

**TSIST – SEE (2004/2005)**  
**Plano de Exercícios das aulas TP**

**11/04/2005 – Estabilidade**

**Problema 1** – Caracterize quanto à estabilidade, cada um dos sistemas abaixo :

a)  $G(s) = \frac{1}{s+1}$

b)  $G(s) = \frac{1}{s-1}$

c)  $G(s) = \frac{s-1}{s+1}$

d)  $G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)}$

e)  $G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)(s+10)}$

f)  $G(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s+10)}$

g)  $G(s) = \frac{-10}{s^2 + 11s + 10}$

h)  $G(s) = \frac{s^3 + s^2 + s + 1}{(s^4 + 11s^3 + 10)(s-10)}$

i)  $G(s) = \frac{-(s-5)}{(s^2 - 2s + 2)}$

**Problema 2** – Verifique através do critério Routh-Hurwitz se o sistema abaixo é estável. (resolução de exercício semelhante em apontamentos de TSIST-2000)

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s^6 + 4s^5 + 3s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 4}$$

**Problema 3** – Verifique através do critério Routh-Hurwitz se o sistema abaixo é estável. (resolução de exercício semelhante em apontamentos de TSIST-2000)

$$G(s) = \frac{1}{s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5}$$

**Problema 4** – Verifique através do critério Routh-Hurwitz se o sistema abaixo é estável. (resolução de exercício semelhante em apontamentos de TSIST-2000)

$$G(s) = \frac{1}{s^4 + s^3 + 3s^2 + 3s + 2}$$

**Problema 5** (Enunciado e resolução da alínea b) em apontamentos de TSIST-2000)

Considere o sistema de realimentação unitária apresentado na figura seguinte.



- Qual o polinómio característico do sistema?
- Determine a gama de valores de  $k$  para os quais o sistema permanece estável.
- Indique o valor do ganho para o qual o sistema tem pólos sobre o eixo  $j\omega$ . Indique a localização desses pólos.

**Problema 6** (Enunciado e resolução em apontamentos de TSIST-2000)

Considere um sistema com a seguinte função de transferência em malha aberta :

$$G(s) = K \frac{2(s+4)}{s^2(s+1)}$$

Verifique para que valores de K o sistema em malha fechada é estável.

**18/04/2005 – Método do Lugar de Raízes**

**Problema 1** - Esboce o Lugar de Raízes para o sistema cuja Função de Transferência em malha aberta é:

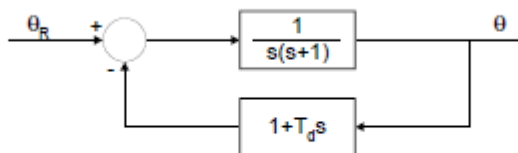
$$GH = \frac{K}{(s+1)(s+2)}$$

**Problema 2** - Esboce o Lugar de Raízes para o sistema cuja Função de Transferência em malha aberta é:

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

**Problema 3** – (Enunciado e resolução em apontamentos de TSIST-2000)

Um sistema de controlo de posição apresenta o seguinte diagrama de blocos equivalente:



- Esboce o Lugar Geométrico de Raízes Directo para este sistema, considerado em função de  $T_d$ .
- Para que valores do ganho de realimentação de velocidade ( $T_d$ ) o sistema apresenta uma saída não oscilatória?
- Existe algum valor do ganho  $k$  para o qual o sistema apresente o seguinte par de pólos em malha fechada:  $s_{1,2} = -3 \pm j3$  ?

**Problema 4** - Considere um sistema de controlo na forma canónica com uma FT de malha aberta  $GH(s)$ . Esboce o lugar de raízes para cada um dos casos abaixo, sem calcular os pontos de quebra e intersecções com o eixo imaginário. (resolução detalhada, diferente do que é pedido neste enunciado, em apontamentos de TSIST-2000)

