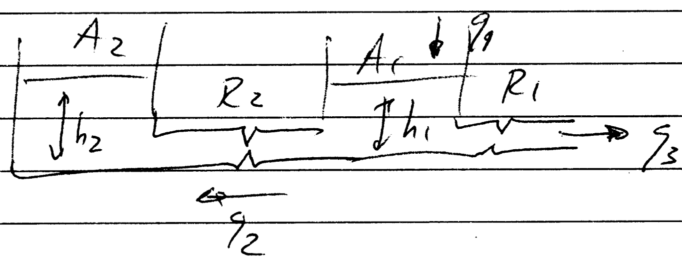






$$\frac{Y}{R} = \frac{(1 + G_4/G_1)(G_1 G_2 G_3)}{1 + G_1 G_2 H_1} = \frac{(G_1 + G_4)\, G_2 G_3}{1 + G_1 G_2 H_1}$$

2)



$$\begin{cases} q_1 = A_1 \dfrac{dh_1}{dt} + q_2 + q_3 \\ q_2 = \dfrac{h_1 - h_2}{R_2} \quad q_3 = \dfrac{h_1}{R_1} \quad q_2 = A_2 \dfrac{dh_2}{dt} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_1 = A_1 s H_1 + Q_2 + Q_3 \\ Q_2 = \dfrac{H_1 - H_2}{R_2} \quad Q_3 = \dfrac{H_1}{R_1} \quad Q_2 = A_2 s H_2 \end{cases}$$

$$Q_2 = \frac{R_1 Q_3 - H_2}{R_2} \longrightarrow Q_2 = \frac{R_1 Q_3 - Q_2/A_2 s}{R_2}$$

$$Q_2 R_2 = R_1 Q_3 - \frac{Q_2}{A_2 R_2 s} \longrightarrow Q_2 = R_1 Q_3 \cdot \frac{1}{R_2 + \frac{1}{A_2 s}}$$

$$Q_1 = A_1 s \cdot R_1 Q_3 + R_1 Q_3 \frac{1}{R_2 + \frac{1}{A_2 s}} + Q_3$$

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{1}{A_1 R_1 s + \frac{R_1 A_2 s}{1 + R_2 A_2 s} + 1} = \frac{1 + R_2 A_2 s}{1 + (R_2 A_2 + R_1 A_1 + R_1 A_2) s + R_1 R_2 A_1 A_2 s^2}$$

3) $\frac{C}{U} = \frac{1}{s^2 + 0{,}5 s + 1}$ | $w_n^2 = 1$, $2 \xi w_n = 0{,}5$ | $w_n = 1$, $\xi = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25$

$$T_p = \frac{\pi}{1 \cdot \sqrt{1 - 0{,}25^2}} = 3{,}245 \text{ seg} \qquad y(t_p) = 1 + e^{-\frac{0{,}25\pi}{\sqrt{1 - 0{,}25^2}}} = 1{,}444$$

4) $D(s) = s^3 + 2s^2 + Ks + 1$

s^3	1	K
s^2	2	1
s^1	$\frac{2 \cdot K - 1}{2}$	
s^0	1	

$\longrightarrow 2 \cdot K - 1 > 0 \Rightarrow K > 1/2$

5) $G(s) = \frac{K}{s(s^2 + s + 1)^2 (s + 2)}$ $\qquad s^2 + s + 1 = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{2} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\sigma = \frac{0 - 2 + (-1/2 - \cancel{j\sqrt{3}/2} - 1/2 + \cancel{j\sqrt{3}/2}) \times 2}{6 - 0} = \frac{-2 - 2}{6} = -2/3$$

6) $G(s) = \frac{s + 2}{s(s+1)^2} \xrightarrow[s = jw]{} G(jw) = \frac{\sqrt{w^2 + 4}}{w(w^2 + 1)} \angle \operatorname{arctg}\left(\frac{w}{2}\right) - \frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}(w)$

$$\frac{\sqrt{w^2 + 4}}{w(w^2 + 1)} = 1 \Rightarrow w_1 = 1{,}063 \text{ rad/seg}$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{w_1}{2}\right) - \frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}(w_1) = -155{,}5^\circ$$

$\therefore$ MF $= 180 - 155{,}5 = 24{,}5$ graus.