Błażej Sekular

Informatyka studia stacjonarne semestr 1

Nr albumu - 89226

Projekt i implementacja programu obliczającego całkę złożoną metodą trapezów

Spis treści

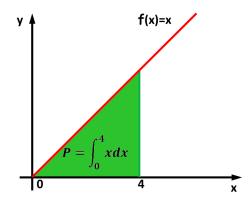
1. Sformułowanie zadania 2. Schematy blokowe 3. Kod programu 4. Opis działania oraz możliwości programu	2 7 9 13		
		5. Opis bibliotek oraz warunki działania programu	15
		6. Przykładowe działanie programu	17
		7. GitHub	22
8. Źródła	23		

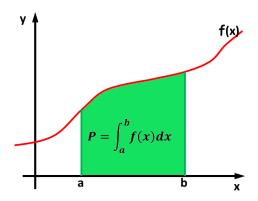
1. Sformułowanie zadania

Celem tego projektu jest implementacja programu umożliwiającego obliczanie wartości całek przy użyciu złożonej metody trapezów. Całki są fundamentalnym pojęciem w matematyce, reprezentując obszary pod krzywą funkcji. W tym kontekście, projekt skupia się na przybliżonym obliczaniu wartości całki określonej dla różnych funkcji za pomocą złożonej metody trapezów.

Całka oznaczona:

W matematyce całka oznaczona wyznacza miarę obszaru ograniczonego przez krzywą funkcji i osie współrzędnych. W praktyce, obliczanie dokładnej wartości całki może być trudne lub niemożliwe analitycznie dla wielu funkcji. Z tego powodu stosuje się różne metody przybliżone, takie jak złożona metoda trapezów, aby uzyskać numeryczne przybliżenie wartości całki.





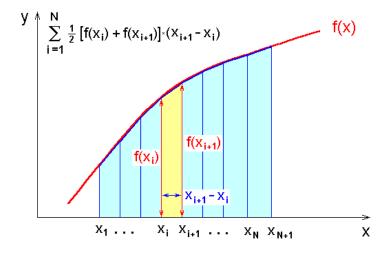
Wartość całki oznaczonej jest równa zielonemu polu pod funkcją

rys. 1. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. źródło: https://el.us.edu.pl/ekonofizyka/index.php/Ca%C5%82ka oznaczona i nieoznaczona

Złożona metoda trapezów:

Złożona metoda trapezów to prosty, numeryczny sposób przybliżania wartości całki oznaczonej. Polega na podziale obszaru pod krzywą funkcji na trapezy o równych podziałach, a następnie sumowaniu pól tych trapezów. Im więcej trapezów użyjemy, tym dokładniejsze będzie przybliżenie wartości całki.

W ramach tego projektu, zakłada się implementację programu umożliwiającego użytkownikowi wybór funkcji do całkowania, określenie przedziału oraz liczby trapezów. Program będzie używał złożonej metody trapezów do obliczania przybliżonej wartości całki i umożliwiał zapisywanie wyników do historii.



Pole pojedynczego "paska" (zob.: <u>całka oznaczona</u>) obliczamy jako pole trapezu:

- podstawy:

 f(x_i)
 f(x_{i+1})

 (wartości funkcji na brzegach "paska")
- wysokość:
 x_{i+1}-x_i
 (szerokość paska)

Sumujemy pola wszystkich "pasków".

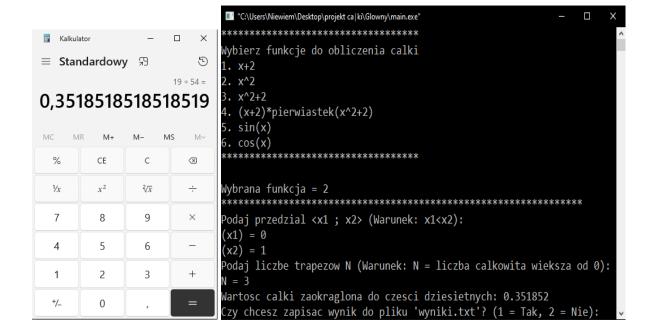
© marpaw 2000

rys. 2. Graficzne przedstawienie złożonej metody trapezów.. źródło: http://marpaw.elisa.pl/wsti/roznosci/calka/int-pp/int_t-1.htm