$$GH(s) = k \frac{3s}{(s+2)(s^2+6s+18)}$$

$$GH(s) = k \frac{(s+1)}{s(s+2)(s+4)^2}$$

$$GH(s) = k \frac{(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$

$$GH(s) = \frac{k}{s(s^2+2s+5)}$$

## 25/04/2005 –Afinação de sistemas baseada no Lugar de Raízes

**Problema 1** - Considere o lugar de raízes (LR) apresentado abaixo.

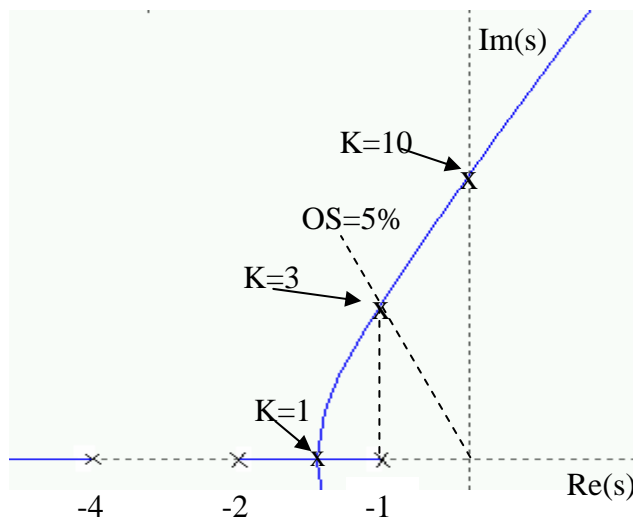
a) Indique, para cada um dos casos, se é possível obter a especificação pretendida:

- i)  $t_s=4s$                       ii)  $t_s=4/3s$                       iii) OS=60%                      iv)  $t_s=8s$ , OS<5%

b) Indique para que valores de K (parâmetro em função do qual foi obtido o LR) o sistema é sub-amortecido.

c) Indique qual das expressões abaixo seria uma possível representação da resposta do sistema ao degrau unitário, para K=3:

- i)  $y(t)=e^{-t}$                       ii)  $y(t)=\sin(t)$                       iii)  $y(t)=e^{-t}\sin(t) + 0,1e^{-6t}$                       iv)  $y(t)=e^{-t}\sin(t)$



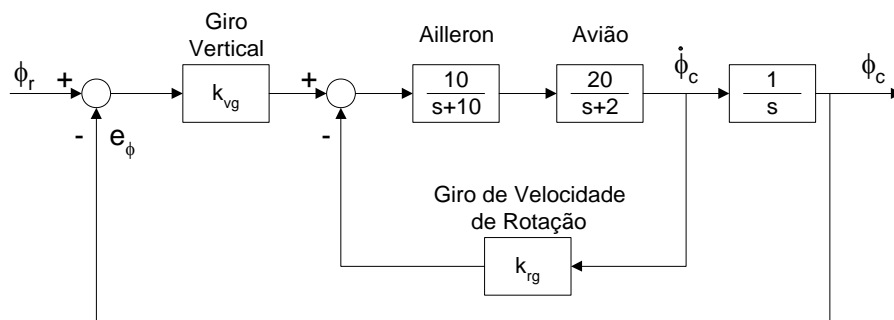
$$t_s \approx \frac{4}{-\text{Re}(p)}$$

$$OS = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{|\text{Re}(p)|}{|\text{Im}(p)|}\pi}$$

**Problema 2** - (ITSI – JTV) - No seguinte sistema de controlo do movimento de rotação de um avião determinar:

a)  $K_{rg}$ , de forma a obter  $\zeta=0.8$  para o anel interior. (sol: 36.25/200)

b)  $K_{vg}$ , de forma a obter  $\zeta=0.7$  para o anel exterior. (sol: 0.57)



**Problema 4** (ITSI-JTV) - De forma a compensar um sistema com função de transferência  $G(s)$  optou-se por utilizar, em série com  $G(s)$ , um compensador em avanço  $C(s)$  numa configuração de realimentação unitária negativa. O valor escolhido para o zero do compensador foi -2.5.

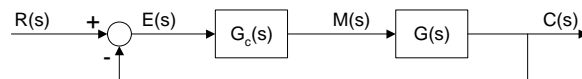
$$C(s) = \frac{s + 2.5}{s + \delta} \quad G(s) = \frac{K}{s(s + 1)}$$

Determine  $\delta$  e  $K$  de modo que  $-1.6 \pm j4$  sejam pólos do sistema.

**Problema 5** (ITSI-JTV) - Uma máquina de controlo numérico apresenta a seguinte Função de Transferência:

$$G(s) = \frac{1}{s(s + 1)}$$

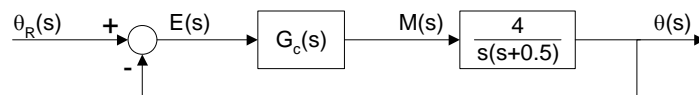
As especificações de performance exigem que, na configuração de "feedback" unitário da figura seguinte, o sistema apresente um "Overshoot" percentual máximo inferior a 2,5 % e um tempo de estabelecimento inferior a 1 seg.



