### Błażej Sekular

Informatyka studia stacjonarne semestr 1

Nr albumu - 89226

# Projekt i implementacja programu obliczającego całkę złożoną metodą trapezów

# Spis treści

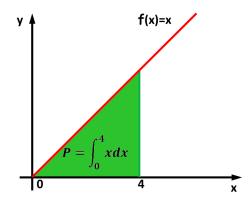
1. Sformułowanie zadania	2
2. Opis działania oraz możliwości programu	4
3. Opis bibliotek oraz warunki działania programu	6
4. Schematy blokowe	8
5. Przykładowe działanie programu	10
6. Sprawdzenie poprawności obliczeń	15
7. GitHub	17
8. Cały kod programu	18
9. Źródła	24

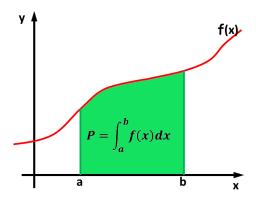
## 1. Sformułowanie zadania

Celem tego projektu jest implementacja programu umożliwiającego obliczanie wartości całek przy użyciu metody trapezów. Całki są fundamentalnym pojęciem w matematyce, reprezentując obszary pod krzywą funkcji. W tym kontekście, projekt skupia się na przybliżonym obliczaniu wartości całki określonej dla różnych funkcji za pomocą metody trapezów.

#### Całka określona:

W matematyce całka określona oznacza miarę obszaru ograniczonego przez krzywą funkcji i osie współrzędnych. W praktyce, obliczanie dokładnej wartości całki może być trudne lub niemożliwe analitycznie dla wielu funkcji. Z tego powodu stosuje się różne metody przybliżone, takie jak metoda trapezów, aby uzyskać numeryczne przybliżenie wartości całki.





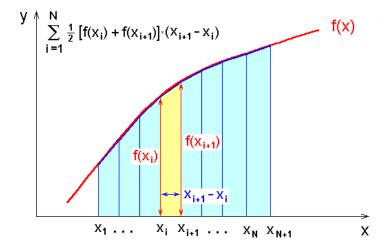
Wartość całki oznaczonej jest równa zielonemu polu pod funkcją

rys. 1. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej. źródło: https://el.us.edu.pl/ekonofizyka/index.php/Ca%C5%82ka oznaczona i nieoznaczona

#### Metoda trapezów:

Metoda trapezów to prosty, numeryczny sposób przybliżania wartości całki określonej. Polega na podziale obszaru pod krzywą funkcji na trapezy o równych podziałach, a następnie sumowaniu pól tych trapezów. Im więcej trapezów użyjemy, tym dokładniejsze będzie przybliżenie wartości całki.

W ramach tego projektu, zakłada się implementację programu umożliwiającego użytkownikowi wybór funkcji do całkowania, określenie przedziału oraz dokładności (liczby trapezów). Program będzie używał metody trapezów do obliczania przybliżonej wartości całki i umożliwiał zapisywanie wyników do historii.



Pole pojedynczego "paska" (zob.: <u>całka oznaczona</u>) obliczamy jako pole trapezu:

- podstawy:

   f(x<sub>i</sub>)
   f(x<sub>i+1</sub>)

   (wartości funkcji na brzegach "paska")
- wysokość:
   x<sub>i+1</sub>-x<sub>i</sub>
   (szerokość paska)

Sumujemy pola wszystkich "pasków".

© marpaw 2000

rys. 2. Graficzne przedstawienie metody trapezów.. źródło: http://marpaw.elisa.pl/wsti/roznosci/calka/int-pp/int\_t-1.htm

## 2. Opis działania oraz możliwości programu

#### Opis działania programu:

Program ma na celu obliczanie wartości całek przy użyciu metody trapezów dla różnych funkcji matematycznych. Użytkownik ma możliwość wyboru funkcji do całkowania, zdefiniowania przedziału oraz określenia dokładności poprzez podanie liczby trapezów.

#### Kroki działania:

#### Menu główne:

• Po uruchomieniu programu, użytkownik jest witany przez menu główne, gdzie może wybrać jedną z kilku opcji: obliczanie całki, wyświetlanie informacji o metodzie trapezów, przeglądanie historii obliczeń, oraz wyjście z programu.

