

Programmazione lineare intero.

$$\max z = 8x + 5y$$

$$x + y \leq 6$$

$$9x + 5y \leq 45$$

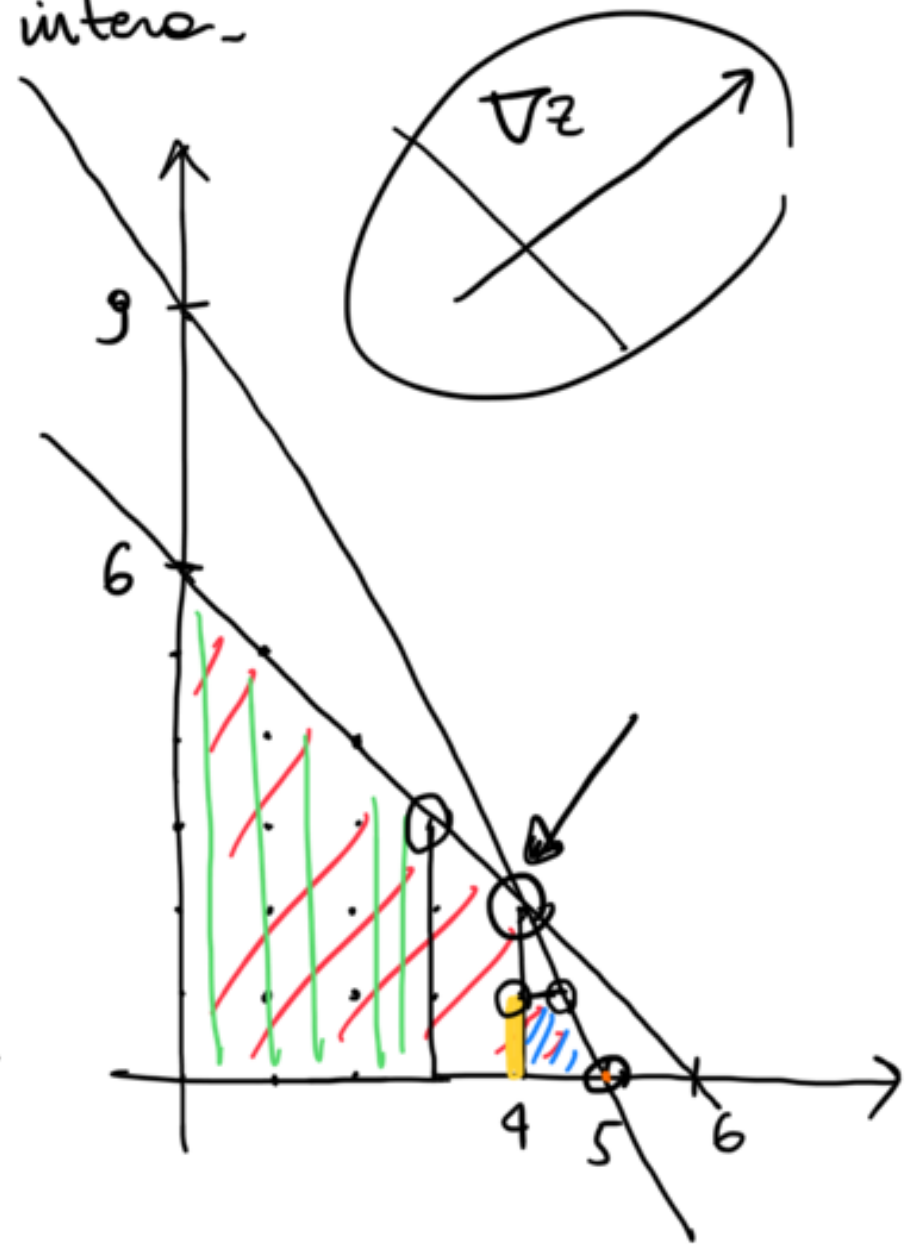
$$x, y \in \mathbb{Z}$$

$$x, y \geq 0$$

P

$$z_{LP}(P) \geq z_{ILP}(P) \quad \forall P$$

$$\bar{x} = \left(\frac{15}{4}, \frac{9}{4} \right) \text{ non è ammissibile}$$



$$x \leq 3$$

P1

$$\bar{x} = (3, 3)$$

$$v^* = 39$$

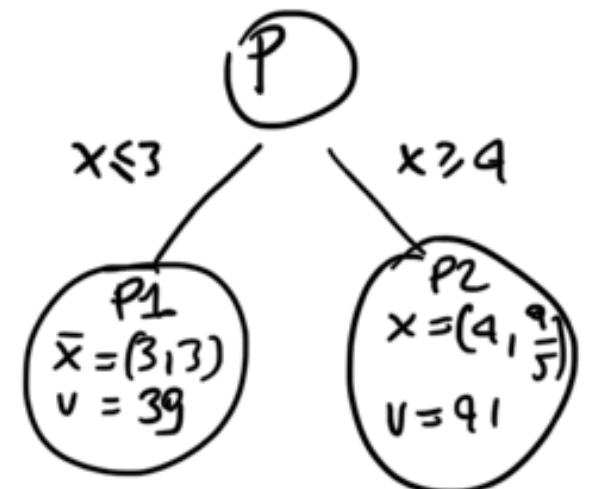
$$x \geq 4$$

P2

$$\bar{x} = \left(4, \frac{9}{5} \right)$$

$$v = 41 > 39$$

Branching



$$x \leq 1$$

$$x \geq 2$$

Branching

$$y \leq 1$$

$$P3$$

$$\bar{x} = \left(\frac{40}{9}, 1 \right)$$

$$V = 365/9 = 40,5 > 39$$

$$x \leq 4$$

$$P5$$

$$\bar{x} = (4, 1)$$

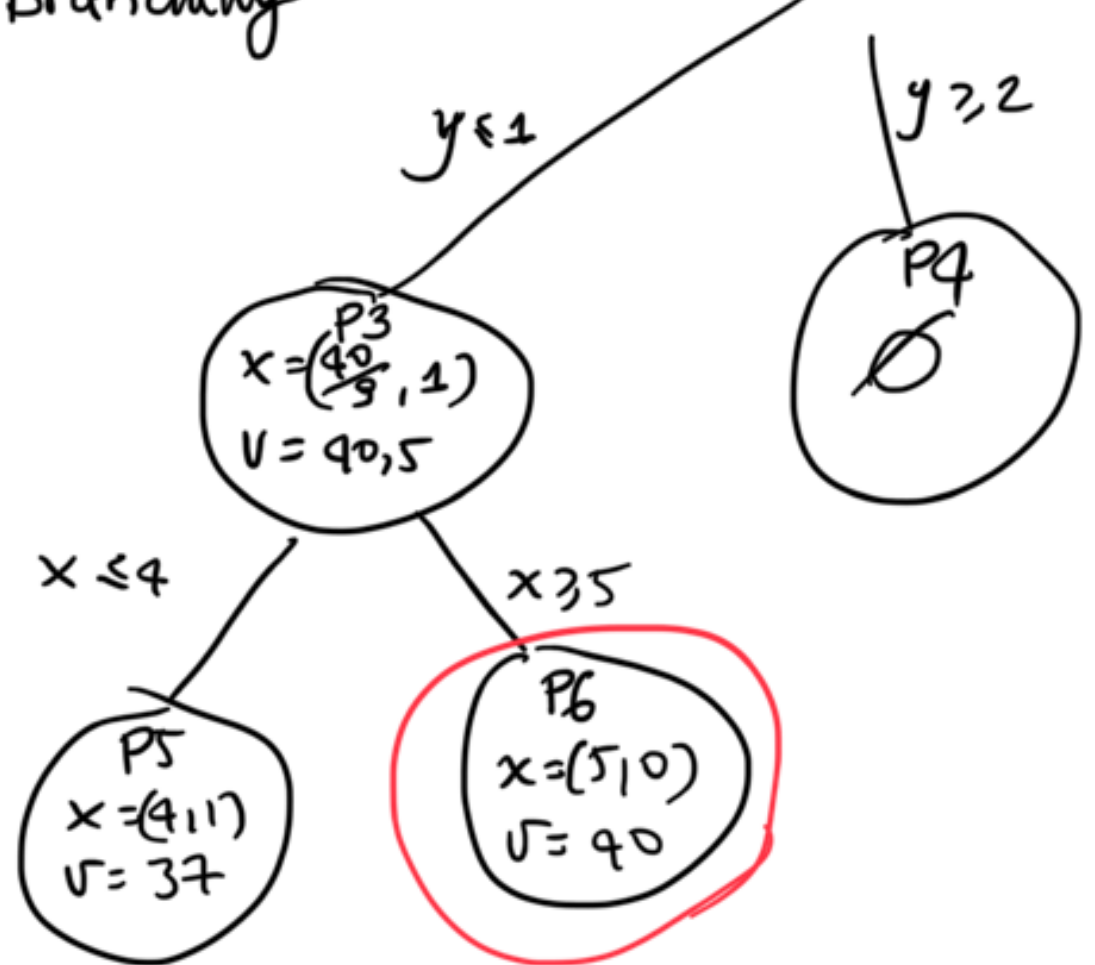
$$V = 37 < 39$$

$$x \geq 5$$

$$P6$$

$$x = (5, 0)$$

$$V = 40 > 39$$



Modellizzazione

m macchine $k = 1 \dots m$
 n lavori $i, j = 1 \dots n$

Ogni lavoro deve essere processato, in ordine,
 su ogni macchina: prima sulla 1, poi sulla 2, etc.

p_{jk} = durata del lavoro j sulla macchina k

vogliamo minimizzare la durata totale del task.

d_j = deadline per il lavoro j

variabili

