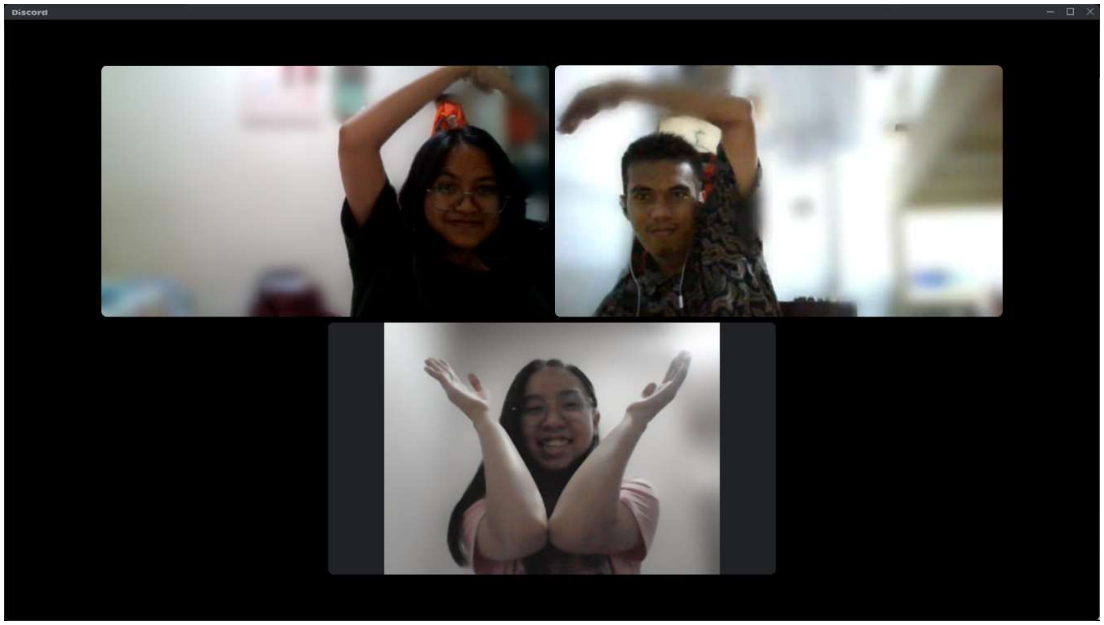
Laporan Tugas Besar 1
IF2123 Aljabar Linier dan Geometri



Varraz Hazzandra Abrar	13521020
Tabitha Permalla	13521111
Brigita Tri Carolina	13521156

Bab 1
Deskripsi Masalah

Sistem persamaan linear (SPL) merupakan sekumpulan persamaan yang berkorelasi membentuk suatu sistem. Pemodelan sistem persamaan linear memiliki tiga cara. Sistem persamaan linear bisa dimodelkan dalam bentuk yang umumnya kita lihat sebagai berikut.

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}$$

Lalu, kita juga bisa memodelkan sistem persamaan linear dalam bentuk persamaan vektor sebagai berikut.

$$x_1 \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix} + \cdots + x_n \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Terakhir, sistem persamaan linear bisa dimodelkan dalam bentuk persamaan matriks Ax=b dengan A sebagai matriks m x n, x sebagai matriks berukuran n x 1, dan b sebagai matriks berukuran m x 1.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Dari persamaan matriks tersebut, matriks augmented bisa didapat sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_n \end{bmatrix}$$

Ada beberapa metode dalam penyelesaian SPL. Beberapa metode tersebut adalah metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (khusus SPL dengan n peubah dan n persamaan). SPL memiliki tiga kemungkinan solusi :

1. Memiliki solusi unik/tunggal,
2. Memiliki banyak/tak berhingga solusi,
3. Memiliki 0 solusi.

Pada Tugas Besar 1 ini, kita diminta membuat satu atau lebih library aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi di antaranya yaitu eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Lalu, library tersebut akan digunakan di dalam program Java untuk menyelesaikan berbagai persoalan seperti persoalan dalam bentuk SPL, persoalan interpolasi, persoalan interpolasi bikubik, dan persoalan regresi.

Bab 2
Teori Singkat

2.1 Operasi Baris Elementer

Operasi Baris Elementer (OBE) adalah operasi yang dilakukan pada suatu baris di suatu matriks. Ada tiga operasi OBE pada matriks augmented :

1. Kalikan sebuah baris dengan konstanta tidak nol,
2. Pertukarkan antara dua buah baris,
3. Tambahkan sebuah baris dengan kelipatan baris lainnya.

OBE dilakukan pada matriks sampai membentuk matriks eselon baris atau matriks eselon baris tereduksi.Matriks eselon baris terbentuk jika OBE dilakukan dengan mengikuti metode eliminasi Gauss. Sedangkan, matriks eselon baris tereduksi terbentuk jika mengikuti metode eliminasi Gauss-Jordan.

2.2 Matriks Eselon Baris

Matriks eselon baris adalah matriks yang matriks yang memiliki 1 utama pada setiap baris, kecuali baris yang seluruhnya nol. 1 Utama sendiri adalah suatu kondisi di mana nilai pertama pada suatu baris selain 0 adalah 1. Aturannya adalah semakin ke kanan posisi 1 utamanya, semakin ke bawah posisi barisnya. Tidak ada satu utama pada kolom yang sama. Lalu, baris yang seluruhnya 0 diletakkan paling bawah.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_n \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & * & * & \dots & * & * \\ 0 & 1 & * & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

2.3 Matriks Eselon Baris Tereduksi

Matriks eselon baris tereduksi adalah matriks eselon baris dengan pembedanya dengan matriks eselon baris biasa, yaitu memiliki 0 di bawah dan di atas satu utama. Setiap satu utama memiliki 0 di baris lainnya.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

2.4 Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks berukuran n x n yang diagonalnya dari pojok kiri atas ke pojok kanan bawah bernilai 1 dan selebihnya 0. Matriks identitas disimbolkan dengan I.

