

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
и Новосибирский государственный университет

при поддержке

ФАНО, СО РАН, РФФИ, ИМ им. С.Л. Соболева, ИНГГ им. А.А. Трофимука, ИЦиГ, ИВТ,  
ИГ им. М.А. Лаврентьева, ИТПМ им. С.А. Христиановича, КТИ ВТ

# Восьмая международная молодежная научная школа-конференция

## Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач

### Тезисы

Новосибирск, Академгородок,  
1-7 сентября 2016 года



ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

**Восьмая международная молодежная  
научная школа-конференция  
"ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ  
ЗАДАЧ"**

**ТЕЗИСЫ**

01-07 сентября 2016  
Академгородок, Новосибирск, Россия

**УДК 519.6**

**ББК 22.19**

Восьмая международная молодежная научная школа-конференция "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач". Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук. Новосибирск. 01–07 сентября 2016 г. [Электрон. ресурс]. 153 с.

Школа-конференция ОНЗ-2016 поможет выявлению и систематизации актуальных проблем в области численного решения обратных и некорректных задач и их приложений. Проведение конференции будет способствовать развитию научного, в том числе, международного сотрудничества. Будут представлены пленарные доклады руководителей и ведущих сотрудников институтов СО РАН.

Основные направления работы ОНЗ-2016: Методы регуляризации неустойчивых задач; Обратные задачи математической физики; Обратные и некорректные задачи биологии и медицины; Обратные и некорректные задачи в науках о Земле; Прямые и обратные задачи физики атмосферы, океана и охраны окружающей среды; Высокопроизводительные вычисления в естественных науках.

Конференция проводится при финансовой поддержке  
Федерального агентства научных организаций  
и Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 16-31-10314

**Соорганизаторы конференции:**

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН  
Новосибирский государственный университет

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН

Институт цитологии и генетики СО РАН

Институт вычислительных технологий СО РАН

Институт гидродинамики им М.А. Лаврентьева СО РАН

Институт теоретической и прикладной механики им С.А. Христиановича СО РАН

Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН

Сайт конференции: <http://conf.nsc.ru/tcmiip2016>

## Содержание

Аблабеков Б.С. Байсеркеева А. ОБ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ	15
Аблабеков Б.С. Курманбаева А.К. ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА В ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ	16
Азаров А.В. Яблоков А.В. ВОССТАНОВЛЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ ОЧАГОВ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНО-СЛОИСТЫХ СРЕДАХ	17
Алексеев Д.В. Новикова С.А. Табатчикова К.С. Травин А.В. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ РЕКОНСТРУКЦИИ ВОЗРАСТНЫХ СПЕКТРОВ	18
Антонцев С.Н. Кузнецов И.В. СУЩЕСТВОВАНИЕ ЭНТРОПИЙНЫХ МЕРОЗНАЧНЫХ РЕШЕНИЙ Р-ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМ НАПРАВЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ	19
Антохин П.Н., Пененко А.В. ОЦЕНКА МОЩНОСТИ ИСТОЧНИКА ОЗОНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ	20
Arbuzov E.V. Bukhgeim A.L. Ingle W. THE CAUCHY PROBLEM FOR LAPLACE EQUATION IN CASE WHEN CAUCHY DATA ARE GIVEN ON THE CLOSE SET OF POSITIVE MEASURE AND EMPTY OPEN PART	21
Ахманова Д.М. Дженалиев М.Т. Космакова М.Т. Рамазанов М.Т. О НЕТРИВИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ОБЛАСТИ	22
Баканов Г.Б. ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА ДЛЯ МНОГОМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ	23
Балакина Е.Ю. НАХОЖДЕНИЕ РАЗРЫВОВ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА	24

