

# Początki Lispu

## ((Archeologia Cyfrowa))

Jakub Grobelny

19.11.2019

# O czym będzie?

- 1 Do czego był potrzebny taki język?
- 2 „*Recursive Functions of Symbolic Expressions...*”
- 3 Pierwsze implementacje
- 4 Być może coś więcej (Lisp-maszyny, Scheme)

# Narodziny sztucznej inteligencji

# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

1950 Alan Turing publikuje „*Computing Machinery and Intelligence*”

# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

1950 Alan Turing publikuje „*Computing Machinery and Intelligence*”

- „Czy maszyny myślą?”

# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

1950 Alan Turing publikuje „*Computing Machinery and Intelligence*”

- „Czy maszyny myślą?”
- „Czy maszyny mogą myśleć?”

# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

1950 Alan Turing publikuje „*Computing Machinery and Intelligence*”

- „*Czy maszyny myślą?*”
- „*Czy maszyny mogą myśleć?*”
- „*Czy maszyny mogą działać nieodróżnialnie od ludzi?*”



# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

1950 Alan Turing publikuje „*Computing Machinery and Intelligence*”

- „*Czy maszyny myślą?*”
- „*Czy maszyny mogą myśleć?*”
- „*Czy maszyny mogą działać nieodróżnialnie od ludzi?*”

1951 Marvin Lee Minsky buduje sieć neuronową SNARC<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Stochastic neural analog reinforcement calculator

# Narodziny sztucznej inteligencji

Lata 50. XX wieku były czasem, gdy sztuczna inteligencja pojawiła się jako dziedzina wiedzy.

1950 Alan Turing publikuje „*Computing Machinery and Intelligence*”

- „*Czy maszyny myślą?*”
- „*Czy maszyny mogą myśleć?*”
- „*Czy maszyny mogą działać nieodróżnialnie od ludzi?*”

1951 Marvin Lee Minsky buduje sieć neuronową SNARC<sup>1</sup>

1951 Pierwsze programy grające w warcaby (Christopher Strachey) i szachy (Dietrich Prinz)

---

<sup>1</sup>Stochastic neural analog reinforcement calculator

# Narodziny sztucznej inteligencji

1955 Allen Newell, Herbert A. Simon i Cliff Shaw tworzą program  
„*Logic Theorist*”

# Narodziny sztucznej inteligencji

- 1955 Allen Newell, Herbert A. Simon i Cliff Shaw tworzą program „*Logic Theorist*”
- Program naśladujący ludzkie techniki rozwiązywania problemów

# Narodziny sztucznej inteligencji

1955 Allen Newell, Herbert A. Simon i Cliff Shaw tworzą program „*Logic Theorist*”

- Program naśladowujący ludzkie techniki rozwiązywania problemów
- Program manipulujący **symbolami**

# Narodziny sztucznej inteligencji

1955 Allen Newell, Herbert A. Simon i Cliff Shaw tworzą program „*Logic Theorist*”

- Program naśladowujący ludzkie techniki rozwiązywania problemów
- Program manipulujący **symbolami**
- Udowodnił 38 z pierwszych 52 twierdzeń z „*Principia Mathematica*”<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Autorstwa Alfreda Northa Whiteheada i Bertranda Russella

# Narodziny sztucznej inteligencji

1955 Allen Newell, Herbert A. Simon i Cliff Shaw tworzą program „*Logic Theorist*”

- Program naśladowujący ludzkie techniki rozwiązywania problemów
- Program manipulujący **symbolami**
- Udowodnił 38 z pierwszych 52 twierdzeń z „*Principia Mathematica*”<sup>2</sup> (niektóre z dowodów były bardziej eleganckie niż wcześniej istniejące)...