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

2.4 Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss adalah salah satu algoritma yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan SPL. Metode ini dinamai dari nama ilmuwan matematika asal jerman, Carl Friedrich Gauss (1777–1855). Metode ini menggunakan OBE sehingga akan terbentuk dari matriks augmented berupa matriks eselon baris. Nantinya, untuk mencari penyelesaian SPL , akan digunakan teknik penyulihan mundur di mana solusi peubah pertama pada SPL diketahui di baris paling bawah.

2.5 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Eliminasi Gauss-Jordan adalah algoritma yang serupa dengan eliminasi Gauss. Namun, metode ini dimodifikasi oleh seorang insinyur asal Jerman, Wilhelm Jordan, pada tahun 1887. Metode ini membentuk matriks eselon baris tereduksi dari matriks augmented. Jadi, kita tidak perlu menggunakan teknik penyulihan mundur karena solusi SPL bisa langsung diketahui dari matriks.

2.6 Determinan

Determinan adalah suatu nilai yang bisa dihitung dari matriks persegi (n x n). Determinan dari matriks A dapat dinyatakan dengan det(A). Untuk matriks 2 x 2, determinan dapat dihitung dengan rumus ad-bc. Untuk matriks berukuran lebih besar lagi, metode yang bisa digunakan untuk mencari determinan adalah melakukan OBE sampai diperoleh matriks segitiga bawah seperti berikut.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \overset{\text{OBE}}{\sim} \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ 0 & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & a'_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & a'_{nn} \end{bmatrix}$$

Lalu lakukan perkalian untuk semua nilai pada diagonal matriks. Rumusnya adalah sebagai berikut.

$$\det(A) = (-1)^p \, a'_{11}a'_{22} \dots a'_{nn}$$

Terdapat p yang merupakan jumlah berapa kali pertukaran baris dilakukan pada OBE.

Metode lainnya untuk mencari determinan adalah metode ekspansi kofaktor.

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$
$$= aei + bfg + cdh - ceg - bdi - afh.$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \ldots + a_{1n}C_{1n}$$
$$\det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \ldots + a_{2n}C_{2n}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{n1}C_{n1} + a_{n2}C_{n2} + \ldots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara baris

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \ldots + a_{n1}C_{n1}$$
$$\det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \ldots + a_{n2}C_{n2}$$
$$\vdots$$
$$\det(A) = a_{1n}C_{1n} + a_{2n}C_{2n} + \ldots + a_{nn}C_{nn}$$

Secara kolom

2.7 Matriks Balikan

Matriks balikan merupakan balikan dari suatu matriks. Misalkan A sebuah matriks berukuran n x n, maka balikan matriks A adalah matriks A\` yang mana A.A\`=A\`.A=I. Salah satu cara mencari matriks balikan adalah dengan melakukan metode eliminasi Gauss-Jordan sedemikian sehingga [A|I]~][I|A\`]. Cara lain mencari matriks balikan adalah dengan menggunakan adjoin dengan rumus:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\,\mathrm{adj}(A)$$

2.8 Matriks Kofaktor

Matriks kofaktor adalah matriks yang terdiri dari kofaktor-kofaktor matriks itu sendiri. Kofaktor sendiri adalah hasil perkalian minor dengan suatu angka yang besarnya menuruti suatu aturan yaitu $(-1)^{i+j}$ dimana i adalah baris dan j adalah kolom. Minor sendiri adalah determinan matriks bagian dari matriks A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen – elemennya pada baris ke-i dan elemen elemen pada kolom ke-j. Dengan demikian untuk matriks 1 x 1, kita tidak bisa mendapatkan minornya. Minor suatu matriks A dilambangkan dengan M_{ij}. Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan dengan C_{ij}.

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij} = \text{kofaktor entri } a_{ij}$$

2.9 Matriks Adjoin

Matriks adjoin merupakan transpose atau pertukaran baris menjadi kolom dan kolom menjadi baris pada suatu matriks kofaktor.

2.10 Kaidah Cramer

Kaidah Cramer adalah rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL dengan banyak persamaan sama dengan banyak peubah, dan berlaku ketika sistem tersebut memiliki solusi unik yang dengan kata lain determinan matriksnya ≠ 0.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

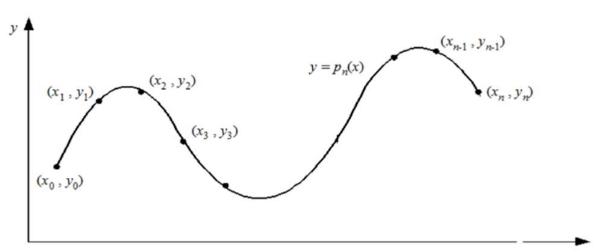
m = n

Cara metode ini adalah mengganti kolom pertama di A dengan b dan seterusnya sampai mengganti kolom ke-n di A dengan b. Lalu cari determinan di matriks yang sudah mengandung kolom b dan bagi determinannya dengan determinan A. Lakukan juga langkah serupa dengan kolom-kolom berikutnya sampai kolom ke-n.

