

**PGPS Documentation**

***Release 0.0.1***

**PGPS Development Team**

**September 14, 2022**



**PGPS 文档**

***版本0.0.1***

**PGPS 开发团队**

**2022年9月14日**

# 前言

欧几里得的生平已无法考证，只知他约生于公元前330年，死于公元前275年。他将当时人们所取得的丰富知识，总结成几个原始概念和公理，并用逻辑推理的方法演绎成具有较为完整科学体系的几何学，完成了世界上第一部公理法巨著《几何原本》。也正因如此，欧几里得的名字与几何学成了同义词而流传千古。在几千年后的今天，现代公理化的欧几里得几何被广泛应用于中学教育中，以此锻炼学生的逻辑推理能力和想象力。与大多数人的认知不同，欧式几何其实是个难学的科目，因为欧式几何公理体系本质上是一种非机械化的数学：即使我们熟知了所有的公理，在解决问题时，依然要依靠人类的直觉和经验选择合适的定理求解问题，没有固定的解题步骤。

用固定的程序去解决一类问题，就是**机械化**。计算机出现后，人们尝试使用计算机实现欧式几何机械化，但长久以来该领域受制于**几何证明无定法**和**证明过程不可读**两大难题，进展缓慢。当今人工智能技术的快速发展，为几何问题机械化求解提供了新思路：使用**人工智能模型**模拟人的直觉来指导解题方向和定理的选择，以此解决几何证明无定法难题；设计一套精密且直观的**形式化语言**，作为计算机与人类沟通的桥梁，以此解决证明过程不可读的问题。在这个新思路中，推理过程涉及三个体系：

第一个体系是面向人类的**公理体系**。从欧几里得的几何原本到现代化公理系统，都称其为公理体系。在这些体系中，几何体的性质、定义和公理等采用自然语言和图像描述，此外代数表达式和一些基本常识也融入其中。人类理解起来这些描述非常轻松，任何一个经过训练的中学生阅读相关描述后都能理解题目所表达的意思；但因为自然语言所具有的模糊性和不确定性，计算机无法按照特定的算法来处理这些描述。于是第二个体系——**形式化体系**出现了。形式化体系是人类与计算机交流的中介，在三个体系中具有最重要的地位，因为其：①需要将公理体系中文字信息和图像信息转化为统一的格式，并且不造成信息损失和歧义。②语句描述要准确，同时要具有固定的语言结构，便于计算机处理。③要具有良好的可读性，以供人类理解和检验推理步骤。最后一个体系是**计算机体系**。在此体系中，几何问题的描述进一步抽象、映射为特定的数据结构，如集合、列表等；几何定理则被抽象成定义在这些数据结构上的数据操作，如增删改查。

此文档要讲述的，便是后两个体系——**平面几何形式化体系和计算机体系的设计原则**。形式化系统的设计是困难的，原因在于：①人类所建立的欧式几何公理体系，通常包含自然语言描述、数学公式和图像，形式化系统需要将其三部分统一成一类结构相似的描述。②欧式几何公理体系千变万化，解题形式多种多样，形式化系统的表示能力要足够强。③形式化系统要面向计算机，这要求其形式要精简，推理过程要精确。④形式化系统要面向人类，这便对其可读性做出了要求。以上四点，在实践中往往相互制约，不能同时达到最优。

在对上述问题研究中，逐渐形成了PGPS平面几何问题求解系统。为方便用户使用，编写此文档。

目录

[前言 1](#_Toc114148191)

[一、形式化系统 6](#_Toc114148192)

[1.1完备性理论 6](#_Toc114148193)

[1.2 PGPS形式化系统 6](#_Toc114148194)

[1.2.1几何本体论 6](#_Toc114148195)

[1.2.2 PGPS语法及谓词设计 6](#_Toc114148196)

[1.2.3图形的文字表示 6](#_Toc114148197)

[二、推理器实现 6](#_Toc114148198)

[三、数据集标注 6](#_Toc114148199)

[2.1构图 6](#_Toc114148200)

[图形 Shape($) 6](#_Toc114148201)

[共线 Collinear($) 7](#_Toc114148202)

[2.2实体 7](#_Toc114148203)

[点 Point($) 7](#_Toc114148204)