#### Obliczanie całki:

 Po wyborze opcji obliczania całki, użytkownik ma możliwość wyboru jednej z kilku dostępnych funkcji matematycznych, takich jak wielomiany, funkcje trygonometryczne czy pierwiastki kwadratowe. Następnie określa przedział całkowania (<x1; x2>) oraz dokładność poprzez podanie liczby trapezów.

#### Wyświetlanie informacji o metodzie trapezów:

 Opcja ta umożliwia użytkownikowi zapoznanie się z zasadami działania metody trapezów. Wyjaśnione są podstawy metody oraz jej zastosowania.

#### Przegladanie historii obliczeń:

 Program umożliwia użytkownikowi przeglądanie historii wyników poprzednich obliczeń. Każde obliczenie jest zapisywane w pliku tekstowym wraz z informacjami o wybranej funkcji, przedziale, dokładności oraz wyniku.

#### Wyjście z programu:

 Użytkownik ma możliwość wyjścia z programu w dowolnym momencie, co kończy działanie aplikacji.

#### Możliwości programu:

#### Obliczanie całek dla różnych funkcji:

 Program umożliwia obliczanie całek dla różnorodnych funkcji matematycznych, od prostych wielomianów po funkcje trygonometryczne i elementarne.

#### Dostosowanie przedziału i dokładności:

 Użytkownik może dostosować przedział całkowania oraz dokładność obliczeń, co pozwala na uzyskanie wyników o różnym stopniu precyzji.

#### Historia wyników:

 Każdy wynik obliczeń jest zapisywany w pliku, umożliwiając użytkownikowi przeglądanie historii poprzednich obliczeń. To przydatne narzędzie dla osób analizujących wyniki w różnych kontekstach.

#### Łatwy interfejs użytkownika:

 Program zapewnia prosty i intuicyjny interfejs użytkownika, co ułatwia korzystanie nawet osobom bez zaawansowanej wiedzy programistycznej czy matematycznej.

#### Edycja i rozbudowa:

 Program został napisany w sposób modularny, co umożliwia łatwą edycję i rozbudowę. Możliwe jest dodawanie nowych funkcji do całkowania bez konieczności głębokiej ingerencji w istniejący kod.

Program ten stanowi praktyczne narzędzie do szybkiego i skutecznego obliczania całek, jednocześnie dając użytkownikowi pewną elastyczność w dostosowywaniu parametrów obliczeń. Oferuje także historię obliczeń, co może być przydatne w analizie wyników w kontekście różnych zastosowań.

## 3. Opis bibliotek oraz warunki działania programu

#### Użyte biblioteki:

#### iostream:

 Biblioteka ta jest używana do obsługi strumieni wejścia/wyjścia, umożliwiając komunikację z użytkownikiem poprzez konsolę.

#### fstream:

 Służy do obsługi plików. Program korzysta z niej do zapisywania historii obliczeń do pliku tekstowego.

#### cmath:

 Biblioteka matematyczna, zapewniająca funkcje matematyczne takie jak pierwiastki, potęgi czy funkcje trygonometryczne, wykorzystywane do definiowania funkcji matematycznych używanych w obliczeniach.

#### iomanip:

 Umożliwia kontrolę formatowania wyjścia, co jest używane do precyzyjnego wyświetlania wyników z określoną dokładnością.

#### cstdlib:

 Wykorzystywana do funkcji system(), umożliwiającej czyszczenie konsoli w trakcie działania programu.

#### Warunki działania programu:

#### Typy wartości:

 Program zakłada, że wartości wprowadzane przez użytkownika są zgodne z oczekiwanymi typami (np. liczby zmiennoprzecinkowe dla przedziałów i dokładności).

#### Przedział całkowania:

Przedział <x1; x2> musi spełniać warunek x1 < x2, aby był poprawny.</li>
 Wprowadzenie niepoprawnego przedziału skutkuje ostrzeżeniem i prośbą o ponowne wprowadzenie danych.

#### Liczba trapezów:

 Dokładność całkowania jest określana przez liczbę trapezów. Ta wartość musi być liczbą całkowitą większą od zera. Wprowadzenie błędnej liczby trapezów skutkuje ostrzeżeniem i prośbą o ponowne wprowadzenie danych.

#### Dostępne funkcje matematyczne:

 Program oferuje wybór różnych funkcji matematycznych do całkowania. Numeracja funkcji jest przedstawiona w menu, a użytkownik powinien wprowadzić odpowiednią liczbę wyboru.