---

<sup>2</sup>Autorstwa Alfreda Northa Whiteheada i Bertranda Russella

# Narodziny sztucznej inteligencji

1955 Allen Newell, Herbert A. Simon i Cliff Shaw tworzą program „*Logic Theorist*”

- Program naśladowujący ludzkie techniki rozwiązywania problemów
- Program manipulujący **symbolami**
- Udowodnił 38 z pierwszych 52 twierdzeń z „*Principia Mathematica*”<sup>2</sup> (niektóre z dowodów były bardziej eleganckie niż wcześniej istniejące)...
- ...i to wszystko zanim określenie „sztuczna inteligencja” w ogóle zostało stworzone.

---

<sup>2</sup>Autorstwa Alfreda Northa Whiteheada i Bertranda Russella



# Narodziny sztucznej inteligencji

1956 Konferencja w  
Dartmouth.

# Narodziny sztucznej inteligencji

1956 Konferencja w  
Dartmouth. **John  
McCarthy** przekonuje  
zebranych do używania  
terminu „*sztuczna  
inteligencja*”.



Rysunek: John McCarthy

# Symbole

# Symbole

Okazuje się, że operowanie na **symbolach** jest istotne przy tworzeniu sztucznej inteligencji.

# Symbole

Okazuje się, że operowanie na **symbolach** jest istotne przy tworzeniu sztucznej inteligencji.

Ludzkie rozumowanie opiera się na manipulacji symbolami (*physical symbol system hypothesis* – Allan Newell i Herbert A. Simon)

# Symbole

Okazuje się, że operowanie na **symbolach** jest istotne przy tworzeniu sztucznej inteligencji.

Ludzkie rozumowanie opiera się na manipulacji symbolami (*physical symbol system hypothesis* – Allan Newell i Herbert A. Simon)

System symboli składa się z symboli, składania ich w struktury (wyrażenia) i manipulowania nimi (przetwarzania) w celu tworzenia nowych wyrażień.

# Symbole

W 1959 roku John McCarthy pisze pracę „*Programs with common sense*”.

# Symbole

W 1959 roku John McCarthy pisze pracę „*Programs with common sense*”.

Proponuje w niej stworzenie programu „*Advice Taker*”, który rozwiązywałby problemy poprzez manipulację zdaniami (**symbole!**).



# Symbole

W 1959 roku John McCarthy pisze pracę „*Programs with common sense*”.

Proponuje w niej stworzenie programu „*Advice Taker*”, który rozwiązywałby problemy poprzez manipulację zdaniami (**symbole!**).

„*Our ultimate objective is to make programs that learn from their experience as effectively as humans do.*”

„*Programs with common sense*”

## „Programs with common sense”

*„A class of entities called terms is defined and a term is an expression. A sequence of expressions is an expression. These expressions are represented in the machine by list structures”* – reprezentacja przesłanek/faktów w postaci **list symboli**

Przykłady:

Przykłady:

*at(I, desk)*

*at(desk, home)*

*at(car, home)*

*at(home, county)*

*at(airport, county)*

Przykłady:

*at(I, desk)*

*at(desk, home)*

*at(car, home)*

*at(home, county)*

*at(airport, county)*

$at(x, y), at(y, z) \rightarrow at(x, z)$

Przykłady:

$at(I, desk)$

$at(desk, home)$

$at(car, home)$

$at(home, county)$

$at(airport, county)$

$at(x, y), at(y, z) \rightarrow at(x, z)$

$transitive(at)$

$transitive(u) \rightarrow (u(x, y), u(y, z) \rightarrow u(x, z))$

Przykłady:

*at(I, desk)*

*at(desk, home)*

*at(car, home)*

*at(home, county)*

*at(airport, county)*

$at(x, y), at(y, z) \rightarrow at(x, z)$

*transitive(at)*

$transitive(u) \rightarrow (u(x, y), u(y, z) \rightarrow u(x, z))$

Prawie jak Prolog?



# Zapotrzebowanie na nowe języki

**Information Processing Language** – niskopozimowy język programowania do manipulowania listami stworzony przez Newella, Shawa i Simona, który posłużył do napisania programu. „*Logic Theorist*”.