[线 Line($) 7](#_Toc114148205)

[角 Angle($) 8](#_Toc114148206)

[三角形 Triangle($) 8](#_Toc114148207)

[直角三角形 RightTriangle($) 8](#_Toc114148208)

[等腰三角形 IsoscelesTriangle($) 9](#_Toc114148209)

[等边三角形 EquilateralTriangle($) 9](#_Toc114148210)

[多边形 Polygon($) 9](#_Toc114148211)

[2.3实体属性 10](#_Toc114148212)

[线长度 Length(Line($)) 10](#_Toc114148213)

[角大小 Measure(Angle($)) 10](#_Toc114148214)

[三角形面积 Area(Triangle($)) 11](#_Toc114148215)

[三角形周长Perimeter(Triangle($)) 11](#_Toc114148216)

[三角形高Altitude(Triangle($)) 11](#_Toc114148217)

[2.4实体关系 12](#_Toc114148218)

[中点 Midpoint(Point($),Line($)) 12](#_Toc114148219)

[相交 Intersect(Point($),Line($),Line($)) 12](#_Toc114148220)

[平行的 Parallel(Line($),Line($)) 13](#_Toc114148221)

[垂直的 Perpendicular(Point($),Line($),Line($)) 13](#_Toc114148222)

[垂直平分线 PerpendicularBisector(Point($),Line($),Line($)) 13](#_Toc114148223)

[角平分线 Bisector(Line($),Angle($)) 14](#_Toc114148224)

[中线 Median(Line($),Triangle($)) 14](#_Toc114148225)

[高 IsAltitude(Line($),Triangle($)) 14](#_Toc114148226)

[中位线 Neutrality(Line($),Triangle($)) 14](#_Toc114148227)

[外心 Circumcenter(Point($),Triangle($)) 14](#_Toc114148228)

[内心 Incenter(Point($),Triangle($)) 14](#_Toc114148229)

[重心 Centroid(Point($),Triangle($)) 14](#_Toc114148230)

[垂心 Orthocenter(Point($),Triangle($)) 14](#_Toc114148231)

[全等三角形 Congruent(Triangle($),Triangle($)) 14](#_Toc114148232)

[相似三角形 Similar(Triangle($),Triangle($)) 14](#_Toc114148233)

[镜像全等三角形 MirrorCongruent(Triangle($),Triangle($)) 14](#_Toc114148234)

[镜像相似三角形 MirrorSimilar(Triangle($),Triangle($)) 15](#_Toc114148235)

[2.5代数表达式 15](#_Toc114148236)

[加 Add(Var1,Var2) 15](#_Toc114148237)

[减 Sub(Var1,Var2) 15](#_Toc114148238)

[乘 Mul(Var1,Var2) 15](#_Toc114148239)

[除 Div(Var1,Var2) 15](#_Toc114148240)

[幂 Pow(Var1,Var2) 15](#_Toc114148241)

[Sin Sin(Var) 15](#_Toc114148242)

[Cos Cos(Var) 15](#_Toc114148243)

[Tan Tan(Var) 15](#_Toc114148244)

[实数 R 15](#_Toc114148245)

[表达式 $ 15](#_Toc114148246)

[和 Sum(Var1,Var2,...) 15](#_Toc114148247)

[平均 Average(Var1,Var2,...) 15](#_Toc114148248)

[相等 Equal(Var1,Var2) 15](#_Toc114148249)

[2.6解题目标 15](#_Toc114148250)

[Find($) 15](#_Toc114148251)

[2.7定理 16](#_Toc114148252)

[nous\_1\_area\_addition 16](#_Toc114148253)

[nous\_2\_line\_addition 16](#_Toc114148254)

[nous\_3\_angle\_addition 16](#_Toc114148255)

[nous\_4\_intersect\_extend 16](#_Toc114148256)

[nous\_5\_perpendicular\_extend 16](#_Toc114148257)

[nous\_6\_ 16](#_Toc114148258)

[nous\_7\_ 16](#_Toc114148259)

[nous\_8\_ 16](#_Toc114148260)

[nous\_9\_ 16](#_Toc114148261)

[nous\_10\_ 16](#_Toc114148262)

