

FUNDAMENTE DE INGINERIE ELECTRICĂ



Marian GRECONICI

marian.greconici@upt.ro

www.et.upt.ro

2018-2019

Science and Engineering

“Scientists investigate that which already is;
Engineers create that which has never been”

(Albert Einstein)



NOȚIUNI INTRODUCTIVE

NOTIUNI INTRODUCTIVE

- Caracterizarea proprietăților fizice se face prin mărimi fizice;
- Mărimile fizice se pot clasifica în:
 - Mărimi primitive: lungime, masa, timp, etc.
 - Mărimi derivate: viteza, energia, etc.
- Sistemul de unități de măsură ale mărimilor electrice au la bază cele 2 sisteme de unități de măsură folosite în mecanică:
 - Sistemul CGS din care au rezultat:
 - sistemul CGS electrostatic;
 - sistemul CGS electrodinamic;
 - sistemul CGS Gauss;
 - Sistemul MKS din care a rezultat sistemul MKSA (S.I.)

Sistemul Internațional de unități de măsură (SI)

- Sistemul Internațional de unități (SI) va fi folosit de-a lungul cursului;
- **Mărimile fundamentale** ale SI sunt:

➤ Lungime, L, l	metru, m
➤ Masa, M, m	kilogram, kg
➤ Timpul, T, t	secunda, s
➤ Current electric, I, i	Ampere, A
➤ Temperatura, T	Grade Kelvin, K
<hr/>	
➤ Cantitatea de substanță	molul, mol
➤ Intensitatea luminoasă	candela, Cd

- Două mărimi suplimentare sunt:
 - Unghiul plan (faza inițială) radian, rad
 - Unghiul solid steradian, sr
- Toate celelalte mărimi se obțin din cele fundamentale și se numesc **mărimi derivate**.

Mărimile Electrice și S.I. de Unități

Mărimile electrice și unitățile de măsură în S.I. sunt:

➤ Sarcina electrică, Q, q	Coulomb, C
➤ Potențialul electric, V, v	Volt, V
➤ Rezistența, R	Ohm, Ω
➤ Conductanța, G	Siemens, S
➤ Inductanța, L	Henry, H
➤ Capacitatea, C	Farad, F
➤ Frecvența, f	Hertz, Hz
➤ Forța, F	Newton, N
➤ Energia, Lucru mecanic, W, w	Joule, J
➤ Puterea, P, p	Watt, W
➤ Fluxul magnetic, Φ	Weber, Wb
➤ Inducția magnetică, B	Tesla, T
➤ Intensitatea câmpului electric, E	Volt/m, V/m

Multipli și Submultipli folosiți in S.I.

- Multipli și submultipli decimali folosiți in S.I. sunt:

Prefix	Factor	Symbol
yocto	10^{-24}	y
zepto	10^{-21}	z
atto	10^{-18}	a
femto	10^{-15}	f
pico	10^{-12}	p
nano	10^{-9}	n
micro	10^{-6}	μ
mili	10^{-3}	m
centi	10^{-2}	c
deci	10^{-1}	d

Prefix	Factor	Symbol
deca	10	da
hecto	10^2	h
Kilo	10^3	K
Mega	10^6	M
Giga	10^9	G
Terra	10^{12}	T
Peta	10^{15}	P
Exa	10^{18}	E
Zetta	10^{21}	Z
Yotta	10^{24}	Y

Sarcina electrică. Curentul electric

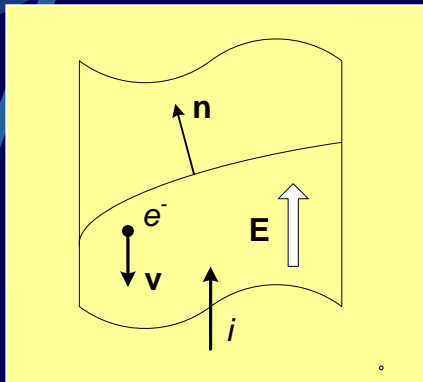
- Întreaga materie este alcătuită din blocuri elementare numite *atoms*.
- Atomul are în componența sa componente foarte mici numite particule.
- Cele trei tipuri de particule elementare care intră în componența atomului sunt *protonii*, *neutronii*, and *electronii*.
- În prezența unor forțe nucleare foarte puternice, protonii și neutronii sunt legați foarte strâns formând *nucleul* atomului.
- Legătura strânsă a protonilor din nucleu este cea care imprimă identitatea stabilă a elementului chimic.
- Dacă se adaugă sau se smulg neutroni (ceea ce este foarte complicat), atomul își va păstra identitatea chimică, dar se va modifica masa sa și poate primi proprietăți nucleare noi ca de exemplu radioactivitatea.
- Datorită proprietății de atragere/respingere dintre particule, se spune că electronii și protonii au sarcini electrice diferite. Fiecare electron posedă o sarcină negativă iar fiecare proton posedă o sarcină pozitivă.
- Neutronii nu posedă sarcină electrică, se spune că neutronii sunt neutrii.
- În stare normală, numărul de electroni este egal cu numărul de protoni, ca urmare sarcina electrică totală este nulă. Atomul este neutru.

Sarcina electrică. Curentul electric

- Electronii sunt particulele care în anumite condiții (frecarea materialelor) pot părăsi atomul sau pot migra pe un alt atom. Sarcina totală a atomilor s-a schimbat: atomii care au pierdut electroni au devenit încărcăți pozitiv în timp ce atomii care au primit electroni devin încărcăți negativ. Spunem ca materialul format din acești atomi s-a electrizat, s-a încărcat cu electricitate statică.
- Electronul este cea mai mică particulă purtătoare de sarcină electrică. Este cuanta de electricitate, având sarcina elementară:
- $$e^- = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$
- Pentru a obține o sarcină electrică negativă de un coulomb (1C) avem nevoie de o acumulare de aproximativ $6.24 \cdot 10^{18} e^-$.

Sarcina electrică. Curentul electric

- O mișcare ordonată de sarcini electrice libere reprezintă un *curent electric*.
- Sarcini electrice libere pot fi: electronii liberi din metale, ionii pozitivi sau negativi din electroliți și electronii sau golurile din semiconductoare.



$$i = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \quad [A] \equiv \frac{[C]}{[s]}$$

● Pentru sensul de referință al curentului din figură, curentul este pozitiv dacă:

- sarcinile negative străbat suprafața în sens opus sensului de referință al curentului;
- sarcinile pozitive străbat suprafața în același sens cu sensul de referință al curentului.

● În caz contrar curentul este considerat negativ.



The Burndy Library Collection
at The Huntington Library,
San Marino, California.

