Lista zadań nr 3
Bazy Danych 2019

1. (5 pkt., można deklarować każdy podpunkt osobno) Zapytania koniunkcyjne to zapytania rrd zbudowane z formuł atomowych (np. $R(x, y)$) oraz koniunkcji i kwantyfikatorów egzystencjalnych. W ogólności formułami atomowymi mogą być również równości i nierówności między stałymi i zmiennymi (np. $x = 5$, $x \neq y$, $x < z$) ale w tym zadaniu pozwalamy wyłącznie na atomy relacyjne oraz nie pozwalamy na używanie stałych.

Rozważmy bazę danych reprezentującą pewien graf skierowany o krawędziach zapisanych w relacji $E(S, T)$. Niestety w naszych zapytaniach nie możemy używać relacji E. W zamian mamy dostęp do relacji $P_i(x, y)$ dla pewnych $i > 1$. Relacja $P_i(x, y)$ zawiera pary wierzchołków połączone ścieżką długości i, np. $P_2(x, z)$ mogłaby by zdefiniowana jako $(\exists y)E(x, y) \land E(y, z)$. Odpowiada to sytuacji, w której np. ze względów bezpieczeństwa dostęp do bazy danych mamy wyłącznie za pomocą zestawu perspektyw (widoków), a dostęp do oryginalnych relacji jest zablokowany.

Jeśli chcemy wyliczyć odpowiedzi na jakieś zapytanie ψ używające relacji E możemy spróbować zmodyfikować (przepisać) ψ tak aby zamiast E wykorzystać symbole dostępnych perspektyw. Np. jeśli mamy wyłącznie dostęp do perspektywy $P_2(x, y)$, a chcemy zapisać zapytanie $P_4(x, z) = (\exists y_1, y_2, y_3)E(x, y_1) \land E(y_1, y_2) \land E(y_2, y_3) \land E(y_3, z)$ możemy to zrobić tak: $P_4'(x, z) = (\exists y)P_2(x, y) \land P_2(y, z)$ (zauważ, że P_4' też jest zapytaniem koniunkcyjnym i jest równoważne $P_4(x, y)$).

a) (1 pkt.) Pokaż, jak przepisać zapytanie $P_7(x, y)$ używając wyłącznie perspektyw $P_2(x, y)$ i $P_3(x, y)$.

b) (2 pkt.) Pokaż, że nie istnieje zapytanie koniunkcyjne używające wyłącznie perspektyw $P_3(x, y)$ i $P_4(x, y)$, które jest równoważne zapytaniu $P_5(x, y)$.

Wskazówka: rozważ grafy G_1 i G_2, niech G_1 będzie ścieżką długości 5, G_2 niech takiej ścieżki nie zawiera, a każde zapytanie koniunkcyjne postaci prawdziwe w G_1 będzie też prawdziwe w G_2.

c) (2 pkt.) Napisz zapytanie rrd (dozwolone $\exists, \forall$ i wszystkie spójniki boolowskie), które korzysta wyłącznie z perspektyw $P_3(x, y)$ i $P_4(x, y)$ i jest równoważne zapytaniu $P_5(x, y)$.

2. (2pkt.) Dziedziną bazy danych A, $\text{dom}(A)$, nazwiemy zbiór wszystkich elementów zawartych w krotkach w relacjach z A. Homomorfizm pomiędzy bazami danych A i B to funkcja $h : \text{dom}(A) \to \text{dom}(B)$ spełniająca warunek: dla każdej relacji R i każdej krotki $(a_1, \ldots, a_n) \in \text{dom}(A)^n$ (gdzie n jest liczbą atrybutów R) zachodzi

$$A \models R(a_1, \ldots, a_n) \implies B \models R(h(a_1), \ldots, h(a_n))$$

Mówimy, że formuła rachunku zdań jest w postaci 3CNF, gdy jest w koniunkcyjnej postaci normalnej, a dodatkowo każda klazula zawiera najwyżej 3 zmienne. Przykład formuły 3CNF: $(p \lor \neg q \lor r) \land (s \lor \neg r)$.

Rozważmy problem spełnialności formuł rachunku zdań zwany 3SAT: dla danej formuły w postaci 3CNF, rozstrzygnij czy istnieje wartościowanie ją spełniające.

Pokaż, że problem 3SAT można wyrazić jako problem istnienia homomorfizmu pomiędzy bazami danych, tzn. pokaż, że jesli potrafisz rozwiązywać problem istnienia homomorfizmu to potrafisz także rozwiązywać problem 3SAT.

Wskazówka: W tym celu dla danego φ zdefiniuj dwie bazy A i B takie, że φ jest spełnialna wtw istnieje homomorfizm $h : \mathrm{dom}(A) \to \mathrm{dom}(B)$. Najwygodniej użyć jednej relacji trójargumentowej.

3. (3 pkt., zadanie dla chętnych) Rozważmy graf reprezentowany przez relację binarną $E(S,T)$. Dowiedz się co to są gry Ehrenfeuchta-Fraïssé i pokaż z ich pomocą, że w logice pierwszego rzędu nie da się wyrazić zapytania $P_*(x,y)$ spełnionego gdy istnieje ścieżka z x do y o dowolnej długości.