

1. Tempo disponibile 120 minuti (90 minuti per gli studenti di “Introduzione agli Algoritmi” - 6 CFU, che devono fare solo i primi 3 esercizi).
2. Non è possibile consultare appunti, slide, libri, persone, siti web, ecc.
3. Scrivere in modo leggibile, su ogni foglio, nome, cognome e numero di matricola.
4. Le soluzioni agli esercizi che richiedono di progettare un algoritmo devono:
  - spiegare a parole l'algoritmo (se utile, anche con l'aiuto di esempi o disegni),
  - fornire e commentare lo pseudo-codice (indicando il significato delle variabili),
  - calcolare la complessità (con tutti i passaggi matematici necessari),
  - se l'esercizio ammette più soluzioni, a soluzioni computazionalmente più efficienti e/o concettualmente più semplici sono assegnati punteggi maggiori.

1. Calcolare la complessità  $T(n)$  del seguente algoritmo MYSTERY:

---

**Algorithm 1:** MYSTERY(INT  $n$ )  $\rightarrow$  INT

---

```

if  $n \leq 1$  then
  | return 1
else
  | INT  $v \leftarrow$  MYSTERY( $n/2$ )
  | for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
  | |  $v \leftarrow v +$  MYSTERY2( $n$ )
  | end
  | return  $v +$  MYSTERY( $n/2$ )
end

function MYSTERY2(INT  $m$ )  $\rightarrow$  INT
INT  $v \leftarrow 0$ 
for  $j \leftarrow m$  downto 1 do
  |  $v \leftarrow v + j$ 
end
return  $v$ 

```

---

2. Dato un albero AVL inizialmente vuoto effettuare le seguenti operazioni in ordine e mostrare lo stato dell'albero dopo ogni operazione:

(a) insert 2   (b) insert 3   (c) insert 4   (d) insert 7   (e) delete 3  
 (f) delete 2   (g) insert 1   (h) insert 8   (i) insert 5   (j) insert 6

Indicare chiaramente quale operazione viene eseguita.

3. Un trasportatore deve caricare il proprio camion scegliendo alcuni fra  $n$  pacchi. Il pacco  $i$ -esimo ha un peso  $p_i$  ed un valore  $v_i$  (con  $1 \leq i \leq n$ ). Si vuole caricare il camion con il peso complessivo massimo, ma per questioni di assicurazione il valore complessivo del carico non deve superare un dato valore  $K$ . Progettare un algoritmo che dati due vettori di interi  $P$  e  $V$  (di lunghezza  $n$ , tali che  $P[i]$  e  $V[i]$  contengono il peso  $p_i$  ed il valore  $v_i$  dell' $i$ -esimo pacco) ed un intero  $K$ , stampi gli indici dei pacchi che costituiscono un carico, di valore complessivo minore o uguale a  $K$ , che massimizzi il peso complessivo.
4. Dato un grafo orientato aciclico  $G = (V, E)$ , stampare tutti i vertici appartenenti a  $V$  in modo tale che se esiste un arco  $(v_i, v_j) \in E$  allora al momento della stampa di  $v_i$ , il vertice  $v_j$  deve essere già stato stampato.