- Mostre que esta especificação não pode ser alcançada recorrendo a um controlador de acção unicamente proporcional.
- Para que valores do ganho proporcional é que o sistema não apresenta oscilação à sua saída.
- Projecte um compensador que permita cumprir estas especificações.

Forma do compensador:  $G_c(s) = A \frac{s + z_c}{s + p_c}$

**Problema 6** (ITSI-JTV) - Um sistema de controlo de posição angular pode ser representado pelo seguinte diagrama de blocos:



Pretende-se que este sistema apresente as seguintes especificações:

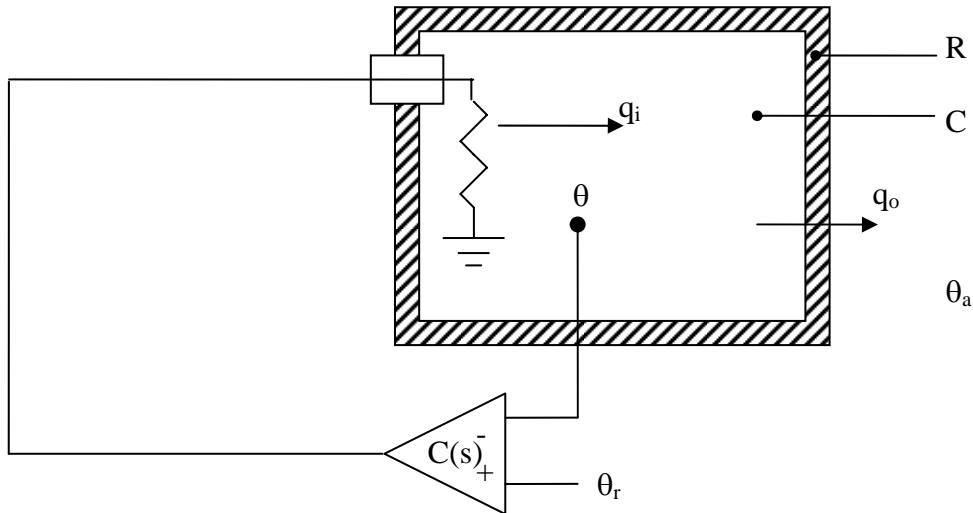
- "Overshoot" percentual máximo inferior a 16,32 %;
- tempo de estabelecimento inferior a 1,6 seg.

- Mostre que estas especificações não podem ser alcançadas recorrendo a um controlador de acção unicamente proporcional.
- Projecte um compensador que permita cumprir as especificações pretendidas para o sistema.

Forma do compensador:  $G_c(s) = A \frac{s + z_c}{s + p_c}$

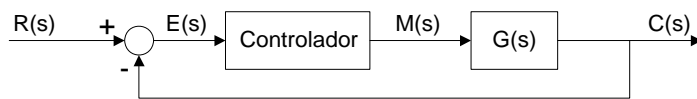
## 16/05/2005 – Controlo PID

**Problema 1** – Controlo da temperatura de um forno com e sem acção integral. Considere o sistema abaixo onde  $Q_i(s) = C(s) \cdot (\theta_r(s) - \theta(s))$



- Apresente o diagrama de blocos do sistema.
- Considere  $C(s) = K_p$ . Esboce o LR de raízes em função de  $K_p$  e calcule o erro em regime permanente.
- Considere  $C(s) = K_i/s$ . Esboce o LR de raízes em função de  $K_i$  e calcule o erro em regime permanente.
- Considere um controlador PI, ou seja,  $C(s) = K_p + K_i/s = K_p(s + K_i/K_p)/s$ . Considere também  $C=1$  e  $R=1$ . Calcule o valor dos parâmetros do controlador de forma a ter um tempo de estabelecimento de 1s e um OS de aproximadamente 5%.
- Esboce o lugar de raízes em função de  $K_i$ , usando o valor de  $K_p$  calculado na alínea anterior. Qual poderá ser o interesse prático deste LR.