#### Historia wyników:

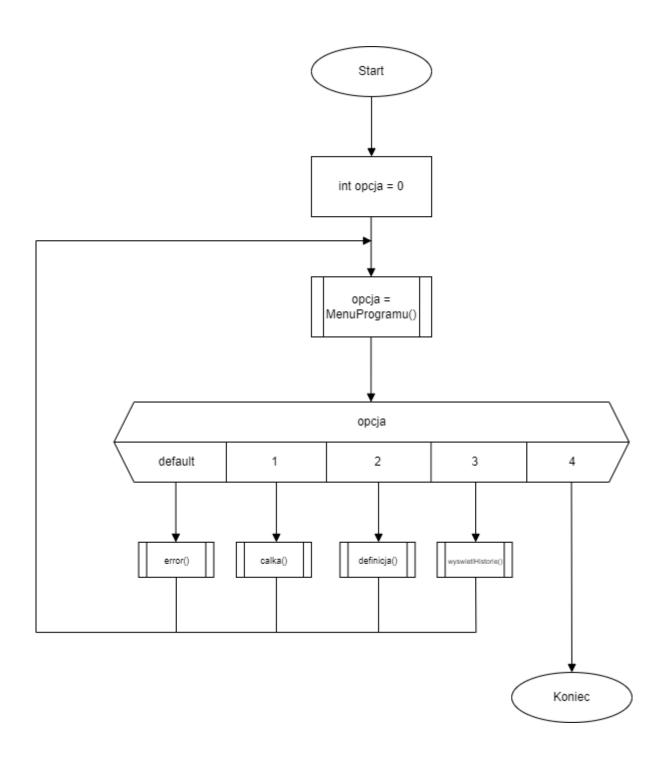
Historia wyników jest zapisywana do pliku tekstowego ("wyniki.txt").
 Program zakłada, że użytkownik ma odpowiednie uprawnienia do zapisu w lokalizacji, gdzie znajduje się plik.

#### Interakcja z użytkownikiem:

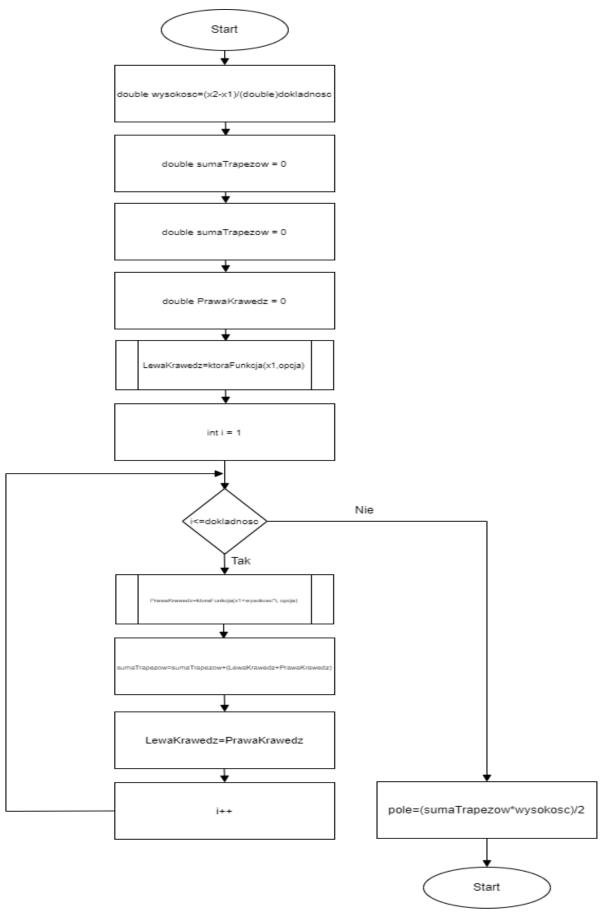
Program działa w interakcji z użytkownikiem poprzez konsolę.
 Użytkownik jest informowany o błędach i nieprawidłowych danych, a także o wynikach obliczeń.

Program zakłada, że użytkownik stosuje się do wyżej wymienionych warunków i wprowadza poprawne dane. Nieprawidłowe dane prowadzą do wyświetlenia komunikatu o błędzie i prośby o ponowne wprowadzenie danych. Program został zaprojektowany tak, aby być łatwo zrozumiałym i przyjaznym dla użytkownika, jednocześnie zapewniającym niezbędne kontrole błędów.