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \quad \ldots, \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

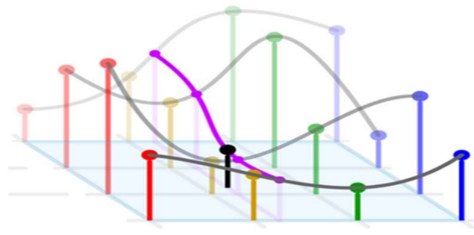
2.11 Interpolasi Polinom

Interpolasi polinom adalah teknik interpolasi dengan berasumsi bahwa pola data yang kita miliki mengikuti pola polinomial baik berderajat satu (linier) maupun berderajat tinggi. Interpolasi sendiri adalah teknik untuk mencari nilai suatu variabel yang hilang pada rentang data yang diketahui. Interpolasi dengan metode ini dilakukan dengan terlebih dahulu membentuk persamaan polinomial. Bentuk grafik dari interpolasi polinom adalah seperti di bawah ini.



2.12 Interpolasi Bicubic

Interpolasi bicubic adalah metode interpolasi yang menggunakan 16 pixel dalam pixel 4x4 tetangga terdekat pada citra aslinya. Bentuk grafik dari interpolasi bicubic adalah seperti di bawah ini.



2.13 Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda adalah model regresi yang melibatkan lebih dari satu peubah bebas/independen. Analisis regresi linear berganda dilakukan untuk mengetahui arah dan seberapa besar pengaruh peubah independen terhadap peubah dependen. Regresi linier berganda berguna untuk memperkirakan nilai dari beberapa data yang ada. Formula dari regresi linier berganda adalah :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

y_i = peubah dependen yang akan diprediksi nilainya

β = koefisien regresi (peningkatan/penurunan)

X_i = peubah independen

ε = nilai pengganggu (error term)

β_0 = nilai y saat i = 0 (disebut juga intercept)

Bab 3
Implementasi dalam Java

Dalam program yang telah kami buat, terdapat folder src yang berisi dua buah file yaitu Matrix.java dan Main.java. Main.java atau dapat disebut juga driver, merupakan file yang berisi main program di mana file tersebut menggunakan *function-funtion* yang ada pada Matrix.java untuk melakukan operasi pada matriks.

1. Implementasi Matriks

Matrix()
Class berisi *procedure-procedure* dan *function-function* yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan pada spesifikasi tugas besar ini. Matrix() juga merupakan *constructor* pada class yang digunakan untuk meng-*construct* baris (*row*), kolom (*column*), dan matriks (*contents*) pada *instance class*.
setELMT()
Melakukan assignment pada matriks (*contents*) *row* dan *col* pada class Matrix.
setMatrixDim()
Meng-*assign* ulang baris (*row*) dan kolom (*column*) pada matriks (*contents*) dari class Matrix.
getELMT()
Fungsi mengirimkan elemen baris dan kolom dari matriks.
getMatrixRow()
Fungsi mengirimkan jumlah baris pada matriks.
getMatrixCol()
Fungsi mengirimkan jumlah kolom pada matriks.
readMatrix()
Membaca matriks dari input keyboard. I.S. = Baris dan kolom matriks terdefinisi F.S. = Terbentuk matriks dengan baris, kolom, dan elemen yang sudah terdefinisi
readMatrix2(File text)
Membaca input matrik dari file. I.S. = Baris dan kolom matriks terdefinisi F.S. = Terbentuk matriks dengan baris, kolom, dan elemen yang sudah terdefinisi
readMatrix3(File text)
Membaca input matriks dari file (khusus matriks yang digunakan pada interpolasi bikubik) I.S. = Elemen matriks sembarang dengan baris dan kolom matriks adalah 4 F.S. = Terbentuk matriks 4x4 dengan baris, kolom, dan elemen yang sudah terdefinisi
readDouble(File text, int idx)
Fungsi membaca variabel lain selain matriks dari file dan mengembalikan *double* hasil pembacaan.
displayMatrix()
Menampilkan matriks ke layar. I.S. = Matriks terdefinisi F.S. = Matriks tercetak ke layer

displaySPL()
Menampilkan matrix penyelesaian SPL. I.S. = Solusi SPL dalam bentuk matriks terdefinisi F.S. = Solusi SPL tercetak ke layer dengan bentuk x1= …, xn=…
matrixToFile()
Menyimpan matrix ke dalam file. I.S. = Matriks terdefinisi F.S = Matriks tersimpan ke dalam bentuk file.txt
detToFile(int choice, double det)
Menyimpan hasil perhitungan determinan matriks ke dalam file. I.S. = Determinan terdefinisi F.S. = Nilai determinan tersimpan dalam bentuk file.txt
saveToFile(File output, String s)
Menyimpan hasil lain-lain ke dalam file. I.S. = String s terdefinisi F.S = String s tersimpan dalam bentuk file.txt
saveToFile(File output, String s)
Menyimpan hasil lain-lain ke dalam file. I.S. = String s terdefinisi F.S = String s tersimpan dalam bentuk file.txt
splToFile(int choice, String s)
Menyimpan solusi SPL ke dalam file. I.S. = String s solusi SPL terdefinisi F.S. = Solusi SPL tersimpan ke dalam file.txt

2. Operasi pada Matriks

multiplyMatrix(Matrix m1, Matrix m2)
Prekondisi : Ukuran kolom efektif m1 = ukuran baris efektif m2 Mengirim hasil perkalian matriks: salinan m1 * m2
multiplyConst(double konstanta)
I.S. m terdefinisi, k terdefinisi F.S. Mengalikan setiap elemen m dengan k
transpose()
Fungsi menghasilkan transpose dari matriks.
isRowZero(int row)
Fungsi mengembalikan 'true' jika seluruh elemen dalam baris (hingga kolom = baris) bernilai '0'.