# Zapotrzebowanie na nowe języki

**Information Processing Language** – niskopozimowy język programowania do manipulowania listami stworzony przez Newella, Shawa i Simona, który posłużył do napisania programu. „*Logic Theorist*”.

Dwa rodzaje wyrażeń:

- dane reprezentowane jako listy
- procedury operujące na danych

IPL-V List  
Structure

Example

Name	SYMB	LINK
L1	9-1	100
100	S4	101
101	S5	0
9-1	0	200
200	A1	201
201	V1	202
202	A2	203
203	V2	0

Rysunek: Lista zapisana w IPL-V

# Information Processing Language

Nowe feature'y:

# Information Processing Language

Nowe feature'y:

- Manipulacja listami (tylko listy atomów)

# Information Processing Language

Nowe feature'y:

- Manipulacja listami (tylko listy atomów)
- Funkcje wyższego rzędu

# Information Processing Language

Nowe feature'y:

- Manipulacja listami (tylko listy atomów)
- Funkcje wyższego rzędu
- Obliczenia na symbolach (tylko litera+liczba)

# Information Processing Language

Nowe feature'y:

- Manipulacja listami (tylko listy atomów)
- Funkcje wyższego rzędu
- Obliczenia na symbolach (tylko litera+liczba)

Alternatywy?

# Information Processing Language

Nowe feature'y:

- Manipulacja listami (tylko listy atomów)
- Funkcje wyższego rzędu
- Obliczenia na symbolach (tylko litera+liczba)

Alternatywy? Brak.



# Wymyślenie Lispu

# Wymyślenie Lispu

W 1960 ukazuje się praca Johna McCarthy'ego pt., *Recursive Functions of Symbolic Expressions Their Computation by Machine, Part I*".

# Wymyślenie Lispu

W 1960 ukazuje się praca Johna McCarthy'ego pt., *Recursive Functions of Symbolic Expressions Their Computation by Machine, Part I*".

## 1. Introduction

A programming system called LISP (for LISt Processor) has been developed for the IBM 704 computer by the Artificial Intelligence group at M.I.T. The system was designed to facilitate experiments with a proposed system called the Advice Taker, whereby a machine could be instructed to handle declarative as well as imperative sentences and could exhibit "common sense" in carrying out its instructions.



- Lisp został wymyślony ze względu na „*Advice Taker'a*”.

- LISP został wymyślony ze względu na „*Advice Taker'a*”.
- Języka programowania do manipulacji wyrażeniami reprezentującymi zdania, przy użyciu których „*Advice Taker*” mógłby przeprowadzać wnioskowania.

# Wyrażenia warunkowe

# Wyrażenia warunkowe

Po raz pierwszy pojawiła się idea *wyrażeń warunkowych*.



# Wyrażenia warunkowe

Po raz pierwszy pojawiła się idea *wyrażeń warunkowych*.

We shall need a number of mathematical ideas and notations concerning functions in general. Most of the ideas are well known, but the notion of *conditional expression* is believed to be new, and the use of conditional expressions permits functions to be defined recursively in a new and convenient way.

# Wyrażenia warunkowe

Po raz pierwszy pojawiła się idea *wyrażeń warunkowych*.

We shall need a number of mathematical ideas and notations concerning functions in general. Most of the ideas are well known, but the notion of *conditional expression* is believed to be new, and the use of conditional expressions permits functions to be defined recursively in a new and convenient way.

Wyrażenia warunkowe są następującej postaci:

$$(p_1 \rightarrow e_1, \dots p_n \rightarrow e_n)$$

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe są następującej postaci:

$$(p_1 \rightarrow e_1, \dots p_n \rightarrow e_n)$$

Interpretacja:

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe są następującej postaci:

$$(p_1 \rightarrow e_1, \dots p_n \rightarrow e_n)$$

Interpretacja:

„Jeżeli  $p_1$  to  $e_1$ , w przeciwnym razie jeżeli  $p_2$  to  $e_2$ , ..., w przeciwnym razie jeżeli  $p_n$  to  $e_n$ ”