## 4.Schematy blokowe

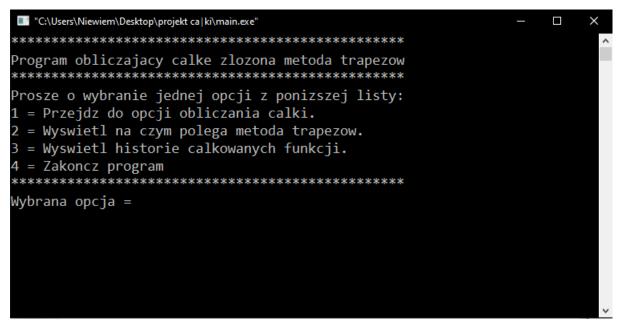


rys. 3. Schemat blokowy funkcji głównej



rys. 4. Schemat blokowy funkcji pole()

## 5. Przykładowe działanie programu



rys. 5. Ekran startowy programu

rys. 6. Wybór opcji 2 z menu startowego programu - podstawowe informacje o metodzie trapezowej

rys.7. Wybór opcji 3 z menu startowego programu - wybieranie spośród wbudowanych funkcji do obliczania całek

rys. 8. Rezultat wyboru 1 - następnie podanie przedziału, potem dokładności a następnie wybór 1 - zapis do pliku

rys. 9. Rezultat wyboru 4 - następnie podanie przedziału, potem dokładności a następnie wybór 2 - brak zapisu do pliku

rys. 10. Rezultat wyboru 6 - przykład wyniku z obliczeniem całki z wartością na minusie

rys. 11. Rezultat wyboru 2 w kontekście powrotu do początku wyboru funkcji - koniec działania programu

rys. 12. Wybór opcji 3 z menu startowego programu - wyświetlenie historii całkowanych funkcji

```
■ "C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\main.exe" —  

Zakonczono dzialanie programu.

Process returned 0 (0x0) execution time : 3.685 s

Press any key to continue.
```

rys. 13. Wybór opcji 4 z menu startowego programu - zakończenie działania programu

rys. 14. Przykład informacji zwrotnej w przypadku podania nieprawidłowego przedziału <x1;x2>

rys. 15. Przykład informacji zwrotnej w przypadku podania nieprawidłowej wartości dokładności N

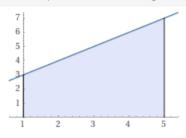
## 6. Sprawdzenie poprawności obliczeń

Definite integral 

✓ Step-by-step solution

$$\int_{1}^{5} (x+2) \, dx = 20$$

Visual representation of the integral



rys. 16. Względnie duża rozbieżność wyników będąca skutkiem małej dokładności N źródło: https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581

```
"C:\Users\Niewiem\Desktop\projekt ca|ki\main.exe"
                                                                                                                                    \times
*************
lybierz funkcje do obliczenia calki
  x^2+2
(x+2)*pierwiastek(x^2+2)
  sin(x)
. cos(x)
 ************
Nybrana funkcja = 4
                ****************
odaj przedzial <x1 ; x2> (Warunek: x1<x2):
(x1) = 5
(x2) = 10
odaj dokladnosc N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):
okładnosc (N) = 1500
Vartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: 373.1
Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie):
  Definite integral
                                                                                              \int_{5}^{10} (x+2)\sqrt{x^2+2} \ dx = 2\left(\sqrt{3}\left(22\sqrt{34}-21\right)-\sinh^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)+\sinh^{-1}\left(5\sqrt{2}\right)\right) \approx 372.99
                                                                                              \sinh^{-1}(x) is the inverse hyperbolic sine function
  Visual representation of the integral
  120
  100
   80
```

rys. 17. Względnie mała rozbieżność wyników będąca skutkiem dużej dokładności N źródło: <a href="https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581">https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581</a>

60 40 20

6

9

10

## 7. GitHub

W pracy nad projektem została użyta przeze mnie platforma GitHub - oferująca możliwość przetrzymywania danych projektu z możliwością dostępu do nich z każdego urządzenia o dowolnym czasie. Platforma ułatwia również monitorowanie zmian w kodzie oraz przechowywanie historii aktualizacji projektu, co pozwala na odtworzenie starszych wersji kodu oraz monitorowania na bieżąco postępów projektu.