Porównanie wyniku obliczenia arytmetycznego całki z funkcji x^2 na przedziale <0,1> dla N = 3 złożoną metodą trapezów z wynikiem działania programu dla tych samych danych:

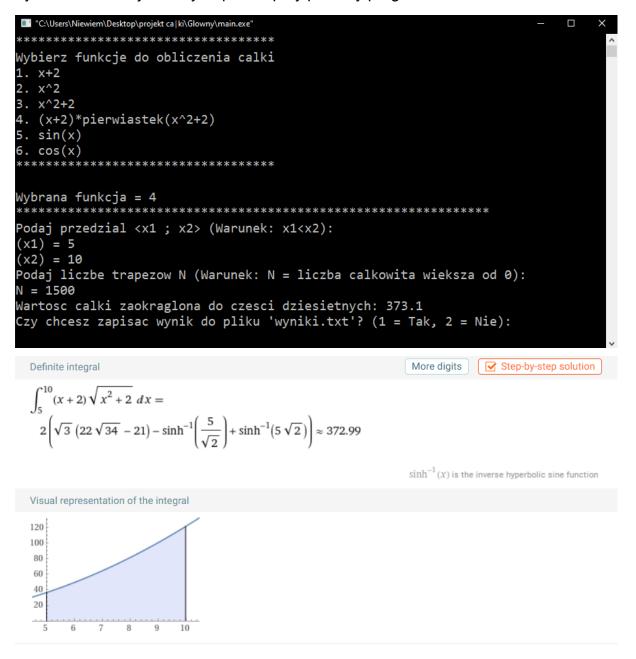
$$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} (f(x_i) + (f(x_{i+1})(x_{i+1} - x_i)) : \{ N = 3 ; f(x) = x^2; < xp, xk > = < 0, 1 > \}$$

$$= \frac{19}{54}$$



Otrzymany wynik z programu zgadza się z obliczoną arytmetycznie złożoną metodą trapezów całką na tym przedziale. Wynik programu wyświetla się z dokładnością do 6 miejsc po przecinku, ponieważ domyślnie strumień wyjściowy cout używa 6 miejsc dziesiętnych dla typu double.

Porównanie dokładnie obliczonych całek oznaczonych na danym przedziale z wynikami złożonej metody trapezów przy pomocy programu:

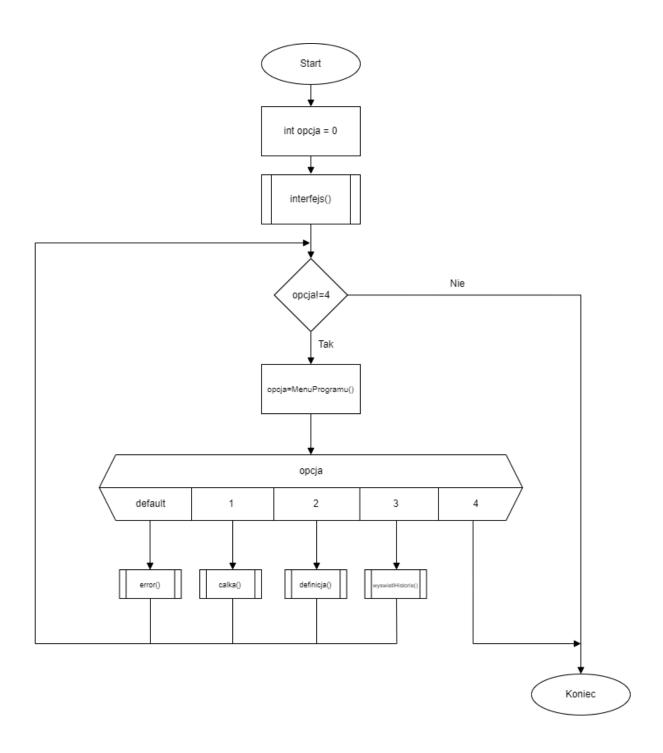


rys. 3. Względnie mała rozbieżność wyników będąca skutkiem dużej dokładności N źródło: https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581