3. Implementasi Gauss dan Gauss Jordan (OBE)

GaussOBE()
Melakukan operasi baris elementer metode Gauss pada matriks. I. S. Matriks terdefinisi F.S. Terbentuk matriks yang sudah tereduksi dengan metode Gauss

GaussJordanOBE()
Melakukan operasi baris elementer metode Gauss Jordan pada matriks. I.S. Matriks terdefinisi F.S. Terbentuk matriks yang sudah tereduksi dengan metode Gauss Jordan
SPLGauss()
Menghasilkan solusi SPL dengan Gauss Equation. I.S. Matriks terdefinisi F.S. Tercetak matriks solusi dari matriks metode Gauss ke layar
SPLGaussJordan()
Menghasilkan solusi SPL dengan metode Gauss Jordan. I.S. Matriks terdefinisi F.S. Tercetak matriks solusi dari matriks metode Gauss Jordan ke layar
parametric()
Handle case untuk solusi SPL parametrik. I.S. Matriks reduksi dari metode Gauss Jordan F.S. Matriks solusi SPL tercetak ke layar

4. **Implementasi Determinan Matriks**

detCofactor()
Mengembalikan nilai determinan dengan metode ekspansi kofaktor.
detReduction()
Mengembalikan nilai determinan yang diperoleh dengan cara reduksi baris.

5. **Implementasi Invers Matriks**

inverseOBE()
Fungsi mengembalikan balikan matriks yang diolah dengan metode OBE.
inverseCofactor()
Fungsi mengembalikan balikan matriks yand diolah dengan metode kofaktor.
SPLInverse()
Menghasilkan solusi SPL dengan metode Invers Matriks. I.S. Matriks masukan terdefinisi F.S. Matriks solusi SPL tercetak ke layer
mSPL()
Fungsi mengembalikan matriks solusi SPL.

6. **SPL dengan Kaidah Cramer**

SPLKaidahCramer()
Menghasilkan solusi SPL dengan memanfaatkan kaidah cramer I.S. Matriks masukan terdefinisi F.S. Matriks solusi SPL tercetak ke layar

7. Implementasi Interpolasi Polinom

interpolasi(double x)
Mengembalikan fungsi hasil interpolasi polinom dan nilai f(x) I.S. Matriks masukan titik-titik terdefinisi F.S. Tercetak persamaan hasil interpolasi polinom dan nilai f(x)

8. Implementasi Interpolasi Bikubik

interpolasiBikubik(Double a, Double b)
Menghasilkan nilai f(a,b) dimana f diperoleh dari interpolasi bikubik. I.S. Matriks masukan 4x4 terdefinisi F.S. Tercetak matriks solusi SPL ke layer
interpolasiBikubik2(Double a, Double b)
Menerima nilai a, b dan mengembalikan nilai f(a, b) di mana f diperoleh dari interpolasi bikubik.
imageScaling()
Menerima masukan file gambar, kemudian menghasilkan output berupa file gambar yang telah diolah dengan interpolasi bikubik. I.S. = - F.S. = File gambar yang telah diolah dengan interpolasi bikubik tersimpan

9. Implementasi Regresi Linear Berganda

regresi(Double[] peubah)
Menghasilkan fungsi hasil regresi linier berganda dan nilai f(xk). I.S. Matriks masukan data dan banyaknya sampel terdefinisi F.S. Tercetak fungsi hasil regresi linier berganda berdasarkan masukkan data dan nilai f(xk)

10. Implementasi Program Utama

Main()
Menjalankan program yang merupakan implementasi menu.
menuSave()
Menampilkan output berupa menu untuk menyimpan file atau tidak.
inputFrom()
Menampilkan output berupa pilihan untuk memasukan matriks dari input keyboard atau dari file
acceptMatrix(Matrix m)
Menampilkan output berupa perintah untuk memasukan baris dan kolom matriks, kemudian membaca dan menampilkan matriks yang telah di-*input*.
printMenu2()
Menampilkan output berupa menu dan perintah untuk memasukan pilihan lagi.

Bab 4
Eksperimen

1. Temukan solusi SPL Ax = b,berikut:

   a.

<table>
<tr><td colspan="2">$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss</td><td><code>SPL tidak memiliki solusi</code></td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss-Jordan</td><td><code>SPL tidak memiliki solusi</code></td></tr>
<tr><td>Dengan metode Invers</td><td><code>Matrix tidak memiliki inverse, tidak dapat menemukan solusi SPL dengan inverse!</code></td></tr>
<tr><td>Dengan kaidah Cramer</td><td><code>SPL tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer</code></td></tr>
<tr><td colspan="2">Analisis tambahan:

SPL di atas tidak memiliki solusi. Sebab, apabila matriks SPL diolah dengan eliminasi Gauss-Jordan, maka akan menghasilkan satu baris (0 0 0 0 1) yang adalah syarat suatu SPL tidak memiliki solusi.

(Hasil Eliminasi Gauss-Jordan adalah sebagai berikut)
<pre>1.0 0.0 0.0 0.6666666666666667 1.6666666666666665
0.0 1.0 0.0 -2.666666666666667 0.3333333333333335
0.0 0.0 1.0 -1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0</pre></td></tr>
</table>

b.