[auxiliary\_11\_ 16](#_Toc114148263)

[auxiliary\_12\_ 16](#_Toc114148264)

[auxiliary\_13\_ 16](#_Toc114148265)

[auxiliary\_14\_ 16](#_Toc114148266)

[auxiliary\_15\_ 16](#_Toc114148267)

[auxiliary\_16\_ 16](#_Toc114148268)

[auxiliary\_17\_ 16](#_Toc114148269)

[auxiliary\_18\_ 17](#_Toc114148270)

[auxiliary\_19\_ 17](#_Toc114148271)

[auxiliary\_20\_ 17](#_Toc114148272)

[theorem\_21\_triangle\_property\_angle\_sum 17](#_Toc114148273)

[theorem\_22\_triangle\_property\_equal\_line\_angle 17](#_Toc114148274)

[theorem\_23\_pythagorean 17](#_Toc114148275)

[theorem\_24\_right\_triangle\_property\_rt 17](#_Toc114148276)

[theorem\_25\_right\_triangle\_property\_special\_rt 17](#_Toc114148277)

[theorem\_26\_pythagorean\_inverse 17](#_Toc114148278)

[theorem\_27\_right\_triangle\_judgment 17](#_Toc114148279)

[theorem\_28\_isosceles\_triangle\_property\_angle\_equal 17](#_Toc114148280)

[theorem\_29\_isosceles\_triangle\_property\_side\_equal 17](#_Toc114148281)

[theorem\_30\_isosceles\_triangle\_property\_line\_coincidence 17](#_Toc114148282)

[theorem\_31\_isosceles\_triangle\_judgment\_angle\_equal 17](#_Toc114148283)

[theorem\_32\_isosceles\_triangle\_judgment\_side\_equal 17](#_Toc114148284)

[theorem\_33\_equilateral\_triangle\_property\_angle\_equal 17](#_Toc114148285)

[theorem\_34\_equilateral\_triangle\_property\_side\_equal 17](#_Toc114148286)

[theorem\_35\_equilateral\_triangle\_judgment\_angle\_equal 17](#_Toc114148287)

[theorem\_36\_equilateral\_triangle\_judgment\_side\_equal 18](#_Toc114148288)

[theorem\_37\_equilateral\_triangle\_judgment\_isos\_and\_angle60 18](#_Toc114148289)

[theorem\_38\_intersect\_property 18](#_Toc114148290)

[theorem\_39\_parallel\_property 18](#_Toc114148291)

[theorem\_40\_parallel\_judgment 18](#_Toc114148292)

[theorem\_41\_perpendicular\_judgment 18](#_Toc114148293)

[theorem\_42\_parallel\_perpendicular\_combination 18](#_Toc114148294)

[theorem\_43\_midpoint\_judgment 18](#_Toc114148295)

[theorem\_44\_perpendicular\_bisector\_property\_distance\_equal 18](#_Toc114148296)

[theorem\_45\_perpendicular\_bisector\_judgment 18](#_Toc114148297)

[theorem\_46\_bisector\_property\_line\_ratio 18](#_Toc114148298)

[theorem\_47\_bisector\_property\_angle\_equal 18](#_Toc114148299)

[theorem\_48\_bisector\_judgment\_angle\_equal 18](#_Toc114148300)

[theorem\_49\_median\_property 18](#_Toc114148301)

[theorem\_50\_median\_judgment 18](#_Toc114148302)

[theorem\_51\_altitude\_property 18](#_Toc114148303)

[theorem\_52\_altitude\_judgment 18](#_Toc114148304)

[theorem\_53\_neutrality\_property\_similar 18](#_Toc114148305)

[theorem\_54\_neutrality\_property\_angle\_equal 19](#_Toc114148306)

[theorem\_55\_neutrality\_property\_line\_ratio 19](#_Toc114148307)

[theorem\_56\_neutrality\_judgment 19](#_Toc114148308)

[theorem\_57\_circumcenter\_property\_line\_equal 19](#_Toc114148309)

[theorem\_58\_circumcenter\_property\_intersect 19](#_Toc114148310)

[theorem\_59\_circumcenter\_judgment 19](#_Toc114148311)

[theorem\_60\_incenter\_property\_line\_equal 19](#_Toc114148312)