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe są następującej postaci:

$$(p_1 \rightarrow e_1, \dots p_n \rightarrow e_n)$$

Interpretacja:

„Jeżeli  $p_1$  to  $e_1$ , w przeciwnym razie jeżeli  $p_2$  to  $e_2$ , ..., w przeciwnym razie jeżeli  $p_n$  to  $e_n$ ”

lub

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe są następującej postaci:

$$(p_1 \rightarrow e_1, \dots p_n \rightarrow e_n)$$

Interpretacja:

„Jeżeli  $p_1$  to  $e_1$ , w przeciwnym razie jeżeli  $p_2$  to  $e_2$ , ..., w przeciwnym razie jeżeli  $p_n$  to  $e_n$ ”

lub

„ $p_1$  daje  $e_1$ , ...,  $p_n$  daje  $e_n$ ”

# Wyrażenia warunkowe

Zasady obliczania wartości wyrażeń warunkowych:

# Wyrażenia warunkowe

Zasady obliczania wartości wyrażeń warunkowych:

- Rozpatruj  $p$  od lewej do prawej.



# Wyrażenia warunkowe

Zasady obliczania wartości wyrażeń warunkowych:

- Rozpatruj  $p$  od lewej do prawej.
- Jeżeli  $p$ , którego wartość to  $T$ , występuje przed jakimkolwiek innym  $p$ , którego wartość jest niezdefiniowana, to wartością wyrażenia warunkowego jest wartość odpowiadającego  $e$  (jeżeli jest zdefiniowane).

# Wyrażenia warunkowe

Zasady obliczania wartości wyrażeń warunkowych:

- Rozpatruj  $p$  od lewej do prawej.
- Jeżeli  $p$ , którego wartość to  $T$ , występuje przed jakimkolwiek innym  $p$ , którego wartość jest niezdefiniowana, to wartością wyrażenia warunkowego jest wartość odpowiadającego  $e$  (jeżeli jest zdefiniowane).
- Jeżeli jakiegokolwiek niezdefiniowane  $p$  jest napotkane przed prawdziwym  $p$ , lub gdy wszystkie  $p$  są fałszywe, bądź gdy  $e$  odpowiadającego pierwszemu prawdziwemu  $p$  jest niezdefiniowane, to wartość wyrażenia jest niezdefiniowana.

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) =$$

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow \frac{0}{0}, T \rightarrow 3) =$$

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow \frac{0}{0}, T \rightarrow 3) = 3$$

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow \frac{0}{0}, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow 3, T \rightarrow \frac{0}{0}) =$$



# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow \frac{0}{0}, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow 3, T \rightarrow \frac{0}{0}) = \textit{undefined}$$

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow \frac{0}{0}, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow 3, T \rightarrow \frac{0}{0}) = \textit{undefined}$$

$$(2 < 1 \rightarrow 3, 4 < 1 \rightarrow 1) =$$

# Wyrażenia warunkowe

Przykłady:

$$(2 < 1 \rightarrow 4, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow \frac{0}{0}, T \rightarrow 3) = 3$$

$$(2 < 1 \rightarrow 3, T \rightarrow \frac{0}{0}) = \textit{undefined}$$

$$(2 < 1 \rightarrow 3, 4 < 1 \rightarrow 1) = \textit{undefined}$$

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe pozwalają na eleganckie zapisywanie funkcji:

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe pozwalają na eleganckie zapisywanie funkcji:

$$|x| = (x < 0 \rightarrow -x, T \rightarrow x)$$

# Wyrażenia warunkowe

Wyrażenia warunkowe pozwalają na eleganckie zapisywanie funkcji:

$$|x| = (x < 0 \rightarrow -x, T \rightarrow x)$$

$$\text{sgn}(x) = (x < 0 \rightarrow -1, x = 0 \rightarrow 0, T \rightarrow 1)$$

# Funkcje rekurencyjne

Bardzo zwięzły staje się też zapis funkcji rekurencyjnych:

