

Группа _____ М3304 _____

К работе допущен _____

Студент _____ Гаджиев Саид _____

Работа выполнена _____ 1.12.2024 _____

Преподаватель _____ Шоев В.И. _____

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №4 (IBM.1)

Основы работы в системе IBM Quantum

1. Цель работы.

Освоение основных операций при составлении квантовых схем и их тестировании в симуляторе квантовых схем IBM Quantum. Разработка квантовых схем, состоящих из однокубитных вентилях и реализация с их помощью кубитов в состояниях с произвольными амплитудами вероятности каждого состояния.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Построить однокубитные квантовые цепи.
2. Зарегистрировать результаты моделирования цепей.
3. Сравнить данные моделей с теоретическими распределениями.

3. Объект исследования.

Квантовый компьютер, распределение вероятности однокубитных и многокубитных цепей.

4. Метод экспериментального исследования.

Внедрение вентилях в построение схем, проведение моделирований.

5. Выполнение упражнения №1:

1. Зарегистрируйтесь на сайте по адресу <https://quantum-computing.ibm.com/>
2. Перейдите в «IBM Quantum Composer» и соберите схему, состоящую из двух кубитов. Установите для одного кубита состояние $|0\rangle$, а для второго - состояние $|1\rangle$. Добавьте операцию измерения для обоих кубитов и выполните получившуюся схему в режиме симуляции:

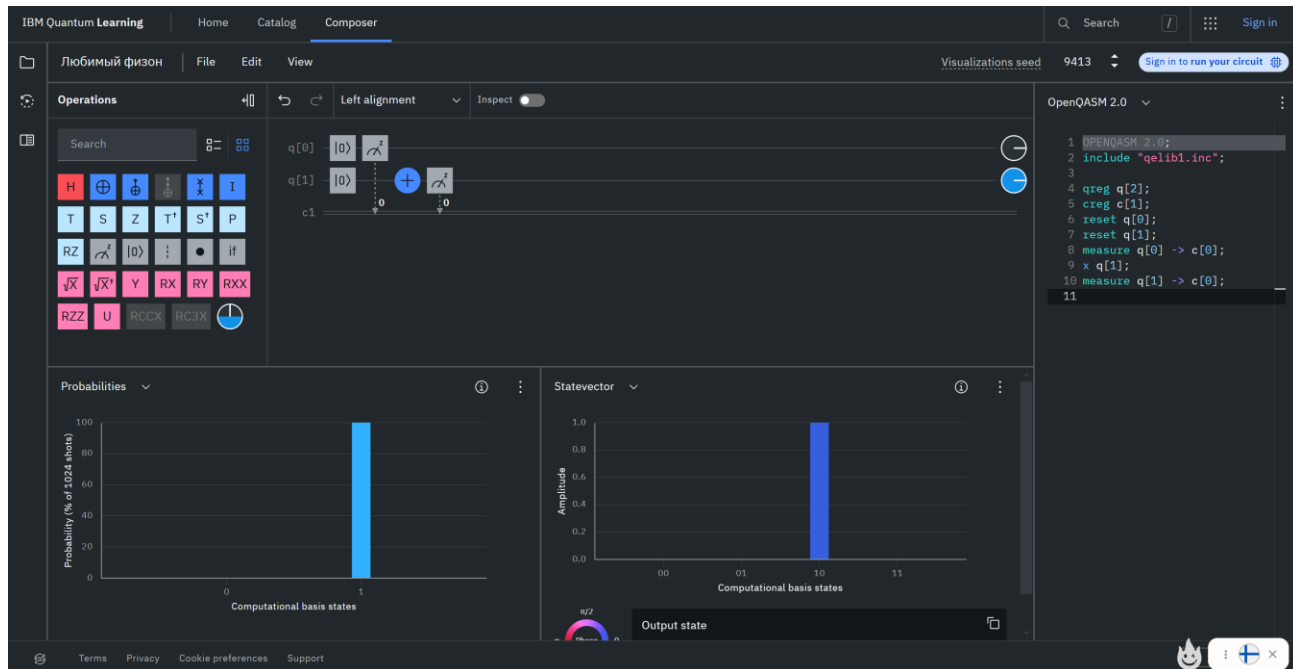


Кубит – это физический носителем квантовой информации. Это квантовая версия бита, и его квантовое состояние может быть записано в терминах двух уровней, помеченных $|0\rangle$ и $|1\rangle$, которые могут быть представлены в “вычислительном базисе” двумерными векторами

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Однокубитный квантовый вентиль — это унитарная матрица 2×2 матрица (матрицы унитарные, потому что квантовые вентили должны быть обратимыми и сохранять амплитуды вероятности). Квантовый вентиль – удобный способ описать эволюцию квантового состояния. Действие вентилля заключается в преобразовании начального состояния $|\psi\rangle$ в конечное $|\psi'\rangle = U|\psi\rangle$, где U представляют собой вентиль. Это просто

матрично-векторное умножение.



Задача 1 (два кубита):

	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
Shots	1024.0	1024.0	1024.0	1024.0
Frequency (quantity)	0.0	0.0	1024.0	0.0
Frequency (out of 1)	0.0	0.0	1.0	0.0

3. В «IBM Quantum Composer» создайте схему, состоящую из одного кубита. Приведите кубит в состояние суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Примените измеритель к кубиту. Для полученной схемы запустите симуляцию с числом выполнений 1, 2, 8, 32, 64, 128, 512, 1024, 8192. Сделайте выводы на основе получившихся результатов.

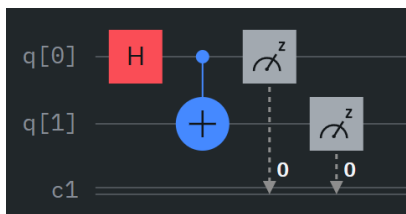
Суперпозиция — это взвешенная сумма или разность двух или более состояний; другими словами, это линейная комбинация.



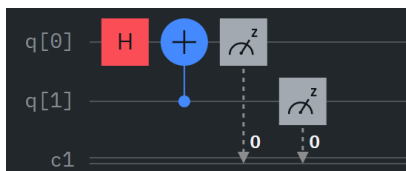
Task 2 (One qubit in superposition):					
	Shots	1> (quantity)	0> (quantity)	1> (out of 1)	0> (out of 1)
0	1	0	1	0.000000	1.000000
1	2	1	1	0.500000	0.500000
2	8	3	5	0.375000	0.625000
3	32	15	17	0.468750	0.531250
4	64	34	30	0.531250	0.468750
5	128	67	61	0.523438	0.476562
6	512	264	248	0.515625	0.484375
7	1024	505	519	0.493164	0.506836
8	8192	4057	4135	0.495239	0.504761

Из результатов симуляции видно, что теоретическая модель подтверждается. Оператор Адамара можно рассматривать как однокубитный аналог системы из двух кубитов в противоположных состояниях, где вероятность обоих состояний — $|0\rangle$ и $|1\rangle$ — равна. Результаты моделирования наглядно подтверждают этот факт.