Andre-Marie Ampere (1775–1836), a French mathematician and physicist, laid the foundation of electrodynamics. He defined the electric current and developed a way to measure it in the 1820s. Born in Lyons, France, Ampere at age 12 mastered Latin in a few weeks, as he was intensely interested in mathematics and many of the best mathematical works were in Latin. He was a brilliant scientist and a prolific writer. He formulated the laws of electromagnetics. He invented the electromagnet and the ammeter. The unit of electric current, the ampere, was named after him.

Potențialul electric. Tensiunea electrică

- În vecinătatea unei sarcini electrice (unui corp electrizat) ia naștere un câmp electric, caracterizat printr-o mărime vectorială, *intensitatea câmpului electric*, **E**.
- Intensitatea câmpului electric reprezintă raportul dintre forța **F** ce se exercită asupra unei sarcini punctiforme de probă **Q** aflată în câmp electric și sarcina respectivă, **$E=F/Q$** . Pentru o sarcină de 1C, intensitatea câmpului electric este egală cu forța ce se exercită asupra sarcinii.
- Pentru a exista curentul electric, deci pentru a asigura mișcarea ordonată a sarcinilor libere, este necesar ca în conductor să se stabilească un câmp electric exterior de intensitate **E**. Acesta exercită forța de natură electrică asupra tuturor particulelor libere, **$F=QE$** .
- *Diferența de potențial electric* dintre două puncte sau *tensiunea electrică*, **U**, este definită ca fiind lucrul mecanic ce se exercită asupra unei sarcini unitare pozitive pentru a fi deplasată între cele două puncte.
- În S.I., potențialul electric, tensiunea electrică se exprimă în **volt**, **V**.



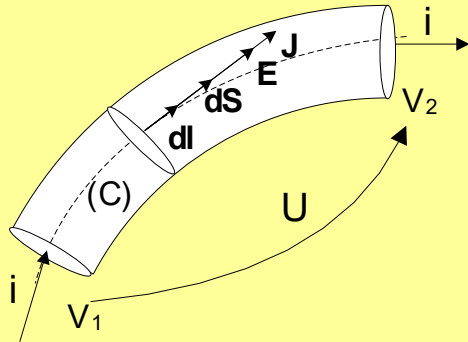
The Burndy Library Collection
at The Huntington Library,
San Marino, California.

Alessandro Antonio Volta (1745–1827), an Italian physicist, invented the electric battery—which provided the first continuous flow of electricity—and the capacitor.

Born into a noble family in Como, Italy, Volta was performing electrical experiments at age 18. His invention of the battery in 1796 revolutionized the use of electricity. The publication of his work in 1800 marked the beginning of electric circuit theory. Volta received many honors during his lifetime. The unit of voltage or potential difference, the volt, was named in his honor.

Legea lui Ohm

- Fie o porțiune de conductă de lungime l , secțiune constantă ΔS , parcursă de curentul i sub acțiunea tensiunii $U = V_1 - V_2$.



$$i = \int_{\Delta S} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J \Delta S \quad \Rightarrow \quad J = \frac{i}{\Delta S}$$

\mathbf{J} - densitatea curentului

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{legea conducției}$$

σ - conductivitatea [S/m]

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad \text{rezistivitatea } [\Omega \text{m}]$$

$$U = V_1 - V_2 = \int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_C \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} = i \int_C \frac{dl}{\sigma \Delta S} = i R$$

$$R = \int_C \frac{dl}{\sigma \Delta S} \quad \text{rezistența conductei } [\Omega]$$

$$R = \frac{l}{\sigma \Delta S} = \frac{\rho l}{\Delta S}$$

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{conductanța [S]}$$

$$U = i R$$

Legea lui Ohm

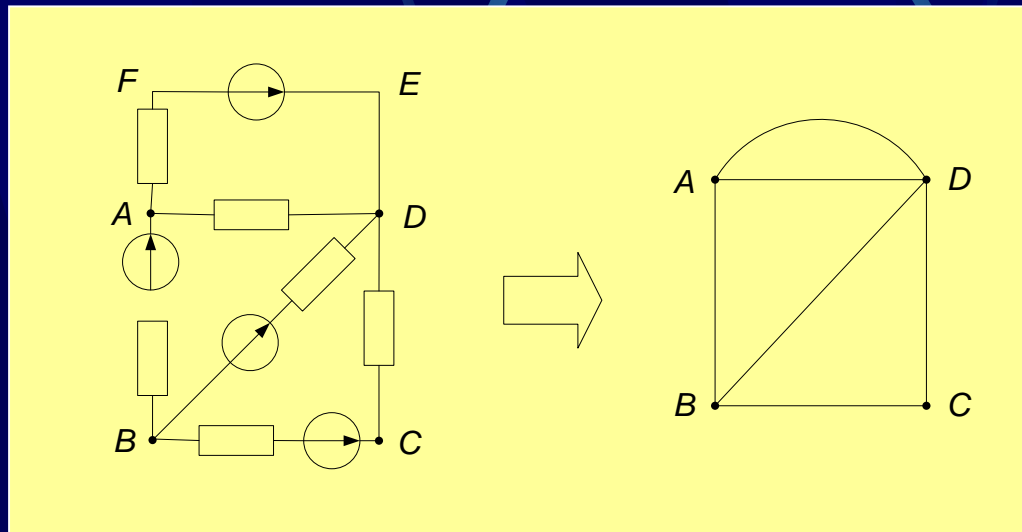


Georg Simon Ohm (1787–1854), a German physicist, in 1826 experimentally determined the most basic law relating voltage and current for a resistor. Ohm's work was initially denied by critics.

Born of humble beginnings in Erlangen, Bavaria, Ohm threw himself into electrical research. His efforts resulted in his famous law. He was awarded the Copley Medal in 1841 by the Royal Society of London. In 1849, he was given the Professor of Physics chair by the University of Munich. To honor him, the unit of resistance was named the ohm.

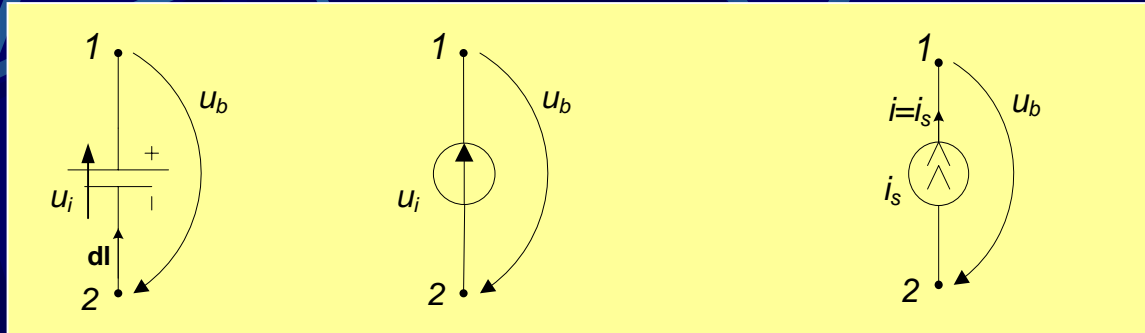
Noțiuni de topologie a circuitelor electrice

- **Element de circuit** este un element în general cu două terminale (considerate conductoare ideale) cu care se conectează cu alte elemente de circuit;
- **Circuit electric** reprezintă o colecție de elemente în care fiecare terminal al unui element se conectează cu cel puțin un terminal al altui element;
- **Latura de rețea** – o porțiune de circuit între două noduri;
- **Node** – locul de întâlnire a cel puțin trei laturi;
- **Sub-circuit** – o parte a circuitului care se leagă de restul circuitului prin două terminale;
- **Ochi de rețea** – o secvență de laturi ce urmăresc un contur închis.