---

Бараховская Э.В. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ЛОКАЛЬНО-НАГРЕВАЕМОГО СЛОЯ ЖИД- КОСТИ	25
Begmatov A.H. Bektemirov I.T. RECONSTRUCTION OF FUNCTION FROM GIVEN INTEGRAL DATA ON SPECIAL LINES	27
Begmatov A.H. Djaikov G.M. NUMERICAL RECOVERY OF FUN- CTION IN A STRIP FROM GIVEN INTEGRAL DATA ON A FAMILY OF SEGMENTS	28
Begmatov A.H. UNIQUENESS AND STABILITY OF INVERSION OF THE X-RAY TRANSFORM WITH INCOMPLETE DATA	29
Belonog A.Yu Voronov D.A Kabanikhin S.I. Krivorotko O.I. NUME- RICAL SOLUTION OF INVERSE PROBLEM FOR SYSTEM OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR PHARMA- KINETIC MODELS	30
Беляев В.В. РАЗДЕЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОМПОНЕНТ РЕШЕНИЯ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ ГЛАДКОСТИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ	31
Бердышев А.С. Имомназаров Х.Х. Туйчиева С.Т. ОБРАТНАЯ ЗА- ДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА ИЗ СИСТЕМЫ ДИНА- МИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПОРОУПРУГОСТИ	32
Берендеев Е.А. Дудникова Г.И. Ефимова А.А. МОДЕЛИРОВА- НИЕ НА СУПЕРЭВМ ГЕНЕРАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНО- ГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННО- ГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ	33
Богачев И.В. Недин Р.Д. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИДЕН- ТИФИКАЦИИ НЕОДНОРОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЯЗ- КОУПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ	34
Ботороева М.Н. Булатов М.В. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРО- АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ БЛОЧНЫМИ МЕТОДА- МИ	35
Ботороева М.Н. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРО-АЛГЕБРА- ИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПРЕДЕЛАМИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ МНОГОШАГОВЫМИ МЕТОДАМИ	36

Brizitskii R.V. Saritskaya Zh.Yu. STABILITY ESTIMATES OF MULTIPLICATIVE CONTROL PROBLEM'S SOLUTION FOR THE NONLINEAR CONVECTION–DIFFUSION–REACTION EQUATION	37
Власов В.В. Коновалов А.Б. РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПО МАЛОМУ ЧИСЛУ РАКУРСОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА, МЕТОДА ПОЛНОЙ ВАРИАЦИИ И АДАПТИВНОЙ СЕГМЕНТАЦИИ	38
Вострикова Е.И. Воронов Д.А. Кабанихин С.И. ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФАРМАКОКИНЕТИКИ	39
Gadylshin K. Tcheverda V. NONLINEAR FULL WAVEFORM INVERSION IN APPLICATION TO REFLECTION SEISMIC DATA	40
Гласко Ю.В. ДВА ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НЕФТЕГАЗОРАЗВЕДКЕ	41
Головизнин В.М. СУПЕРКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ С НЕПОЛНЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ БЕЗ НАСТРОЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ	42
Гореячев Н.А. Митрофанов Г.М. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ КОРРЕКЦИИ ФОРМЫ СЕЙСМИЧЕСКОГО СИГНАЛА	43
Гришина А.А. Пененко А.В. МЕТОД ВАРИАЦИОННОГО УСВОЕНИЯ ДАННЫХ В ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКЕ КАК ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ	44
Гродзь А.А. ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФИЗИОЛОГИИ	45
Губайдуллин И.М. Коледина К.Ф. Коледин С.Н. Байназарова Н.М. ПРИМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В ОПТИМИЗАЦИИ КАТАЛИТИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ	46
Даирбаева Г.М. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СТОКСА	47

---

Дедок В.А. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ РАССЕЯНИЯ НА САМОПОДОБНЫХ ГРАФАХ	48
Demchenko M.N. REGULARIZATION OF AN ILL-POSED CAUCHY PROBLEM FOR THE WAVE EQUATION BY MEANS OF FOURIER МЕТОД	49
Денисова Н.В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ИМИТАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ ОБСЛЕДОВАНИЯ КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ ПАЦИЕНТОВ МЕТОДОМ ОДНОФОТОННОЙ ЭМИССИОННОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ	50
Деревцов Е.Ю. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТЕНЗОРНЫХ ПОЛЕЙ С ОСОБЕННОСТЯМИ ПО ТОМОГРАФИЧЕСКИМ ДАННЫМ	51
Деревцов Е.Ю. Мальцева С.В. Светов И.Е. ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАЗРЫВНОЙ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ В ОБЛАСТИ С ПОГЛОЩЕНИЕМ И РЕФРАКЦИЕЙ, ПО ЕЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМУ ЛУЧЕВОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ	52
Елеуов А.А. Закариянова Н.Б. Елеуова Р.А. О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ НА ОТРЕЗКЕ	53
Еникеев М.Р. ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРОЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПОВЕРХНОСТИ АЛЮМИНИЯ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ	55
Еникеева Л.В. МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ	56
Еремеева М. С. СРАВНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ РЕТРОСПЕКТИВНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С КОНВЕКТИВНЫМ СЛАГАЕМЫМ	57
Ershova A.A. Tanana V.P. NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLVING INTEGRAL EQUATIONS OF THE FIRST KIND	58
Жиан-Ган Тан, Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Маматкулов М.М. О РАЗОРУШЕНИИ РЕШЕНИЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕН-	

