

Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia

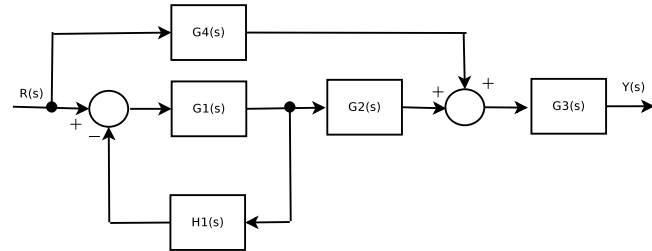
Licenciatura em Eng. Electrotécnica e de Computadores, Teoria dos Sistemas, 8-Julho-2011

Todas as perguntas devem ser respondidas unicamente na folha de respostas.

Seleccione apenas uma das 4 alternativas assinalando-a na matriz de respostas.

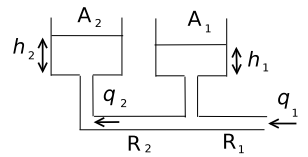
O teste é com consulta. Duração da prova: 2:00

1. Considere o seguinte diagrama de blocos de um sistema de controlo representado na figura. Sejam s e \mathcal{L} , respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$ e $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, respectivamente, as transformadas de Laplace dos sinais de entrada e de saída. Simplificando o diagrama de blocos de modo a obter a função de transferência do sistema $\frac{Y(s)}{R(s)}$, resulta:



- A) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 H_1} + G_3 G_4$
 B) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \left(\frac{G_1 G_2}{1 + G_1 H_1} + G_4 \right) G_3$
 C) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_1 H_1}$
 D) $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 + G_3 G_4}{1 + G_1 H_1}$

2. Considere o sistema hidráulico representado na figura seguinte, onde $q_1(t)$ e $q_2(t)$ representam caudais. Sejam $h_1(t)$ e $h_2(t)$ a altura de líquido nos reservatórios 1 e 2, respectivamente, e sejam as suas áreas designadas por A_1 e A_2 . As resistências hidráulicas são representadas por R_1 e R_2 . Sejam s e \mathcal{L} , respectivamente a variável e o operador de Laplace e sejam $Q_1(s) = \mathcal{L}[q_1(t)]$ e $H_2(s) = \mathcal{L}[h_2(t)]$. A função de transferência do sistema $\frac{H_2(s)}{Q_1(s)}$, resulta:



- A) $\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{s(A_1 A_2 R_2 s + A_1 + A_2)}$
 B) $\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{1 + (A_1 R_1 + A_2 R_2)s + A_1 A_2 s^2}$
 C) $\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{1 + (A_1 R_1 + A_2 R_2)s + A_1 R_1 A_2 R_2 s^2}$
 D) $\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{s[1 + (A_1 R_1 + A_2 R_2)s]}$

3. Considere a resposta temporal $c(t)$ de um sistema de segunda ordem para um sinal de entrada $u(t)$ em degrau unitário. Sejam s e \mathcal{L} , respectivamente a variável e o operador de Laplace, sejam $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$, $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$, seja ζ o coeficiente de amortecimento, ω_n a frequência natural não amortecida, t_p o tempo de pico e $c(t_p)$ o valor do pico da resposta temporal. Para um sistema descrito pela função de transferência $\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{10}{s^2 + s + 4}$ tem-se:

- 3.a) A) $\zeta = 1$, $\omega_n = 4$ rad/s
 B) $\zeta = 0,1$, $\omega_n = 0,63$ rad/s
 C) $\zeta = 0,25$, $\omega_n = 2$ rad/s
 D) $\zeta = 0,5$, $\omega_n = 0,4$ rad/s
 3.b) A) $t_p = 0,972$ seg, $c(t_p) = 1,023$
 B) $t_p = 0,556$ seg, $c(t_p) = 1,982$
 C) $t_p = 1,622$ seg, $c(t_p) = 3,611$
 D) $t_p = 2,016$ seg, $c(t_p) = 0,806$

4. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha fechada) tem como denominador o polinómio $D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + s + K$, $K \in \mathbb{R}$. Pelo critério de estabilidade de Routh-Hurwitz sabe-se que o sistema é estável para:

- A) $0 < K < 1$, B) $K > 1$, C) $1 < K < 2$, D) $K > 0$

5. Considere um sistema com função de transferência (em malha aberta) $G(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+1)^2(s+3)}$ e o respectivo lugar de raízes directo (LRD).