[theorem\_61\_incenter\_property\_intersect 19](#_Toc114148313)

[theorem\_62\_incenter\_property\_judgment 19](#_Toc114148314)

[theorem\_63\_centroid\_property\_line\_equal 19](#_Toc114148315)

[theorem\_64\_centroid\_property\_intersect 19](#_Toc114148316)

[theorem\_65\_centroid\_property\_judgment 19](#_Toc114148317)

[theorem\_66\_orthocenter\_property\_line\_equal 19](#_Toc114148318)

[theorem\_67\_orthocenter\_property\_intersect 19](#_Toc114148319)

[theorem\_68\_orthocenter\_property\_judgment 19](#_Toc114148320)

[theorem\_69\_congruent\_property\_line\_equal 19](#_Toc114148321)

[theorem\_70\_congruent\_property\_angle\_equal 19](#_Toc114148322)

[theorem\_71\_congruent\_property\_area\_equal 19](#_Toc114148323)

[theorem\_72\_congruent\_judgment\_sss 20](#_Toc114148324)

[theorem\_73\_congruent\_judgment\_sas 20](#_Toc114148325)

[theorem\_74\_congruent\_judgment\_asa 20](#_Toc114148326)

[theorem\_75\_congruent\_judgment\_aas 20](#_Toc114148327)

[theorem\_76\_congruent\_judgment\_hl 20](#_Toc114148328)

[theorem\_77\_similar\_property\_angle\_equal 20](#_Toc114148329)

[theorem\_78\_similar\_property\_line\_ratio 20](#_Toc114148330)

[theorem\_79\_similar\_property\_perimeter\_ratio 20](#_Toc114148331)

[theorem\_80\_similar\_property\_area\_square\_ratio 20](#_Toc114148332)

[theorem\_81\_similar\_judgment\_sss 20](#_Toc114148333)

[theorem\_82\_similar\_judgment\_sas 20](#_Toc114148334)

[theorem\_83\_similar\_judgment\_aa 20](#_Toc114148335)

[theorem\_84\_triangle\_perimeter\_formula 20](#_Toc114148336)

[theorem\_85\_triangle\_area\_formula\_common 20](#_Toc114148337)

[theorem\_86\_triangle\_area\_formula\_heron 20](#_Toc114148338)

[theorem\_87\_triangle\_area\_formula\_sine 20](#_Toc114148339)

[theorem\_88\_sine 20](#_Toc114148340)

[theorem\_89\_cosine 20](#_Toc114148341)

# 一、形式化系统

## 1.1完备性理论

手动阀第三方士大夫阿斯蒂芬

## 1.2 PGPS形式化系统

### 1.2.1几何本体论

### 1.2.2 PGPS语法及谓词设计

### 1.2.3图形的文字表示

# 二、推理器实现

# 三、数据集标注

本章节对PGPS系统所有形式化语句的语法规则和标注方法做详细介绍，并配有适量的例题标注以方便读者理解。根据1.2节对PGPS形式化语言谓词的讨论，把形式化语句分为6类，分别是构图语句、实体声明语句、实体属性声明语句、实体关系声明语句、表达式定义语句和解题目标声明语句。

## 2.1构图

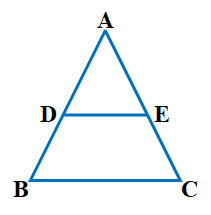
构图语句是最基本的形式化语句。推理器读取构图语句，自动扩展出所有的点、线、角和几何图形，实现1.2节中介绍的“拼图法”。

### 图形 Shape($)

►描述：内部无连线、由直线组成的封闭图形定义为shape。shape由若干point组成，shape的标注要求按照逆时针按顺序标出所有的点。根据选择的起始point不同，一个shape可以有多种标注形式，选择一种即可。

►要点：①内无连线的封闭图形 ②逆时针 ③多种形式选其一④标全

►标注示例：

2.1.1 (a) 2.1.1 (b)

(a) Shape(ABC)

or {Shape(BCA)