---

НОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДВУХЖИДКОСТНОЙ СРЕДЫ	59
Жиан-Ган Тан, Имомназаров Х.Х., Урев М.В. ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОДНОЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В ДВУХЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ	60
Jollivet A. INVERSE SCATTERING FOR THE NEWTON EQUATION	61
Зотов Л.В. МССА ГЛОБАЛЬНОГО ААМ, ОАМ, И ДАННЫХ ГРАСЕ	62
Кабанихин С.И. Шишленин М.А. Шолпанбаев Б.Б. ГОРАДАР "ЛОЗА". ТЕОРИЯ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, ПРИМЕНЕНИЯ.	63
Каденова З.А. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТИХ	65
Казанцев С.Г. ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ НА СФЕРЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУНКА-МИНКОВСКОГО	67
Кардаков В.Б. Бухгейм А.Л. Бухгейм А.А. Ingle W. Thompson N. КОНЕЧНОМЕРНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ	68
Карчевский А.Л. ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В УГОЛЬНОМ ПЛАСТЕ С УЧЕТОМ ДИФФУЗИИ ГАЗА	69
Каштанова В.Н. КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД УТОЧНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТУБЕРКУЛЕЗА ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ ДЛЯ СИБИРСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА	70
Клинов А.В. Главный В.Г. Рахманов В.В. ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНИВАНИЮ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА С ПОМЕХАМИ	71
Ключинский Д.В. Годунов С.К. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРА СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ГОДУНОВА-САФРОНОВА	72

---

Кокурин М.М. УСИЛЕННЫЕ ОБРАТНЫЕ ТЕОРЕМЫ О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ КОШИ	73
Кокурин М.Ю. Карабанова О.В. КОНЕЧНОМЕРНЫЙ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ	74
Колдаев Д.А. , Бочаров О.Б. АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МОДЕЛИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА	75
Коновалов А.Б. Власов В.В. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИМПУЛЬСНОЙ ДИФФУЗИОННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ В ТРАНСМИССИОННОЙ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ	76
Кочнев В.А. АНАЛИЗ МОДЕЛИ ИСТОЧНИКОВ МП В ЯДРЕ ЗЕМЛИ, ПОЛУЧЕННОЙ В РЕЗУЛЬТАТЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОМЕТРИИ	77
Кочнев В.А. Ощепков Д.В. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИХ СВОЙСТВ АДАПТИВНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ НА ПРОСТЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ	78
Кузнецов А. А. УСТОЙЧИВЫЕ МЕТОДЫ АППРОКСИМАЦИИ КВАЗИРЕШЕНИЙ	79
Кукина Т.М. Селезнев Т.Э. Шепелов М.А. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОВОЙ МАСКИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ	80
Куликов И.М. Шишленин М.А. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВЗРЫВА СВЕРХНОВОЙ	81
Кутерин Ф.А. РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА КАК ИНСТРУМЕНТ РЕШЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ	82
Ларькина О.С. ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ РЕ-	