5.a) O ponto σ de intersecção das assíptotas (também chamado de centróide) no eixo real vem:

- A) $\sigma = -1$
- B) $\sigma = -\frac{1}{2}$
- C) $\sigma = -2$
- D) $\sigma = -\frac{3}{2}$

5.b) O traçado no LRD no eixo real situa-se nos intervalos:

- A) $\sigma \in]-\infty, -3] \cup [-2, 0]$
- B) $\sigma \in]-\infty, -2] \cup [-1, 0]$
- C) $\sigma \in]-\infty, -1]$
- D) $\sigma \in]-\infty, -2]$

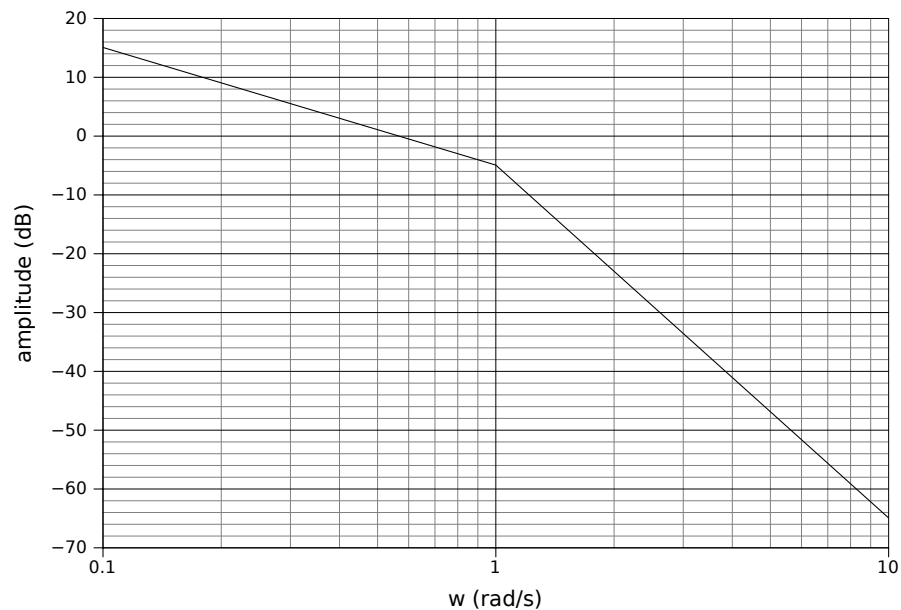
6. Considere um sistema cuja função de transferência em malha aberta é dada por $G(s) = \frac{K}{s(s+1)^2}$.

6.a) Obtém-se um margem de fase $MF = 60$ graus para um ganho:

- A) $K = 0,287$, B) $K = 2,941$, C) $K = 0,567$, D) $K = 5,670$

6.b) Obtém-se o diagrama assimp-tótico de Bode das amplitudes representado na figura para um ganho:

- A) $K = 0,287$
- B) $K = 2,871$
- C) $K = 0,567$
- D) $K = 5,672$



7. Considere um sistema cuja função de transferência (em malha aberta) dada por $G(s) = \frac{10e^{-3s}}{2s+1}$. Pretende-se sintonizar um controlador PID (Proporcional, Integral e Diferencial) pelo método de Choen-Coon. Assim, os parâmetros K (ganho proporcional), T_i (constante de tempo integral) e T_d (constante de tempo diferencial) vêm dadas por:

- A) $K = 0.117$, $T_i = 5.132$, $T_d = 0.854$
- B) $K = 0.238$, $T_i = 6.223$, $T_d = 0.657$
- C) $K = 0.571$, $T_i = 3.184$, $T_d = 0.501$
- D) $K = 0.973$, $T_i = 2.101$, $T_d = 0.325$

