Hópverkefni 1 (e. Group Assignment 1)

T-117-STR1, Strjál stærðfræði I, 2024-3

Reykjavik University - Department of Computer Science, Menntavegi 1, IS-101 Reykjavík, Iceland

Kennari: Harpa Guðjónsdóttir

harpagud@ru.is

Skilafrestur (e. Deadline): 03.09.2024

Hér er Hópverkefni 1. Skilafrestur er þriðjudaginn 3.september 2024 kl. 23:59*. Þetta eru ein af 3 hópa skilum. Þau gilda alls 15% af lokaeinkunn, en lægstu einkunn er sleppt. Hópverkefni skal vinna 2-3 saman í hóp.

Mjög mikilvægt er að nemendur noti þetta skjal, fylli inn sínar lausnir á viðeigandi staði og skili útfylltu skjali á Gradescope sem pdf. Bæði er leyfilegt að prenta út skjalið, fylla inn handvirkt og skanna það svo aftur inn (**eða** nota þetta LaTeX sniðmát og fylla inn í það). **Ekki verður farið yfir verkefni sem ekki nota þetta skjal (eða LaTeX sniðmátið), og fyrir slík verkefni fæst 0 í einkunn.**

*nemendur á Austurlandi skila miðvikudaginn 4.september 2024 kl.23:59 og skilafrestur þeirra í Canvas/Gradescope er stilltur miðað við það

English version:

("This is the first group assignment. The deadline is Tuesday, September 3rd, 2024, at 23:59*. Students hand in solutions on pdf on Gradescope. This is one of 3 group assignments. All in all, their weight is 15% of the final grade, but the lowest grade is dropped. Group assignments should be handed in by groups of 2-3 students.")

Students must use this document, fill in their solutions in the designated spaces, and return the completed document to Gradescope as a pdf. You are allowed to print the document, fill it in writing, and scan it, (**or** use this LaTeX template and fill it in). **Assignments solutions that do not use this document (or the LaTeX template) will not be reviewed and will receive a grade of 0.**

*Students in the east of Iceland hand in on Wednesday, September 4th, 2024, at 23:59, and their deadline is set in Canvas/Gradescope accordingly

Skiladæmi (e. Hand-in problems) :

Dæmi 1 (e. Problem 1) (14%)

Búið til sanntöflu fyrir samsettu yrðinguna $\neg(r \wedge \neg q) \to (p \vee \neg r)$. Sýnið öll milliskref í töflunni, og munið að fylla inn í hausinn á töflunni. Er yrðingin sísanna?

("Write the truth table for the proposition $\neg(r \wedge \neg q) \to (p \vee \neg r)$. Show all intermediate columns, and remember to fill in the head row. Is the proposition a tautology?")

Svar við Dæmi 1 (e. Answer to Problem 1)

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	r $\wedge \neg q$	$\neg(r \wedge \neg q)$	p $\vee \neg r$	$\neg(r \wedge \neg q) \to (p \vee \neg r)$
T	T	T	F	F	F	T	T	T
T	T	F	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F	T	F	F
F	T	F	F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	F	T	T	F	T	T	T

Er yrðingin sísanna? ("Is the proposition a tautology?") Nei yrðingin er ekki sísanna.

Dæmi 2 (e. Problem 2) (20%)

Sýnið að samsetta yrðingin $(\neg q \wedge (p \vee q)) \rightarrow p$ sé sísanna **án þess að nota sanntöfur**. Notið umskrift á formúlum eins og gert var í fyrirlestri 2.1 Rökfræðireglur og kvantarar. Gætið þess að nota **bara eina** grunnreglu í hverju skrefi og vitna í hana (reglurnar eru í töflum 6 og 7 á bls 29). Sama aðferð er notuð í sýnidæmum 6, 7 og 8 í kafla 1.3 í kennslubókinni. Í kennslubókinni er leyft að beita mörgum reglum í einu skrefi, en í þessu dæmi megið þið eingöngu beita einni reglu í einu og munið að vitna í regluna sem þið notið í hverju skrefi.

