Un'azienda di trasporti specializzata nei trasporti tra l'Italia e la Polonia dispone di k autocarri e deve decidere cosa far loro trasportare in una certa settimana. Ogni camion pu svolgere nella settimana in questione solo un viaggio di andata dall'Italia e la Polonia e il corrispondente viaggio di ritorno dalla Polonia verso l'Italia. L'azienda ha ricevuto dai suoi clienti $n \geq k$ commesse riguardanti il trasporto dall'Italia alla Polonia, ciascuna delle quali, chiamiamola i, porterebbe ad un ricavo per l'azienda sarebbe pari a p_i, e richiederebbe un viaggio lungo a_i chilometri. Parimenti, le commesse dalla Polonia all'Italia sono pari a $m \geq k$, e ciascuna tale commessa j porterebbe ad un ricavo pari a r_j e richiederebbe un viaggio lungo b_j chilometri. Ogni autocarro pu essere utilizzato per una sola commessa nel viaggio di andata e per una sola commessa per il viaggio di ritorno.

- Si formuli, prima di tutto, il problema di determinare quali debbano essere le k commesse Italia-Polonia e le k commesse Polonia-Italia da soddisfare in modo da massimizzare il ricavo complessivo, allo stesso tempo garantendo che il numero di chilometri percorsi da ciascun camion sia al pi pari ad un certo numeroo s. Si utilizzi il modello della programmazione lineare intera.

- Si consideri poi una variazione dell'esercizio precedente, in cui occorre anche garantire la compatibilit tra la commessa con cui viene caricato ogni camion nel viaggio di andata e in quello di ritorno: ogni commessa Italia-Polonia i compatibile con un sottoinsieme $D_i \subseteq \{1, \ldots, m\}$ delle commesse Polonia-Italia. Occorrer in altre parole garantire che ogni autocarro porti a termine solo commesse compatibili tra di loro.

DATI:

k autocarri

n commesse IT-PL $\quad$ m commesse PL-IT

p_i ricavo della iesima commessa IT-PL

a_i kilometri necessari per l'iesima commessa IT-PL

r_j ricavi PL-IT iesimo

b_j chilometri PL-IT iesimi

s numero massimo di chilometri percorsi da un autocarro

VARIABILI

$$x_{ijw} = \begin{cases} 1 & \text{se il camion } w \text{ esegue la com. } i \text{ all'andata e } j \text{ al ritorno.} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

F.O.

$$\max \sum_{i \in \{1..n\}} \sum_{j \in \{1..m\}} \sum_{w \in \{1..k\}} x_{ijw} \cdot (p_i + R_j)$$

VINCOLI:

$$\sum_i \sum_j x_{ijw} (a_i + b_j) \leq s \qquad \forall \; 1 \leq w \leq k$$

$\sum_j \sum_i x_{ijw} \leq 1 \quad \forall w$

$\sum_j \sum_w x_{ijw} \leq 1 \quad \forall i$

$\sum_i \sum_w x_{ijw} \leq 1 \quad \forall j$

$x_{ijw} \in \{0,1\} \; \forall ijw$

$\boxed{\begin{array}{l} 2° \text{ punto} \\ x_{ijw} = 0 \quad \forall ijw \text{ t.c. } j \notin D_i \end{array}}$

Per casa: considerare variabili separate per and. e rit.

Un'azienda alimentare deve decidere gli ingredienti del suo prossimo prodotto, che sar un barretta multicereali. Ogni chilogrammo di tale prodotto conterr in percentuali variabili m cereali diversi, mentre gli altri ingredienti avranno un peso trascurabile. Ciascun chilogrammo del cereale j contiene g_j grammi di grasso e costa c_j euro. Inoltre, ciascun cereale j non disponibile per pi di k_j tonnellate all'anno. Si formuli in PL il problema di determinare la composizione della barretta multicereali, sapendo che l'azienda intende mantenere la percentuale di grassi al di sotto di una certa soglia r, che intende produrre q chilogrammi di questo prodotto ogni anno, e che il suo scopo quello di minimizzare i costi di produzione.

VARIABILI

x_j = frazione del cereale j

F.O.

$$\min \sum_j x_j \cdot q \cdot c_j = \min q \cdot \sum x_j \cdot c_j = \min \sum x_j \cdot c_j$$

VINCOLI

$$\sum_j x_j g_j \leq r$$

$$q x_j \leq k_j \quad \forall j$$

$$\sum_j x_j = 1$$

$$x_j \in [0,1]$$

Una falegnameria riuscita ad acquistare uno stock consistente di n assi di legno, ciascuna asse i avente lunghezza pari a l_i metri. L'azienda vuole poi fare in modo che questo acquisto porti al massimo guadagno possibile, partendo dal fatto che il suo catalogo comprende m modelli di mobili, che ciascun modello j comporterebbe un guadagno di e_j euro e e che per essere costruito, il modello j necessita di un'asse di legno di lunghezza almeno pari a q_j centimetri. Si assuma che ogni asse possa essere utilizzata per la costruzione di al pi un mobile, ma che lo stesso modello possa essere costruito in pi esemplari. Si formuli il problema che l'azienda vuole risolvere in programmazione lineare intera.

Nell'ambito del Problema descritto nell'Esercizio 1, si supponga che di ciascuna asse si conosca non solo la lunghezza l_i ma anche la larghezza g_i, entrambe espresse in metri. Parimenti, ogni modello di mobile j necessita di un asse di legno lungo almeno q_j centimetri e largo almeno s_j centimetri. Si riformuli il programma lineare tenendo conto di questa nuova situazione.

Nell'ambito del Problema descritto nell'Esercizio 1, si supponga che da ciascuna asse si possano ricavare anche pi mobili, anche dello stesso tipo, ovviamente compatibilmente con le dimensioni dell'asse. Se, ad esempio, ci fossero due modelli di mobile che necessitino di assi lunghe 300 e 500 centimetri, rispettivamente, un'asse lunga 9 metri basterebbe per entrambi. Si riformuli il programma lineare tenendo conto di questa nuova situazione. Per cosa

VARIABILI

x_j = numero di j esimi modelli prodotti

$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se l'asse } i\text{esimo viene usato per un modello } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

F.O.

$$\max \sum_{1\le j\le m} x_j \cdot e_j = \max \sum_j \sum_i y_{ij} \cdot e_j$$

$$\begin{array}{c|c} & j \\ \hline i & \begin{bmatrix} & 1 & \\ & 1 & \\ & 1 & \end{bmatrix} \\ & [\Sigma \quad \Sigma \quad \Sigma] \end{array}$$

VINCOLI

$\sum_i y_{ij} = x_j \quad \forall j$

$y_{ij} = 0 \quad \forall i,j$ t.c. $l_i < q_j$ $\underbrace{[\text{o } s_j > g_i]}_{2^\circ \text{ punto.}}$

$\sum_j y_{ij} \le 1 \quad \forall i$

$x_j \in \mathbb{N} \quad \forall j$

$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j$