Shape(CAB)}

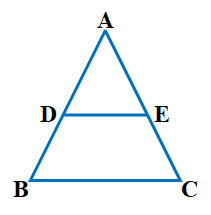
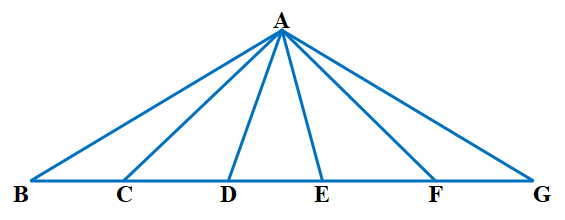
(b) Shape(ADE), Shape(DBCE)

### 共线 Collinear($)

►描述：共线的若干点定义为collinear。collinear由若干point组成，collinear的标注要求按照一条线上点的先后顺序标出所有的点。根据选择的起始point不同，一个collinear可以有2种标注形式，选择一种即可。

►要点：①共线点 ②先后顺序 ③2种形式选其一④标全

►标注示例：

2.1.2 (a) 2.1.2 (b)

(a) Collinear(ADB), Collinear(AEC)

or {Collinear(BDA)

Collinear(CEA)}

(b) Collinear(BCDEFG)

or {Collinear(GFEDCB)}

## 2.2实体

实体声明语句表示图形中的几何元素。

### 点 Point($)

►描述：构成图形的点。可由推理器自动生成，无需标注。

►要点：①无需标注

►标注示例：



2.2.1 (a)

(a) Point(A), Point(B), Point(C)

### 线 Line($)

►描述：构成图形的线。可由推理器自动生成，无需标注。一条线有两种标注形式，选择一种即可。

►要点：①无需标注②2种形式选其一

►标注示例：



2.2.2 (a)

(a) Line(AB), Line(BC), Line(AC)

### 角 Angle($)

►描述：构成图形的角。可由推理器自动生成，无需标注。一个角只有一种标注方式，逆时针标出构成角的三个点

►要点：①无需标注②只有1种表示方式

►标注示例：



2.2.3 (a)

(a) Angle(ABC), Angle(BCA), Angle(CAB)

### 三角形 Triangle($)

►描述：可由推理器自动生成，无需标注。逆时针标出构成三角形的三个点，因选择的起始点不同，一个三角形有3种表示方式。

►要点：①无需标注②3种形式选其一

►标注示例：



2.2.4 (a)

(a) Triangle(ABC)

or {Triangle(BCA)

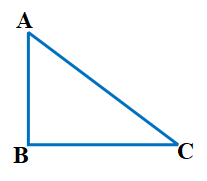
Triangle(CAB)}

### 直角三角形 RightTriangle($)

►描述：逆时针标出构成三角形的三个点。第二个点对应直角三角形中的直角，因此一个直角三角形只有一种表示形式。

►要点：①逆时针②只有1种表示方式

►标注示例：



2.2.5 (a)

(a) RightTriangle(ABC)

### 等腰三角形 IsoscelesTriangle($)

►描述：逆时针标出构成三角形的三个点。第二、三个点对应等腰三角形中的两个底角，因此一个等腰三角形只有一种表示形式。

►要点：①逆时针②只有1种表示方式

►标注示例：



2.2.6 (a)

(a) IsoscelesTriangle(ABC)

### 等边三角形 EquilateralTriangle($)

►描述：逆时针标出构成三角形的三个点。一个等边三角形有3种表示形式。

►要点：①逆时针②3种形式选其一

►标注示例：



2.2.6 (a)

(a) EquilateralTriangle(ABC)

or {EquilateralTriangle(BCA)

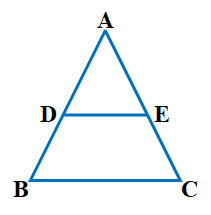
EquilateralTriangle(CAB)}

### 多边形 Polygon($)

►描述：边的数量大于3的图形称为多边形。可由推理器自动生成，无需标注。逆时针标出构成多边形的点。一个多边形有多种表示形式，选其一即可。

►要点：①无需标注②逆时针③多种形式选其一

►标注示例：



2.2.6 (a)

(a) Polygon (DBCE)

or {Polygon(BCED)

Polygon(CEDB)