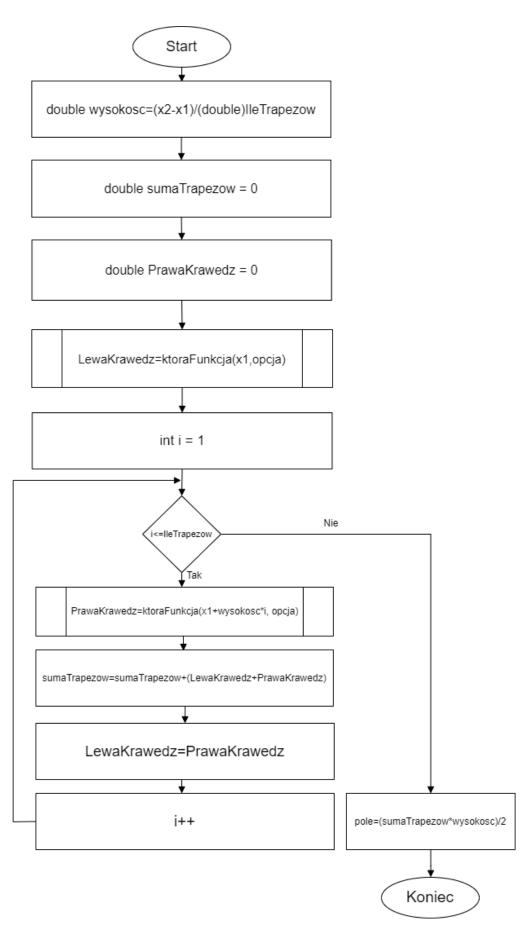
```
"C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\Glowny\main.exe"
                                                                                 ************
Wybierz funkcje do obliczenia calki
1. x+2
2. x^2
3. x^2+2
4. (x+2)*pierwiastek(x^2+2)
sin(x)
cos(x)
Wybrana funkcja = 1
Podaj przedzial <x1 ; x2> (Warunek: x1<x2):
(x1) = 1
(x2) = 5
Podaj liczbe trapezow N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):
Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: 20.6
Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie):
  Definite integral
                                                                     Step-by-step solution
  \int_{1}^{5} (x+2) dx = 20
  Visual representation of the integral
   6
```

rys. 4. Względnie duża rozbieżność wyników będąca skutkiem małej dokładności N źródło: https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581

2.Schematy blokowe



rys. 5. Schemat blokowy funkcji głównej



rys. 6. Schemat blokowy funkcji pole()