4. Сравнить две схемы по вентилю CNOT.



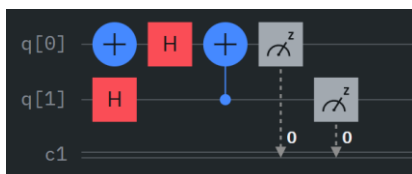
	Frequency	
Shots	$ 01\rangle$	$ 00\rangle$
1024	497	503



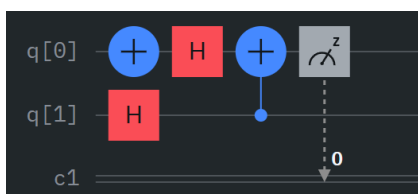
	Frequency	
Shots	$ 01\rangle$	$ 00\rangle$
1024	0	1024

При использовании первого кубита $q[0]$ в качестве управляющего, он может быть с равной вероятностью в состояниях $|0\rangle$ или $|1\rangle$. В этом случае состояние управляемого кубита $q[1]$ также будет с равной вероятностью находиться в $|0\rangle$ или $|1\rangle$. Если управляющим является $q[1]$, то это не оказывает влияния на состояние $q[0]$. Измерения для $q[0]$ уже проводились, и в данном случае нас интересует состояние второго кубита $q[1]$. Как упоминалось ранее, $q[1]$ может принимать как равновероятные (при выборе его в качестве управляемого), так и фиксированные (при выборе его в качестве управляющего) состояния.

5. Сравнить схемы на двух кубитах по оператору Адамара.

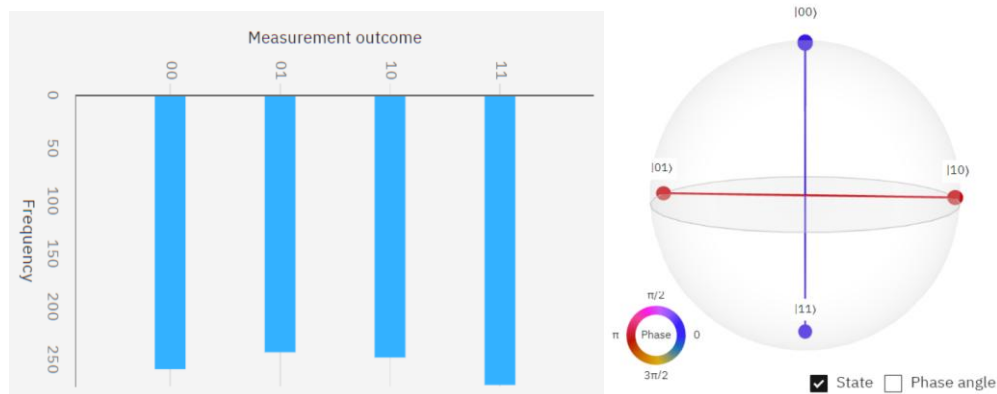


	Frequency	
Shots	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
1024	492	508

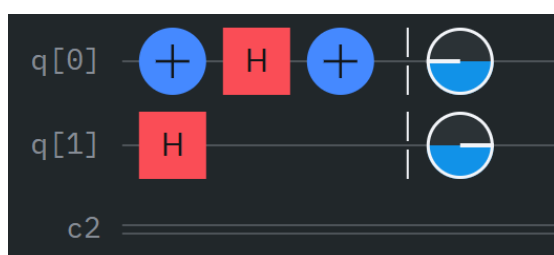
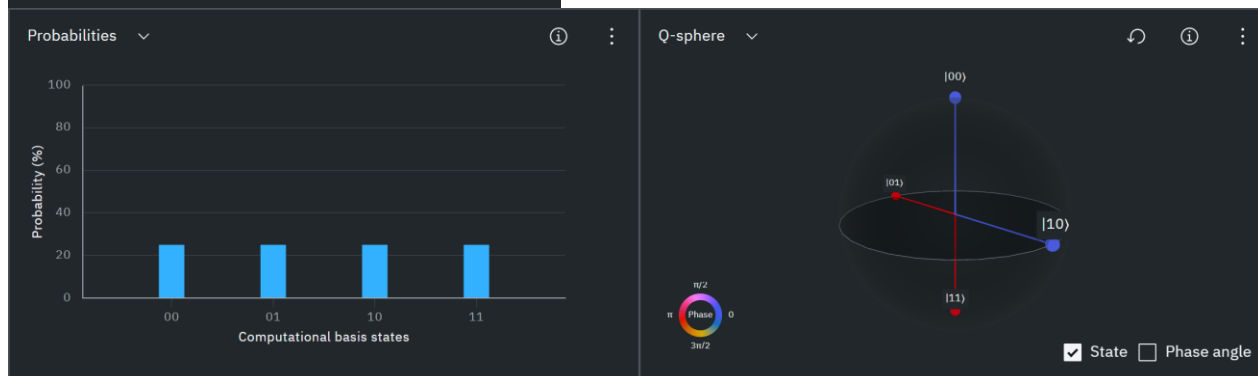
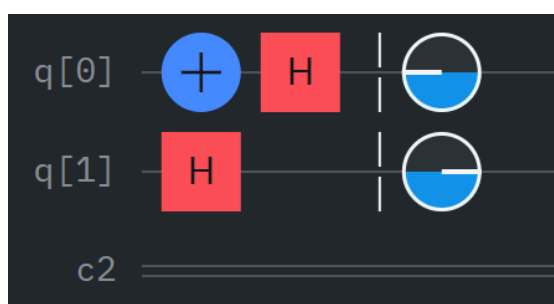


	Frequency	
Shots	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
1024	490	510

Возможно, стоило изменить схемы так, чтобы увеличить количество считывающих битов. Это позволило бы рассмотреть состояния каждого из кубитов в рамках одной схемы:



Уже теперь очевидно, что оба кубита с равной вероятностью могут находиться в состояниях $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Это подтверждают первые две таблицы, в которых представлены результаты измерений кубитов $q[0]$ и $q[1]$ соответственно. При желании, в схеме можно было бы обойтись без использования CNOT-вентилей: в этом случае состояния кубитов оказались бы ортогональными.