# Funkcje rekurencyjne

Bardzo zwięzły staje się też zapis funkcji rekurencyjnych:

$$n! = (n = 0 \rightarrow 1, T \rightarrow n \cdot (n - 1)!)$$



# Funkcje rekurencyjne

Bardzo zwięzły staje się też zapis funkcji rekurencyjnych:

$$n! = (n = 0 \rightarrow 1, T \rightarrow n \cdot (n - 1)!)$$

$$\begin{aligned} \gcd(m, n) &= (m > n \rightarrow \gcd(n, m), \\ &\quad \text{rem}(n, m) = 0 \rightarrow m, \\ &\quad T \rightarrow \gcd(\text{rem}(n, m), m)) \end{aligned}$$

There is no guarantee that the computation determined by a recursive definition will ever terminate and, for example, an attempt to compute  $n!$  from our definition will only succeed if  $n$  is a non-negative integer. If the computation does not terminate, the function must be regarded as undefined for the given arguments.

# Spójniki logiczne

# Spójniki logiczne

$$p \wedge q = (p \rightarrow q, T \rightarrow F)$$

$$p \vee q = (p \rightarrow T, T \rightarrow q)$$

$$\sim p = (p \rightarrow F, T \rightarrow T)$$

$$p \Rightarrow q = (p \rightarrow q, T \rightarrow T)$$

It is readily seen that the right-hand sides of the equations have the correct truth tables. If we consider situations in which  $p$  or  $q$  may be undefined, the connectives  $\wedge$  and  $\vee$  are seen to be noncommutative. For example if  $p$  is false and  $q$  is undefined, we see that according to the definitions given above  $p \wedge q$  is false, but  $q \wedge p$  is undefined. For our applications this noncommutativity is desirable, since  $p \wedge q$  is computed by first computing  $p$ , and if  $p$  is false  $q$  is not computed. If the computation for  $p$  does not terminate, we never get around to computing  $q$ .

Rysunek: Ewaluacja leniwa?

$$p \wedge q = (p \rightarrow q, T \rightarrow F)$$

Argumenty funkcji „ $\wedge$ ” nie są poddawane ewaluacji przed jej aplikacją.

# Formy a funkcje

# Formy a funkcje

Pojęcie formy zostało zapożyczone z rachunku lambda Churcha.



# Formy a funkcje

Pojęcie formy zostało zapożyczone z rachunku lambda Churcha.

$y^2 + x$  – forma

# Formy a funkcje

Pojęcie formy zostało zapożyczone z rachunku lambda Churcha.

$y^2 + x$  – forma

$(y^2 + x)(3, 4)$  – źle. Nie wiadomo czy wartością powinno być 13 czy 19.

# Formy a funkcje

Pojęcie formy zostało zapożyczone z rachunku lambda Churcha.

$y^2 + x$  – forma

$(y^2 + x)(3, 4)$  – źle. Nie wiadomo czy wartością powinno być 13 czy 19.

Formę  $\mathcal{E}$  możemy skonwertować na funkcję jeżeli ustalimy powiązanie między zmiennymi w formie a uporządkowaną listą argumentów funkcji:

# Formy a funkcje

Pojęcie formy zostało zapożyczone z rachunku lambda Churcha.

$y^2 + x$  – forma

$(y^2 + x)(3, 4)$  – źle. Nie wiadomo czy wartością powinno być 13 czy 19.

Formę  $\mathcal{E}$  możemy skonwertować na funkcję jeżeli ustalimy powiązanie między zmiennymi w formie a uporządkowaną listą argumentów funkcji:

$\lambda((x_1, \dots, x_n), \mathcal{E}))$  – funkcja

# Formy a funkcje

Pojęcie formy zostało zapożyczone z rachunku lambda Churcha.

$y^2 + x$  – forma

$(y^2 + x)(3, 4)$  – źle. Nie wiadomo czy wartością powinno być 13 czy 19.

