1. a) Equações dinâmicas

$$Q_i(t) = Q_1(t) + A_1 \frac{dh_1(t)}{dt}$$

$$Q_1(t) = \frac{h_1(t)}{R_1}$$

$$Q_1(t) = Q_3(t) + Q_4(t) + A_2 \frac{dh_2(t)}{dt}$$

$$Q_3(t) = A_3 \frac{dh_3(t)}{dt}$$

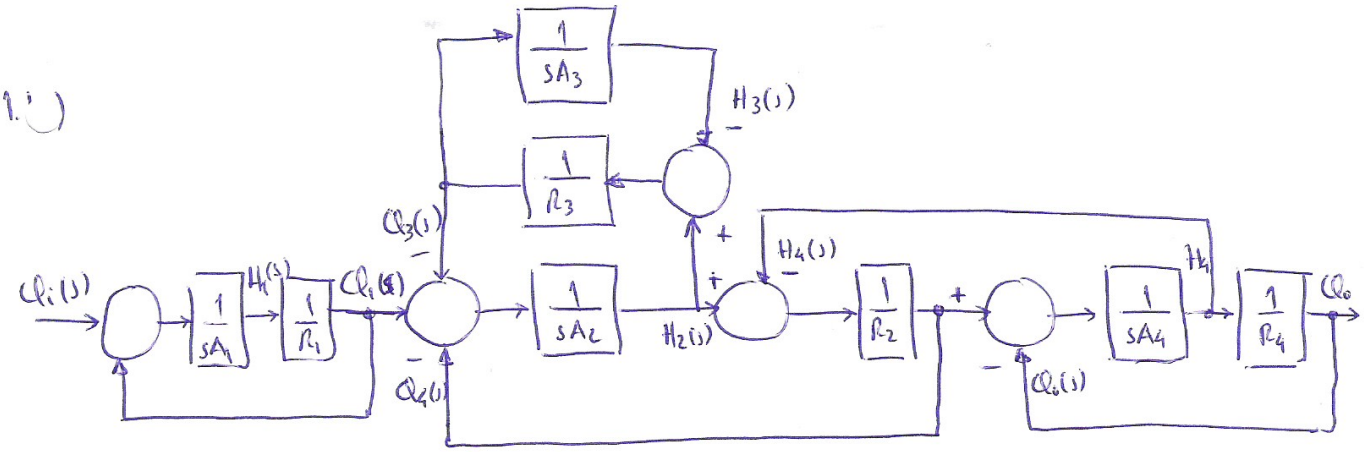
$$Q_3(t) = \frac{h_2(t) - h_3(t)}{dt}$$

$$Q_4(t) = \frac{h_2(t) - h_4(t)}{R_2}$$

$$Q_4(t) = Q_0(t) + A_4 \frac{dh_4(t)}{dt}$$

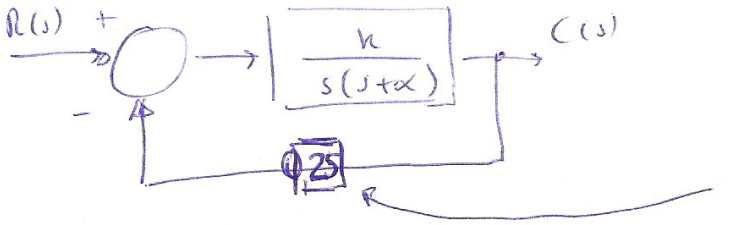
$$Q_0(t) = \frac{h_4(t)}{R_4}$$

1.b)



1c) Simplificação do diagrama de blocos

2a)



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k}{s(J+\alpha)}}{1+\frac{0,25k}{s(J+\alpha)}} = \frac{k}{s^2+\alpha s+0,25k}$$

$$\omega_n^2 = 0,25k$$

$$2\xi\omega_n = \alpha$$

$$t_p = 1 \text{ seg}$$

$$\eta_p = \frac{5-4}{4} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\eta_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Leftrightarrow 0,25 = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Leftrightarrow 1,3863 = \frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1-\xi^2)\times 1,9218 = \xi^2\pi^2 \Leftrightarrow 1,9218 - 1,9218\xi^2 = \xi^2\pi^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1,9218}{1,9218+\pi^2} = \xi^2 \Leftrightarrow \xi = \sqrt{0,1630} = 0,4037$$

$$t_p = 1s \Leftrightarrow 1 = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow \omega_n = \frac{\pi}{\sqrt{1-0,1630}} = 3,4339 \text{ rad/s}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{47,1664}{s^2+2,7725s+11,7916}$$

$$\omega_n^2 = 3,4339^2 = 11,7916$$

$$2\xi\omega_n = 2\times 0,4037\times 3,4339 = 2,7725 = \alpha$$

$$0,25k = 11,7916 \Rightarrow k = \frac{11,7916}{0,25} = 47,1664$$

DEPARTAMENTO ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA ÉPOCA DE EXAME RECURSO