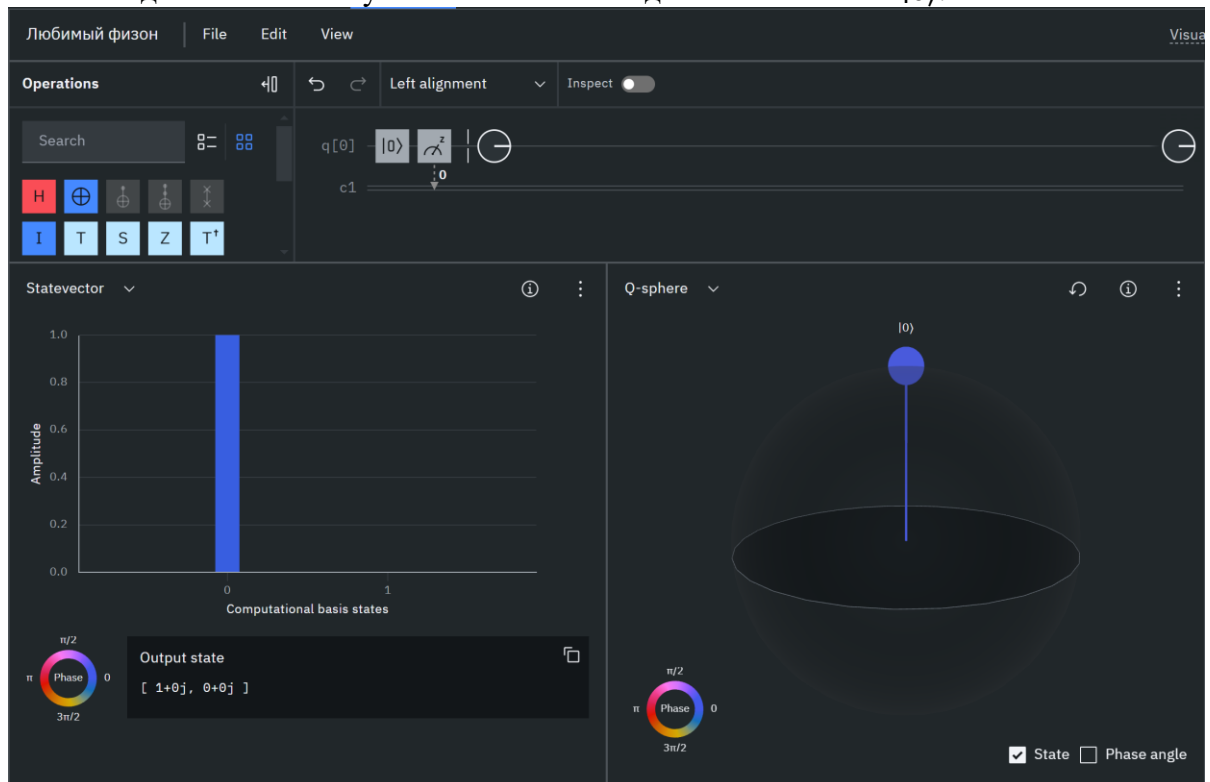




6. Создать схемы и проанализировать в Q-сфере

a) Кубит RESET + MEASUREMENT:

Не наблюдается ничего: кубит стабильно находится в состоянии $|0\rangle$.

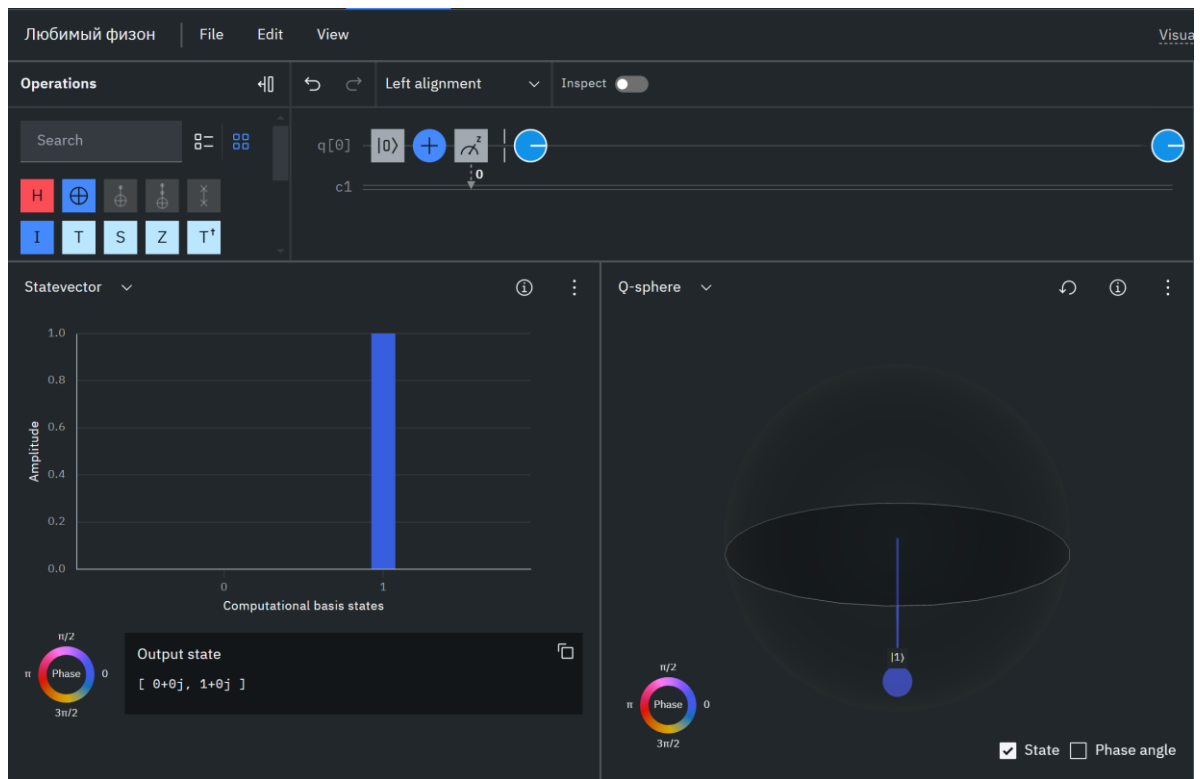


	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0	1024

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0	1

b) Кубит RESET + NOT + MEASUREMENT:

Не наблюдается ничего: кубит остается в состоянии $|1\rangle$ из-за действия X-вентиля.