3.Kod programu

```
#include "program.cpp"
int main() {
  int opcja = 0;
  interfejs();
  while (opcja != 4) {
    opcja = MenuProgramu();
    switch (opcja) {
      case 1:
        calka();
        break;
      case 2:
        definicja();
        break;
      case 3:
        wyswietlHistorie();
        break;
      case 4:
        koniec();
        break;
      default:
        error();
        break;
 }
  return 0;
                                         Kod zawarty w pliku "main.cpp"
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <cstdlib>
using namespace std;
void wyczyscEkran()
  system("cls");
void interfejs()
  cout << "******** << endl;
  cout << "Program obliczajacy calke zlozona metoda trapezow" << endl;
void definicja()
cout << "Metoda trapezow daje dosc dokladne wyniki calkowania, ktore są tym precyzyjniejsze, im wieksza jest liczba N
trapezow, na ktore dzielimy przedzial nPolega ona na podzieleniu obszaru calkowanego na N trapezow (przedzialow), ktorych
pola na koncu sumuje sie."<<endl;
endl;
}
int error()
  cout << endl;
  cout << "Niepoprawna opcja" << endl;
  return 0;
int koniec()
  wyczyscEkran();
```

```
cout << "Zakonczono dzialanie programu." << endl;
  return 0;
int opcja()
{
  int opcja;
  cin >> opcja;
  return opcja;
int MenuProgramu()
{
  int opcja;
    cout << endl;
    cout << "Prosze o wybranie jednej opcji z ponizszej listy:" << endl;
    cout << "1 = Przejdz do opcji obliczania calki." << endl;
    cout << "2 = Wyswietl na czym polega metoda trapezow." << endl;
    cout << "3 = Wyswietl historie calkowanych funkcji." << endl;
    cout << "4 = Zakoncz program" << endl;
    cout << "*********
    cout << "Wybrana opcja = ";
    cin >> opcja;
  return opcja;
int wybierzCalke()
{
 cout << "Wybierz funkcje do obliczenia calki" << endl;
  cout << "1. x+2" << endl;
  cout << "2. x^2" << endl;
  cout << "3. x^2+2" << endl;
  cout << "4. (x+2)*pierwiastek(x^2+2)" << endl;
  cout << "5. sin(x)" << endl;
 cout << "Wybrana funkcja = ";
  cin >> opcja;
    if (opcja < 1 || opcja > 6)
      wyczyscEkran();
      cout << "\nNieprawidlowy wybor. Prosze podac poprawna opcje.\n" << endl;</pre>
      return wybierzCalke();
    }else
    return opcja;
void wyswietlHistorie()
  ifstream plik("wyniki.txt");
  if (plik.is_open())
    string linia;
    while (getline(plik, linia))
      cout << linia << endl;
    plik.close();
    } else
    cout << "Nie udalo sie otworzyc pliku 'wyniki.txt'." << endl;
double ktoraFunkcja(double x, int opcja)
  switch(opcja)
    case 1:
      return x + 2;
```

```
case 2:
       return pow(x, 2);
    case 3:
       return pow(x, 2) + 2;
    case 4:
       return (x+2)*sqrt(pow(x,2)+2);
    case 5:
       return sin(x);
    case 6:
      return cos(x);
    default:
       return 0;
}
  double pole(int opcja, int IleTrapezow, double x1, double x2)
  double wysokosc = (x2 - x1) / (double)lleTrapezow; //wys pojedynczego trapezu
  double sumaTrapezow = 0;
  double PrawaKrawedz = 0, LewaKrawedz = ktoraFunkcja(x1, opcja);
  int i = 0;
  while (i <= IleTrapezow)
    PrawaKrawedz = ktoraFunkcja(x1 + wysokosc*i, opcja);
    sumaTrapezow = sumaTrapezow + (LewaKrawedz + PrawaKrawedz);
    LewaKrawedz = PrawaKrawedz:
  return (sumaTrapezow*wysokosc)/2;
string nazwaWielomianu(int opcja)
  switch(opcja)
    case 1:
      return "x + 2";
    case 2:
       return "x^2";
    case 3:
       return "x^2 + 2";
    case 4:
       return "(x+2)*pierwiastek(x^2+2)";
    case 5:
       return "sin(x)";
    case 6:
       return "cos(x)";
    default:
       return "Nieznany wielomian";
}
void zapiszWynik(int opcja, int IleTrapezow, double x1, double x2, double wynik)
{
  ofstream file;
  file.open("wyniki.txt", ios_base::app);
                                        ****** << endl;
  file << "Wynik dla wielomianu " << opcja << ": " << nazwaWielomianu(opcja) << endl;
  file << "Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych:" << fixed << setprecision(1) << wynik << endl;
  file << "Przedzial <x1; x2>: [" << x1 << "; " << x2 << "]" << endl;
  file << "Dokladnosc(ilosc trapezow w calkowaniu): " << IleTrapezow << endl;
  file.close();
}
int calka()
{
  int opcja, opcja2, IleTrapezow;
  double x1, x2;
    wyczyscEkran();
    opcja = wybierzCalke();
    if (opcja > 0 && opcja < 10)
```

```
cout << "Podaj przedzial <x1; x2> (Warunek: x1<x2):" << endl;
      cout << "(x1) = ";
      cin >> x1;
      cout << "(x2) = ";
      cin >> x2;
      if (x1 >= x2)
        cout << "********* << endl;
        cout << "Podano nieprawidlowy przedzial." << endl;
        cout << "Czy chcesz wrocic do poczatku?" << endl;
        cout << "1 = Tak \t 2 = Nie." << endl;
        cin >> opcia2;
      } else {
        cout << "Podaj liczbę trapezów N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):" << endl ;
         cout << "N = ";
        cin >> IleTrapezow;
        if (IleTrapezow <= 0)
        {
           cout << "Podano nieprawidlowa wartosc trapezow." << endl;
           cout << "Wpisz prawidlowa wartosc." << endl;
           cout << "N = ";
          cin >> IleTrapezow;
        double wynik = pole(opcja, IleTrapezow, x1, x2);
        cout << "Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: " << fixed << setprecision(1) << wynik << endl;
        cout << "Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie): ";
        cin >> opcja2;
        if (opcja2 == 1)
        {
           zapiszWynik(opcja, IleTrapezow, x1, x2, wynik);
           cout << "Wynik zostal zapisany do pliku 'wyniki.txt'." << endl;
        cout << "Czy chcesz wrocic do poczatku?" << endl;
        cout << "1 = Tak \t 2 = Nie." << endl;
        cout << "Wybor = ";
        cin >> opcja2;
    } else {
      wyczyscEkran();
      cout << "Niepoprawny wybor. Wybierz ponownie poprawna opcje." << endl;
      cout << "Wybor = ";
      cin >> opcja;
  } while (opcja2 != 2);
  cout << "Wyniki zapisano do pliku 'wyniki.txt'." << endl;
  return 0;
}
```