---

ШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАС- КИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ	83
Латышенко В.А. Криворотко О.И. Кабанихин С.И. СТОХАСТИ- ЧЕСКИЙ И ГРАДИЕНТНЫЙ ПОДХОД К ЧИСЛЕННОМУ РЕ- ШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРОСТЕЙШЕЙ МАТЕ- МАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИНФЕКЦИОННОГО ЗАБОЛЕВА- НИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ	84
Лобанов А.В. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ МАС- КИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ	85
Максимов В.И. ДИНАМИЧЕСКИЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ И ЗА- ДАЧИ ТЕОРИИ ГАРАНТИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ	87
Мамонтов А. Е. Прокудин Д. А. РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО- КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ МНО- ГОКОМПОНЕНТНЫХ ВЯЗКИХ СЖИМАЕМЫХ ЖИДКОС- ТЕЙ	88
Марков Б.А. О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВ- НЕНИЯ ДИФФУЗИИ	89
Марков С.И. Иткина Н.Б. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНО- ГО ТЕНЗОРА ПРОНИЦАЕМОСТИ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ	90
Марковский А.Н. ОБ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТ- НОЙ ЗАДАЧИ ПОТЕНЦИАЛА С ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИМ ЯДРОМ	91
Марченко М.А. ЧИСЛЕННОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРО- ВАНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВА- НИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ	92
Матвеев А.С. Дучков А.А. ПОДАВЛЕНИЕ КРАТНЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ БЫСТРОГО ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩЕГО ПРЕОБ- РАЗОВАНИЯ РАДОНА	93
Михайлова Т.А. Захаров И.В. Мустафина С.А. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХ- НОЛОГИИ МРІ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦ РЕАКЦИОННОЙ СМЕСИ В КАС- КАДЕ РЕАКТОРОВ	94

---

Muhammad I. SEISMIC IMAGING BASED ON MARCHENKO INTEGRAL EQUATION APPROACH	95
Никитин А.А. Сердюков А.С. Дучков А.А. Кулаков И.Ю. ЭФФЕКТИВНАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙКОНАЛА И ОБРАТНОГО ЛУЧЕВОГО ТРАССИРОВАНИЯ НА ЕГО ОСНОВЕ ДЛЯ ЗАДАЧ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ	96
Nikitin V.V. FAST METHOD FOR EVALUATION OF THE HYPERBOLIC RADON TRANSFORM WITH APPLICATIONS IN SEISMOLOGY	97
Новиков Н.С. РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА-КРЕЙНА	98
Папаева Е.О. Маслов Н.А. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАТРИЦ ВОЗБУЖДЕНИЯ-ЭМИССИИ ДЛЯ МЕТОДА ЛАЗЕРНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ	99
Пененко А.В. УСВОЕНИЕ ДАННЫХ АТМОСФЕРНОЙ ХИМИИ	100
Пененко В.В. НОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ И ХИМИИ АТМОСФЕРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА И КОНЦЕПЦИИ СОПРЯЖЕННЫХ ИНТЕГРИРУЮЩИХ МНОЖИТЕЛЕЙ	101
Пикалов В.В. Гольдфельд М.А. Шмаков А.С. АЛГОРИТМЫ ДЕКОНВОЛЮЦИИ В ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ ТЕРМОПАРЫ	102
Полищук С.Ю. ИССЛЕДОВАНИЕ И РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК	104
Полякова А.П. МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ ДВУМЕРНОЙ ВЕКТОРНОЙ ТОМОГРАФИИ	105
Попов С.В., Николаев Н.Н. ОБ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА	106
Прокопьев Г.А. Васильев В.И. Кардашевский А.М. Сивцев П.В. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ	

