

PIZZO

Lista na szósty tydzień

Zadanie 1. Udowodnij, że poniższe problemy są w NP.

- Dla danego grafu oraz liczby k , czy można wybrać w grafie co najwyżej k wierzchołków tak, by każdy wierzchołek był wybrany lub miał wybranego co najmniej jednego sąsiada?
- Dla danego grafu oraz liczby k , czy można wybrać w grafie co najwyżej k wierzchołków tak, by każda krawędź miała wybranego co najmniej jednego sąsiada?
- Dla danego grafu, czy istnieje w nim cykl prosty przechodzący przez wszystkie wierzchołki?
- Dla danych dwóch napisów i liczby k , czy najdłuższy wspólny podciąg tych napisów ma długość większą niż k ?
- Dla danej formuły logiki zdaniowej w postaci DNF, czy istnieje wartościowanie spełniające tę formułę?
- Dla danego deterministycznego automatu skończonego z funkcją przejścia δ i stanem q , czy istnieje słowo w' takie, że dla wszystkich słów w mamy $\hat{\delta}(q_0, ww') = q$? *Wskazówka: jeśli takie słowo istnieje, to znaczy, że każde dwa stany w automacie da się zsynchronizować. Dzięki temu można pokazać, że takie słowo może być wielomianowo długie*
- Czy dane dwa grafy są izomorficzne?

Zadanie 2. O dokładnie jednym z problemów z poprzedniego zadania wiemy, że daje się rozwiązać w wielomianowym czasie. Który to problem?

Zadanie 3. Udowodnij, że klasa P jest zamknięta na sumę, przecięcie i dopełnienie.

Zadanie 4. Udowodnij, że klasa NP jest zamknięta na sumę i przecięcie.

Zadanie 5. Udowodnij, że klasa NP jest zamknięta na sumę i przecięcie.

Zadanie 6. Czy jeśli $P=NP$, to każdy problem z P jest NP-zupełny?

Zadanie 7. Pokaż, że jeśli $P = NP$, to możemy znaleźć rozkład liczby na czynniki pierwsze w wielomianowym czasie.

Zadanie 8. Udowodnij że problem SAT jest NP zupełny nawet wtedy, gdy każda zmienna może się pojawić co najwyżej trzy razy. A co jeśli może się pojawić co najwyżej dwa razy?

Zadanie 9. Dla danej formuły w CNF pokaż, że można skonstruować w wielomianowym czasie niedeterministyczny automat skończony który akceptuje wszystkie wartościowania, które nie spełniają formuły. Następnie pokaż, że w takim razie gdyby istniał wielomianowy algorytm, który dla danego niedeterministycznego automatu skończonego oblicza minimalny równoważny mu niedeterministyczny automat skończony w wielomianowym czasie, to $P=NP$.

Zadanie 10. Problem ${}^P_q\text{SAT}$ jest zdefiniowany tak: Dla danej formuły CNF, w której każda klauzula zawiera dokładnie trzy parami różne zmienne, czy istnieje wartościowanie spełniające co najmniej $\frac{p}{q}$ wszystkich klauzul? Udowodnij, że $\frac{7}{8}\text{SAT}$ jest w P i że $\frac{15}{16}\text{SAT}$ jest NP-zupełny. *Dla ambitnych: udowodnij, że jeśli $q\text{SAT}$ jest NP-zupełny jeśli $\frac{7}{8} < q \leq 1$.*

PIZZO

Lista na szósty tydzień

Zadanie 1. Udowodnij, że poniższe problemy są w NP.

- Dla danego grafu oraz liczby k , czy można wybrać w grafie co najwyżej k wierzchołków tak, by każdy wierzchołek był wybrany lub miał wybranego co najmniej jednego sąsiada?
- Dla danego grafu oraz liczby k , czy można wybrać w grafie co najwyżej k wierzchołków tak, by każda krawędź miała wybranego co najmniej jednego sąsiada?
- Dla danego grafu, czy istnieje w nim cykl prosty przechodzący przez wszystkie wierzchołki?
- Dla danych dwóch napisów i liczby k , czy najdłuższy wspólny podciąg tych napisów ma długość większą niż k ?
- Dla danej formuły logiki zdaniowej w postaci DNF, czy istnieje wartościowanie spełniające tę formułę?
- Dla danego deterministycznego automatu skończonego z funkcją przejścia δ i stanem q , czy istnieje słowo w' takie, że dla wszystkich słów w mamy $\hat{\delta}(q_0, ww') = q$? *Wskazówka: jeśli takie słowo istnieje, to znaczy, że każde dwa stany w automacie da się zsynchronizować. Dzięki temu można pokazać, że takie słowo może być wielomianowo długie*
- Czy dane dwa grafy są izomorficzne?

Zadanie 2. O dokładnie jednym z problemów z poprzedniego zadania wiemy, że daje się rozwiązać w wielomianowym czasie. Który to problem?

Zadanie 3. Udowodnij, że klasa P jest zamknięta na sumę, przecięcie i dopełnienie.

Zadanie 4. Udowodnij, że klasa NP jest zamknięta na sumę i przecięcie.

Zadanie 5. Udowodnij, że klasa NP jest zamknięta na sumę i przecięcie.

Zadanie 6. Czy jeśli $P=NP$, to każdy problem z P jest NP-zupełny?

Zadanie 7. Pokaż, że jeśli $P = NP$, to możemy znaleźć rozkład liczby na czynniki pierwsze w wielomianowym czasie.

Zadanie 8. Udowodnij że problem SAT jest NP zupełny nawet wtedy, gdy każda zmienna może się pojawić co najwyżej trzy razy. A co jeśli może się pojawić co najwyżej dwa razy?

Zadanie 9. Dla danej formuły w CNF pokaż, że można skonstruować w wielomianowym czasie niedeterministyczny automat skończony który akceptuje wszystkie wartościowania, które nie spełniają formuły. Następnie pokaż, że w takim razie gdyby istniał wielomianowy algorytm, który dla danego niedeterministycznego automatu skończonego oblicza minimalny równoważny mu niedeterministyczny automat skończony w wielomianowym czasie, to $P=NP$.

Zadanie 10. Problem ${}^P_q\text{SAT}$ jest zdefiniowany tak: Dla danej formuły CNF, w której każda klauzula zawiera dokładnie trzy parami różne zmienne, czy istnieje wartościowanie spełniające co najmniej $\frac{p}{q}$ wszystkich klauzul? Udowodnij, że $\frac{7}{8}\text{SAT}$ jest w P i że $\frac{15}{16}\text{SAT}$ jest NP-zupełny. *Dla ambitnych: udowodnij, że jeśli $q\text{SAT}$ jest NP-zupełny jeśli $\frac{7}{8} < q \leq 1$.*