DISCIPLINA TEORIA DOS SISTEMAS TURMA DATA 17 09 2009

NOME RESOLUÇÃO DO EXAME DA ÉPOCA DE RECURSO ALUNO Nº PARTE 2

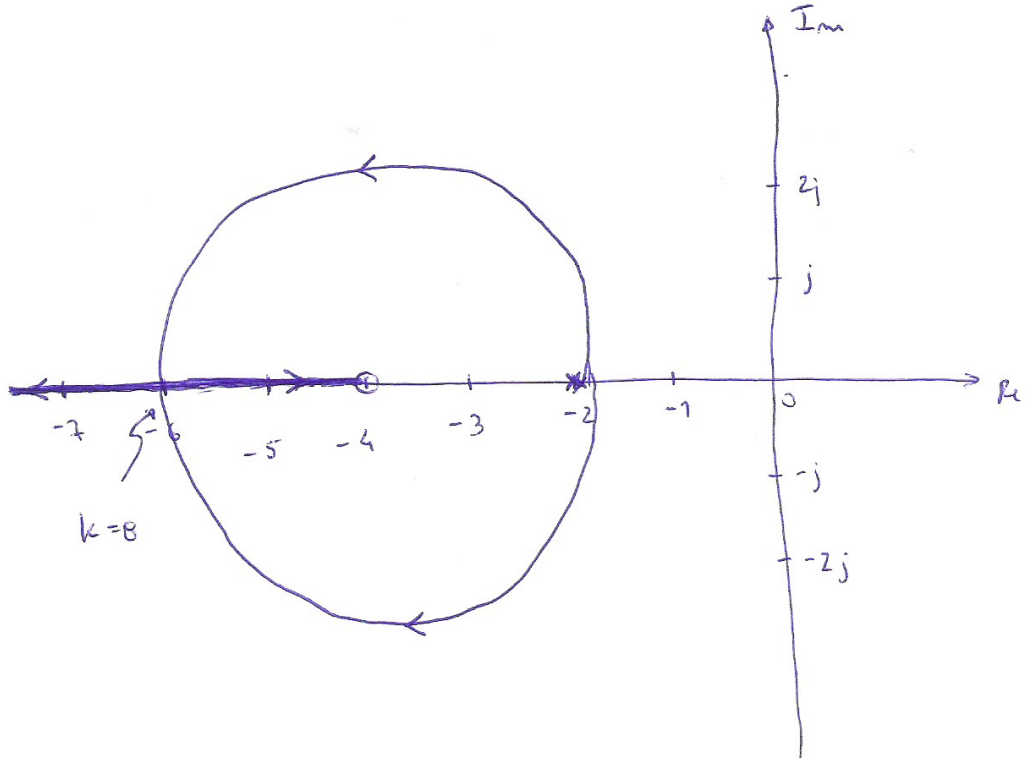
3a) Esboço do Lugar Geométrico de Raízes Directo ($K>0$)

10% 1. $GH(s) = -1 \Rightarrow K \cdot \frac{s+4}{(s+2)^2} = -1$

10% 2. Zeros: $s = -4 \Rightarrow m = 1$

Pólos: $s = -2$, $s = -2 \Rightarrow d = 2$

20% 3



10% 4. Nº de assimptotas = $d - m = 2 - 1 = 1$

$$\measuredangle \text{ assimptotas} = \frac{(1+2h)\cdot 180^\circ}{d-m} =$$

$$h = 0 \Rightarrow \measuredangle \text{ assimptotas} = 180^\circ$$

$$\sigma_0 = \frac{\Sigma p_i - \Sigma z_i}{d-m} = \frac{-2-2-(-4)}{0} = 0$$

20% 5. Pontos de quebra:

$$\frac{dk}{ds} = 0$$

$$k = -\frac{(s+2)^2}{s+4} = -\frac{s^2+4s+4}{s+4}$$

$$\frac{dk}{ds} = 0 \Leftrightarrow -\frac{(2s+4)(s+4) - (s^2+4s+4)\cdot 1}{(s+4)^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{(2s^2+4s+8s+16) - s^2 - 4s - 4}{(s+4)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -[s^2+8s+12] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s = \begin{cases} -6 \\ -2 \end{cases}$$

$$s = -6 \Rightarrow k = -\frac{(s+2)^2}{s+4} = -\frac{(-4)^2}{-2} = 8$$

6. ÂNGULOS DE PARTIDA DOS L.G.R. DOS PÓLOS COMPLEXOS NÃO SE APLICA

2% 7. INTERSECÇÕES C/ O EIXO IMAGINÁRIO

$$1 + GH(s)\Big|_{s=j\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + k\,\frac{s+4}{(s+2)^2}\Big|_{s=j\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (s+2)^2 + k(s+4)\Big|_{s=j\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s^2 + 4s + 4 + ks + 4k\Big|_{s=j\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow s^2 + (4+k)s + \overset{4+4k}{\textcircled{\ }}\Big|_{s=j\omega} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\omega^2 + (4+k)j\omega + \overset{4+4k}{\textcircled{\ }} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\omega^2 + \textcircled{\ } + 4k = 0 \\ 4 + k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega^2 = \textcircled{\ } 4 + 4k \\ k = -4 \end{cases}$$ IMPOSSÍVEL