Formę  $\mathcal{E}$  możemy skonwertować na funkcję jeżeli ustalimy powiązanie między zmiennymi w formie a uporządkowaną listą argumentów funkcji:

$\lambda((x_1, \dots, x_n), \mathcal{E}))$  – funkcja

$\lambda((x, y), y^2 + x)$  – też funkcja

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

$$\begin{aligned} \text{sqrt} = & \lambda((a, x, \epsilon), \\ & (|x^2 - a| < \epsilon \rightarrow x, T \rightarrow \text{sqrt}(a, \frac{1}{2}(x + \frac{a}{x}), \epsilon))) \end{aligned}$$

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

$$\begin{aligned} \text{sqrt} = \lambda((a, x, \epsilon), \\ (|x^2 - a| < \epsilon \rightarrow x, T \rightarrow \text{sqrt}(a, \frac{1}{2}(x + \frac{a}{x}), \epsilon))) \end{aligned}$$

Prawa strona wyrażenia nie może być wyrażeniem dla tej funkcji, bo nic nie wskazuje na to, że *sqrt* do odnosi się do całego wyrażenia (*sqrt* nie jest związane).



# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

$$\begin{aligned} \text{sqrt} = \lambda((a, x, \epsilon), \\ (|x^2 - a| < \epsilon \rightarrow x, T \rightarrow \text{sqrt}(a, \frac{1}{2}(x + \frac{a}{x}), \epsilon))) \end{aligned}$$

Prawa strona wyrażenia nie może być wyrażeniem dla tej funkcji, bo nic nie wskazuje na to, że *sqrt* do odnosi się do całego wyrażenia (*sqrt* nie jest związane).

Operator punktu stałego?

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

$$\begin{aligned} \text{sqrt} = & \lambda((a, x, \epsilon), \\ & (|x^2 - a| < \epsilon \rightarrow x, T \rightarrow \text{sqrt}(a, \frac{1}{2}(x + \frac{a}{x}), \epsilon))) \end{aligned}$$

Prawa strona wyrażenia nie może być wyrażeniem dla tej funkcji, bo nic nie wskazuje na to, że *sqrt* do odnosi się do całego wyrażenia (*sqrt* nie jest związane).

Operator punktu stałego? – zbyt długie i nieczytelne wyrażenia.

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

Nowa notacja:

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

Nowa notacja:

*label*( $a, \mathcal{E}$ )

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

Nowa notacja:

$$label(a, \mathcal{E})$$

Wyrażenie  $\mathcal{E}$ , w którym wszystkie wystąpienia  $a$  interpretowane są jako odniesienia do całego wyrażenia  $\mathcal{E}$ .

# Rekurencyjne $\lambda$ -wyrażenia

Nowa notacja:

$$label(a, \mathcal{E})$$

Wyrażenie  $\mathcal{E}$ , w którym wszystkie wystąpienia  $a$  interpretowane są jako odniesienia do całego wyrażenia  $\mathcal{E}$ .

# S-wyrażenia

# S-wyrażenia

„*A Class of Symbolic Expressions*”.



# S-wyrażenia

„*A Class of Symbolic Expressions*”.

Dopuszczalne znaki:

- .

# S-wyrażenia

„*A Class of Symbolic Expressions*”.

Dopuszczalne znaki:

- .
- )

# S-wyrażenia

„*A Class of Symbolic Expressions*”.

Dopuszczalne znaki:

- .
- )
- (

# S-wyrażenia

„*A Class of Symbolic Expressions*”.

Dopuszczalne znaki:

- .
- )
- (
- nieskończony zbiór rozróżnialnych symboli atomowych – napisów złożonych z wielkich liter alfabetu łacińskiego, cyfr i pojedynczych spacji.

# S-wyrażenia

„*A Class of Symbolic Expressions*”.

Dopuszczalne znaki:

- .
- )
- (
- nieskończony zbiór rozróżnialnych symboli atomowych – napisów złożonych z wielkich liter alfabetu łacińskiego, cyfr i pojedynczych spacji.