Polygon(EDBC)}

## 2.3实体属性

实体属性声明语句由一个谓词嵌套一个实体声明语句构成，表示实体的某个属性的度量。在形式化语句中实体属性声明语句不会单独出现，而是与2.5节中将要介绍的表达式定义语句嵌套使用。在推理器中，每一条实体属性声明语句都会被转化为一个符号描述。

实体属性声明语句中的实体按照2.2中实体声明语句的标注标准标注。

### 线长度 Length(Line($))

►描述：线的长度。一条线有2种标注方式，因此一条线的长度也有2种标注方式。

►要点：①2形式选其一

►标注示例：线DE的长度



2.3.1 (a)

(a) Length(Line(DE))

or {Length(Line(ED))}

### 角大小 Measure(Angle($))

►描述：角的大小。一个角只有1种标注方式，因此角的大小也有只有1种标注方式。

►要点：①只有1种表示方式

►标注示例：角ABC的大小



2.3.2 (a)

(a) Measure(Angle(ABC))

### 三角形面积 Area(Triangle($))

►描述：三角形的面积。一个三角形有3种表示方式，因此三角形的面积也有3种表示方式。

►要点：①3种表示方式选其一

►标注示例：三角形ABC的面积



2.3.3 (a)

(a) Area(Triangle(ABC))

or {Area(Triangle(BCA))

Area(Triangle(CAB))}

### 三角形周长Perimeter(Triangle($))

►描述：三角形的周长。一个三角形有3种表示方式，因此三角形的周长也有3种表示方式。

►要点：①3种表示方式选其一

►标注示例：三角形ABC的周长



2.3.4 (a)

(a) Perimeter(Triangle(ABC))

or {Perimeter(Triangle(BCA))

Perimeter(Triangle(CAB))}

### 三角形高Altitude(Triangle($))

►描述：高的长度。特别提醒，一个三角形有三条高，每条高对应一种三角形的表示，因此一个高对应一个三角形表示。

►要点：①只有1种表示方式

►标注示例：

三角形ABC的高（底边BC的高）



2.3.5 (a)

(a) Altitude(Angle(ABC))

## 2.4实体关系

实体关系声明语句说明图形中的几何元素之间的关系，这类关系通过定理可以推导出新的实体关系或实体属性的代数关系。

### 中点 Midpoint(Point($),Line($))

►描述：点与线的关系。一条线有2种标注方式，因此中点也有2种标注方式。

►要点：①2种表示方式选其一

►标注示例：



2.4.1 (a)

(a) Midpoint(Point(M),Line(AB))

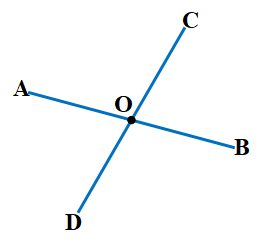
or {Midpoint(Point(M),Line(BA))}

### 相交 Intersect(Point($),Line($),Line($))

►描述：线与线的关系。其中point指两条线的交点；在标注两条线时，按照从左向右的顺序标注构成第一条线的点，按照从上到下的原则标注构成第二条线的点。一个相交关系有4种表示方法。

►要点：①从左到右从上到下①4种表示方式选其一

►标注示例：



2.4.2 (a)

(a) Intersect(Point(O),Line(AB) ,Line(CD))

or {Intersect(Point(O),Line(CD) ,Line(BA)),

Intersect(Point(O),Line(BA) ,Line(DC)),

Intersect(Point(O),Line(DC) ,Line(AB))}

### 平行的 Parallel(Line($),Line($))

►描述：线与线的关系。构成平行关系的两条线，其点的方向应是一致的，按照从左到右从上到下的原则标注。一个相交关系有2种表示方法。

►要点：①从左到右从上到下①2种表示方式选其一

►标注示例：



2.4.3 (a)

(a) Parallel(Line(AB) ,Line(CD))

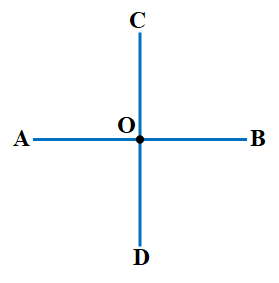
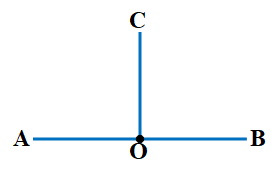
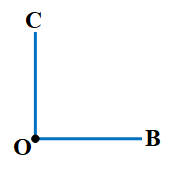
or {Parallel(Line(DC) ,Line(BA))}