Turma _____ Aluno Nº: _____

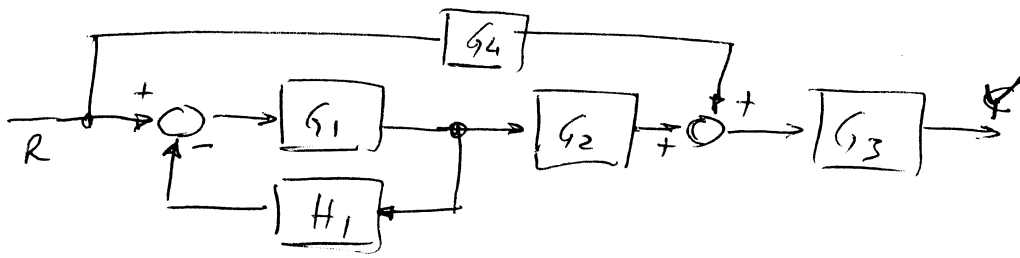
Nome: _____

Respostas

	A	B	C	D	
1.					1.
2.					2.
3.a)					3.a)
3.b)					3.b)
4.					4.
5.a)					5.a)
5.b)					5.b)
6.a)					6.a)
6.b)					6.b)
7.					7.

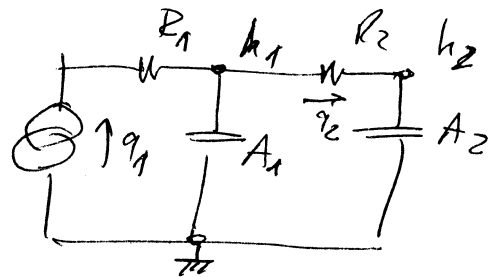
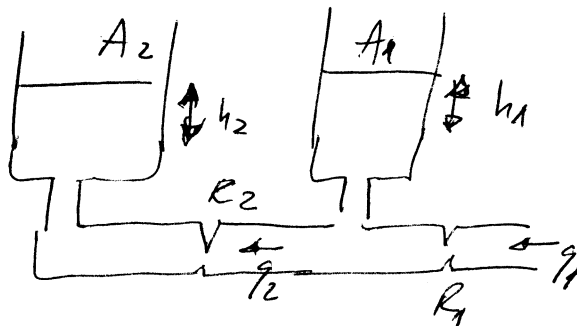
TESIS, 8-Julho-2011

1.



$$Y/R = \left\{ \left[\frac{G_1}{1+G_1 H_1} \cdot G_2 \right] + G_4 \right\} G_3 = \left(\frac{G_1 G_2}{1+G_1 H_1} + G_4 \right) G_3$$

2.



$$Q_1 = \Delta A_1 H_1 + Q_2$$

$$Q_2 = \frac{H_1 - H_2}{R_2}$$

$$Q_2 = \Delta A_2 H_2$$

$$Q_1 R_2 = \Delta A_1 H_1 R_2 + H_1 - H_2 \quad (1)$$

$$H_1 - H_2 = \Delta A_2 R_2 H_2 \rightarrow H_1 = (\Delta A_2 R_2 + 1) H_2$$

$$(1) \quad Q_1 R_2 = [(\Delta A_1 R_2 + 1) (\Delta A_2 R_2 + 1) - 1] H_2$$

$$Q_1 R_2 = [\Delta^2 A_1 A_2 R_2^2 + \Delta (A_1 + A_2) R_2] H_2$$

$$\frac{H_2}{Q_1} = \frac{1}{\Delta [\Delta A_1 A_2 R_2^2 + (A_1 + A_2)]}$$

$$3. \quad \frac{C}{U} = \frac{10}{s^2 + s + 4} = \frac{10/4}{s^2 + s + 4}$$

$$3a) \quad \text{ganho} = k = 10/4, \quad \omega_n^2 = 4, \quad 2\zeta\omega_n = 1 \Rightarrow \omega_n = 2, \quad \zeta = 0.25$$

$$3b) \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{2 \sqrt{1-0.25^2}} = 1.622 \text{ seg}; \quad e(t_p) = \frac{10}{4} \cdot (1 + e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}) = 2.611$$