Elemente de circuit

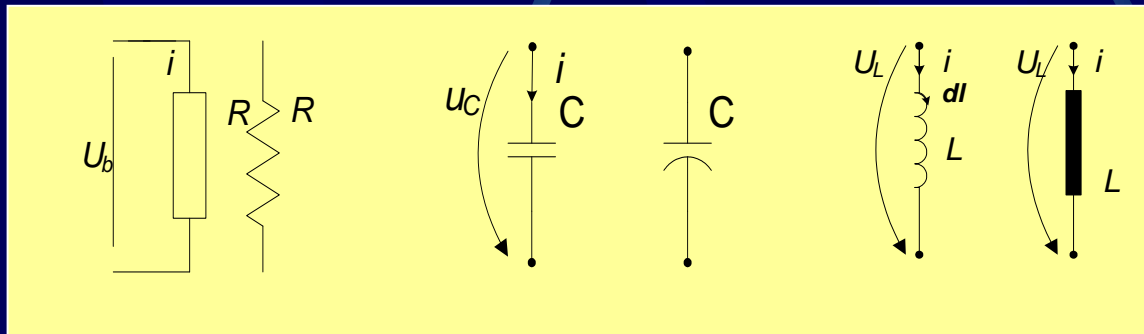
Elemente active pot fi surse de tensiune sau de curent având scopul de a genera energie în circuitul electric.



Simbolul pentru sursă de tensiune

Simbolul pentru sursă de curent

Elemente pasive – **Rezistență**, **Inductivitate**, **Capacitate** – absorb energia dată de surse care este transformată în alte forme de energie sau este înmagazinată în câmp electric sau magnetic.



Simbolul pentru rezistor

Simbolul pentru capacitate

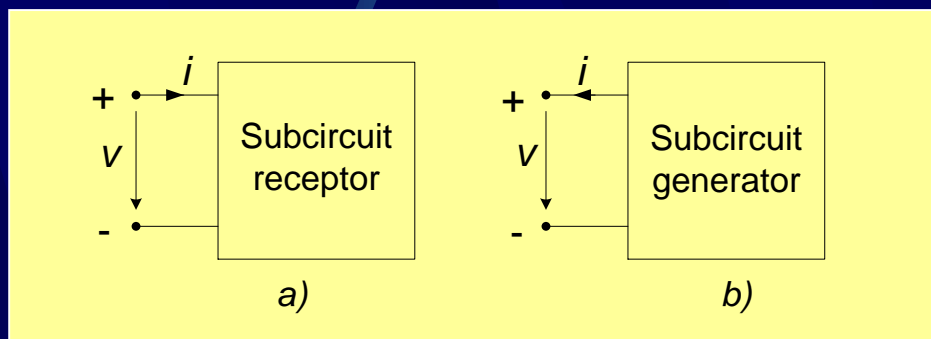
Simbolul pentru inductivitate

Putere și Energie

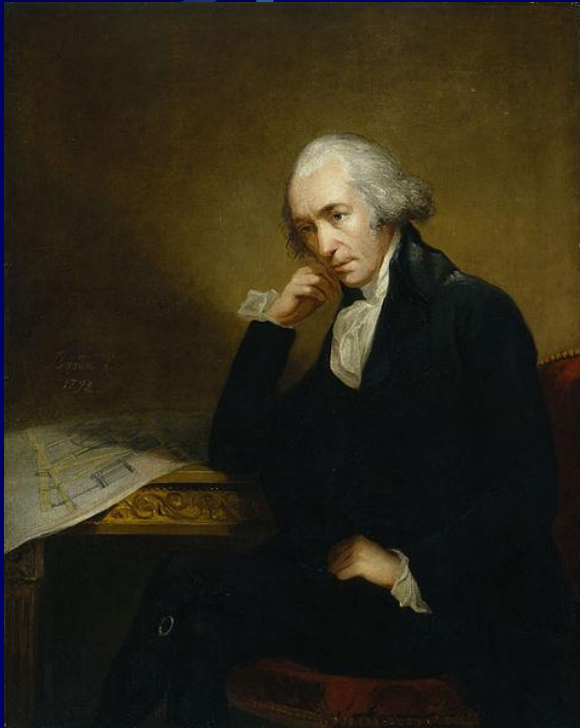
Puterea în circuite electrice este:

$$P = U \cdot I \text{ [W]} \equiv \text{[V]} \text{[A]}$$

- Considerăm un subcircuit la bornele căruia se cunoaște tensiunea și curentul în unul din terminalele sale.
- În fig.a) sensul de referință a curentului intră în borna de potențial de referință pozitiv. Spunem că subcircuitul primește putere comportându-se ca un *receptor*. Subcircuitul *absoarbe putere*.
- În fig.b) sensul de referință al curentului iese din borna de potențial de referință pozitiv. Spunem că subcircuitul cedează putere comportându-se ca un *generator*. Subcircuit *generează putere*.



James Watt, (19 January 1736 – 25 August 1819) was a Scottish inventor and mechanical engineer whose improvements to the Newcomen steam engine were fundamental to the changes brought by the Industrial Revolution in both his native Great Britain and the rest of the world.



While working as an instrument maker at the University of Glasgow, Watt became interested in the technology of steam engines. He realized that contemporary engine designs wasted a great deal of energy by repeatedly cooling and re-heating the cylinder. Watt introduced a design enhancement, the separate condenser, which avoided this waste of energy and radically improved the power, efficiency, and cost-effectiveness of steam engines. Eventually he adapted his engine to produce rotary motion, greatly broadening its use beyond pumping water.

