

PIDR : Tomographie et rétroprojection filtrée

Abel Quérour
Elève ingénieur en 2^{ème} année
à Télécom Nancy

Pierre-Arnaud Blanc
Elève ingénieur en 2^{ème} année
à Télécom Nancy

Jean-Baptiste Bellet
encadrant PIDR
chercheur à l'université de Lorraine
... à compléter

Résumé—La tomographie est un moyen efficace de sonder la matière sans l'endommager, ce qui est très utile dans beaucoup de domaines. L'objet à étudier est déplacé (rotation, translation verticale) à l'intérieur d'un faisceau de rayonnement pénétrant. Une partie de l'énergie sera absorbée et chaque traversée du faisceau donne un point, formant ainsi l'image d'une superposition de sinusoides, appelée "sinogramme", inexploitable directement. Une transformation mathématique, dite de Radon, est nécessaire pour revenir à la forme de l'objet initial. Dans notre étude, nous avons appliqué une « rétroprojection filtrée » d'abord sur des exemples théoriques (disque) et l'avons ensuite implémentée en Matlab, puis en langage C. Enfin, notre code fut appliqué sur les fantômes de Shepp-Logann et nous avons obtenus un SNR de ... pour cent.

Mots-clés : tomographie, transformée de Radon, rétroprojection filtrée, Matlab

I. INTRODUCTION

contexte général : La tomographie, qui veut dire étymologiquement "dessiner une coupe" en grec, est une technique permettant d'obtenir des images de coupes d'objets ou d'êtres vivants à partir d'un rayonnement, habituellement des rayons X. Son histoire est intimement liée à celle de l'imagerie médicale, qui va se développer à partir de 1896 avec l'utilisation des rayons X. Mais les simples radiographies sont limitées, car elles ne prennent pas en compte la structure tridimensionnelle du corps humain. Pour pallier ce problème, le scanner est créé en 1971 par Godfrey Hounsfield et ses collègues à l'EMI Group de Londres (les producteurs des Beatles). Cette avancée majeure de l'imagerie médicale n'a pu aboutir que par la remise au goût du jour des travaux du mathématicien austro-hongrois Johann Radon en 1917 sur la théorie de la transformée qui porte maintenant son nom. Cette théorie trouvera donc son application 60 ans plus tard. La tomographie est un moyen très efficace de sonder la matière sans l'endommager. C'est pour cela qu'elle est utilisée aussi bien en médecine en imagerie médicale, en archéologie et en lutherie pour l'étude d'artéfacts et d'objets fragiles, en industrie pétrochimique pour l'étude du sous-sol ou bien dans le domaine nucléaire pour l'étude d'éléments radioactifs non manipulables ou confinés. Les applications de la tomographies sont donc plurielles et importantes, ce qui a entraîné des études importantes, avec de nombreuses retombées. **Problématique** : La tomographie nécessite donc une partie logicielle destinée à procéder à une reconstruction tridimensionnelle de l'objet étudié. En effet, l'image obtenue lors d'une tomographie

n'est pas directement exploitable : elle est formée d'une superposition de sinusoides, appelée sinogramme. En théorie, le sinogramme est obtenu après une transformée de Radon de l'objet d'étude. Pour que l'image soit lisible et exploitable par un être humain, il est nécessaire de faire une reconstruction. Il existe plusieurs méthodes différentes de reconstruction, mais nous nous intéresserons ici uniquement à la rétroprojection filtrée. **Approche proposée** : Le but de ce Projet Interdisciplinaire ou de Découverte de la Recherche (PIDR) est, après avoir effectué une recherche bibliographique sur la tomographie et les méthodes de reconstruction mathématiques existantes, d'établir une reconstruction d'une image en 2D, en commençant par l'image des fantômes de Shepp-Logan. C'est une image d'un modèle humain créée par L. Shepp et B.F. Logan en 1974, qui sert de test pour les algorithmes de reconstructions. Notre méthode de rétro-projection filtrée, qui sera codée en langage Matlab, se déroule en quatre étapes : (i) on applique une transformée de Fourier à l'image de départ, (ii) on filtre le résultat, (iii) on applique une transformée de Fourier inverse et (iv) finalement on réalise la rétroprojection. En plus des résultats de notre code, nous présenterons une application sur un disque. Dans un second temps, nous avons converti ce programme en C, un langage compilé, pour gagner du temps calcul, car la complexité temporelle du code est assez importante, car le nombre de données devient très élevé dès que l'image devient importante.

II. EXPLICATION THÉORIQUE

A. Principe physique pour acquérir l'image tomographique

Lorsqu'on envoie des rayons X à travers un objet, ce dernier atténue une partie de l'énergie reçue. Cette atténuation est linéaire, nous permettant d'avoir une formule simple de l'intensité reçue (I_0) par rapport à la l'intensité émise(I) en intégrant l'atténuation linéaire sur une droite D : $I = I_0 \cdot \exp(-\int_D f(x,y)dv)$ L'intensité reçue donne une mesure intégrale de la « densité » des différentes couches traversées par le faisceau de rayonnement lors de sa traversée de l'objet. S'il s'agit d'un corps humain, par exemple, cette densité va varier selon que le faisceau traverse des masses osseuses, du tissu mou ou des cavités. On cherche donc à reconstruire $f(x,y)$ en tout point de l'espace pour obtenir la coupe de l'objet étudié.

Comme chaque mesure correspond à une droite D , le dispositif d'acquisition doit faire un balayage angulaire de l'objet

à étudier pour obtenir l'ensemble des mesures permettant de reconstituer l'objet d'étude.

insérer ici des images de balayage si possible

B. Transformée de Radon

La transformée de Radon, qui correspond à l'opérateur des projections de f , donc de l'image que l'on obtient après une radiographie, forme une image appelée sinogramme.