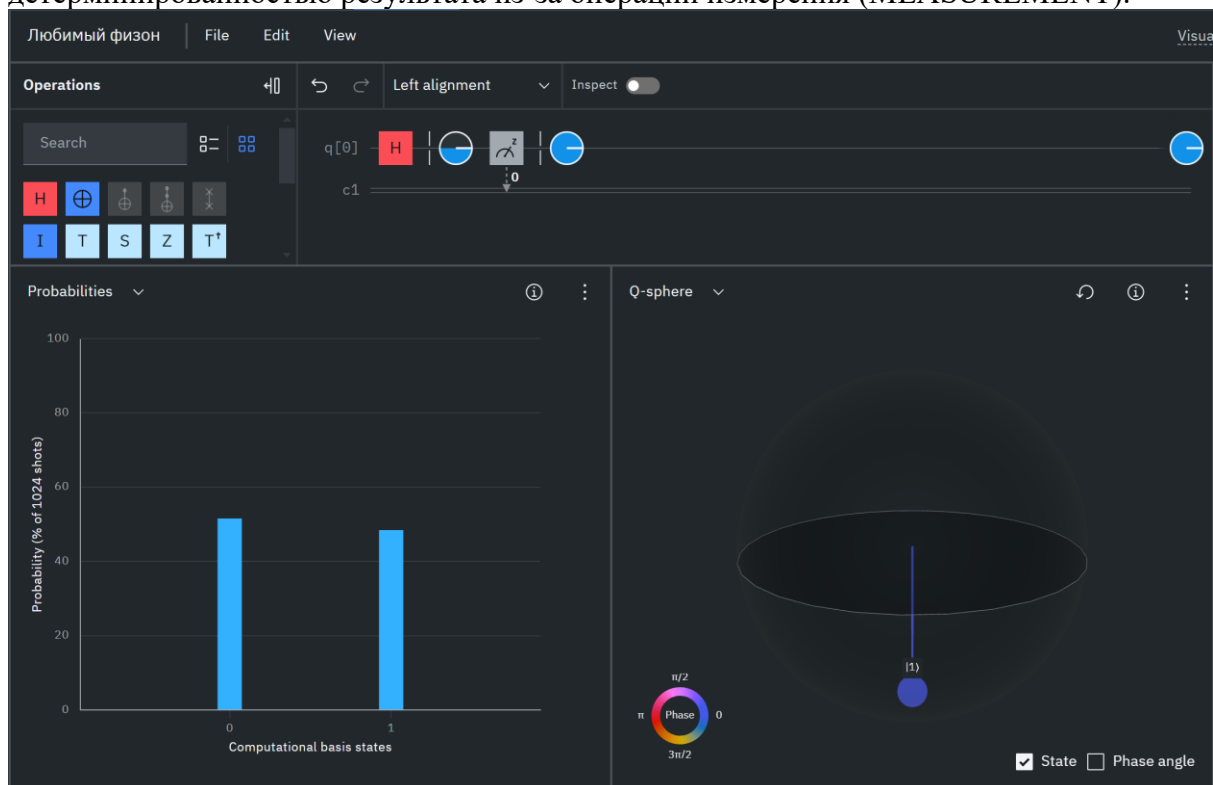


	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	1024	0

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	1	0

с) Кубит + оператор Адамара + MEASUREMENT:

Фиксируем почти равномерное распределение вероятностей между состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$. При этом на Q-сфере отображается только одно состояние, что связано с детерминированностью результата из-за операции измерения (MEASUREMENT).



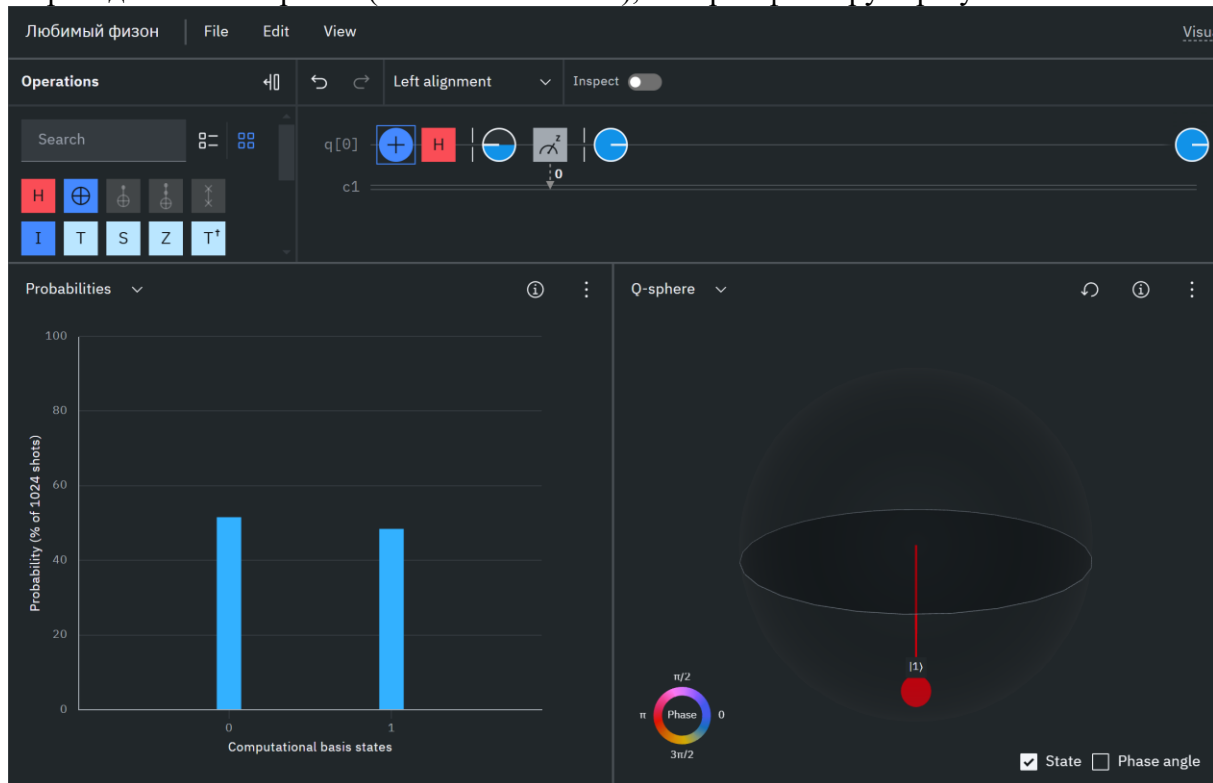
Результаты симуляции подтверждают равновероятное распределение между двумя состояниями:

	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	525	475

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0.53	0.48

d) Кубит + NOT + оператор Адамара + MEASUREMENT

Наблюдается почти равное распределение вероятностей между состояниями $|0\rangle$ и $|1\rangle$. На Q-сфере видно только одно состояние с противоположной фазой, что связано с проведением измерения (MEASUREMENT), которое фиксирует результат.



