CORSO DI OTTIMIZZAZIONE

Prova scritta del 2 Febbraio 2015

Tempo a disposizione: ore 2:30.

#### Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

### Esercizio 1. (Punti 8)

Una compagnia aerea deve rinnovare completamente la sua flotta. Il mercato mette a disposizione n modelli di aerei, ciascuno con un costo pari a  $c_i$  e un'autonomia di volo pari ad  $a_i$  chilometri. Di ciascun modello, la compagnia può ovviamente comprare un qualunque numero di esemplari. Ogni giorno, la compagnia in questione deve effettuare m voli, ciascuno di una distanza pari a  $d_j$  chilometri. Ogni aereo può fare v voli ogni giorno. Se si acquista il modello di aereo i, occorre anche addestrare un'equipe che si occuperà di manutenzione, che costa  $t_i$ . Si scriva un programma lineare che permetta alla compagnia aerea di minimizzare il costo totale del rinnovo della sua flotta.

### Esercizio 2. (Punti 3, la risposta occupi al massimo 20 righe)

Se v è il valore di un flusso ammissibile, cosa si può dire rispetto alla relazione tra v, il flusso di un qualunque taglio e la capacità di tale taglio?

### Esercizio 3. (Punti 8)

Una radio privata deve fare arrivare il suo segnale in una città che si trova al di là di una catena montuosa rispetto alla città da cui trasmette. Per fare ciò decide di installare n ripetitori sulla cima di altrettante colline, ciascuna delle quali si trova ad un'altitudine pari ad  $a_i$ . Il costo di costruzione di ogni ripetitore dipende dalla sua altezza: ogni metro costa  $c_i$ . Occorre soddisfare solo un vincolo: il dislivello, in metri, tra la cima di un ripetitore e la cima del successivo non può superare una soglia pari a k. Si formuli, in PL, il problema di decidere le altezze dei ripetitori in modo che il relativo costo sia minimo.

# Esercizio 4. (Punti 3, la risposta occupi al massimo 10 righe)

Nel problema di flusso massimo, quale è l'algoritmo che garantisce la complessità più bassa tra tutti quelli che abbiamo visto? Si argomenti la risposta.

## Esercizio 5. (Punti 8)

Si risolva, tramite l'algoritmo del simplesso primale, il seguente problema di programmazione lineare:

$$\min x_1 + 3x_2$$

$$x_2 \ge -1$$

$$x_1 \ge -1$$

$$x_2 \le x_1 + 1$$

$$x_2 \le 1$$

$$x_2 \ge 2x_1 - 1$$

Si parta dalla base ammissibile corrispondente agli ultimi due vincoli.