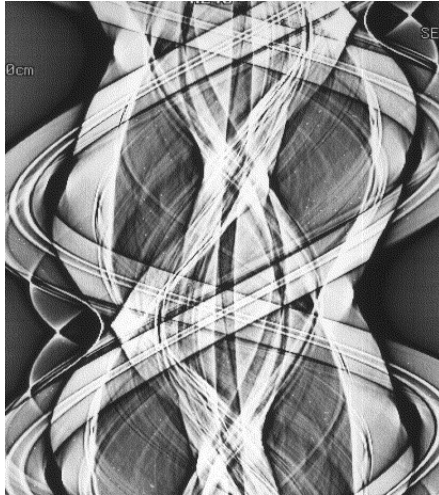


FIGURE 1. Exemple de sinogramme

La transformée de Radon s'exprime par la relation suivante :

$$R[f](u, \theta) = p_\theta(u) \\ = \int_{D_\theta} f(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) dv \\ \dots$$

C. La rétroprojection filtrée

Ici je parle de rétroprojection filtrée

...

III. LE CODE EN PRATIQUE

A. le code Matlab

1) *la génération de données*: L'objet d'étude que nous avons utilisés dans un premier temps sont les images d'un modèle humain, les fantômes de L. Shepp et B.F. Logan créée par en 1974, qui sert de test pour les algorithmes de reconstructions.



FIGURE 2. fantômes de Shepp-Logan

Pour modéliser la phase rayonnement pour obtenir le sinogramme sur lequel nous allons travailler pour la rétroprojection filtrée, nous avons appliqué la fonction Matlab de transformée de Radon. Cette fonction permet de choisir l'angle de la prise ainsi que le nombre de mesure en faisant varier le pas de discrétisation. En sortie de la transformée de Radon, nous obtenons une matrice R qui regroupe l'ensemble des mesures récoltés par angle de prise et un vecteur x_p qui regroupe l'angle choisi pour chaque colonne. Le sinogramme ainsi obtenu est le suivant :

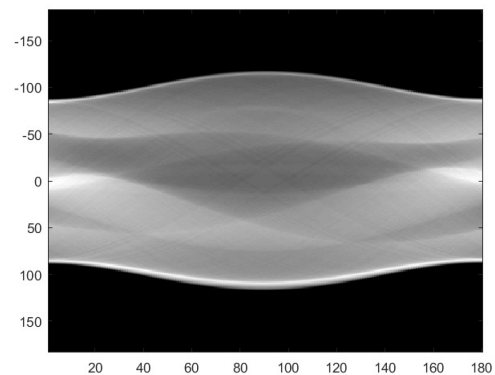


FIGURE 3. sinogramme des fantômes de Shepp-Logan

2) *rétroprojection discrète*: **Filtre de l'image** : La première étape est d'appliquer une transformée de Fourier à la matrice R résultante de la transformée de Radon de Matlab. Ensuite nous avons ensuite créée le filtre de Ram-Lak.

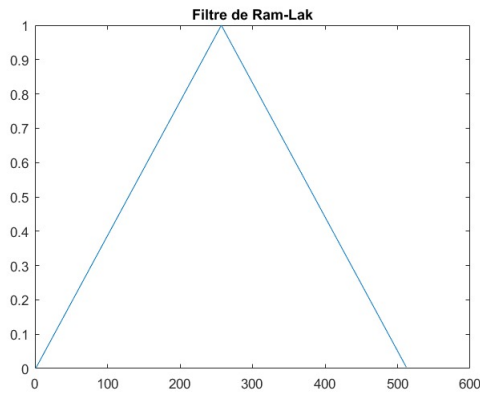


FIGURE 4. filtre de Ram-Lak

On applique le filtre à la matrice R par multiplication et appliquons au résultat une transformée de Fourier inverse.

rétroprojection : On crée une matrice B de la taille de R qui recueillera l'image résultat. En bouclant sur les colonnes de R, donc chaque angle de mesure, on détermine les projections u avec la formule suivante : $u = (((x - R_x)/2) * \cos(rad) - ((y - R_y)/2) * \sin(rad)) + x_{offset}$ avec (x, y) les points de B, R_x et R_y la taille de R, rad l'angle en radian de l'axe de projection et x_{offset} le décalage. Pour être sûr que les projections u soient entières, nous appliquons une interpolation de Taylor. Nous utilisons finalement une LUT pour restreindre les valeurs résultats dans l'ensemble $[0;255]$.

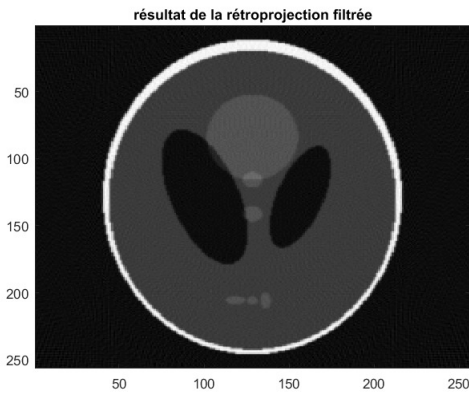


FIGURE 5. Résultat de la rétroprojection filtrée

3) *quantification et évaluation des résultats:*

B. *le code C*

IV. CONCLUSION

ceci est une magnifique conclusion

...

REMERCIEMENT

Nous tenons à remercier notre encadrant ...

RÉFÉRENCES

- [1] Papa et Maman, *Notre Fils est génial!! L^AT_EX*, 3rd ed. Paris, France : ..., 2017