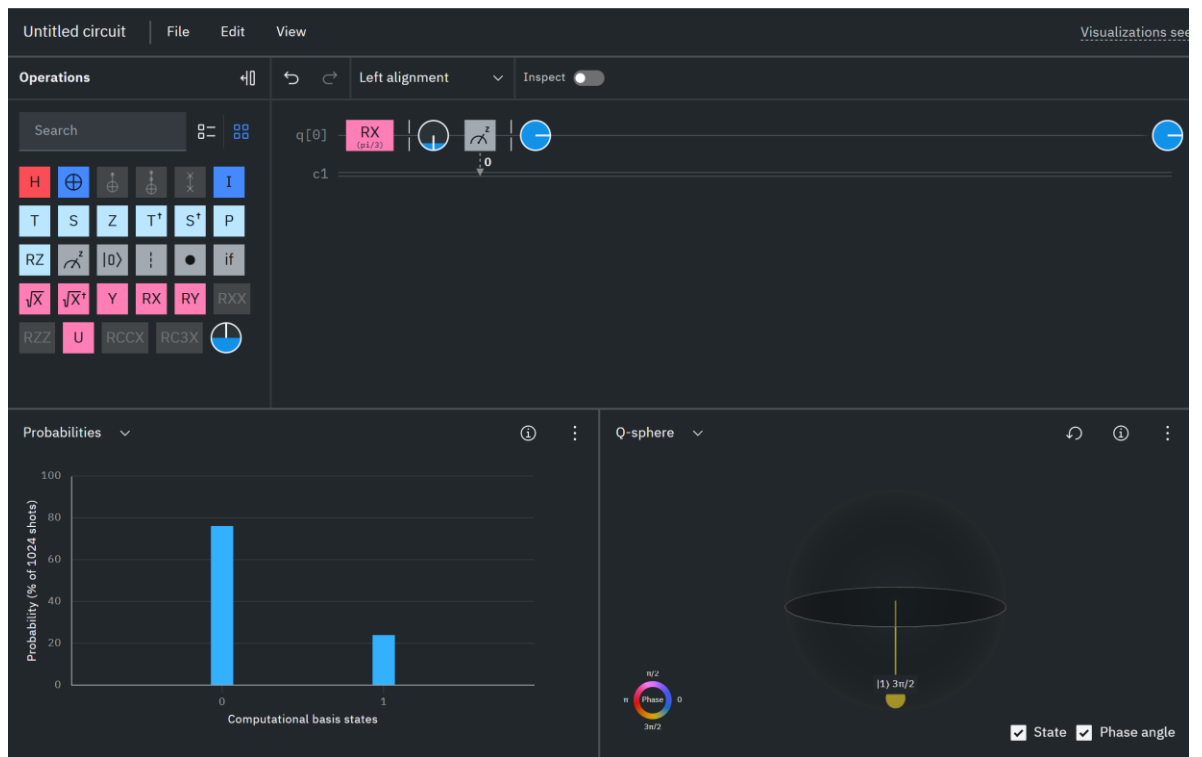
Результаты симуляции подтверждают равновероятное распределение между двумя состояниями:

	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	497	503

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0.49	0.50

e) Кубит + RX + MEASUREMENT

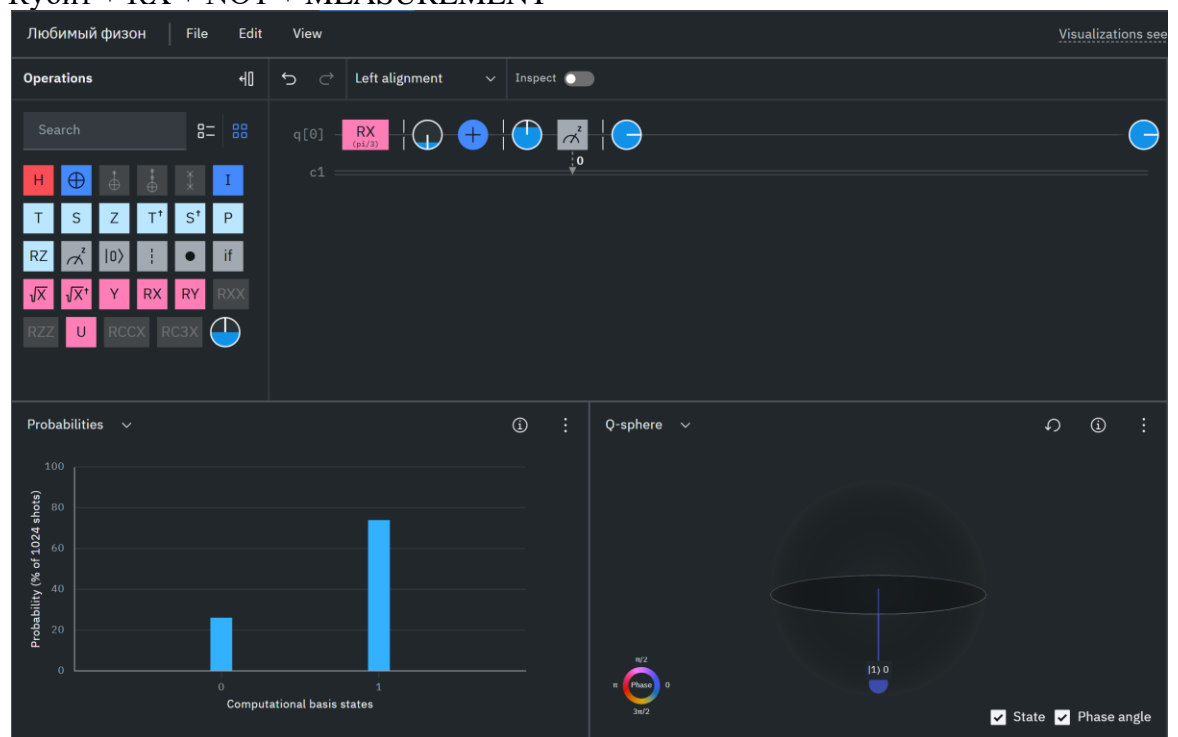
Вентиль RX используется для поворота состояния на Q-сфере вокруг оси X.



	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	259	765

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0.26	0.76

f) Кубит + RX + NOT + MEASUREMENT

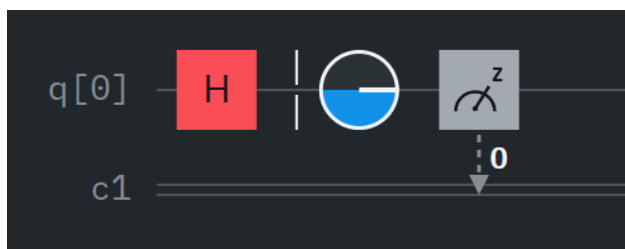


	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	776	225

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
1024	0.78	0.23

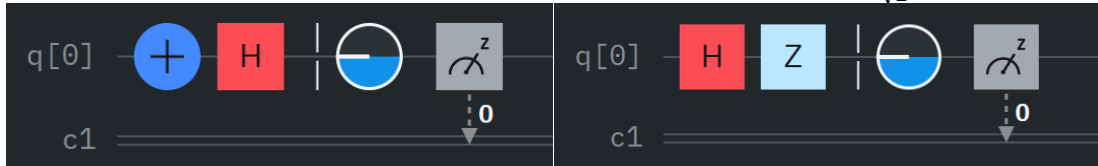
6. Выполнение упражнения №2:

1. Получите кубит в состоянии суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$



Frequency (quantity)		
Shots	1>	0>
1024	506	518
Frequency (out of 1)		
Shots	1>	0>
1024	0.4941	0.5058

2. Двумя способами получите кубит в состоянии суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$



Frequency (quantity)		
Shots	1>	0>
1024	499	525

Frequency (out of 1)		
Shots	1>	0>
1024	0.4873	0.5127

3. Получите кубит в состоянии суперпозиции $\frac{1}{\sqrt{2}}(-|0\rangle + |1\rangle)$



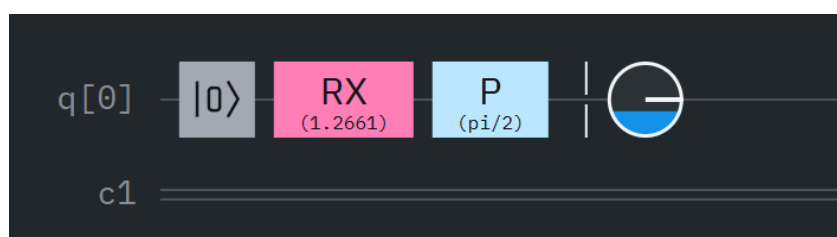
Frequency (quantity)		
Shots	1>	0>
1024	509	515

Frequency (out of 1)		
Shots	1>	0>
1024	0.4970	0.5029

Вариант №7 (из таблицы 1). Вероятность $|1\rangle = 35$. Вероятность $|0\rangle = 65$

4. С помощью вентиля RX создайте кубит в состоянии $(a|0\rangle + b|1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65}|0\rangle + \sqrt{0.35}|1\rangle)$$



Вентиль RX выполняет вращение кубита на угол θ вокруг оси X, начиная из состояния $|0\rangle$.