---

ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ	107
Раевский Д.Н. Степанова И.Э. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД S-АППРОКСИМАЦИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ АНАЛИТИЧЕС- КИХ АППРОКСИМАЦИЙ РЕЛЬЕФА	109
Рыженков А.В. ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КРИТИКА “НЕО- КЛАССИЧЕСКИХ” МОДЕЛЕЙ И РАЗВИТИЕ МАРКСИСТ- СКОЙ ТЕОРИИ ПРОМЫШЛЕННОГО ЦИКЛА	111
Рысбайулы Б., Сатыбалдина А., Келесбеков А., Джабыкпаева А. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗАДАЧИ ПРОДОЛЖЕНИЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С НЕТОЧНЫМИ ИСХОДНЫМИ ДАННЫМИ	113
Сапетина А.Ф. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ СО-ДИЗАЙНА К ЧИС- ЛЕННОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНО- ВЫХ ПОЛЕЙ В СРЕДАХ, ХАРАКТЕРНЫХ ДЛЯ ВУЛКАНИ- ЧЕСКИХ СТРУКТУР	114
Sattorov E.N. Ermamatova F.E. THE STABILITY OF THE SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR THE QUATERNIONIC TIME -HARMONIC DIRAC EQUATIONS IN AN UNBOUNDED DO- MAIN	115
Sattorov E.N. Ermamatova Z.E. THE STABILITY OF THE SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR THE QUATERNIONIC TIME -HARMONIC MAXWELL EQUATIONS IN AN UNBOUNDED DOMAIN	116
Сатыбаев А.Дж. Анищенко Ю.В. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ АЛ- ГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ УРАВНЕНИЯ ГЕОЭЛЕКТРИКИ С МГНОВЕННЫМ И ШНУРОВЫМ ИСТОЧНИКОМ	117
Sabelfeld K.K. RECOVERING THE DIFFUSION COEFFICIENT OF THE EXCITON BY CATHODOLUMINESCENCE IMAGING SI- MULATIONS	118
Светов И.Е. МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ ДВУМЕРНОЙ ТЕНЗОРНОЙ ТОМОГРАФИИ	119
Sviridov M. Martakov S. DYNAMIC ESTIMATION OF SENSITIVITY RANGES FOR LWD RESISTIVITY TOOLS	120

---

Сердюков А.С. Кулаков И.Ю. Чернышов Г.С. Дучков А.А. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДАННЫХ СЕЙСМИКИ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧ РАЗЛИЧНЫХ МАСШТАБОВ	121
Сидикова А.И. ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ	122
Смирнов Д.Д. Иванов А.А. КОМПЛЕКС ПРОГРАММ AMIKS ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРЕ	123
Снытников Н.В., Маркелова Т.В. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ДВУХФАЗНЫХ ГРАВИТИРУЮЩИХ ДИСКОВ	124
Соловарова Л.С. О СВОЙСТВАХ САМОРЕГУЛЯРИЗАЦИИ ОДНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ	125
Соловьёв С.И., Самсонов А.А. АППРОКСИМАЦИЯ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ	126
Спивак Ю.Э. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ В 2D ЗАДАЧЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАСКИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ	127
Стояновская О.П., Снытников Н.В., Воробьев Э.И., Стадниченко О.А., Снытников В.Н. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭПИЗОДИЧЕСКОЙ АККРЕЦИИ НА ПРОТОЗВЕЗДУ МЕТОДОМ SPH: СВЯЗЬ МЕЖДУ ДИНАМИКОЙ ЗАРОДЫШЕЙ ПЛАНЕТ И ВСПЫШКАМИ СВЕТИМОСТИ ЗВЕЗД	129
Sulaimanov Z.M. Shumilov B.M. DEVELOPMENT OF THE THEORY OF SPLINE-WAVELETS AND OPTIMIZATION OF ALGORITHMS OF PROCESSING OF NUMERICAL INFORMATION	130
Sulaimanov Z.M. Shumilov B.M. THE ANALYSIS AND PLANNING OF REPAIRS OF HIGHWAYS WITH USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES OF PROCESSING OF LARGE VOLUMES OF LASER MEASUREMENTS	131
Сулайманов З.М., Шумилов Б.М. ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С РАСПЩЕПЛЕНИЕМ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЛАЙН-	

