МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ   
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ   
ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ



НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА:  
**“ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ**

**ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ”**

ЗВІТ

З ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

Виконав:

студент групи КН-23-1

Сидоренко А.Ю.

Кременчук 2024

**Практична робота № 6**

**Тема. Закони розподілу функцій випадкових величин. Композиція законів розподілу. Розподіл екстремальних значень**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач з обчислення функцій від випадкових величин, їх законів розподілу та числових характеристик.

**Хід роботи**

**Завдання:**

5. **Випадкова величина має рівномірний розподіл з параметрами . Знайти функції розподілу та щільності розподілу випадкової величини :**

Функція розподілу:

Оскільки X має рівномірний розподіл:

*,*

*Функція щільності:*

*Похідна від*

,

Отже:

обчислити математичне сподівання та дисперсію .

Математичне сподівання M(Z):

Підставимо (z):

Прорахуємо інтеграл через калькулятор інтегралів:

Дисперсія D(Z):

Знайдемо :

Прорахуємо інтеграл:

**6. Час між запитами до сервера комп’ютерної мережі є випадковою величиною , що має експоненціальний закон розподілу з параметром .   
З метою дослідження степені використання сервера необхідно встановити закон розподілу мінімумів випадкової величини , тобто деякої випадкової величини .**

Коли йдеться про експоненціальний розподіл випадкової величини X із параметром λ, випадкова величина Z=min(X1,X2,…,Xn), де X1,X2,…,Xn — незалежні й однаково розподілені (експоненційно з тим же параметром λ), також має експоненційний розподіл, але з новим параметром, залежним від кількості n.

Закон розподілу min Z:

Якщо X1,X2,…,Xn​ — незалежні й експоненційно розподілені із щільністю:

,

то щільність Z=min(X1,X2,…,Xn) визначається як:

,

Якщо , то:

**,**

n — кількість незалежних випадкових величин.

Якщо мінімум розглядається для однієї випадкової величини (n=1), то закон розподілу не змінюється.

Якщо n>1, мінімум "зміщує" параметр, збільшуючи частоту подій, тому функція розподілу FZ(z) для експоненційного розподілу виглядає як

,

Якщо , то:

**,**

7**. Знайти закон розподілу . , .**

Щільність випадкової величини Z=X+Y визначається як:

### Щільності X та Y

Для нормального розподілу X:

,

Розрахунок щільності Z:

Підставляючи ці функції в згортку, отримаємо:

**8. Знайти закон розподілу . ,.**

Якщо X і Y незалежні, то їх сума Z=X+Y також має нормальний розподіл:

.

Де:

Таким чином, закон розподілу Z можна записати як:

9. **Знайти закон розподілу . , .**

Щільність розподілу X:

Щільність розподілу Y:

Підставимо в формулу згортки щільностей

Для fY(z−x) врахуємо, що z−x має бути в межах [c,d], тобто:

Отже щільність розподілу буде:

**Контрольні питання**

1. Як знання закону розподілу значень пікових навантажень у комп’ютерній мережі підприємства може допомогти у моделюванні та аналізі пікових навантажень?

* Це може допомогти у наступних аспектах:
* Прогнозування навантажень
* Планування інфраструктури
* Виявлення потенційних вузьких місць
* Планування відмовостійкості
* **Моделювання сценаріїв роботи**
* Вдосконалення обслуговування клієнтів
* І тд…

1. Як знайти математичне сподівання функції одного випадкового аргумента?

Для неперервної випадкової величини:

Де:

g(x) — значення функції g(X) для конкретного значення x,

fX(x) — функція густини ймовірності випадкової величини X

**Для дискретної випадкової величини:**

g(x) — значення функції g(X) для конкретного значення x,

P(X=x) — функція густини ймовірності випадкової величини X

1. Як знайти дисперсію функції одного випадкового аргумента?

Тобто, для знаходження дисперсії функції g(X), необхідно:

1. Знайти математичне сподівання функції, тобто ,
2. Знайти математичне сподівання квадрата функції, тобто
3. Відняти квадрат математичного сподівання функції від математичного сподівання квадрата функції.
4. Чому на етапі обчислення закону розподілу функції від випадкової величини потрбіно виконати аналіз монотонності функції?

Аналіз монотонності функції при обчисленні закону розподілу функції від випадкової величини є важливим етапом, оскільки він дозволяє визначити, як змінюються значення нової випадкової величини, яку отримано через перетворення. Зокрема, монотонність функції визначає, чи є функція зростаючою або спадною, що безпосередньо впливає на вигляд її функції розподілу та щільності ймовірності.

1. Наведіть приклади задач, де виникає потреба в обчисленні закону розподілу суми випадкових величин.

* Моделювання загальних витрат на підприємстві
* Сума кількості пошкоджених товарів
* Моделювання загальної кількості запитів до сервера
* Моделювання загальної вартості кількох страхових випадків