("Show that the conditional statement in $(\neg q \wedge (p \vee q)) \rightarrow p$ is a tautology **without using truth. tables**. Use the logical equivalences in tables 6 and 7 on page 29 to rewrite the formula as was done in lecture 2.1 Logic Rules and quantifiers, and as is done in Examples 6, 7 and 8 in section 1.3 of the book. In the book they sometimes use more than one rule at a time, but for this problem you must use **only one** logical equivalence in each step and refer to it.")

Svar við Dæmi 2 (e. Answer to Problem 2)

$(\neg q \wedge (p \vee q)) \rightarrow p$
$\neg p \rightarrow \neg(\neg q \wedge (p \vee q))$ By logical equivalence involving conditional statements
$\neg(\neg p) \vee \neg(\neg q \wedge (p \vee q))$ By logical equivalence involving conditional statements
$p \vee \neg(\neg q \wedge (p \vee q))$ By Double Negation Law
$p \vee (\neg(\neg q) \vee \neg(p \vee q))$ By De Morgan's law
$p \vee (q \vee \neg(p \vee q))$ By Double Negation Law
$p \vee (q \vee (\neg p \wedge \neg q))$ By De Morgan's Law
$p \vee ((q \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q))$ By Distributive Law
$p \vee ((q \vee \neg p) \wedge T)$ By Negation Law
$p \vee (q \vee \neg p)$ By Identity Law
$p \vee (\neg p \vee q)$ By Commutative Law
$(p \vee \neg p) \vee q$ By Associative Law
$T \vee q$ By Negation Law
T By Domination Law

Dæmi 3 (e. Problem 3) (8%+8%)

Skilgreining á NAND og NOR: Yrðingin p NAND q er sönn þegar annað hvort p eða q, eða báðar, eru ósannar; og yrðingin er ósönn þegar bæði p og q eru sannar. Yrðingin p NOR q er sönn þegar bæði p og q eru ósannar, og yrðingin er ósönn að öðru leyti. Yrðingarnar p NAND q og p NOR q eru táknaðir með $p|q$ og $p \downarrow q$, í þessari röð.

("**Definition of NAND and NOR:** The proposition p NAND q is true when either p or q, or both, are false; and it is false when both p and q are true. The proposition p NOR q is true when both p and q are false, and it is false otherwise. The propositions p NAND q and p NOR q are denoted by $p|q$ and $p \downarrow q$, respectively.")

a) Setjið upp sanntöflu fyrir rökvirkjann NAND. ("Construct a truth table for the logical operator NAND.")

b) Setjið upp sanntöflu fyrir rökvirkjann NOR. ("Construct a truth table for the logical operator NOR.")

Svör við Dæmi 3 (e. Answers to Problem 3)

a)

p	q	$p\|q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

b)

p	q	$p \downarrow q$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Dæmi 4 (e. Problem 4) (4%+4%+4%+4%)

Gefnar eru eftirfarandi opnar yrðingar: ("We have the following statements:")

> $I(x)$: einstaklingurinn x hefur staðist inntökupróf. ("the person x has passed an entrance exam.")
>
> $M(x)$ einstaklingurinn x er í tónlistarskóla. ("the person x studies at a music school.")
>
> $L(x, y)$ einstaklingurinn x hefur lokið námskeiðinu y. ("the person x has completed the course y.")

Ritið eftirfarandi staðhæfingar með því að nota eftir því sem við á allsherjarkvantara, tilvistarkvantara, rökfræðileg tákn og föllin $I(x)$, $M(x)$ og $L(x, y)$. ("Write the statements using these predicates, universal quantification, existential quantification, logical operators as well as $I(x)$, $M(x)$ and $L(x, y)$.")

a) Anna er í tónlistarskóla en Finnur er ekki í tónlistarskóla. ("Anna studies at a music school but Finnur does not study at a music school.")

b) Allir sem eru í tónlistarskóla hafa staðist inntökupróf. ("Everyone who studies at a music school has passed an entrance exam.")