<table>
<tr><td colspan="2">$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss</td><td>x1 = 3.0 + 1.0b
x2 = 0.0 + 2.0b
x3 = a
x4 = -1.0 + 1.0b
x5 = b</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss-Jordan</td><td>x1 = 3.0 + 1.0b
x2 = 0.0 + 2.0b
x3 = a
x4 = -1.0 + 1.0b
x5 = b</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Invers</td><td>SPL tidak dapat diselesaikan dengan metode invers</td></tr>
<tr><td>Dengan kaidah Cramer</td><td>SPL tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer</td></tr>
<tr><td colspan="2">Analisis tambahan:
1.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 3.0
0.0 1.0 0.0 0.0 -2.0 0.0
0.0 0.0 0.0 1.0 -1.0 -1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
Menggunakan salah satu metode SPL yaitu eliminasi Gauss-Jordan, terlihat bahwa pada row 4 memiliki karakteristik dari solusi parametrik yaitu terdapat row (0, 0, 0, 0, 0, 0). Selain itu, karena terdapat salah satu row yang bernilai 0 pada setiap kolomnya, maka matriks tidak memiliki determinan sehingga tidak dapat diselesaikan dengan metode invers maupun kaidah cramer.</td></tr>
</table>

c.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan metode Gauss	x1 = a x2 = 1.0 - 1.0c x3 = b x4 = -2.0 - 1.0c x5 = 1.0 + 1.0c x6 = c
Dengan metode Gauss-Jordan	x1 = a x2 = 1.0 - 1.0c x3 = b x4 = -2.0 - 1.0c x5 = 1.0 + 1.0c x6 = c
Dengan metode Invers	SPL tidak dapat diselesaikan dengan metode invers
Dengan kaidah Cramer	SPL tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer

Analisis tambahan:

```
0.0 1.0 0.0 0.0 1.0 0.0 2.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0 0.0 -1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 -1.0 1.0 -1.0
```

Menggunakan salah satu metode penyelesaian SPL yaitu eliminasi Gauss-Jordan, terlihat bahwa row tidak sama dengan kolom – 1 sehingga matriks tidak mempunyai determinan dan tidak dapat diselesaikan dengan metode invers dan kaidah cramer. Karakteristik tersebut juga menunjukan bahwa matriks memiliki solusi parametrik.

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.

Untuk n = 6

```
1 0.5 0.333333333333333 0.25 0.2 0.166666666666667 1
0.5 0.333333333333333 0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0
0.333333333333333 0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0
0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0
0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0
0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0
```

Dengan metode Gauss

```
X1=36.000000016751756

X2=-630.0000004635262

X3=3360.0000030825677

X4=-7560.000007930153

X5=7560.0000086861755

X6=-2772.0000034032364
```

Dengan metode Gauss-Jordan

```
X1=36.000000016751756

X2=-630.0000004635262

X3=3360.0000030825677

X4=-7560.000007930153

X5=7560.0000086861755

X6=-2772.0000034032364
```

Dengan metode Invers	X1=36.000000016751756 X2=-630.0000004635262 X3=3360.0000030825677 X4=-7560.000007930153 X5=7560.0000086861755 X6=-2772.0000034032364
Dengan kaidah Cramer	X1=36.000000016751756 X2=-630.0000004635262 X3=3360.0000030825677 X4=-7560.000007930153 X5=7560.0000086861755 X6=-2772.0000034032364

Analisis tambahan:

```
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 36.000000016751756
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -630.0000004635262
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 3360.0000030825677
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 -7560.000007930153
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 7560.0000086861755
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -2772.0000034032364
```

Dengan menggunakan salah satu metode penyelesaian SPL yaitu eliminasi Gauss-Jordan, terlihat bahwa matriks penyelesaian mempunyai karakteristik dari solusi unik, yaitu (0, 0, 0, 0, 0, 1, != 0) sehingga setiap x mempunyai nilai yang tetap. x mempunyai nilai yang sama untuk penyelesaian SPL dengan metode lainnya.

Untuk n = 10

```
1 0.5 0.333333333333333 0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 1
0.5 0.333333333333333 0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0
0.333333333333333 0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0
0.25 0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0
0.2 0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0.0714285714285714 0
0.166666666666667 0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0.0714285714285714 0.0666666666666667 0
0.142857142857143 0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0.0714285714285714 0.0666666666666667 0.0625 0
0.125 0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0.0714285714285714 0.0666666666666667 0.0625 0.0588235294117647 0
0.111111111111111 0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0.0714285714285714 0.0666666666666667 0.0625 0.0588235294117647 0.0555555555555556 0
0.1 0.0909090909090909 0.0833333333333333 0.0769230769230769 0.0714285714285714 0.0666666666666667 0.0625 0.0588235294117647 0.0555555555555556 0.0526315789473684 0
```

Dengan metode Gauss	X1=99.98994202437461 X2=-4949.116951705466 X3=79180.97237725172 X4=-600425.4886334781 X5=2521681.8178975806 X6=-6303982.887339082 X7=9605780.71089787 X8=-8747894.766628543 X9=4373848.363027349 X10=-923349.5867992695
Dengan metode Gauss-Jordan	X1=99.98994202437461 X2=-4949.116951705466 X3=79180.97237725172 X4=-600425.4886334781 X5=2521681.8178975806 X6=-6303982.887339082 X7=9605780.71089787 X8=-8747894.766628543 X9=4373848.363027349 X10=-923349.5867992695