Kod zawarty w pliku "program.cpp"

4. Opis działania oraz możliwości programu

Opis działania programu:

Program ma na celu obliczanie wartości całek przy użyciu złożonej metody trapezów dla różnych funkcji matematycznych. Użytkownik ma możliwość wyboru funkcji do całkowania, zdefiniowania przedziału oraz określenia dokładności poprzez podanie liczby trapezów.

Kroki działania:

Menu główne:

 Po uruchomieniu programu, użytkownik jest witany przez menu główne, gdzie może wybrać jedną z kilku opcji: obliczanie całki, wyświetlanie informacji o metodzie trapezów, przeglądanie historii obliczeń, oraz wyjście z programu.

Obliczanie całki:

 Po wyborze opcji obliczania całki, użytkownik ma możliwość wyboru jednej z kilku dostępnych funkcji matematycznych, takich jak wielomiany, funkcje trygonometryczne czy pierwiastki kwadratowe. Następnie określa przedział całkowania (<x1; x2>) oraz dokładność poprzez podanie liczby trapezów.

Wyświetlanie informacji o metodzie trapezów:

 Opcja ta umożliwia użytkownikowi zapoznanie się z zasadami działania złożonej metody trapezów. Wyjaśnione są podstawy metody oraz jej zastosowania.

Przegladanie historii obliczeń:

 Program umożliwia użytkownikowi przeglądanie historii wyników poprzednich obliczeń. Każde obliczenie jest zapisywane w pliku tekstowym wraz z informacjami o wybranej funkcji, przedziale, dokładności oraz wyniku.

Wyjście z programu:

 Użytkownik ma możliwość wyjścia z programu z pozycji menu w dowolnym momencie, co kończy działanie aplikacji.

Możliwości programu:

Obliczanie całek dla różnych funkcji:

 Program umożliwia obliczanie całek dla różnorodnych funkcji matematycznych, od prostych wielomianów po funkcje trygonometryczne i elementarne.

Dostosowanie przedziału i dokładności:

 Użytkownik może dostosować przedział całkowania oraz dokładność obliczeń, co pozwala na uzyskanie wyników o różnym stopniu precyzji.

Historia wyników:

 Każdy wynik obliczeń jest zapisywany w pliku, umożliwiając użytkownikowi przeglądanie historii poprzednich obliczeń. To przydatne narzędzie dla osób analizujących wyniki w różnych kontekstach.

Łatwy interfejs użytkownika:

 Program zapewnia prosty i intuicyjny interfejs użytkownika, co ułatwia korzystanie nawet osobom bez zaawansowanej wiedzy programistycznej czy matematycznej.

Edycja i rozbudowa:

 Program został napisany w sposób modularny, co umożliwia łatwą edycję i rozbudowę. Możliwe jest dodawanie nowych funkcji do całkowania bez konieczności głębokiej ingerencji w istniejący kod.