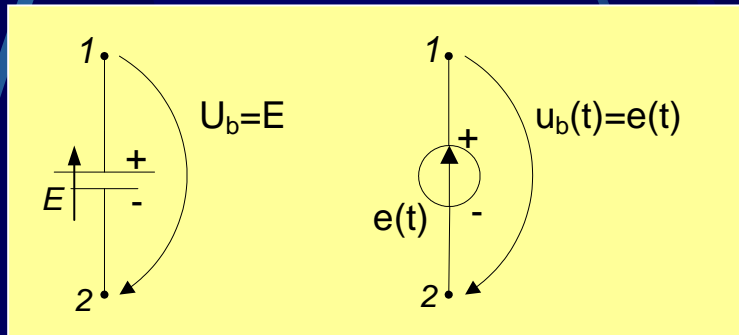
He died in 1819 at the age of 83. Watt has been described as one of the most influential figures in human history.

He developed the concept of horsepower and the SI unit of power, the watt, was named after him.

Elemente active de circuit

- Elementele de circuit capabile să genereze energie în circuit se numesc surse.
- Sursele pot fi independente sau dependente (surse comandate).
- Sursele independente produc o tensiune sau un curent care nu depinde de circuitul în care ele sunt conectate.

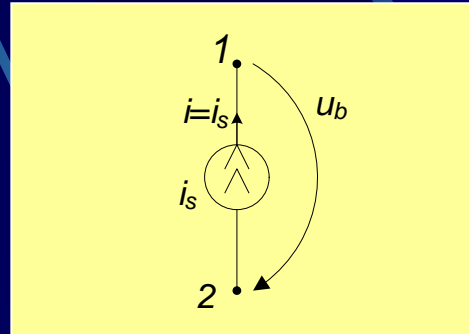
Surse independente de tensiune



- Nu este posibilă conectarea în paralel a surselor de tensiuni diferite.
- Nu este posibilă punerea în scurt circuit a surselor de tensiune.

- Tensiunea între punctele 1 și 2, $u_b(t)$, este independentă de sarcina ce se conectează la ea fiind determinată doar de funcția $e(t)$.

Surse independente de curent



- Nu este posibilă conectarea în serie a surselor de curent de valori diferite.
- Nu este posibilă funcționarea în gol a surselor de curent.

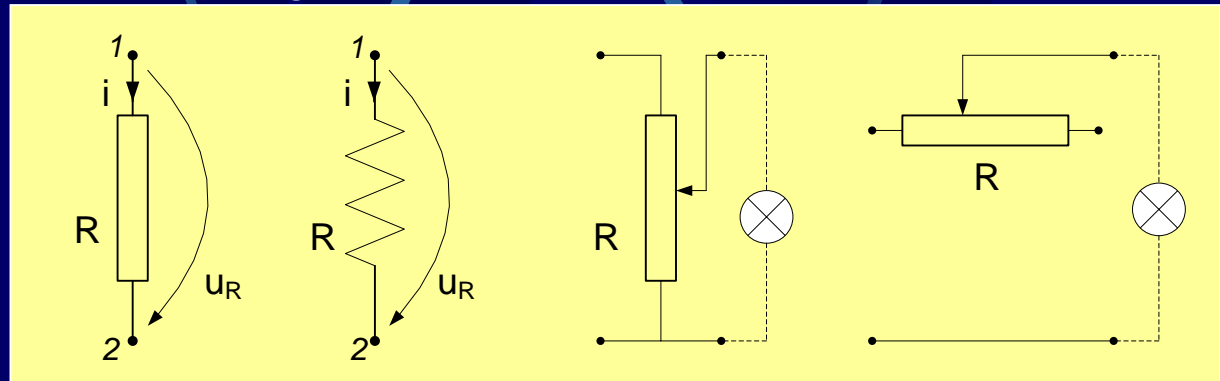
ELEMENTE PASIVE DE CIRCUIT

- Elementele pasive de circuit sunt elemente de circuit care absorb (consumă) energia electrică din sistem. Această energie este convertită în alte forme de energie sau este înmagazinată în câmp electric sau magnetic.
- Elementele pasive de circuit sunt: rezistorul, condensatorul, bobina.

Rezistorul ideal

● Rezistorul ideal este un element ideal de circuit, caracterizat prin rezistența R , la bornele căruia este valabilă legea lui Ohm:

$$U_R = i R$$



● Rezistorul este elementul ideal de circuit în care energia electromagnetică se transformă în energie interioară prin dezvoltare de căldură, *efectul Joule-Lentz*.

$$P_R = i^2 R = U_R \cdot i = \frac{U_R^2}{R}$$

Rezistența electrică a omului. Electrocutarea

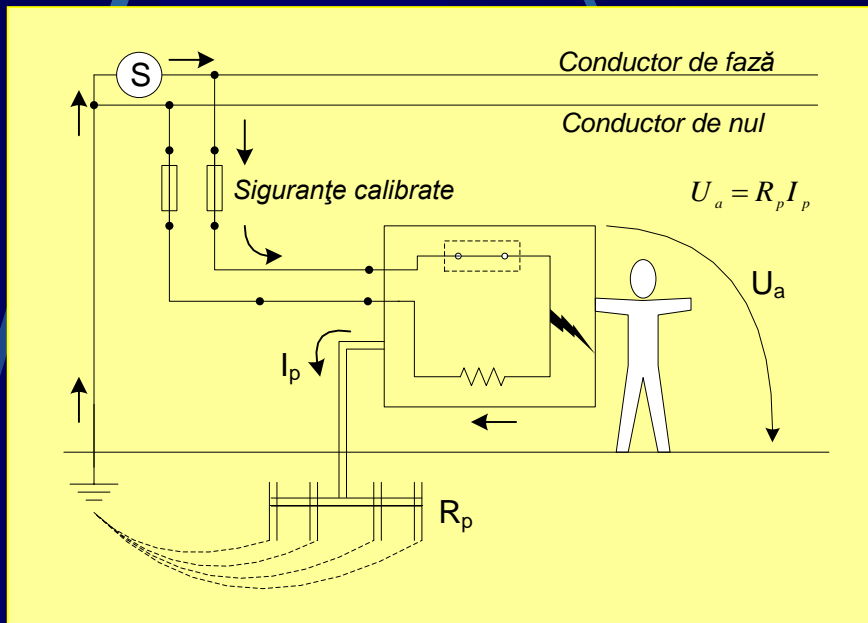
- Rezistența corpului omenesc la atingerea unui corp sub tensiune este între 40-100 K Ω , dar poate să ajungă până la 500 K Ω .
- **Electrocutarea**, numită și *șocul electric*, reprezintă trecerea unui curent electric prin corpul omului când acesta este supus unei diferențe de potențial (unei tensiuni electrice).
- Gravitatea electrocutării depinde în cea mai mare parte de valoarea curentului electric I_{om} ce se stabilește prin organismul uman.
- În cazul electrocutării, corpul omului se comportă ca o rezistență electrică supusă unei tensiuni electrice în urma căreia se stabilește curentul I_{om} :

$$I_{om} = \frac{U_{om}}{R_{om}}$$

- 10-15mA reprezintă limita la care curentul devine periculos, la frecvența de 50Hz.
- Pentru curentul continuu, curentul periculos este de 40-50mA.