Для понимания работы вентиля важно изучить матрицу поворота, чтобы учесть её действие в общем случае:

$$\widehat{RX} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\hat{X}\right) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{X}$$

$$\widehat{RX} = \left(\left(\cos\frac{\theta}{2}; -i\sin\frac{\theta}{2}\right)^T; \left(-i\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2}\right)^T\right)$$

Таким образом, становится ясно, что для выполнения условий варианта следует выбрать угол:

$$\theta = 2 \arccos(\sqrt{0.65}) \approx 1.2661$$

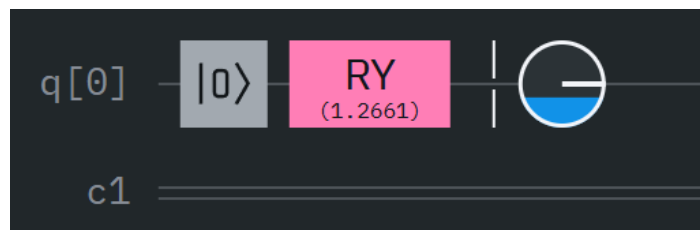
Также следует использовать квантиль $P(\frac{\pi}{2}) \equiv S$, чтобы скорректировать фазу φ .

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	696	1352

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3398	0.6602

5. С помощью однокубитного вентиля RY получите кубит в состоянии суперпозиции $(a|0\rangle + b|1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65}|0\rangle + \sqrt{0.35}|1\rangle)$$



Вентиль RY выполняет вращение кубита на угол θ относительно оси Y.

Для понимания работы вентиля важно изучить матрицу поворота, чтобы учесть её действие в общем случае:

$$\widehat{RY} = \exp\left(-i\frac{\theta}{2}\hat{Y}\right) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{Y}$$

$$\widehat{RY} = \left(\left(\cos\frac{\theta}{2}; \sin\frac{\theta}{2}\right)^T; \left(-\sin\frac{\theta}{2}; \cos\frac{\theta}{2}\right)^T\right)$$

Таким образом, становится ясно, что для выполнения условий варианта следует выбрать угол:

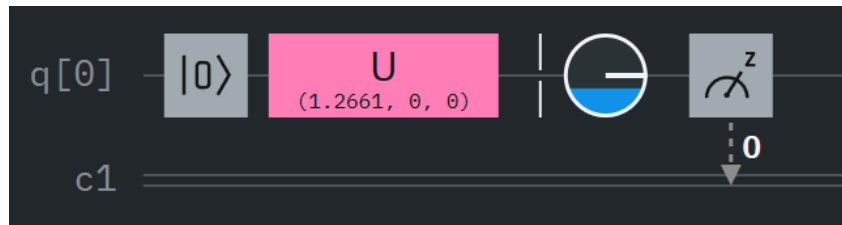
$$\theta = 2 \arccos(\sqrt{0.65}) \approx 1.2661$$

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	715	1333

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3491	0.6508

6. С помощью однокубитного вентиля U получите кубит в состоянии суперпозиции $(a|0\rangle + b|1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65}|0\rangle + \sqrt{0.35}|1\rangle)$$



Вентиль U выполняет вращение кубита на заданные углы (θ, ϕ, λ) , начиная с произвольного исходного состояния.

Для понимания работы вентиль важно изучить матрицу поворота, чтобы учесть её действие в общем случае:

$$\hat{U}\left(\theta, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = \hat{R}\hat{X}(\theta)$$

$$\hat{U}(\theta, 0, 0) = \hat{R}\hat{Y}(\theta)$$

$$\hat{U} = \left(\left(\cos \frac{\theta}{2}; e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \right)^T; \left(-e^{i\lambda} \sin \frac{\theta}{2}; e^{i(\phi+\lambda)} \cos \frac{\theta}{2} \right)^T \right)$$

Таким образом, становится ясно, что для выполнения условий варианта следует выбрать угол:

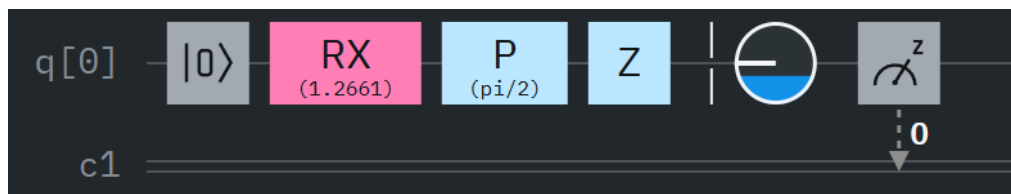
$$\theta = 2 \arccos(\sqrt{0.65}) \approx 1.2661$$

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	731	1317

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3569	0.6431

7. С помощью однокубитного вентиль RX получите кубит в состоянии суперпозиции $(a|0\rangle - b|1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65}|0\rangle - \sqrt{0.35}|1\rangle)$$



Чтобы получить состояние в зависимости от указанных значений, нужно применить оператор Паули, который преобразует состояние $|0\rangle$ в $|0\rangle$, а $|1\rangle$ в $-|1\rangle$.

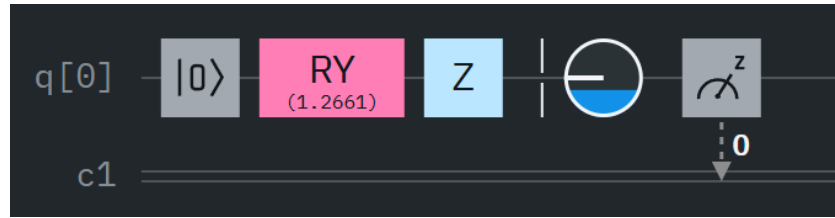
P-gate используется для компенсации фазы состояния $\cos \frac{1.2661}{2}|0\rangle + \sin \frac{1.2661}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}|1\rangle$.