Program ten stanowi praktyczne narzędzie do szybkiego i skutecznego obliczania całek, jednocześnie dając użytkownikowi pewną elastyczność w dostosowywaniu parametrów obliczeń. Oferuje także historię obliczeń, co może być przydatne w analizie wyników w kontekście różnych zastosowań.

5. Opis bibliotek oraz warunki działania programu

Użyte biblioteki:

iostream:

 Biblioteka ta jest używana do obsługi strumieni wejścia/wyjścia, umożliwiając komunikację z użytkownikiem poprzez konsolę.

fstream:

 Służy do obsługi plików. Program korzysta z niej do zapisywania historii obliczeń do pliku tekstowego.

cmath:

 Biblioteka matematyczna, zapewniająca funkcje matematyczne takie jak pierwiastki, potęgi czy funkcje trygonometryczne, wykorzystywane do definiowania funkcji matematycznych używanych w obliczeniach.

iomanip:

 Umożliwia kontrolę formatowania wyjścia, co jest używane do precyzyjnego wyświetlania wyników z określoną dokładnością.

cstdlib:

 Wykorzystywana do funkcji system(), umożliwiającej czyszczenie konsoli w trakcie działania programu.

Warunki działania programu:

Typy wartości:

 Program zakłada, że wartości wprowadzane przez użytkownika są zgodne z oczekiwanymi typami (np. liczby zmiennoprzecinkowe dla przedziałów i dokładności).

Przedział całkowania:

Przedział <x1; x2> musi spełniać warunek x1 < x2, aby był poprawny.
 Wprowadzenie niepoprawnego przedziału skutkuje ostrzeżeniem i opcją powrotu do początku całkowania.

Liczba trapezów:

Precyzyjność wyniku całkowania jest określana przez liczbę trapezów.
 Ta wartość musi być liczbą całkowitą większą od zera. Wprowadzenie błędnej liczby trapezów skutkuje ostrzeżeniem i prośbą o ponowne wprowadzenie danych.

Dostępne funkcje matematyczne:

 Program oferuje wybór różnych funkcji matematycznych do całkowania. Numeracja funkcji jest przedstawiona w menu, a użytkownik powinien wprowadzić odpowiednią liczbę wyboru.

Historia wyników:

Historia wyników jest zapisywana do pliku tekstowego ("wyniki.txt").
 Program zakłada, że użytkownik ma odpowiednie uprawnienia do zapisu w lokalizacji, gdzie znajduje się plik.

Interakcja z użytkownikiem:

Program działa w interakcji z użytkownikiem poprzez konsolę.
 Użytkownik jest informowany o błędach i nieprawidłowych danych, a także o wynikach obliczeń.

Program zakłada, że użytkownik stosuje się do wyżej wymienionych warunków i wprowadza poprawne dane. Nieprawidłowe dane prowadzą do wyświetlenia komunikatu o błędzie i prośby o ponowne wprowadzenie danych. Program został zaprojektowany tak, aby być łatwo zrozumiałym i przyjaznym dla użytkownika, jednocześnie zapewniającym niezbędne kontrole błędów.

6. Przykładowe działanie programu

rys. 7. Ekran startowy programu

rys. 8. Wybór opcji 2 z menu startowego programu - podstawowe informacje o złożonej metodzie trapezów

rys.9. Wybór opcji 3 z menu startowego programu - wybieranie spośród wbudowanych funkcji do obliczania całek

```
"C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\Glowny\main.exe"
                                                                                                Wybierz funkcje do obliczenia calki
1. x+2
2. x^2
3. x^2+2

    (x+2)*pierwiastek(x^2+2)

sin(x)
cos(x)
Wybrana funkcja = 1
              *****************
Podaj przedzial <x1 ; x2> (Warunek: x1<x2):
(x1) = 5
(x2) = 10
Podaj liczbe trapezow N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):
N = 100
Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: 47.9
Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie): 1
Wynik zostal zapisany do pliku 'wyniki.txt'.
Czy chcesz wrocic do poczatku?
1 = Tak 2 = Nie.
Wybor =
```