### 垂直的 Perpendicular(Point($),Line($),Line($))

►描述：线与线的关系。与相交的标注方法一致。需注意的是，垂直的图形有3种变形，如例题所示。

►要点：①从左到右从上到下①4种表示方式选其一

►标注示例：

2.4.4 (a) 2.4.4 (b) 2.4.4 (c)

(a) Intersect(Point(O),Line(AB) ,Line(CD))

or {Intersect(Point(O),Line(CD) ,Line(BA)),

Intersect(Point(O),Line(BA) ,Line(DC)),

Intersect(Point(O),Line(DC) ,Line(AB))}

(b) Intersect(Point(O),Line(AB) ,Line(CO))

or {Intersect(Point(O),Line(CO) ,Line(BA)),

Intersect(Point(O),Line(BA) ,Line(OC)),

Intersect(Point(O),Line(OC) ,Line(AB))}

(c) Intersect(Point(O),Line(OB) ,Line(CO))

or {Intersect(Point(O),Line(CO) ,Line(BO)),

Intersect(Point(O),Line(BO) ,Line(OC)),

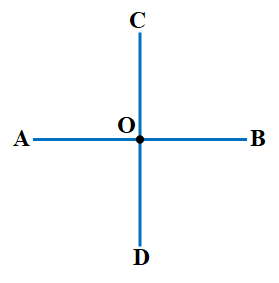
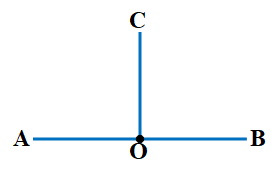
Intersect(Point(O),Line(OC) ,Line(OB))}

### 垂直平分线 PerpendicularBisector(Point($),Line($),Line($))

►描述：线与线的关系。与垂直的标注方法一致。第一条线表示被平分的线，第二条线表示垂直平分线，因此此关系只有2种表示方式。垂直的图形有2种变形，如例题所示。

►要点：①从左到右从上到下①2种表示方式选其一

►标注示例：

2.4.4 (a) 2.4.4 (b)

(a) Intersect(Point(O),Line(AB) ,Line(CD))

Intersect(Point(O),Line(BA) ,Line(DC))}

(b) Intersect(Point(O),Line(AB) ,Line(CO))