Skrifið á mæltu máli eftirfarandi yrðingar: ("Express each of these by an English sentence:")

c) $\forall x \exists y (L(x, y))$

d $\exists y \forall x (\neg L(x, y))$

Svör við Dæmi 4 (e. Answers to Problem 4)

a) $M(Anna) \wedge \neg M(Finnur)$

b) $\forall x (M(x) \rightarrow I(x))$

c) Allir einstaklingar hafa lokið einhverju námskeiði.

d) Það er til námskeið sem engin hefur klárað.

Dæmi 5 (e. Problem 5) (4%+4%+4%+4%+4%)

Látum $I(x)$ vera yrðinguna "x er með nettengingu" og $C(x, y)$ vera yrðinguna "x og y hafa talað saman á netinu," þar sem mengi breytanna x og y eru allir nemendur í bekknum þínum. Ritið eftirfarandi staðhæfingar með því að nota eftir því sem við á allsherjarkvantara, tilvistarkvantara, rökfræðileg tákn og föllin $I(x)$ og $C(x, y)$

("Let $I(x)$ be the statement "x has an Internet connection" and $C(x, y)$ be the statement "x and y have chatted over the Internet," where the domain for the variables x and y consists of all students in your class. Write the statements using these predicates, universal quantification, existential quantification, logical operators as well a $I(x)$ and $C(x, y)$.

a) Jón er ekki með nettengingu. ("Jón does not have an Internet connection.")

b) Rúna hefur ekki talað við Sessu á netinu. ("Rúna has not chatted over the Internet with Sessa.")

c) Enginn í bekknum hefur talað við Bóas á netinu. ("No one in the class has chatted with Bóas over the internet.")

d) Allir nema einn nemandi í bekknum þínum er með nettengingu. ("Everyone except one student in your class has an Internet connection.")

e) Það eru að minnsta kosti tveir nemendur í bekknum sem hafa ekki talað við sömu manneskjuna í bekknum á netinu. ("There are at least two students in your class who have not chatted over the internet with the same person in your class.")

Svör við Dæmi 5 (e. Answers to Problem 5)

a) ¬I(Jón)

b) ¬C(Rúna, Sessu)

c) $\forall x$¬C(x, Bóas)

d) $\exists x(\neg I(x) \wedge \forall y(y \neq x \rightarrow I(y)))$

e) $\exists x \exists y((x \neq y) \wedge \exists z(\neg C(x, z) \wedge \neg C(y, z)))$

Dæmi 6 (e. Problem 6) (4%+4%+6%)

Endurskrifið eftirfarandi fullyrðingar þannig að neitunin birtist aðeins á yrðingarfalli (en ekki fyrir utan kvantara eða sviga). Takið einungis eitt skref í einu, og þegar þið notið rökfræðireglur vísið í þær.

("Rewrite each of these statements so that negations appear only within predicates (that is, so that no negation is outside a quantifier or an expression involving logical connectives). Take only one step at a time, and when you use the logical equivalence rules, refer to them.")

a) $\neg\forall y\forall x L(x,y)$

b) $\neg\exists x\forall y L(x,y)$

c) $\neg\exists y(M(y)\vee\forall x\neg L(x,y))$

Svör við Dæmi 6 (e. Answers to Problem 6)

a)

$\neg\forall y\forall x L(x,y)$
$\equiv \exists y\neg\forall x L(x,y)$ by De morgans law for quantifiers
$\equiv \exists y\exists x\neg L(x,y)$ by De morgans law for quantifiers

b)

$\neg\exists x\forall y L(x,y)$
$\equiv \forall x\neg\forall y L(x,y)$ by De morgans law for quantifiers
$\equiv \forall x\exists y\neg L(x,y)$ by De morgans law for quantifiers

c)

$\neg\exists y(M(y)\vee\forall x\neg L(x,y))$
$\equiv \forall y\neg(M(y)\vee\forall x\neg L(x,y))$ by De morgans law for quantifiers
$\equiv \forall y(\neg M(y)\wedge\neg\forall x\neg L(x,y))$ by De Morgans law
$\equiv \forall y(\neg M(y)\wedge\exists x\neg(\neg L(x,y)))$ by De morgans law for quantifiers
$\equiv \forall y(\neg M(y)\wedge\exists x L(x,y))$ by Double negation law.