Protecția prin legare la pământ

- Protecție constă în legarea la pământ a obiectelor care pot intra accidental sub tensiune. În acest mod se urmărește ca cea mai mare parte din curentul de defect să treacă prin instalația de legare la pământ, iar prin om să treacă un curent mic, nepericulos. Acest curent este cu atât mai mic cu cât rezistența electrică de trecere în pământ este mai mică, deci nu orice legare la pământ asigură o protecție suficient de bună.



U_a tensiunea de atingere
I_p curentul de punere la pământ
R_p rezistența prizei de pământ

$$R_p = \frac{U_a}{I_p}$$

$$R_p = \frac{U_a}{K I_{ns}}$$

I_{ns} curentul nominal al siguranței

K coeficient ce depinde de I_{ns}

K=3.5 pentru I_{ns} < 50 A

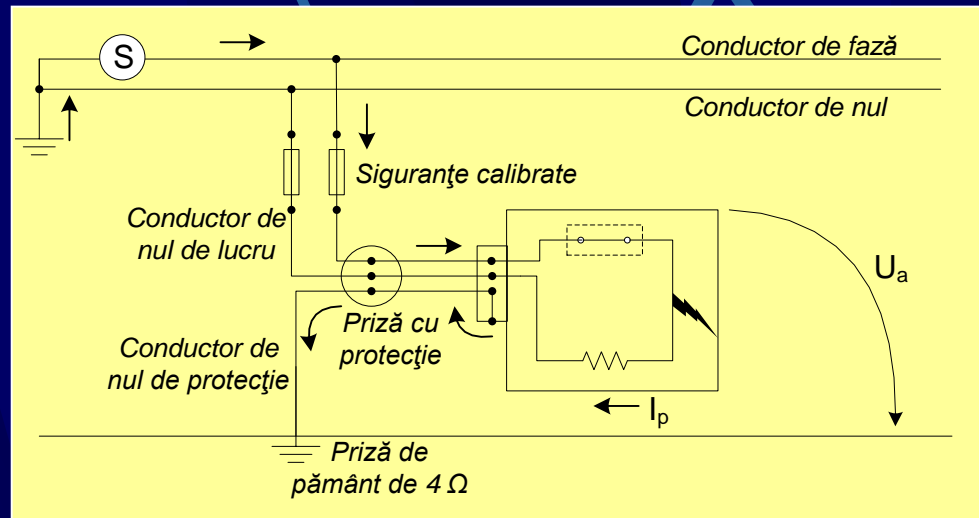
K=3.5 pentru I_{ns} > 50 A

- Pentru siguranțe cu I_{sn}=10A și U_{amax}=65V, avem:

$$R_p = \frac{65}{3.5 \times 10} = \frac{65}{35} = 1.85 \Omega$$

Protecția prin legare la pământ

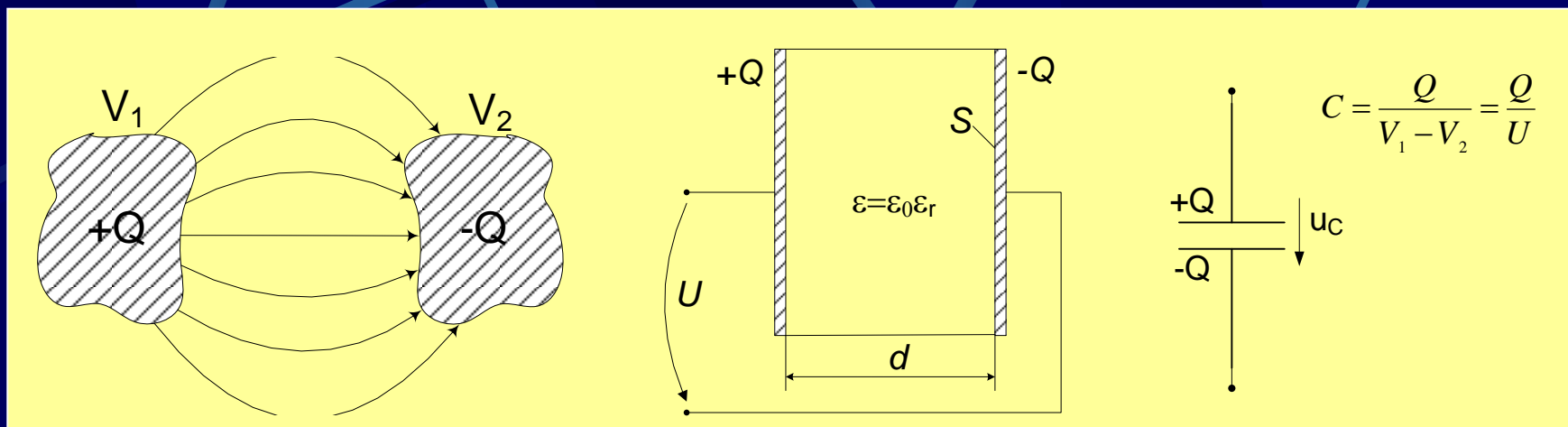
Protecția prin legare la pământ la priză constă în legarea la conductorul de nul de protecție al rețelei a tuturor obiectelor care pot intra accidental sub tensiune.



Instalație de legare la pământ a locuinței sau a blocului trebuie să aibă o rezistență de trecere de cel mult 4 Ω.

Condensatorul ideal

- Se numește condensator, sistemul fizic format din două conductoare, numite armături, încărcate cu sarcini electrice egale și de semn contrar, între care se găsește un mediu dielectric, fără sarcini electrice și polarizație permanentă.



- Raportul dintre sarcina electrică de pe electrodul pozitiv și diferența de potențial (tensiunea electrică) dintre cele două armături, este o mărime pozitivă numită capacitatea electrică a condensatorului:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{U}$$

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{1C}{1V} = 1F; 1F = \frac{1C}{1V}$$

- Capacitatea electrică este o mărime caracteristică a condensatorului reprezentând un parametru global al acestuia; este determinată de mediul dielectric, de forma, poziția și dimensiunile armăturilor și nu depinde de stările câmpului electric.

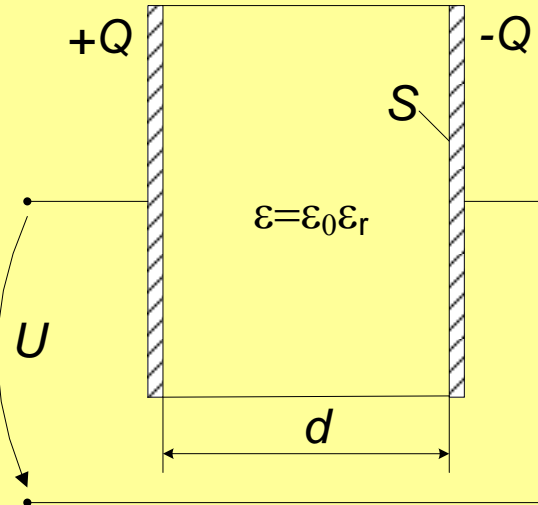
Michael Faraday (1791–1867), an English chemist and physicist, was probably the greatest experimentalist who ever lived.