Intersect(Point(O),Line(BA) ,Line(OC))}

### 角平分线 Bisector(Line($),Angle($))

### 中线 Median(Line($),Triangle($))

### 高 IsAltitude(Line($),Triangle($))

### 中位线 Neutrality(Line($),Triangle($))

### 外心 Circumcenter(Point($),Triangle($))

### 内心 Incenter(Point($),Triangle($))

### 重心 Centroid(Point($),Triangle($))

### 垂心 Orthocenter(Point($),Triangle($))

### 全等三角形 Congruent(Triangle($),Triangle($))

### 相似三角形 Similar(Triangle($),Triangle($))

### 镜像全等三角形 MirrorCongruent(Triangle($),Triangle($))

### 镜像相似三角形 MirrorSimilar(Triangle($),Triangle($))

## 2.5代数表达式

Var可以是表达式，也可以是属性

### 加 Add(Var1,Var2)

### 减 Sub(Var1,Var2)

### 乘 Mul(Var1,Var2)

### 除 Div(Var1,Var2)

### 幂 Pow(Var1,Var2)

### Sin Sin(Var)

### Cos Cos(Var)

### Tan Tan(Var)

### 实数 R

### 表达式 $

### 和 Sum(Var1,Var2,...)

### 平均 Average(Var1,Var2,...)

### 相等 Equal(Var1,Var2)

## 2.6解题目标

### Find($)

## 2.7定理

### nous\_1\_area\_addition

### nous\_2\_line\_addition

### nous\_3\_angle\_addition

### nous\_4\_intersect\_extend

### nous\_5\_perpendicular\_extend

### nous\_6\_

### nous\_7\_

### nous\_8\_

### nous\_9\_

### nous\_10\_

### auxiliary\_11\_

### auxiliary\_12\_

### auxiliary\_13\_

### auxiliary\_14\_

### auxiliary\_15\_

### auxiliary\_16\_

### auxiliary\_17\_

### auxiliary\_18\_

### auxiliary\_19\_

### auxiliary\_20\_

### theorem\_21\_triangle\_property\_angle\_sum

### theorem\_22\_triangle\_property\_equal\_line\_angle

### theorem\_23\_pythagorean

### theorem\_24\_right\_triangle\_property\_rt

### theorem\_25\_right\_triangle\_property\_special\_rt

### theorem\_26\_pythagorean\_inverse

### theorem\_27\_right\_triangle\_judgment

### theorem\_28\_isosceles\_triangle\_property\_angle\_equal

### theorem\_29\_isosceles\_triangle\_property\_side\_equal

### theorem\_30\_isosceles\_triangle\_property\_line\_coincidence

### theorem\_31\_isosceles\_triangle\_judgment\_angle\_equal

### theorem\_32\_isosceles\_triangle\_judgment\_side\_equal

### theorem\_33\_equilateral\_triangle\_property\_angle\_equal

### theorem\_34\_equilateral\_triangle\_property\_side\_equal

### theorem\_35\_equilateral\_triangle\_judgment\_angle\_equal

### theorem\_36\_equilateral\_triangle\_judgment\_side\_equal

### theorem\_37\_equilateral\_triangle\_judgment\_isos\_and\_angle60

### theorem\_38\_intersect\_property

### theorem\_39\_parallel\_property

### theorem\_40\_parallel\_judgment

### theorem\_41\_perpendicular\_judgment

### theorem\_42\_parallel\_perpendicular\_combination

### theorem\_43\_midpoint\_judgment

### theorem\_44\_perpendicular\_bisector\_property\_distance\_equal

### theorem\_45\_perpendicular\_bisector\_judgment

### theorem\_46\_bisector\_property\_line\_ratio

### theorem\_47\_bisector\_property\_angle\_equal

### theorem\_48\_bisector\_judgment\_angle\_equal

### theorem\_49\_median\_property

### theorem\_50\_median\_judgment

### theorem\_51\_altitude\_property

### theorem\_52\_altitude\_judgment

### theorem\_53\_neutrality\_property\_similar

### theorem\_54\_neutrality\_property\_angle\_equal

### theorem\_55\_neutrality\_property\_line\_ratio

### theorem\_56\_neutrality\_judgment

### theorem\_57\_circumcenter\_property\_line\_equal

### theorem\_58\_circumcenter\_property\_intersect

### theorem\_59\_circumcenter\_judgment

### theorem\_60\_incenter\_property\_line\_equal

### theorem\_61\_incenter\_property\_intersect

### theorem\_62\_incenter\_property\_judgment

### theorem\_63\_centroid\_property\_line\_equal

### theorem\_64\_centroid\_property\_intersect

### theorem\_65\_centroid\_property\_judgment

### theorem\_66\_orthocenter\_property\_line\_equal

### theorem\_67\_orthocenter\_property\_intersect

### theorem\_68\_orthocenter\_property\_judgment

### theorem\_69\_congruent\_property\_line\_equal

### theorem\_70\_congruent\_property\_angle\_equal

### theorem\_71\_congruent\_property\_area\_equal

### theorem\_72\_congruent\_judgment\_sss

### theorem\_73\_congruent\_judgment\_sas

### theorem\_74\_congruent\_judgment\_asa

### theorem\_75\_congruent\_judgment\_aas

### theorem\_76\_congruent\_judgment\_hl

### theorem\_77\_similar\_property\_angle\_equal

### theorem\_78\_similar\_property\_line\_ratio

### theorem\_79\_similar\_property\_perimeter\_ratio

### theorem\_80\_similar\_property\_area\_square\_ratio

### theorem\_81\_similar\_judgment\_sss

### theorem\_82\_similar\_judgment\_sas

### theorem\_83\_similar\_judgment\_aa

### theorem\_84\_triangle\_perimeter\_formula

### theorem\_85\_triangle\_area\_formula\_common

### theorem\_86\_triangle\_area\_formula\_heron

### theorem\_87\_triangle\_area\_formula\_sine

### theorem\_88\_sine

### theorem\_89\_cosine