

Lista zadań nr 4

21.03.2019

Rozważamy bazę danych zawierającą relację $E(X, Y)$ opisującą krawędzie pewnego grafu skierowanego.

1. (2 pkt.) Rozważmy następujące zapytanie w Datalogu.

$$T(X, Y) :- E(X, Y).$$
$$T(X, Y) :- T(X, Z), T(Z, Y).$$

Przypomnij definicję semantyki proceduralnej dla Datalogu, a następnie pokaż, że dla każdego $i \in \mathbb{N}_+$ zachodzi $T^i = \{(a, b) \mid \text{istnieje ścieżka z } a \text{ do } b \text{ o długości } \leq 2^i\}$

2. (3 pkt., po 0.5 za podpunkt) Napisz następujące zapytania datalogowe. Użyj stałych n i m .

1. Zwróć wierzchołki, które leżą na cyklu o dowolnej długości ≥ 1 .
2. Zwróć pary wierzchołków, pomiędzy którymi istnieje ścieżka tam oraz ścieżka z powrotem.
3. Zwróć wierzchołki, do których można dojść ścieżką z n lub ścieżką z m .
4. Zwróć wierzchołki, do których można dojść ścieżką z n i ścieżką z m .
5. Zwróć pary wierzchołków, do których można dojść z wierzchołka n ścieżkami o tej samej długości.
6. Zwróć pary wierzchołków, do których można dojść z wierzchołka n ścieżkami o różnych długościach.

Definicja. Graf jest k -kolorowalny jeśli każdemu wierzchołkowi tego grafu możemy przyporządkować jeden z k kolorów w taki sposób aby każde dwa wierzchołki połączone krawędzią miały różne kolory.

3. (1 pkt.) Wiadomo, że graf jest 2-kolorowalny wtedy i tylko wtedy gdy nie zawiera cyklu o nieparzystej długości. Napisz zapytanie datalogowe $Q()$ spełnione w grafach, które nie są 2-kolorowalne.

4. (1 pkt.) Dla danego grafu G skonstruuj takie zapytanie koniunkcyjne $Q()$ oraz bazę danych D , że $Q()$ jest prawdziwe w bazie D wtw gdy graf G jest 3-kolorowalny.

Dlaczego, choć wiadomo, że problem istnienia 3-kolorowania grafu jest trudny (milion dolarów za efektywny algorytm!) to problem ewaluacji zapytań koniunkcyjnych (a nawet zapytań SQL) nie jest uznawany za szczególnie trudny?

Wskazówka: Wskazówki psują zabawę i dlatego od tej listy będą szyfrowane pewnym łatwym szyfrem: qngnpbzcyrkvgl

5. (1 pkt.) Czy można napisać zapytanie datalogowe spełnione wtw gdy w grafie nie ma ścieżki pomiędzy wyróżnionymi wierzchołkami n i m ?

Wskazówka:

fcebohwbqbnjnpxenjrqmvrqbtenshfcryavnnwnprtbmncnlgnavrgnrxnolgbfcryavnavrmncflhp