## 8. Cały kod programu

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <cmath>
#include <fstream>
#include <cstdlib>
using namespace std;
void wyczyscEkran()
  system("cls");
}
void interfejs()
{
 cout << "******** << endl;
 cout << "Program obliczajacy calke zlozona metoda trapezow" << endl;
  cout << "********** << endl;
void definicja()
cout << "Metoda trapezow daje dosc dokladne wyniki calkowania, szczegolnie przy duzej dokladnosci podzialu danego przedzialu na N
trapezow.\nPolega ona na podzieleniu obszaru calkowanego na N trapezow (przedzialow), ktorych pola na koncu sumuje sie."<<endl;
int error()
{
 wyczyscEkran();
 cout << "Niepoprawna opcja. Program konczy dzialanie." << endl;
 return 0;
}
int koniec()
{
 wyczyscEkran();
 cout << "Zakonczono dzialanie programu." << endl;
  return 0;
}
int opcja()
{
 int opcja;
 cin >> opcja;
 return opcja;
int MenuProgramu()
  int opcja;
 do {
   cout << "Prosze o wybranie jednej opcji z ponizszej listy:" << endl;
```

```
cout << "1 = Przejdz do opcji obliczania calki." << endl;
    cout << "2 = Wyswietl na czym polega metoda trapezow." << endl;
    cout << "3 = Wyswietl historie calkowanych funkcji." << endl;
    cout << "4 = Zakoncz program" << endl;
    cout << "Wybrana opcja = ";
    cin >> opcja;
    if (opcja < 1 || opcja > 4)
   {
      wyczyscEkran();
      cout << "\nNieprawidlowy wybor. Prosze podac poprawna opcje.\n"
         << endl;
    else if (opcja == 2)
      wyczyscEkran();
      definicja();
      cout << "Wybierz opcje:" << endl;
      cout << "3 = Wroc do menu glownego." << endl;
      cout << "4 = Zakoncz program." << endl;
      cin >> opcja;
      if (opcja == 3)
      {
        wyczyscEkran();
        return MenuProgramu();
      }
      else if (opcja == 4)
      {
        return koniec();
      }
      else
      {
        return error();
      }
 } while (opcja < 1 || opcja > 4);
 return opcja;
int wybierzCalke()
 int opcja;
 cout << "Wybierz funkcje do obliczenia calki" << endl;
 cout << "1. x+2" << endl;
 cout << "2. x^2" << endl;
 cout << "3. x^2+2" << endl;
 cout << "4. (x+2)*pierwiastek(x^2+2)" << endl;
 cout << "5. sin(x)" << endl;
 cout << "6. cos(x)" << endl;
  cout << "Wybrana funkcja = ";
```

}

{

```
cin >> opcja;
     if (opcja < 1 || opcja > 6)
       wyczyscEkran();
       cout << "\nNieprawidlowy wybor. Prosze podac poprawna opcje.\n" << endl;
       return wybierzCalke();
     }else
     {
     return opcja;
     }
}
void wyswietlHistorie()
{
  ifstream plik("wyniki.txt");
  if (plik.is_open())
     {
     string linia;
     while (getline(plik, linia))
       cout << linia << endl;
     plik.close();
     } else
     cout << "Nie udalo sie otworzyc pliku 'wyniki.txt'." << endl;
  }
}
double ktoraFunkcja(double x, int opcja)
{
  switch(opcja)
  {
     case 1:
       return x + 2;
     case 2:
       return pow(x, 2);
     case 3:
       return pow(x, 2) + 2;
     case 4:
       return (x+2)*sqrt(pow(x,2)+2);
     case 5:
       return sin(x);
     case 6:
       return cos(x);
     default:
       return 0;
  }
}
  double pole(int opcja, int dokladnosc, double x1, double x2)
  {
  double wysokosc = (x2 - x1) / (double)dokladnosc; //wys pojedynczego trapezu
```