NÃO HÁ INTERSECÇÕES C/ O EIXO IMAGINÁRIO

3. b) RESPOSTA SUBAMORTECIDA : $0 < k < \textcircled{\ }$

RESPOSTA OSCILATÓRIA : NÃO HÁ

3. c) NÃO. O L.G.R. NUNCA PASSA SOBRE OS PÓLOS $-2 \pm j2$

4 a) $$G(s) = \frac{10s}{(s+10)(s^2+s+2)} = \frac{5 \times 2 \times s}{(s+10)(s^2+s+2)}$$

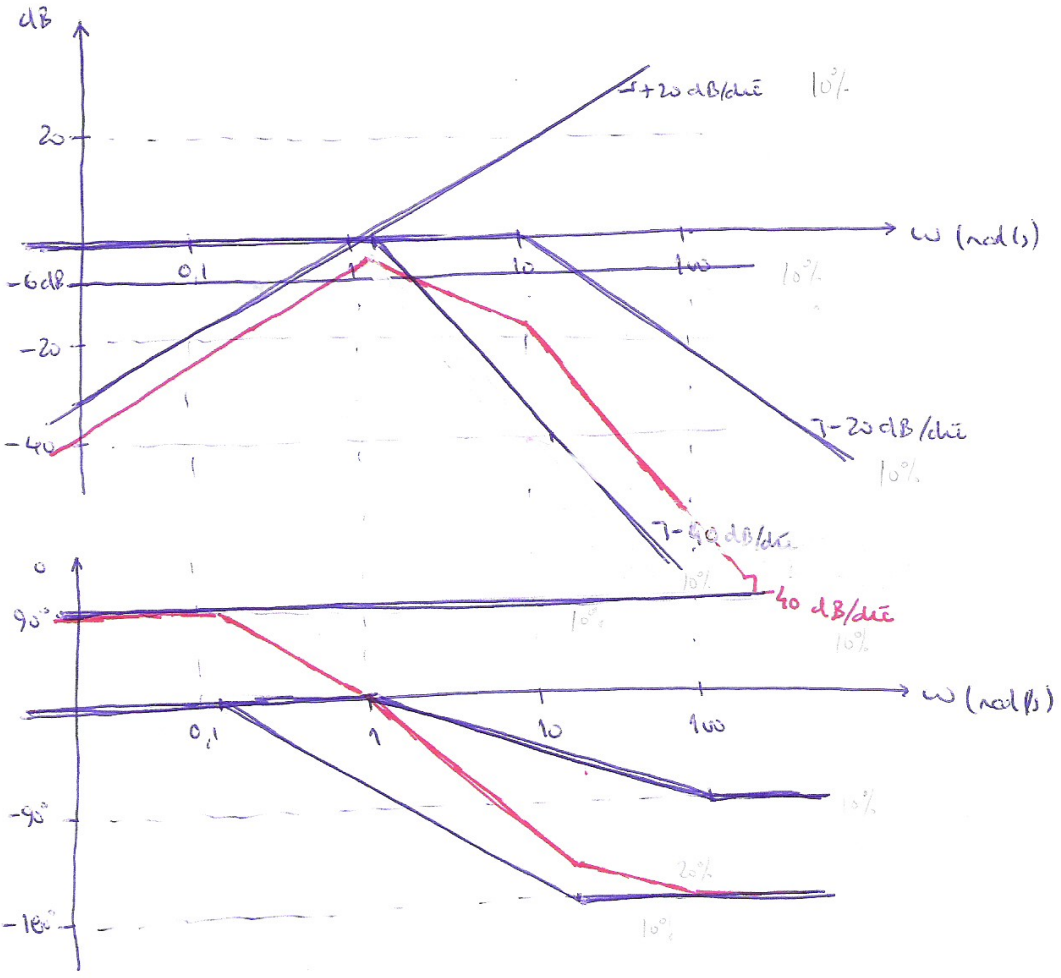
$$G(j\omega) = \frac{5 \times 2 \times j\omega}{10 \times 2 \times \left(\frac{j\omega}{10}+1\right)\left[\left(\frac{j\omega}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{j\omega}{\sqrt{2}}\right)+1\right]}$$

$\omega_n = \sqrt{2}$

$2\xi\omega_n = 1 \Rightarrow \xi = \frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}3536$

$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = 1{,}5117 \rightarrow M_{r\,dB} = 3{,}59\ dB$

$\omega_r = \omega_n \cdot \sqrt{1-2\xi^2} = 1{,}2247\ rad/s$



b) A MG EM MF SÃO INFINITAS ⇒ O SISTEMA É SEMPRE ESTÁVEL