The Burndy Library Collection
at The Huntington Library,
San Marino, California.

Born near London, Faraday realized his boyhood dream by working with the great chemist Sir Humphry Davy at the Royal Institution, where he worked for 54 years. He made several contributions in all areas of physical science and coined such words as electrolysis, anode, and cathode. His discovery of electromagnetic induction in 1831 was a major breakthrough in engineering because it provided a way of generating electricity. The electric motor and generator operate on this principle. The unit of capacitance, the farad, was named in his honor.

Condensatorul plan


$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$
$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

permitivitatea electrică a mediului

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi S 10^3} F/m$$

permitivitatea electrică a vidului

$$\epsilon_r$$

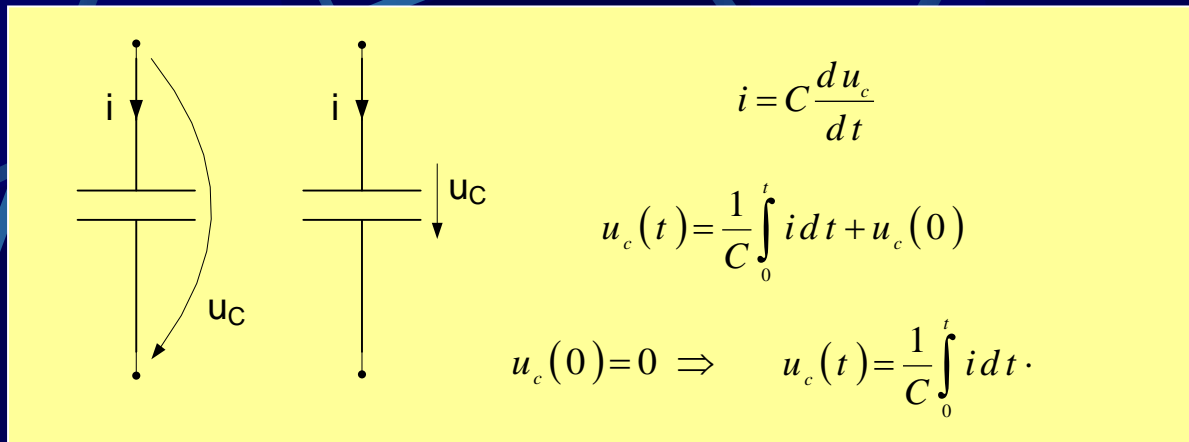
permitivitatea electrică a mediului

- Materialele ce se folosesc între armăturile condensatoarelor, caracterizate prin ϵ_r având scopul de a mări capacitatea electrică, se numesc **materiale izolatoare** sau **dielectrici**.
- În realitate materiale izolatoare folosite în industria electrotehnică nu sunt izolatori perfecți. Dielectricii reali posedă o anumită conductivitate electrică, datorită în principal prezenței ionilor proprii sau a impurităților pe care le conțin.

- Dacă tensiunea electrică aplicată, respectiv intensitatea câmpului electric depășesc anumite valori, în dielectric apare o descărcare electrică numită **străpungere**. Valoarea maximă a intensității câmpului electric ce se poate stabili în dielectric fără ca acesta să străpungă se numește **rigiditate dielectrică**, E_d .
- Tensiunea aplicată dielectricului la care are loc străpungerea acestuia se numește **tensiune de străpungere**. Ea constituie un parametru pentru condensatoarele comerciale și este dată de firma constructoare, alături de capacitatea condensatorului.

MATERIAL	E_d [KV/cm]	ϵ_r
Aer	30	1.0006
Ulei de trans.	80 – 150	2.1 – 2.4
Sticlă	100 – 400	4 – 14
Preșpan	120 – 180	3 – 5
Porțelan	150 – 200	5 – 6
Cauciuc	160 – 300	2.4 – 6
Polistiren	50 – 70	2.5
Rășină	20 - 70	2.5 - 8

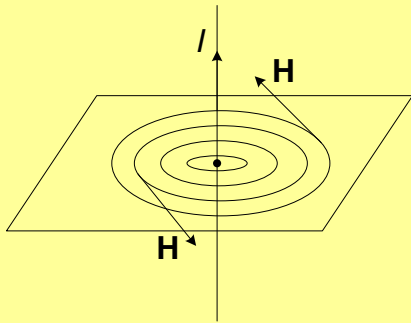
- Simbolul condensatorului în circuitele electrice este dat în figură:



- Condensatorul înmagazinează energie electrică prin intermediul câmpului electric ce se stabilește între armăturile sale.
- Energia înmagazinată de un condensator de capacitate C încărcat cu sarcina Q și tensiunea u_c este:

$$W_c = \frac{1}{2} Q u_c = \frac{1}{2} u_c^2 C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

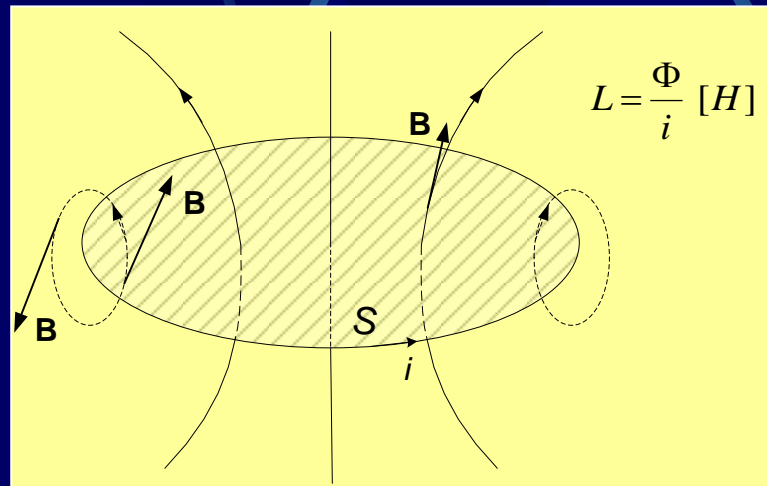
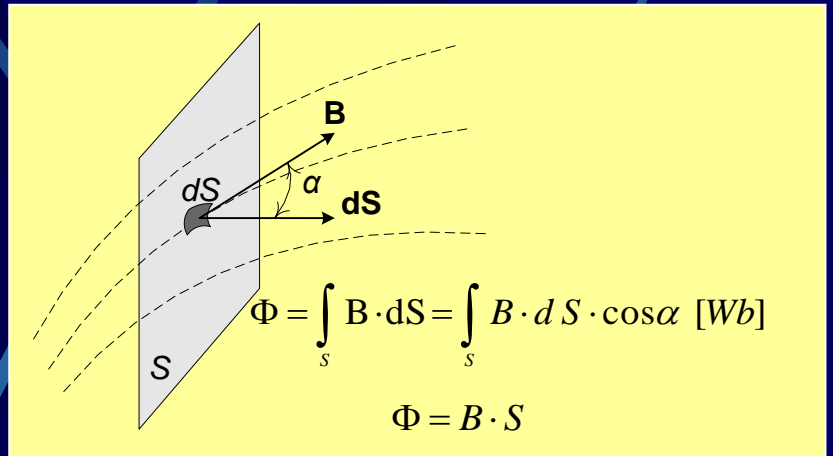
Câmpul magnetic