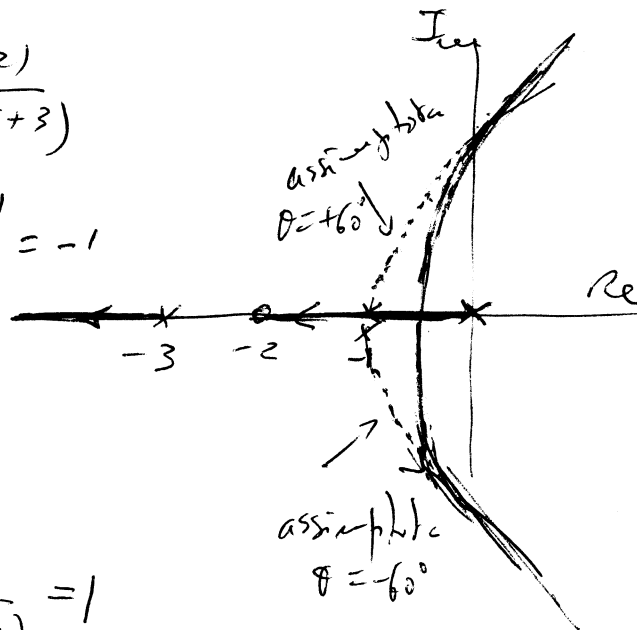
2

$$4) D(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + s + k$$

$$\begin{array}{l|ll} s^4 & 1 & 2 & k \\ s^3 & 1 & 1 & \\ s^2 & 1 & k & \\ s^1 & 1-k & & \\ s^0 & k & & \end{array} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow 1-k > 0 \\ \longrightarrow k > 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 0 < k < 1$$

$$5) G(s) = \frac{k(s+2)}{s(s+1)^2(s+3)}$$

$$\sigma = \frac{(0-1-1-3) - (-2)}{4-1} = -1$$

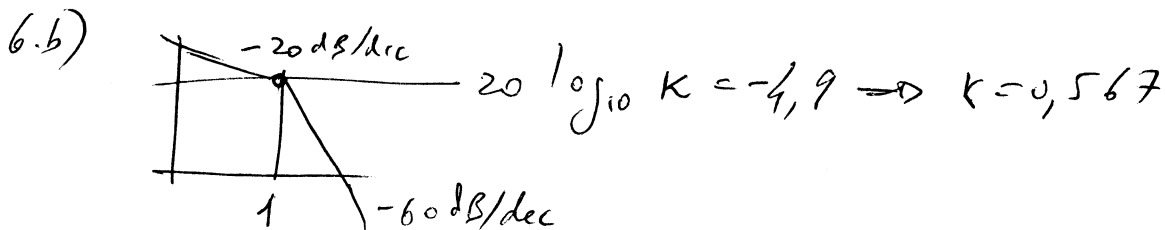


$$6) G(s) = \frac{k}{s(s+1)^2}$$

$$6a) |G(j\omega)| = \frac{k}{\omega(\omega^2+1)} = 1$$

$$\angle G(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan \omega = \pi - \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \omega = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = 0,268 \text{ rad/s}$$

$$\frac{k}{0,268(0,268^2+1)} = 1 \Rightarrow k = 0,287$$



$$7) \zeta = 2, T = 3, K_p = 10 \quad \text{Neid (Zoeu - Con)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K = \frac{2}{T K_p} (1,35 + 0,27 \frac{T}{\zeta}) = 0,117 \\ T_i = T \left(\frac{2,5 + 0,5 \frac{T}{\zeta}}{1 + 0,6 \frac{T}{\zeta}} \right) = 5,132 \\ T_d = \frac{T}{1} \frac{0,32}{1 + 0,2 \frac{T}{\zeta}} = 0,854 \end{array} \right.$$