rys. 10. Rezultat wyboru 1 - następnie podanie przedziału, potem dokładności a następnie wybór 1 - zapis do pliku

```
"C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\Glowny\main.exe"
Wybierz funkcje do obliczenia calki
1. x+2
2. x^2
3. x^2+2

    (x+2)*pierwiastek(x^2+2)

5. sin(x)
6. cos(x)
        ,
***********
Wybrana funkcja = 4
              *******************
Podaj przedzial <x1 ; x2> (Warunek: x1<x2):
(x1) = 1
(x2) = 20
Podaj liczbe trapezow N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):
Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: 3155.6
Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie): 2
Czy chcesz wrocic do poczatku?
1 = Tak
                2 = Nie.
Wybor =
```

rys. 11. Rezultat wyboru 4 - następnie podanie przedziału, potem dokładności a następnie wybór 2 - brak zapisu do pliku

```
"C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\Glowny\main.exe"
                                                                                                            Wybierz funkcje do obliczenia calki
1. x+2
2. x^2
3. x^2+2

    (x+2)*pierwiastek(x^2+2)

sin(x)
cos(x)
 *************
Wybrana funkcja = 6
Podaj przedzial <x1 ; x2> (Warunek: x1<x2):
(x1) = 3.5
(x2) = 4.5
Podaj liczbe trapezow N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):
N = 5
Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: -0.8
Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie): 2
Czy chcesz wrocic do poczatku?
                  2 = Nie.
1 = Tak
wybor =
```

rys. 12. Rezultat wyboru 6 - przykład wyniku z obliczeniem całki z wartością na minusie

```
"C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\Glowny\main.exe"
Wybierz funkcje do obliczenia calki
2. x^2
3. x^2+2
4. (x+2)*pierwiastek(x^2+2)
sin(x)
cos(x)
***********
Wybrana funkcja = 6
            ********************************
Podaj przedzial <x1 ; x2> (Warunek: x1<x2):
(x1) = 3.5
(x2) = 4.5
Podaj liczbe trapezow N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):
N = 5
Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: -0.8
Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie): 2
Czy chcesz wrocic do poczatku?
1 = Tak
              2 = Nie.
Wybor = 2
Wyniki zapisano do pliku 'wyniki.txt'.
***************
Prosze o wybranie jednej opcji z ponizszej listy:
1 = Przejdz do opcji obliczania calki.
2 = Wyswietl na czym polega metoda trapezow.
3 = Wyswietl historie calkowanych funkcji.
4 = Zakoncz program
Wybrana opcja =
```

rys. 13. Rezultat wyboru 2 w kontekście powrotu do początku wyboru funkcji - powrót do menu głównego

rys. 14. Wybór opcji 3 z menu startowego programu - wyświetlenie historii całkowanych funkcji

```
□ "C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\main.exe" — □ X
Zakonczono dzialanie programu.

Process returned 0 (0x0) execution time : 3.685 s
Press any key to continue.
```

rys. 15. Wybór opcji 4 z menu startowego programu - zakończenie działania programu

rys. 16. Przykład informacji zwrotnej w przypadku podania nieprawidłowego przedziału <x1;x2>

```
Tollogration | Collogration | Collo
```

rys. 17. Przykład informacji zwrotnej w przypadku podania nieprawidłowej wartości dokładności N

7. GitHub

W pracy nad projektem została użyta przeze mnie platforma GitHub - oferująca możliwość przetrzymywania danych projektu z możliwością dostępu do nich z każdego urządzenia o dowolnym czasie. Platforma ułatwia również monitorowanie zmian w kodzie oraz przechowywanie historii aktualizacji projektu, co pozwala na odtworzenie starszych wersji kodu oraz monitorowania na bieżąco postępów projektu.

8. Źródła

https://mirek.ii.uph.edu.pl/programowanie

https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581

https://blog.etrapez.pl/wyklady/calki-oznaczone-2/calki-oznaczone-definicja/

https://pl.wikipedia.org/wiki/Ca%C5%82kowanie numeryczne

https://el.us.edu.pl/ekonofizyka/index.php/Ca%C5%82ka_oznaczona_i_nieoznaczona_ona

http://marpaw.elisa.pl/wsti/roznosci/calka/int-pp/int_t-1.htm

Jerzy Grębosz -Symfonia c++ standard tom 1, Wydawnictwo "EDITION 2000", rok 2006.