Na przykład:

- ▶ A
- ▶ ABA
- ▶ APPLE PIE NUMBER 3

# S-wyrażenia

Czemu symbole składające się z wielu znaków?

# S-wyrażenia

Czemu symbole składające się z wielu znaków?

Odpowiedź:

- IBM 704 miał tylko 47 drukowalnych znaków

Czemu symbole składające się z wielu znaków?

Odpowiedź:

- IBM 704 miał tylko 47 drukowalnych znaków
- Nazywanie atomowych bytów angielskimi słowami i zdaniami jest wygodne



# S-wyrażenia

Definicja indukcyjna S-wyrażeń:

# S-wyrażenia

Definicja indukcyjna S-wyrażeń:

- 1 Symbole atomowe są S-wyrażeniami

# S-wyrażenia

Definicja indukcyjna S-wyrażeń:

- 1 Symbole atomowe są S-wyrażeniami
- 2 Jeżeli  $e_1$  i  $e_2$  są S-wyrażeniami, to  $(e_1 \cdot e_2)$  również jest S-wyrażeniem.

# S-wyrażenia

Definicja indukcyjna S-wyrażeń:

- 1 Symbole atomowe są S-wyrażeniami
- 2 Jeżeli  $e_1$  i  $e_2$  są S-wyrażeniami, to  $(e_1 \cdot e_2)$  również jest S-wyrażeniem.

Przykładowe S-wyrażenia:

$$AB$$
$$(A \cdot B)$$
$$((AB \cdot C) \cdot D)$$

# Listy (S-wyrażenia)

Możemy reprezentować listy dowolnej długości przy użyciu S-wyrażeń w następujący sposób:

# Listy (S-wyrażenia)

Możemy reprezentować listy dowolnej długości przy użyciu S-wyrażeń w następujący sposób:

$$(m_1, m_2, \dots m_n) = (m_1 \cdot (m_2 \cdot (\dots (m_n \cdot NIL) \dots)))$$

# Listy (S-wyrażenia)

Możemy reprezentować listy dowolnej długości przy użyciu S-wyrażeń w następujący sposób:

$$(m_1, m_2, \dots m_n) = (m_1 \cdot (m_2 \cdot (\dots (m_n \cdot NIL) \dots)))$$

Gdzie NIL jest specjalnym symbolem kończącym listy.

# Listy (S-wyrażenia)

Możemy reprezentować listy dowolnej długości przy użyciu S-wyrażeń w następujący sposób:

$$(m_1, m_2, \dots m_n) = (m_1 \cdot (m_2 \cdot (\dots (m_n \cdot NIL) \dots)))$$

Gdzie NIL jest specjalnym symbolem kończącym listy.

Wprowadzamy zatem specjalną notację dla list:



# Listy (S-wyrażenia)

Możemy reprezentować listy dowolnej długości przy użyciu S-wyrażeń w następujący sposób:

$$(m_1, m_2, \dots m_n) = (m_1 \cdot (m_2 \cdot (\dots (m_n \cdot NIL) \dots)))$$

Gdzie NIL jest specjalnym symbolem kończącym listy.

Wprowadzamy zatem specjalną notację dla list:

- ❶  $(m) = (m \cdot NIL)$
- ❷  $(m_1, m_2, \dots m_n) = (m_1 \cdot (\dots (m_n \cdot NIL) \dots))$
- ❸  $(m_1, \dots, m_n \cdot x) = (m_1 \cdot (\dots (m_n \cdot x) \dots))$

# M-wyrażenia

# M-wyrażenia

Aby odróżnić wyrażenia reprezentujące aplikację funkcji od S-wyrażeń, będziemy małych liter do nazywania funkcji i zmiennych.

# M-wyrażenia

Aby odróżnić wyrażenia reprezentujące aplikację funkcji od S-wyrażeń, będziemy małych liter do nazywania funkcji i zmiennych.