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	727	1321

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3550	0.6450

8. С помощью однокубитного вентиль RY получите кубит в состоянии суперпозиции $(a|0\rangle - b|1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65} |0\rangle - \sqrt{0.35} |1\rangle)$$



	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	710	1338

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3467	0.6533

9. С помощью однокубитного вентиля U получите кубит в состоянии суперпозиции $(a | 0\rangle - b | 1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(-\sqrt{0.65} |0\rangle + \sqrt{0.35} |1\rangle)$$

Подробно разберем математический принцип построения. Ранее получили состояние $0.65|0\rangle + 0.35|1\rangle$. В текущем задании нужно определить последовательность квантовых гейтов, которая преобразует это состояние в суперпозицию $-0.65|0\rangle + 0.35|1\rangle$.

К сожалению, обратного гейта Z^{-1} , описываемого как $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ не существует в стандартной библиотеке.

Но мы можем составить такой вентиль самостоятельно, поскольку он эквивалентен комбинации XZX:

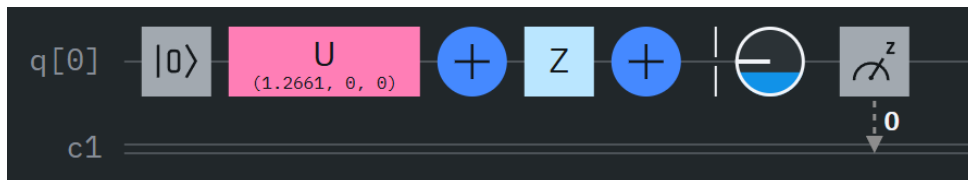
$$\hat{X}\hat{Z} = ((0; 1)^T; (1; 0)^T) \cdot ((1; 0)^T; (0; -1)^T) = ((0; 1)^T; (-1; 0)^T)$$

$$\hat{X}\hat{Z}\hat{X} = ((0; 1)^T; (-1; 0)^T) \cdot ((0; 1)^T; (1; 0)^T) = ((-1; 0)^T; (0; 1)^T) = Z^{-1}$$

Разберём то, как этот вентиль влияет на состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$:

$$Z^{-1} | 0\rangle = Z^{-1} \cdot (1; 0)^T = (-1; 0)^T \equiv - | 0\rangle$$

$$Z^{-1} | 1\rangle = Z^{-1} \cdot (0; 1)^T = (0; 1)^T \equiv | 1\rangle$$

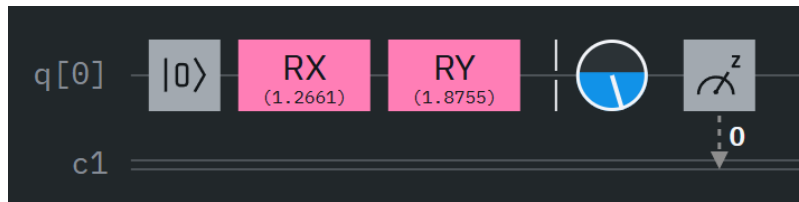


	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	687	1361

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3354	0.6645

10. С помощью вентиля поворота получите кубит в состоянии $(a | 0\rangle + b | 1\rangle)$. Вероятности реализации каждого состояния, приведены в таблице 1. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65} |0\rangle + \sqrt{0.35} |1\rangle)$$

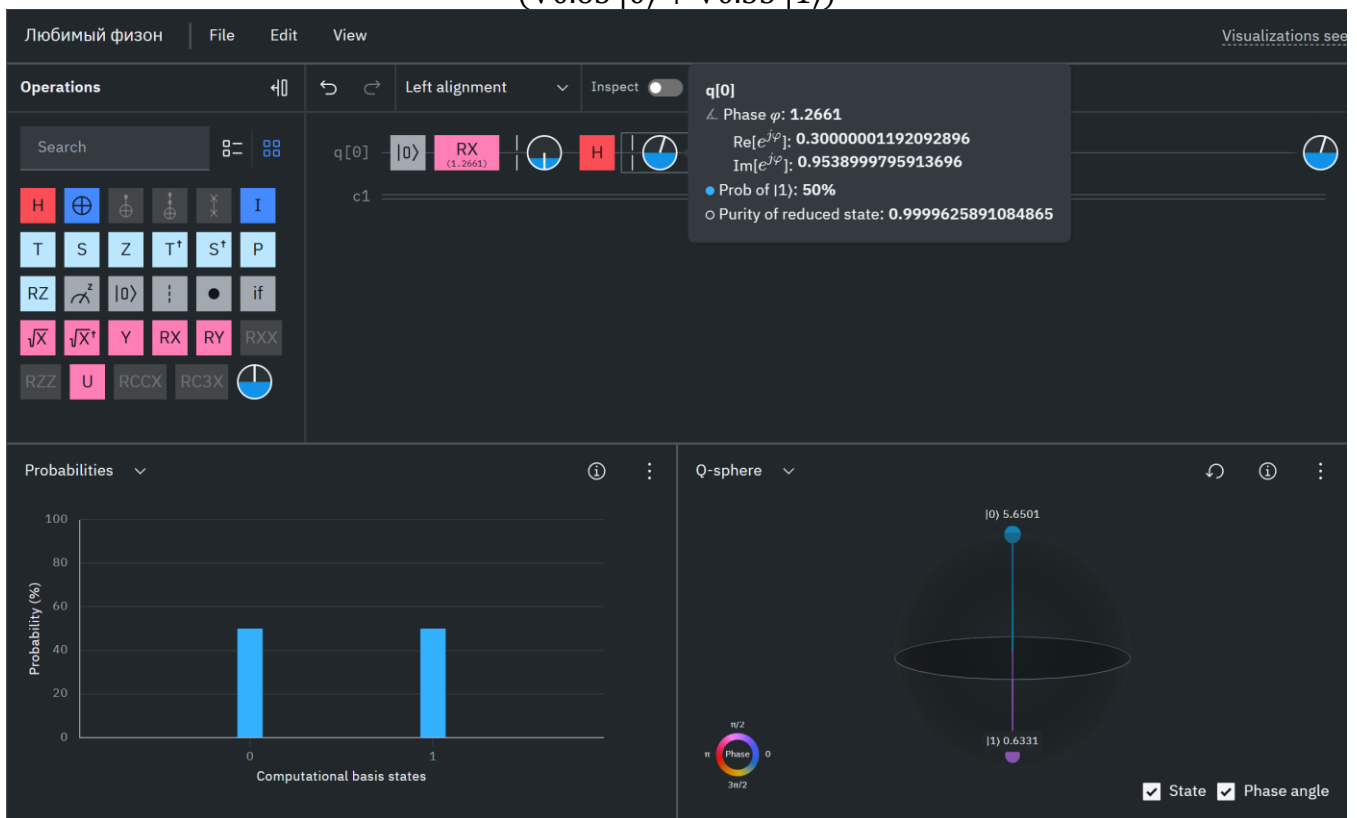


	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	1104	944

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.5391	0.4609

11. С помощью вентиля RX получите кубит в состоянии суперпозиции $(a |0\rangle + b |1\rangle)$ в соответствии с вариантом, представленном в таблице 1. Далее составьте 46 схему, представленную на рис. 20. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65} |0\rangle + \sqrt{0.35} |1\rangle)$$



Результаты напоминают вероятностное распределение суперпозиции, создаваемой оператором Адамара, где состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ равновероятны.