t_{jk} = istante di tempo in cui il lavoro j è eseguito sulla macchina k

$y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se il lavoro } i \text{ precede il lavoro } j \text{ su } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

t = massimo tempo di completamento tra tutti i lavori

FUNZIONE OBIETTIVO

$\min t$

VINCOLI

$$t_{jm} + p_{jm} \leq t \quad \forall j \in \{1 \dots n\}$$



$$\rightarrow t_{jm} + p_{jm} \leq d_j \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

$$t_{jk} + p_{jk} \leq t_{j,k+1} \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \forall k \in \{1, \dots, m-1\}$$

$$t_{ik} + p_{ik} \leq t_{jk} + M(1 - y_{ijk}) \quad \forall i, j, k$$

$$t_{jk} + p_{jk} \leq t_{ik} + M y_{ijk} \quad \forall i, j, k$$

$$t_{jk} \geq 0 \quad t_{jk} \in \mathbb{R} \quad t \geq 0 \quad t \in \mathbb{R} \quad y_{ijk} \in \{0, 1\}$$

$$M = \sum d_j \quad \boxed{\text{MILP}}$$

- considerare il caso in cui ogni lavoro debba essere eseguito su un sottoinsieme delle macchine.
- considerare il caso in cui l'ordine di esecuzione vari tra i diversi lavori.

A CASA