```
double sumaTrapezow = 0;
  double PrawaKrawedz = 0, LewaKrawedz = ktoraFunkcja(x1, opcja);
  int i = 0;
  while (i <= dokladnosc)
     {
     PrawaKrawedz = ktoraFunkcja(x1 + wysokosc*i, opcja);
     sumaTrapezow = sumaTrapezow + (LewaKrawedz + PrawaKrawedz);
     LewaKrawedz = PrawaKrawedz;
  return (sumaTrapezow*wysokosc)/2;
string nazwaWielomianu(int opcja)
{
  switch(opcja)
     case 1:
       return "x + 2";
     case 2:
       return "x^2";
     case 3:
       return "x^2 + 2";
     case 4:
       return "(x+2)*pierwiastek(x^2+2)";
     case 5:
       return "sin(x)";
     case 6:
       return "cos(x)";
     default:
       return "Nieznany wielomian";
  }
void zapiszWynik(int opcja, int dokladnosc, double x1, double x2, double wynik)
  ofstream file;
  file.open("wyniki.txt", ios_base::app);
  file << "********* << endl;
  \label{eq:condition} \emph{file} << \mbox{"Wynik dla wielomianu"} << \mbox{opcja} << \mbox{": "} << \mbox{nazwaWielomianu(opcja)} << \mbox{endl};
  file << "Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych:" << fixed << setprecision(1) << wynik << endl;
  file << "Przedzial <x1; x2>: [" << x1 << "; " << x2 << "]" << endl;
  file << "Dokladnosc(ilosc trapezow w calkowaniu): " << dokladnosc << endl;
  file.close();
}
int calka()
  int opcja, opcja2, dokladnosc;
  double x1, x2;
  do {
     wyczyscEkran();
     opcja = wybierzCalke();
     if (opcja > 0 && opcja < 10)
```

```
{
    cout << "************ << endl;
    cout << "Podaj przedzial <x1; x2> (Warunek: x1<x2):" << endl;
    cout << "(x1) = ";
    cin >> x1;
    cout << "(x2) = ";
    cin >> x2;
    if (x1 >= x2)
    {
      cout << "Podano nieprawidlowy przedzial." << endl;
      cout << "Czy chcesz wrocic do poczatku?" << endl;
      cout << "1 = Tak \t 2 = Nie." << endl;
      cin >> opcja2;
    } else {
      cout << "Podaj dokladnosc N (Warunek: N = liczba calkowita wieksza od 0):" << endl ;
      cout << "Dokladnosc (N) = ";
       cin >> dokladnosc;
      if (dokladnosc <= 0)
        cout << "Podano nieprawidlowa wartosc podzialu." << endl;
        cout << "Wpisz prawidlowa wartosc." << endl;
        cout << "Dokladnosc (N) = ";
        cin >> dokladnosc;
      }
      double wynik = pole(opcja, dokladnosc, x1, x2);
      cout << "Wartosc calki zaokraglona do czesci dziesietnych: " << fixed << setprecision(1) << wynik << endl;
      cout << "Czy chcesz zapisac wynik do pliku 'wyniki.txt'? (1 = Tak, 2 = Nie): ";
      cin >> opcja2;
      if (opcja2 == 1)
        zapiszWynik(opcja, dokladnosc, x1, x2, wynik);
        cout << "Wynik zostal zapisany do pliku 'wyniki.txt'." << endl;
      cout << "Czy chcesz wrocic do poczatku?" << endl;
      cout << "1 = Tak \t 2 = Nie." << endl;
      cout << "Wybor = ";
      cin >> opcja2;
    }
  } else {
    wyczyscEkran();
    cout << "Niepoprawny wybor. Wybierz ponownie poprawna opcje." << endl;
    cout << "Wybor = ";
    cin >> opcja;
} while (opcja2 != 2);
cout << "******** << endl;
cout << "\nProgram zakonczyl dzialanie.\nWyniki zapisano do pliku 'wyniki.txt'." << endl;
cout << "******* << endl;
return 0;}
```

Kod zawarty w pliku "program.cpp"

```
#include "program.cpp"
int main()
{
  int opcja = 0;
  interfejs();
  opcja = MenuProgramu();
  switch (opcja) {
    case 1:
       calka();
       break;
    case 2:
       definicja();
       break;
    case 3:
       wyswietlHistorie();
       break;
    case 4:
       koniec();
       break;
     default:
       error();
       break;
  }
  return 0;
}
```

Kod zawarty w pliku "main.cpp"

## 9. Źródła

https://mirek.ii.uph.edu.pl/programowanie

https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=666785fa48ad46150d624dd60dcc4581

https://blog.etrapez.pl/wyklady/calki-oznaczone-2/calki-oznaczone-definicja/

https://pl.wikipedia.org/wiki/Ca%C5%82kowanie numeryczne

https://el.us.edu.pl/ekonofizyka/index.php/Ca%C5%82ka oznaczona i nieoznaczona ona

http://marpaw.elisa.pl/wsti/roznosci/calka/int-pp/int\_t-1.htm

Jerzy Grębosz -Symfonia c++ standard tom 1, Wydawnictwo "EDITION 2000", rok 2006.