Będziemy również używać nawiasów kwadratowych i średników zamiast nawiasów i przecinków.

# M-wyrażenia

Aby odróżnić wyrażenia reprezentujące aplikację funkcji od S-wyrażeń, będziemy małych liter do nazywania funkcji i zmiennych.

Będziemy również używać nawiasów kwadratowych i średników zamiast nawiasów i przecinków.

Na przykład:

$$car[x]$$
$$car[cons[(A \cdot B); x]]$$

# M-wyrażenia

Aby odróżnić wyrażenia reprezentujące aplikację funkcji od S-wyrażeń, będziemy małych liter do nazywania funkcji i zmiennych.

Będziemy również używać nawiasów kwadratowych i średników zamiast nawiasów i przecinków.

Na przykład:

$$car[x]$$
$$car[cons[(A \cdot B); x]]$$

M-wyrażenia – meta-wyrażenia

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

*atom*[*x*] – prawda tylko jeżeli *x* jest symbolem

*eq*[*x*; *y*] – prawda tylko jeżeli *x* i *y* są tym samym symbolem

*car*[*x*] – zdefiniowany tylko jeżeli *x* nie jest symbolem.



# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

$atom[x]$  – prawda tylko jeżeli  $x$  jest symbolem

$eq[x; y]$  – prawda tylko jeżeli  $x$  i  $y$  są tym samym symbolem

$car[x]$  – zdefiniowany tylko jeżeli  $x$  nie jest symbolem.

$$car[(X \cdot A)] = X$$

$$car[((X \cdot A) \cdot Y)] = (X \cdot A)$$

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

*atom*[*x*] – prawda tylko jeżeli *x* jest symbolem

*eq*[*x*; *y*] – prawda tylko jeżeli *x* i *y* są tym samym symbolem

*car*[*x*] – zdefiniowany tylko jeżeli *x* nie jest symbolem.

$$\text{car}[(X \cdot A)] = X$$

$$\text{car}[((X \cdot A) \cdot Y)] = (X \cdot A)$$

*cdr*[*x*] – zdefiniowany tylko jeżeli *x* nie jest symbolem

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

$atom[x]$  – prawda tylko jeżeli  $x$  jest symbolem

$eq[x; y]$  – prawda tylko jeżeli  $x$  i  $y$  są tym samym symbolem

$car[x]$  – zdefiniowany tylko jeżeli  $x$  nie jest symbolem.

$$car[(X \cdot A)] = X$$

$$car[((X \cdot A) \cdot Y)] = (X \cdot A)$$

$cdr[x]$  – zdefiniowany tylko jeżeli  $x$  nie jest symbolem

$$cdr[(X \cdot A)] = A$$

$$cdr[((X \cdot A) \cdot Y)] = Y$$

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

$atom[x]$  – prawda tylko jeżeli  $x$  jest symbolem

$eq[x; y]$  – prawda tylko jeżeli  $x$  i  $y$  są tym samym symbolem

$car[x]$  – zdefiniowany tylko jeżeli  $x$  nie jest symbolem.

$$car[(X \cdot A)] = X$$

$$car[((X \cdot A) \cdot Y)] = (X \cdot A)$$

$cdr[x]$  – zdefiniowany tylko jeżeli  $x$  nie jest symbolem

$$cdr[(X \cdot A)] = A$$

$$cdr[((X \cdot A) \cdot Y)] = Y$$

$$cons[x; y] = (e_1 \cdot e_2)$$

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

Widać, że *car*, *cdr* i *cons* spełniają poniższe zależności:

# Funkcje i predykaty dla S-wyrażeń

Widać, że *car*, *cdr* i *cons* spełniają poniższe zależności:

$$\text{car}[\text{cons}[x; y]] = x$$

$$\text{cdr}[\text{cons}[x; y]] = y$$

$$\text{cons}[\text{car}[x]; \text{cdr}[x]] = x \text{ (pod warunkiem, że } x \text{ nie jest atomowe)}$$