---

ВЕЙВЛЕТОВ	132
Сушкевич Т.А. РАДИАЦИОННЫЙ ФОРСИНГ НА КЛИМАТ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ	133
Сущенко А.А. Зиньков С.Ю. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТ- НОГО И ОБЪЕМНОГО РАССЕЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ГИДРОЛО- КАЦИИ МОРСКОГО ДНА	135
Табаринцева Е.В. ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ РЕШЕ- НИЯ ЗАДАЧИ НАИТОЧНЕЙШЕГО НАГРЕВА СТЕРЖНЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ	136
Танана В.П. ОБ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИ- ГО РЕШЕНИЯ ВЫРОЖДЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВ- НЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА	137
Tropin N.M. SYSTEM OF LAUNCHING RESISTIVITY DATA ANA- LYSIS SOFTWARE ON HIGH PERFORMANCE CLUSTERS	138
Фатянов А.Г. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОДАВЛЕНИЯ КРАТ- НЫХ И ОДНОКРАТНЫХ ВОЛН, ПОЗВОЛЯЮЩАЯ ПРОВО- ДИТЬ ОБРАБОТКУ ДЛЯ ДАННЫХ С РЕДКОЙ СЕТЬЮ НА- БЛЮДЕНИЙ БЕЗ ПОТЕРИ ТОЧНОСТИ	139
Фаязов К.С. Хажиев И.О. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОР- РЕКТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕ- НИЙ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО ПОРЯДКА	140
Фирсова А.А. ВЫБОР МОДЕЛИ ИСТОЧНИКОВ ПРИ ВЫЧИС- ЛЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ	141
Царьков И.Г. С1-РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙКОНАЛА	142
Червяков Н.И. Бабенко М.Г. Кучеров Н.Н. РАЗРАБОТКА НОВЫХ МЕТОДОВ ПРОВЕРКИ КОРРЕКТНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ В СОК ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ	143
Чиркунов Ю. А. Пикмуллина Е. О. ГРУППОВЫЕ СВОЙСТВА И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ С НА- КЛОННЫМ ДНОМ	144

- Чубатов А.А. Кармазин В.Н. О СРАВНЕНИИ МЕТОДОВ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ И РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПО А. Н. ТИХОНОВУ В ЗАДАЧЕ МОНИТОРИНГА ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ 145
- Шалимова И.А. Сабельфельд К.К. СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О ОПРЕДЕЛЕНИИ СВОЙСТВ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ ПО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПОТЕНЦИАЛА 147
- Щелик Г.С. Софронов И.Л. О ПОСТАНОВКЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ АКУСТИЧЕСКОГО КАРОТАЖА ДЛЯ СКВАЖИН С НЕКРУГОВЫМ СЕЧЕНИЕМ СТВОЛА В АНИЗОТРОПНЫХ ПОРОДАХ 148
- Яблоков А.В. Сердюков А.С. Азаров А.В. Чернышов Г.С. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТНОГО РАЗРЕЗА ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН ПО ДИСПЕРСИОННЫМ КРИВЫМ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН 150
- Янгибаев З.Ш. Имомназаров Х.Х. Жиан-Ган Тан ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА, ВОЗНИКАЮЩАЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ 151

**ОБ ОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ  
ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**

Аблабеков Б.С.<sup>1</sup>, Байсеркеева А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кыргызский государственный технический университет, просп. Чуй 215, г.  
Бишкек, 720001 Кыргызская Республика,  
*ablabekov\_63@mail.ru*

<sup>2</sup> Иссыккульский государственный университет, Кыргызская Республика, г.  
Каракол *ainurga.bayserkeeva@mail.ru*

Рассматривается обратная задача определения пары функций  $u(x, y, t), f(x, t)$  из условий

$$u_t = (u_t + u)_{xx} + (u_t + u)_{yy} + f(x, t)h(x, y, t), (x, y, t) \in (0, l) \times R \times (0, T), \quad (1)$$

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y), (x, y) \in \bar{D}, \quad (2)$$

$$u_x(0, y, t) = \varphi_1(y, t), u_x(l, y, t) = \varphi_2(y, t), (y, t) \in R \times [0, T], \quad (3)$$

$$u(x, 0, t) = \mu(x, t), (x, t) \in [0, l] \times [0, T]. \quad (4)$$

Здесь  $u_0(x, y), h(x, y, t), \psi_i(y, t), i = 1, 2$  – действительные заданные функции. Аналогичные обратные задачи для псевдопарabolических уравнений изучены в работе [1]. В работе [2] исследовалась обратная задача определения тройку функций в двумерном псевдопарabolическом уравнении. Справедлива