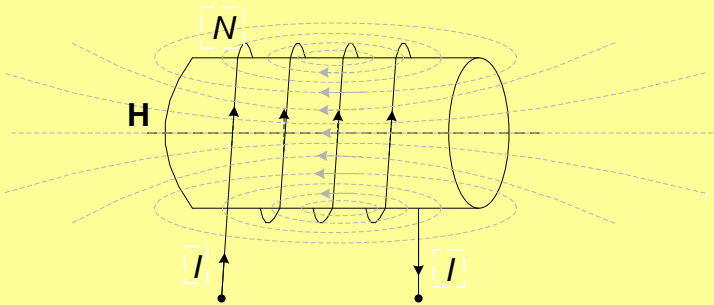
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$



Inductivitatea bobinei



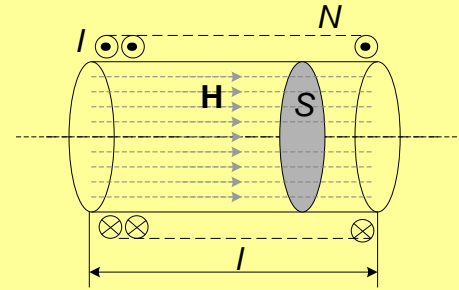
$$H = \frac{Ni}{l}$$

$$B = \mu H = \mu \frac{Ni}{l}$$

$$L = \frac{\Psi}{i}$$

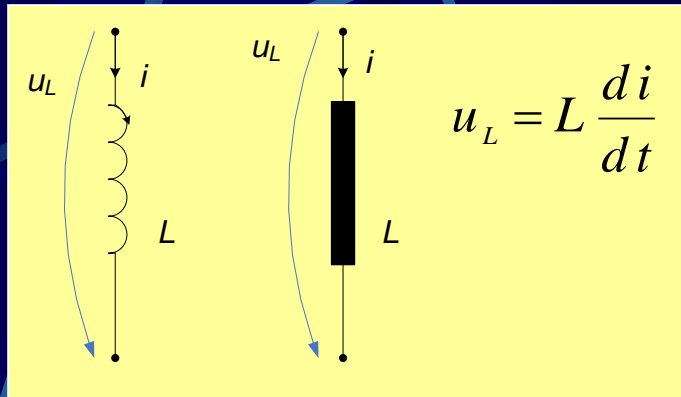
$$L = N \frac{\Phi}{i}$$

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l} = \mu \frac{N^2 S}{l}$$



Inductivitatea

- Bobina este un element ideal de circuit caracterizată prin inductivitatea L , având rolul de a înmagazina energie în câmpul magnetic din ea.



Efectul bobinei ar trebui identificat cu acela de a se opune variației vitezei de deplasare a sarcinilor electrice libere.

Practic rolul inductivității este acela de a se opune variației instantanee a curentului electric

- Tensiunea la bornele bobinei este proporțională cu viteza de variație a curentului:

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

- Factorul de proporționalitate L se numește **inductivitate**, și se măsoară în **henrys, H**.
- Tensiunea u_L reprezintă căderea de tensiune în direcția curentului și poate fi privită ca o tensiune care se opune creșterii curentului.
- Bobina (inductorul) este elementul fizic realizat pentru a produce o inductivitate.

Joseph Henry (1797–1878), an American physicist, discovered inductance and constructed an electric motor.



Born in Albany, New York, Henry graduated from Albany Academy and taught philosophy at Princeton University from 1832 to 1846. He was the first secretary of the Smithsonian Institution. He conducted several experiments on electromagnetism and developed powerful electromagnets that could lift objects weighing thousands of pounds. Interestingly, Joseph Henry discovered electromagnetic induction before Faraday but failed to publish his findings. The unit of inductance, the henry, was named after him.

- Dacă exprimăm curentul în funcție de tensiunea bobinei:

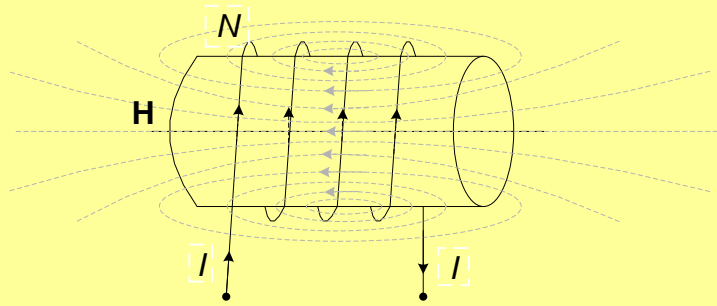
$$i = \frac{1}{L} \int u_L dt$$

- Puterea asociată cu efectul inductiv este:

$$p = u_L i = Li \frac{di}{dt} [W]$$

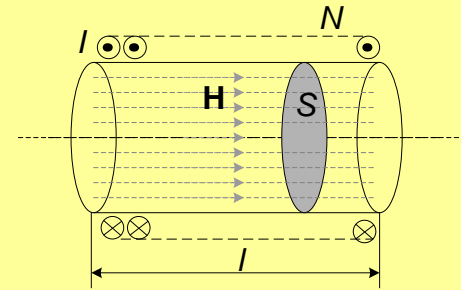
- Energia înmagazinată în câmpul magnetic al bobinei este:

$$W_C = \int p dt = \int Li \frac{di}{dt} dt = \int Li di = \frac{1}{2} Li^2 [J]$$