<table>
<tr><td>Dengan metode Invers</td><td>X1=99.98994202437461
X2=-4949.116951705466
X3=79180.97237725172
X4=-600425.4886334781
X5=2521681.8178975806
X6=-6303982.887339082
X7=9605780.71089787
X8=-8747894.766628543
X9=4373848.363027349
X10=-923349.5867992695</td></tr>
<tr><td>Dengan kaidah Cramer</td><td>X1=24.98603321176649
X2=-281.0097464384341
X3=763.1352853379904
X4=-177.73748461299573
X5=-1000.087101929598
X6=-678.5160096581898
X7=2899.79091666502
X8=-1420.3922411749286
X9=-376.8604073566146
X10=248.4476821450604</td></tr>
<tr><td colspan="2">Analisis tambahan:
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 99.98994202437461
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -4949.116951705466
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 79180.97237725172
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -600425.4886334781
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 2521681.8178975806
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -6303982.887339082
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 9605780.71089787
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 -8747894.766628543
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 4373848.363027349
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 -923349.5867992695
Gambar di atas merupakan matriks hasil penyelesaian SPL dengan metode eliminasi Gauss-Jordan, terlihat bahwa matriks penyelesaian mempunyai karakteristik solusi unik SPL karena terdapat (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1 != 0). Metode eliminasi Gauss, Gauss-Jordan, dan Invers matriks menghasilkan nilai X yang sama. Namun, apabila menggunakan kaidah Cramer, akan didapat hasil yang berbeda. Hal ini diduga terjadi karena pembulatan berulang karena perhitungan dengan kaidah Cramer bersifat rekursif.</td></tr>
</table>

2. SPL berbentuk matriks augmented

a.

<table>
<tr><td colspan="2">$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss</td><td>x1 = -1.0 + 1.0b
x2 = 0.0 + 2.0a
x3 = a
x4 = b</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss-Jordan</td><td>x1 = -1.0 + 1.0b
x2 = 0.0 + 2.0a
x3 = a
x4 = b</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Invers</td><td>Matrix tidak memiliki inverse, tidak dapat
menemukan solusi SPL dengan inverse!</td></tr>
<tr><td>Dengan kaidah Cramer</td><td>SPL tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer</td></tr>
<tr><td colspan="2">Analisis tambahan:
1.0 0.0 0.0 -1.0 -1.0
0.0 1.0 -2.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
Gambar di atas merupakan matriks penyelesaian SPL dengan menggunakan metode Gauss-Jordan, terlihat pada row 3 dan row 4, matriks mempunyai nilai 0 pada setiap kolomnya yang merupakan karakteristik dari solusi parametrik sehingga x bernilai parametrik.</td></tr>
</table>

b.

<table>
<tr><td colspan="2">$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss</td><td>x1 = 0.0
x2 = 2.0
x3 = 1.0
x4 = 1.0</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss-Jordan</td><td>x1 = 0.0
x2 = 2.0
x3 = 1.0
x4 = 1.0</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Invers</td><td>SPL tidak dapat diselesaikan dengan metode invers</td></tr>
<tr><td>Dengan kaidah Cramer</td><td>SPL tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer</td></tr>
<tr><td colspan="2">Analisis tambahan:
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 1.0 0.0 0.0 2.0
0.0 0.0 1.0 0.0 1.0
0.0 0.0 0.0 1.0 1.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
Gambar di atas merupakan matriks penyelesaian SPL dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Terlihat bahwa row 1-4 , x memiliki nilai yang tetap (satu solusi). Matriks tidak dapat diselesaikan dengan metode invers dan cramer karena matriks tidak memiliki determinan (terdapat row yang bernilai 0 di setiap kolomnya).</td></tr>
</table>

3. SPL berbentuk

a.

<table>
<tr><td colspan="2">$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3 \end{aligned}$$</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss</td><td>X1=-0.2243243243243243
X2=0.18243243243243246
X3=0.7094594594594594
X4=-0.25810810810810797</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Gauss-Jordan</td><td>X1=-0.2243243243243243
X2=0.18243243243243246
X3=0.7094594594594594
X4=-0.25810810810810797</td></tr>
<tr><td>Dengan metode Invers</td><td>X1=-0.2243243243243243
X2=0.18243243243243246
X3=0.7094594594594594
X4=-0.25810810810810797</td></tr>
<tr><td>Dengan kaidah Cramer</td><td>X1=-0.2243243243243243
X2=0.18243243243243246
X3=0.7094594594594594
X4=-0.25810810810810797</td></tr>
<tr><td colspan="2">Analisis tambahan:
1.0 0.0 0.0 0.0 -0.2243243243243243
0.0 1.0 0.0 0.0 0.18243243243243246
0.0 0.0 1.0 0.0 0.7094594594594594
0.0 0.0 0.0 1.0 -0.25810810810810797
Gambar di atas merupakan matriks penyelesaian SPL dengan menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan. Terlihat bahwa setiap row terdiri dari satu, satu utama sehingga setiap mempunyai satu solusi tetap.</td></tr>
</table>

b.

$$
\begin{aligned}
x_7 + x_8 + x_9 &= 13.00 \\
x_4 + x_5 + x_6 &= 15.00 \\
x_1 + x_2 + x_3 &= 8.00 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396 x_9 &= 14.79 \\
0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 14.31 \\
0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396 x_1 &= 3.81 \\
x_3 + x_6 + x_9 &= 18.00 \\
x_2 + x_5 + x_8 &= 12.00 \\
x_1 + x_4 + x_7 &= 6.00 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396 x_3 &= 10.51 \\
0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) &= 16.13 \\
0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396 x_7 &= 7.04
\end{aligned}
$$

Dengan metode Gauss	`SPL tidak memiliki solusi`
Dengan metode Gauss-Jordan	`SPL tidak memiliki solusi`
Dengan metode Invers	`SPL tidak dapat diselesaikan dengan metode invers`
Dengan kaidah Cramer	`SPL tidak dapat diselesaikan dengan kaidah cramer`

Analisis tambahan:

```
1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.025687877957922878
0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.010602053510874527
0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.08717922112692122
0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.03585334983387907
0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.0 0.0359982317023176
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.0 0.2617749701552446
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.0 0.03616921159543518
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 1.0 0.9638307884045648
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -10.914923652136943
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 5.651045808717834
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 -0.19945645315845914
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.2505181391061515
```

Gambar di atas merupakan matriks penyelesaian SPL dengan metode eliminasi Gauss-Jordan. Terlihat bahwa dari row 9 hingga 12, matriks memiliki bentuk (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, != 0) yang merupakan karakteristik dari matriks yang tidak mempunyai solusi. Dengan menggunakan keempat metode di atas, terlihat bahwa matriks tidak memiliki solusi.