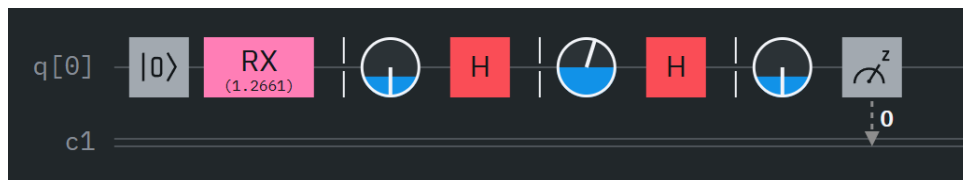
Но следует учитывать, что после поворота R_X остаётся фазовый сдвиг ϕ в зависимости от 1.2661.

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	1029	1019

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.5024	0.4976

12. С помощью вентиля R_x получите кубит в состоянии суперпозиции $a|0\rangle + b|1\rangle$. Вероятности реализации каждого состояния, приведены в таблице 1. Далее составьте схему, представленную на рис. 21. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

$$(\sqrt{0.65} |0\rangle + \sqrt{0.35} |1\rangle)$$



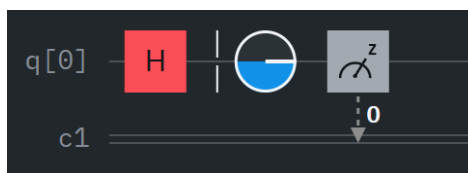
Последовательное двукратное применение оператора Адамара в схеме не изменяет результаты симуляции, поскольку оператор H является унитарным.

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	756	1292

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.3691	0.6308

13. Соберите квантовые схемы, показанные на рис. 22. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

a)

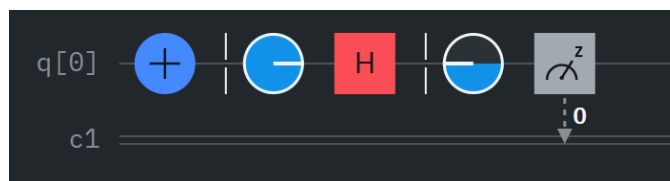


Поскольку вентиль H создаёт равномерную суперпозицию состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$, мы ожидаем, что частоты для $|0\rangle$ и $|1\rangle$ будут примерно одинаковыми, что будет отражать 50% вероятность для каждого состояния.

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	1008	1040

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.4922	0.5078

b)



Ожидаемое состояние после выполнения схемы:

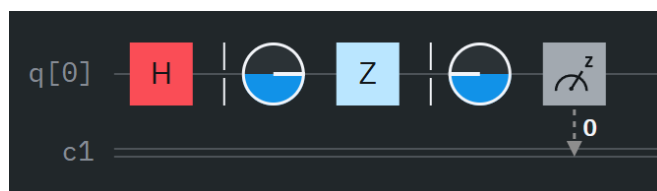
После применения X: Кубит будет находиться в состоянии $|1\rangle$.

После применения H: Кубит будет находиться в состоянии суперпозиции $\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$, т.е. вероятности для состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ будут равны $\frac{1}{2}$.

	Frequency (quantity)	
Shots	1>	0>
2048	1005	1043

	Frequency (out of 1)	
Shots	1>	0>
2048	0.4907	0.5092

c)



Вентиль H: применяется к кубиту, что переводит его в состояние суперпозиции $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$. Это означает, что вероятности для состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$ будут равны 50% после применения этого вентиля.

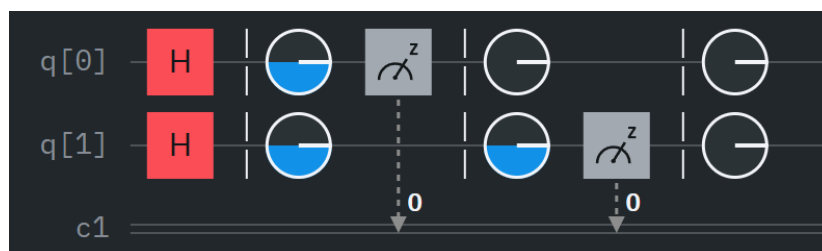
Вентиль Z: Этот вентиль изменяет фазу состояния $|1\rangle$ на -1 , но не влияет на состояние $|0\rangle$. Таким образом, состояние кубита остается суперпозицией $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$, но с фазой, добавленной к состоянию $|1\rangle$. В результате измерение все равно будет давать равные вероятности для состояний $|0\rangle$ и $|1\rangle$, так как фазовый сдвиг не изменяет вероятность измерений.

	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	1017	1031

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	0.4966	0.5034

14. Соберите квантовые схемы, показанные на рис. 23. Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

a)



Применение вентиля H:

- Первый кубит после применения вентиля H будет в состоянии $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$.
- Второй кубит также после применения вентиля H будет в состоянии $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$.
- Это приводит к тому, что система из двух кубитов находится в состоянии равномерной суперпозиции всех четырех возможных состояний: $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$, $|11\rangle$

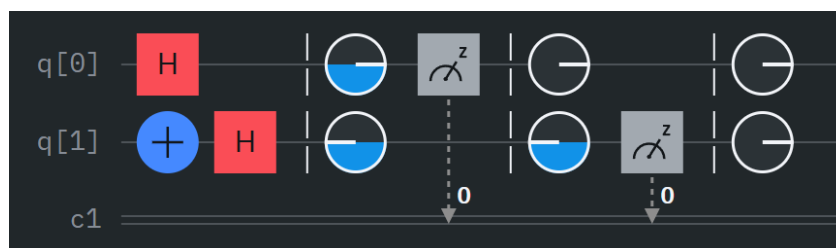
Измерение:

- Когда мы выполняем измерение на первом и втором кубите, мы получаем результат, который может быть любым из этих состояний с равными вероятностями.

	Frequency (quantity)			
Shots	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
2048	507	487	505	549

	Frequency (out of 1)			
Shots	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
2048	0.2475	0.2378	0.2466	0.2681

b)



	Frequency (quantity)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	1016	1036

	Frequency (out of 1)	
Shots	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$
2048	0.4961	0.5039

7. Вывод:

В ходе выполнения работы были освоены основные операции при составлении квантовых схем и проведении их моделирования в симуляторе квантовых схем IBM Quantum. Были разработаны квантовые схемы, состоящие из однокубитных вентилей, что позволило реализовать состояния кубитов с различными амплитудами вероятностей. Результаты моделирования однокубитных квантовых цепей были зарегистрированы и сопоставлены с теоретическими распределениями вероятностей. Сравнение показало соответствие экспериментальных данных теоретическим предположениям, что подтверждает правильность построения квантовых цепей и применения вентилей.

Таким образом, работа позволила приобрести практические навыки в создании и тестировании квантовых схем, а также углубить понимание распределения вероятностей в квантовых системах.