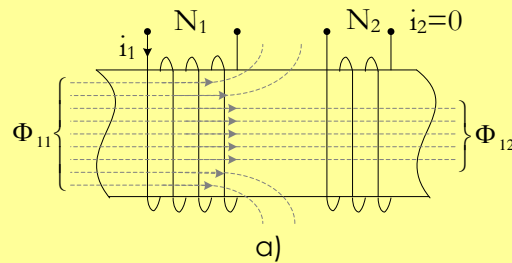


$$L = \frac{\Psi}{i}$$

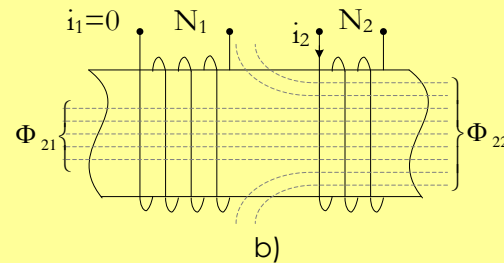
$$L = N \frac{\Phi}{i}$$



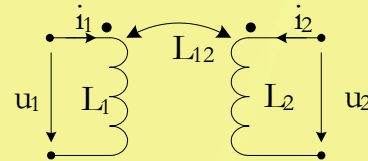
$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l} = \mu \frac{N^2 S}{l}$$



$$\Psi_1 = N_1 (\Phi_{11} + \Phi_{21}) = L_1 i_1 \pm L_{21} i_2$$

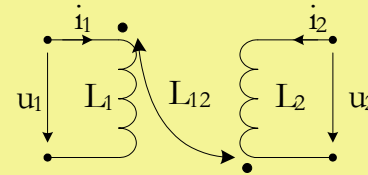


$$\Psi_2 = N_2 (\Phi_{22} + \Phi_{12}) = L_2 i_2 \pm L_{12} i_1$$



$$u_{L1} = \frac{d\Psi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{21} \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{L2} = \frac{d\Psi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt}$$

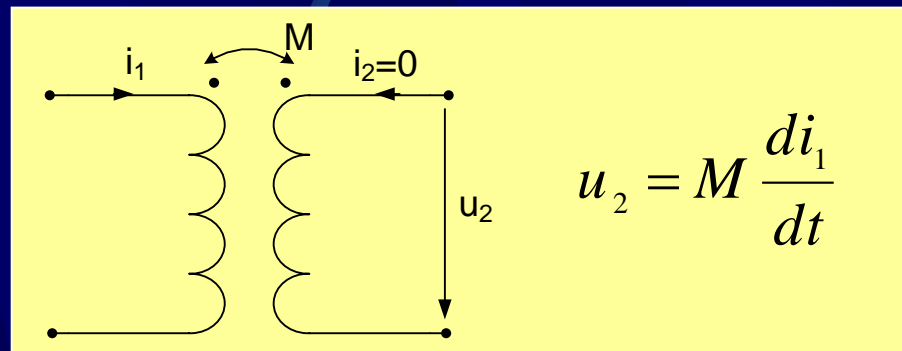


$$u_{L1} = \frac{d\Psi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} - L_{21} \frac{di_2}{dt}$$

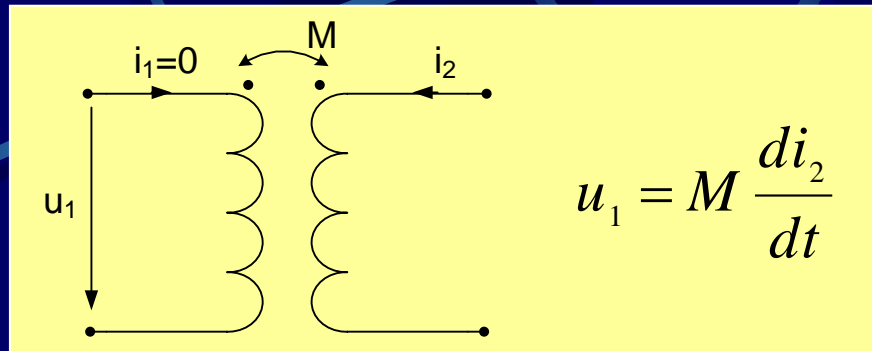
$$u_{L2} = \frac{d\Psi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} - L_{12} \frac{di_1}{dt}$$

Mutual inductance

- The self-inductance of the circuit is associated with the magnetic field linking the circuit. The self-inductance voltage may be thought of as the voltage induced in the circuit (in the coil) by a magnetic field produced by the circuit current.
- Since a magnetic field exists in the region around the current which produced it, there is also a possibility that a voltage may be introduced in other circuits linked by the field.
- Two circuits linked by the same magnetic field are said *to be coupled* to each other.
- The circuit element used to represent magnetic coupling is called *mutual inductance, M* . Like self-inductance, is measured in *henrys, H* .
- The volt-ampere relationship is one which gives the voltage induced in one circuit by a current in another. For the circuit below we have:



- A similar equation can, of course, be written giving a voltage u_1 induced by a current i_2 .

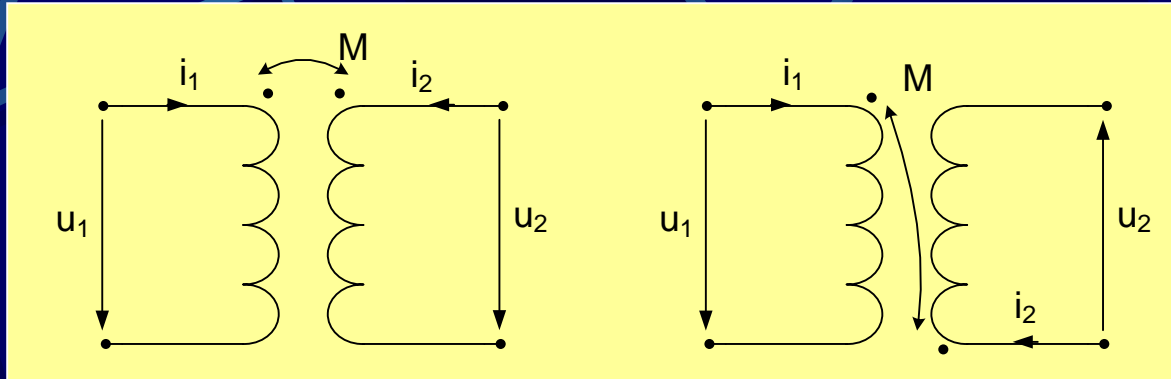


- The two dots, called *polarity markings*, are used to indicate the direction of the magnetic coupling between the two coils.
- If currents are present in both coupled circuits, voltage of self-inductance and mutual inductance are induced in each circuit (in each coil). We have the next convention:
 - if the currents direction through the polarity markings is the same, the coupling is considered positive;
 - If the currents have opposite direction through the polarity markings, the coupling is considered negative.
- Coupling between two closed circuits (coils) permits the transfer of energy between the circuits through the medium of the mutual magnetic field. This phenomenon is the basis on which all transformers operate.

- For a positive coupling, we have:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{L2} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$



- For a negative coupling, we have:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_{L2} = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