4. Studi kasus Interpolasi

a.

Gunakan tabel di bawah ini untuk mencari polinom interpolasi dari pasangan titik-titik yang terdapat dalam tabel. Program menerima masukan nilai x yang akan dicari nilai fungsi $f(x)$.

x	0.4	0.7	0.11	0.14	0.17	0.2	0.23
$f(x)$	0.043	0.005	0. 058	0.072	0.1	0.13	0.147

```
y = -0.18455901912573403 + 10.27638398860455x -163.91566260213403x**2 + 1220.8548905938624x**3

-4346.313950752214x**4 + 7102.399162436428x**5 -4212.434531756648x**6
```

x = 0.2	`f(0.2)=0.1300000000044042`
x = 0.55	`f(0.55)=2.137571620833498`
x = 0.85	`f(0.85)=-66.26963931319528`
x = 1.28	`f(1.28)=-3485.1449015002036`

Analisis tambahan:
Persamaan diperoleh dengan menerima input berupa nilai x dan f(x), kemudian dilakukan penyelesaian dengan interpolasi. Persamaan yang diperoleh selanjutnya digunakan untuk menaksir nilai x lainnya.

b.

Jumlah kasus positif baru Covid-19 di Indonesia semakin fluktuatif dari hari ke hari. Di bawah ini diperlihatkan jumlah kasus baru Covid-19 di Indonesia mulai dari tanggal 17 Juni 2022 hingga 31 Agustus 2022:

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

Tanggal (desimal) adalah tanggal yang sudah diolah ke dalam bentuk desimal 3 angka di belakang koma dengan memanfaatkan perhitungan sebagai berikut:

tanggal(desimal) = bulan + (tanggal / jumlah hari pada bulan tersebut)

Sebagai **contoh**, untuk tanggal 17/06/2022 (dibaca: 17 Juni 2022) diperoleh tanggal(desimal) sebagai berikut:

Tanggal(desimal) = 6 + (17/30) = 6,567

```
y = 7.187066071649848E12 -9.346993079177645E12x + 5.334203055237355E12x**2 -1.756810186359409E12x**3 +

3.685508071751197E11x**4 -5.113187676008298E10x**5 + 4.695806315425058E9x**6 -2.754745394204743 5E8x**7

+ 9372849.239095213x**8 -140993.71224855012x**9
```

16/07/2022	7.516	f(7.516)=53574.001953125
10/08/2022	8.323	f(8.323)=36356.765625
05/09/2022	9.167	f(9.167)=-667593.296875
03/10/2022	10.097	f(10.097)=-3.327841764375E8

Analisis tambahan:
Persamaan y diperoleh dengan menerima input berupa nilai x (tanggal) dan nilai f(x) (jumlah kasus baru). Penyelesaian dengan interpolasi menghasilkan persamaan di atas. Persamaan yang telah didapatkan dapat digunakan untuk menaksir nilai f(x) atau y lainnya dengan menerima masukan nilai x.

c.

c. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

dengan polinom interpolasi derajat n di dalam selang [0, 2]. Sebagai contoh, jika n = 5, maka titik-titik x yang diambil di dalam selang [0, 2] berjarak $h = (2 - 0)/5 = 0.4$.

Untuk n = 8, maka diperoleh titik-titik…

```
0.25 0.3667
0.5 0.4464
0.75 0.4983
1 0.5379
1.25 0.5655
1.5 0.5809
1.75 0.5844
2 0.5767
```

```
y = 0.18750000000001277 + 1.1251333333331193x -2.2857644444432523x**2 + 3.2151733333330746x**3 -2.739377777776376x**4

+ 1.3589333333331197x**5 -0.364657777777726x**6 + 0.04096000000001099x**7
```

x = 1.35	`f(1.35)=0.5730939356156324`

Analisis tambahan:

Fungsi di atas dapat disederhanakan menjadi fungsi polinom dengan memanfaatkan interpolasi polinomial. Akurasi fungsi polinom yang didapat sebagai hasil interpolasi polinomial, bergantung pada jumlah titik yang digunakan.

5. Studi Kasus Interpolasi Bicubic

Diberikan matriks input:

$$\begin{bmatrix} 153 & 59 & 210 & 96 \\ 125 & 161 & 72 & 81 \\ 98 & 101 & 42 & 12 \\ 21 & 51 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

f(0,0)	`f(0.0,0.0) = 161.0`
f(0.5,0.5)	`f(0.5,0.5) = 97.72656249999997`
f(0.25,0.75)	`f(0.25,0.75) = 82.5020751953125`
f(0.1,0.9)	`f(0.1,0.9) = 74.6961185`

Analisis tambahan:
Dalam pengolahan matriks menggunakan interpolasi bikubik, diperoleh koefisien-koefisien untuk suatu persamaan polinomial. Dari persamaan polinomial tersebut, dapat ditaksir nilai dari f(x,y).

6. Studi Kasus Regresi Linier Berganda

Diberikan sekumpulan data sesuai pada tabel berikut ini.