**Problema 2** – (resolução parcial em apontamentos TSIST 2000) Considere o sistema representado pelo diagrama de blocos abaixo:



com  $G(s) = \frac{40}{10s^2 + 80s + 800}$ ,

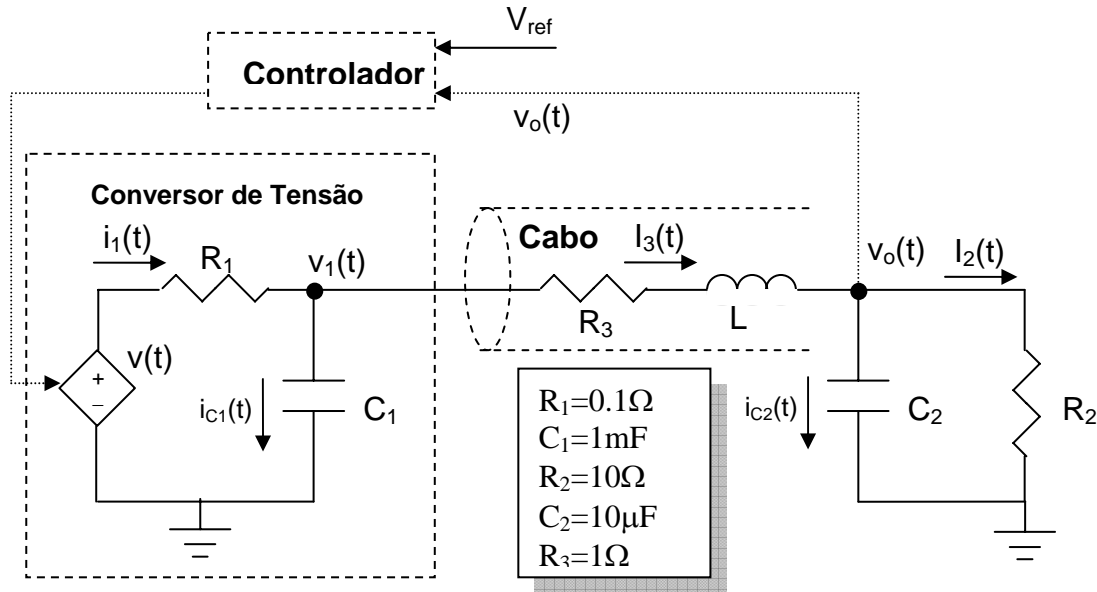
sendo o controlador do tipo:

$$m(t) = 20 \left[ e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

- Admitindo que não existe acção integral ( $k_i=0$ ), calcular  $T_d$  de modo que o amortecimento do sistema realimentado seja unitário.
- Para o valor de  $T_d$  calculado, determinar o valor máximo de  $k_i$  de modo a manter o sistema estável. Com base no lugar de raízes, analise o comportamento do sistema para diferentes valores de  $K_i$ .

**Problema 3** - Pretende-se regular o nível de tensão aplicado a uma carga eléctrica resistiva  $R_2$ , tal como representado na figura abaixo. A energia eléctrica é transmitida de um conversor de tensão para a carga através de um cabo de impedância não desprezável. O cabo é modelizado como uma associação RL série. O condensador  $C_2$  é colocado em paralelo com a carga de forma a reduzir os “picos” de tensão durante comutações. O nível da tensão medido na carga,  $v_o(t)$ , é comparado com o valor desejado,  $v_{ref}$ , sendo o valor da fonte de tensão controlada  $v(t)$  estabelecido em função desses sinais, de acordo com a equação do controlador:

$$v(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t') dt', \text{ sendo } e(t) = v_{ref}(t) - v_o(t).$$



Use a seguinte função de transferência da forma que considerar mais adequada:

$$\frac{V_o(s)}{V(s)} = \frac{10}{1 \times 10^{-11} \cdot s^3 + 21 \times 10^{-8} \cdot s^2 + 22 \times 10^{-4} \cdot s + 11.1}$$

1. Considere  $K_i = \text{constante} = 0$  e  $K_p$  um parâmetro ajustável.

1a) Calcule o valor de  $K_p$  de modo a obter um tempo de estabelecimento de 0.8ms.

1b) Para  $K_p=0.1$ , apresente o esboço da resposta temporal de  $v_o(t)$ , para uma entrada ( $v_{ref}$ ) em degrau unitário.

2. Pretende-se agora estudar o efeito da componente integrativa (parâmetro  $K_i$ ). Concluiu-se que seria adequado fazer  $K_p = 0$  (deverá utilizar esse valor nos seus cálculos).

2a) Recorrendo ao método do lugar de raízes, escolha o valor de  $K_i$  de forma a obter o menor tempo de estabelecimento possível e de tal modo que os pólos dominantes não tenham componente oscilatória.

2b) Para  $K_i=2000$ , obtenha o esboço da resposta temporal de  $v_o(t)$ , para uma entrada ( $v_{ref}$ ) em degrau unitário. Compare com a resposta obtida em 1b) e comente.

2c) Calcule  $K_i$  e  $K_p$  pelo método de Ziegler-Nichols. Compare a resposta com os casos anteriores.