

Matematik 1 eksempel eksamenssæt (BA-MAT1)

Digital eksamen

4. november 2024

Grundlæggende information

- Matematik: 4 opgaver, med i alt 10 delspørgsmål
- Antal sider: 4
- Point: 100

Introduktion Matematik

CAS-værktøjer må ikke benyttes som løsningsmetode, og i samtlige spørgsmål forudsættes det, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen. Alle andre offline-hjælpemidler er tilladt.

- Total estimeret tid: 2 timer.
- Den benyttede fremgangsmåde skal tydeligt fremgå af besvarelsen.
- Alle skridt af udregningerne skal fremgå.
- Opskriv ligning/formel før indsættelse af værdier.

Opgave 1 (10 point)

a)

Løs de to ligninger vist herunder vha. Gauss elimination.

$$5x + 3y = 12$$

$$2x + 5y = 1$$

Svar: $x = 3$ og $y = -1$

b)

Beregn værdien af udtrykket herunder:

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Svar: $\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}$

Opgave 2 (15 point)

Betragt funktionen

$$f(x) = \ln(x)$$

a)

Bestem en tangentlinje for funktionen $f(x)$ omkring punktet $x = 1$

Svar: $L(x) = (x - 1)$

b)

Benyt forskriften for tangentlinjen fra a) til at estimere værdien af $f(1.3)$. Beregn fejlen mellem den estimerede værdi og den rigtige værdi ($\ln(1.3)$)?

Svar: 0.3 og 0.037636

c)

Estimer worst case fejlen for estimatet i b).

Svar: 0.045

Opgave 3 (15 point)

a)

Beregn værdien af og angiv resultatet på kartesisk form

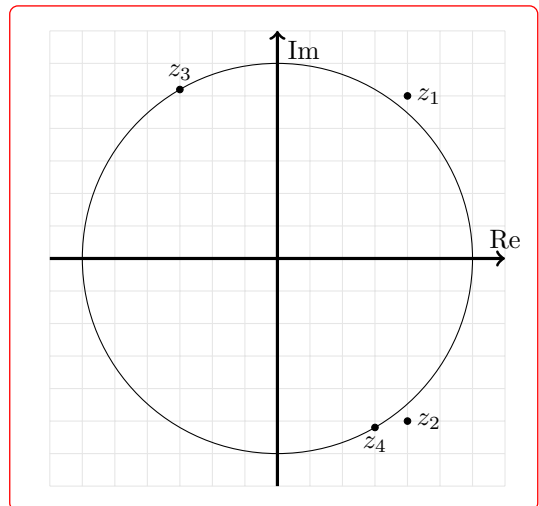
$$Z = \frac{-22 - 7i}{4 + 5i}$$

Svar: $Z = -3 + 2i$

b)

Plot følgende tal i et argand diagram, og angiv hvor de enkelte tal er placeret

$$z_1 = 4 + 5i \quad z_2 = 4 - 5i \quad z_3 = 6 \cdot e^{\frac{2}{3} \cdot i \cdot \pi} \quad z_4 = 6 \cdot e^{\frac{-1}{3} \cdot i \cdot \pi}$$



c)

Find alle løsninger til ligningen

$$w^3 = -2\sqrt{2}$$

Svar:

$$w = \sqrt{2} \cdot e^{i\pi/3}$$

$$w = \sqrt{2} \cdot e^{i\pi}$$

$$w = \sqrt{2} \cdot e^{i5\pi/3}$$

Opgave 4 (10 point)

a)

Find den generelle løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^2$$

$$y(x) = x \cdot \left(\frac{x^2}{2} + k \right)$$

b)

Til en givet differentialligning, er den tilhørende generelle løsning bestemt til at være:

$$f(x) = A \cdot e^{-x} + B \cdot e^{-2x} + \sin(x)$$

Ud fra observationer ved vi at begyndelsesbetingelserne er $f(0) = -1$ og $f'(0) = 5$. Bestem løsningen til begyndelsesværdiproblemet.

$$f(x) = 2 \cdot e^{-x} - 3 \cdot e^{-2x} + \sin(x)$$