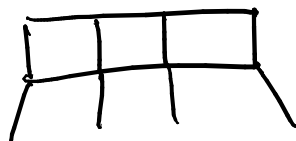
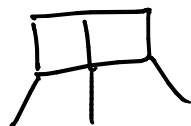


Drewa czerwono-czarne

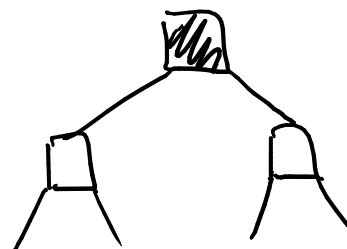
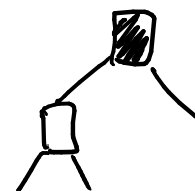
Drewo 2-3-4



C2-C2



1-6



Kolejki priorytetowe (ponownie)

class PrioQ k q where
min :: q → Maybe (q, k)
insert :: k → q → q

class PrioQ q where
min :: q k → Maybe (q, k)
insert :: k → q k → q k

chcemy jeszcze:

merge :: q → q → q
"meld

meld może mutować argumenty

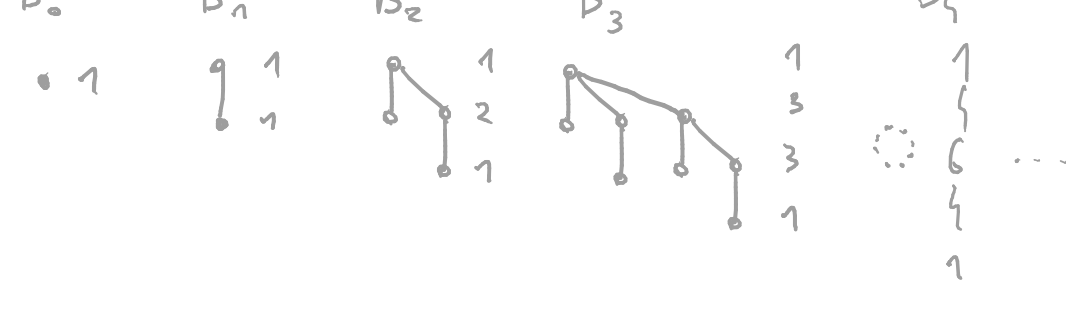
Kopce dwumianowe

- las drzew dwumianowych

Dziewa dwumianowa: B_i

$B_0 = \bullet$

$B_{i+1} = \begin{array}{c} \triangle_{B_i} \\ \triangle_{B_i} \end{array}$



Fakt

Dziewa B_i ma 2^i wierzchołków.

Dziewa B_i ma wysokość i

Implementacja

join :: $B_i \rightarrow B_i \rightarrow B_{i+1}$

join : $\Theta(1)$

Każdy wierzchołek pamięta wskaźnik na jednego z synów.

Synowie są na liście cyflicznej.

Wersje kopców:

- gorliwie (eager)

- leniwe (lazy) [rzadziej nie używane, ale będą jako wstępną do kopców Fibonacciego]

Kopce gorliwie (dwumianowe)

- nie na dwóch drzew o tym samym rzędzie
- minimum jest w korzeniu któregoś drzewa

insert - meld z jednoclementowym kopcem

meld $H_1 H_2 \sim$ dodawanie liczb binarnych

($1+1 \sim$ join)

Czas $O(\log n)$

	+1+1	+1+1
	1 0 0	1 1 0
	1 1 0	1 0 0
	<hr/>	
	0 0 1	0 0 1
	$B_0 B_1 B_2$	$B_3 B_4 B_5$

deleteMin

- bierzemy drzewo z min,
- usuwamy min (w korzeniu),
- dzieci korzenia tworzą kopiec \rightarrow meld

Kopce leniwe (dwumianowe)

cd: meld w $O(1)$,
pozostate jak poprzednio, ale koszt zamortyzowany

Koszt zamortyzowany

Podział analizy:

Licznik binarny: inc (+1)

$\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \dots$

inc 0 \leftarrow koszt

inc 1

inc 0 1

inc 1 1

inc 1 1 1

inc 0 0 1

\sim metoda bankiera

każda operacja dostaje 2 jednostki

niezmienniki: na każdej '1' jest 1 jednostka

0

0 1

1 1

0 0 1

(kopce leniwe)

struktura: lista drzew dwumianowych
(mogą się powtarzać)

insert, meld, join : $O(1)$

meld \sim połączenie list drzew

deleteMin : usuń min, dodaj jego dzieci do listy drzew,
znajdź minimum i połącz trochę drzew
 \rightarrow tak, żeby drzew każdego rodzaju było maksymalnie 1.

Analiza zamortyzowana:

Niezmienniki: na korzeniu każdego drzewa jest
jedna jednostka kredytowa

insert - 2 j.k.

meld - 1 j.k.

deleteMin - 1 j.k.

deleteMin - $2 \log n$ j.k.

• $\log n$ jednostek na konta dzieci usuniętego min

• $\log n$ jednostek na konta synów drzew