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

Gunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression* untuk mendapatkan regresi linear berganda dari data pada tabel di atas, kemudian estimasi nilai Nitrous Oxide apabila Humidity bernilai 50%, temperatur 76°F, dan tekanan udara sebesar 29.30.

Dari data-data tersebut, apabila diterapkan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*, maka diperoleh sistem persamaan linear sebagai berikut.

$$20b_0 + 863.1b_1 + 1530.4b_2 + 587.84b_3 = 19.42$$

$$863.1b_0 + 54876.89b_1 + 67000.09b_2 + 25283.395b_3 = 779.477$$

$$1530.4b_0 + 67000.09b_1 + 117912.32b_2 + 44976.867b_3 = 1483.437$$

$$587.84b_0 + 25283.395b_1 + 44976.867b_2 + 17278.5086b_3 = 571.1219$$

```
20.0 863.0999999999999 1530.4000000000003 587.8399999999999 19.42
863.0999999999999 54876.89 67000.09 25283.395 779.4769999999999
1530.4000000000003 67000.09 117912.32000000002 44976.866999999984 1483.4369999999997
587.8399999999999 25283.395 44976.866999999984 17278.508600000005 571.1219000000001
```

```
y = -3.5077781408836017 -0.002624990745880851x1 + 7.989410472219183E-4x2 + 0.15415503019835342x3
```

```
f(50.0,76.0,29.3) = 0.9384342262229772
```

Analisis tambahan:
Pada gambar di atas, terlihat bahwa matriks yang dihasilkan dengan setelah regresi linear berganda mempunyai nilai yang sama dengan persamaan di atas. Setelah itu, didapatkan sistem persamaan linear yang sesuai dengan yang terdapat pada persoalan. Dengan input x1 = 50, x2 = 76, dan x3 = 29.3 didapatkan nilai mendekati 0.94. Data pada soal menunjukkan bahwa nilai x yang mendekati input, yaitu x1 = 54.9, x2 = 70.9, dan x3 = 29.37 mempunyai nilai y 0.95, yang artinya hasil y mendekati hasil y dari input x tadi.

7. Perbesaran (*scaling*) pada citra (*image*) menjadi dua kali ukuran semula
   Perbesaran (*image scaling*) dilakukan dengan memanfaatkan *procedure* interpolasiBikubik2() dan *procedure imageScaling*() pada *class Matrix* pada gambar. Berikut adalah salah satu contoh gambar sebelum dan setelah dilakukan proses *image scaling* dengan interpolasi bikubik dengan perbesaran dua kali ukuran semula.

Gambar 1 itb.png sebelum dilakukan image scaling (ukuran 300 x300)

Gambar 2 itb.png setelah dilakukan image scaling dengan dua kali perbesaran (ukuran 600x600)

Bab 5
Kesimpulan, Saran, dan Refleksi

5.1 Kesimpulan

Kita bisa melakukan operasi sistem persamaan linier (SPL) dengan berbagai metode seperti metode eliminasi Gauss, Gauss - Jordan, matriks balikan, dan kaidah Cramer di dalam program berbahasa Java. SPL memiliki tiga kemungkinan solusi, yaitu memiliki hanya satu solusi (solusi unik/tunggal), memiliki banyak solusi/tak berhingga solusi, dan tidak memiliki solusi sama sekali. Kali ini SPL dimodelkan dalam bentuk matriks. Program menerima masukan matriks melalui keyboard atau melalui file dari luar. Program bisa melakukan pengoperasian pada persoalan seperti penyelesaian SPL, pencarian determinan, pencarian matriks balikan, penyelesaian interpolasi polinom, penyelesaian interpolasi bicubic, dan penyelesaian regresi linier. Pencarian determinan dan matriks balikan dapat menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan dan metode kofaktor. Penyelesaian interpolasi polinom maupun regresi linear berganda memanfaatkan penyelesaian SPL yang nantinya akan diperoleh nilai hasil yang ditaksir dengan memasukkan nilai diketahui yang ingin ditaksir. Interpolasi bicubic dapat dimanfaatkan untuk image scaling.

5.2 Saran

Kami menyadari Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri Semester 1 Tahun 2022/2023 yang kami kerjakan masih bisa dikembangkan lagi. Adapun catatan yang bisa dikembangkan tersebut adalah :

1. Program ini masih bisa dibuat lebih rapi dan lebih terstruktur agar lebih mudah dipahami.
2. Pada awal pengerjaan tugas besar ini, kami seharusnya dapat menjabarkan masalah dengan lebih rinci lagi sehingga masalah lebih mudah diselesaikan.

5.3 Refleksi

Kami belajar dari Tugas Besar 1 IF 2123 Aljabar Linier dan Geometri Semester 1 Tahun 2022/2023 untuk bisa memanajemen kemampuan masing-masing agar bisa saling melengkapi dan bekerja sama dalam menyelesaikan tugas besar ini. Selain itu, kami belajar untuk memanajemen waktu sebaik mungkin sehingga kami bisa menyelesaikan tugas besar bahkan sebelum waktu tenggat yang ditentukan. Dari tugas besar ini, kami mendapatkan pengalaman membuat program Java sehingga kami juga mendapat wawasan mengenai bahasa Java.

Link Repository

https://bit.ly/Algeo01-21020

Referensi

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2021-2022/Pengantar-Pemrograman-dengan-Bahasa-Java-2021.pdf

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2021-2022/algeo21-22.htm

https://www.geeksforgeeks.org/image-processing-in-java-read-and-write/

https://www.geeksforgeeks.org/python-opencv-bicubic-interpolation-for-resizing-image/

https://stackoverflow.com/questions/5836203/java-padding-image

(BONUS)