**Theorem 1.** Пусть функции  $\varphi_j(y, t) \in C(R \times [0, T]), j = 1, 2, u_0(x, y) \in C^2(R \times [0, l])$  абсолютно интегрируемы со всеми производными вплоть до второго порядка на  $R \times [0, T]$  и  $R \times [0, l]$  соответственно и для функций  $u_0, \varphi_1, \varphi_2, h$  выполнены условия согласования  $u_{0x}(0, y) = \varphi_1(y, 0), u_{0x}(l, y) = \varphi_2(y, 0), u_0(x, 0) = \mu(x, 0), \mu_x(0, y) = \varphi_1(y, 0), \mu_x(l, y) = \varphi_2(y, 0)$ , кроме того,  $\mu(x, t) \in C^{2,1}([0, l] \times [0, T]), \mu(x, t) \neq 0$  на  $[0, l] \times [0, T]$ . Тогда существует единственное решение обратной задачи (1)-(4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аблабеков Б.С. Обратные задачи для псевдопарabolических уравнений [Текст] /Б.С.Аблабеков. - Бишкек: Илим, 2001. -183 с.
2. Аблабеков Б.С. Обратные задачи для уравнений третьего порядка [Текст] /Б.С.Аблабеков. - LAP.LAMBERT Academic Publishing 2011. -291 с.

**ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА В  
ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ ДЛЯ  
ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**

Аблабеков Б.С.<sup>1</sup>, Курманбаева А.К.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Кыргызский государственный технический университет, Просп. Чуй 215, г.  
Бишкек, 720001 Кыргызская Республика,* <sup>2</sup>*Кыргызский государственный  
технический университет, Просп. Чуй 215, г. Бишкек, 720001 Кыргызская  
Республика,  
ablabekov\_63@mail.ruainura1971@mail.ru*

Рассмотрим в области обратную задачу определения функций  $\{q(t), u(x, t)\}$  из условий

$$u_t - (u_t + u)_{xx} + q(t)u(x, t) = f(x, t), (x, t) \in \Omega_T, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), x \in [0, l], \quad (2)$$

$$u(0, t) = \mu_1(t), u(l, t) = \mu_2(t), t \in [0, T], \quad (3)$$

$$u_x(0, t) = \varphi(t), t \in [0, T], \quad (4)$$

где  $u_0(x), \mu_1(t), \mu_2(t), \varphi(t), f(x, t)$  заданные на  $[0, l]$ ,  $[0, T]$  и  $\bar{\Omega}_T$  соответственно функции. Для исходных данных будем предполагать выполненными следующие условия гладкости и согласования:

1)  $u_0(x) \in C^2([0, l]), \mu_1(t), \mu_2(t) \in C^0([0, T]), f \in C^{2,0}(\bar{\Omega}_T), \varphi(t) \in C^1([0, T]), |\varphi(t)| \geq \alpha > 0, \forall t \in [0, T];$  2)  $u_0(0) = \mu_1(0), u_0(l) = \mu_2(0), u'_0(0) = \varphi(0).$  Справедлива

**Theorem 1.** Пусть для функций  $u_0(x), \mu_1(t), \mu_2(t), \varphi(t), f(x, t)$  выполнены выше перечисленные условия. Тогда для достаточно малых  $T > 0$  существует единственное решение обратной задачи (1)-(4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аблабеков Б. С. Обратные задачи для псевдопарabolических уравнений [Текст] / Б. С. Аблабеков. - Бишкек: Илим, 2001. -183 с.
2. Аблабеков Б. С. Обратные задачи для уравнений третьего порядка [Текст] / Б. С. Аблабеков. - LAP.LAMBERT Academic Publishing 2011. -291 с.

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ ОЧАГОВ  
СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНО-СЛОИСТЫХ  
СРЕДАХ**

Азаров А. В., Яблоков А. В.

*Институт горного дела СО РАН, Новосибирск  
antonazv@mail.ru*

В работе рассмотрена задача восстановления механизмов очагов сейсмических событий в трехмерной горизонтально-слоистой среде. Предлагаемая методика основана на поиске механизма путем сопоставления зарегистрированного поля с ранее насчитанными полями от источников с известными механизмами.

Рассматриваются модели источников точечного типа. Для описания источников данного типа используется понятие тензора сейсмического момента  $\mathbf{M}$  [1]. В трехмерном случае тензор  $\mathbf{M}$  имеет шесть компонент, однозначно определяющие механизм источника. Ниже приведены шаги реализации предлагаемой методики:

1. Расчет набора волновых полей  $U_{M_{ij}}$ .  $U_{M_{ij}}$  – поле от источника, имеющего только одну ненулевую компоненту  $M_{ij}$  в тензоре сейсмического момента  $\mathbf{M}$ . В трехмерном случае необходимо рассчитать 6 полей:  $U_{M_{11}}, U_{M_{12}}, U_{M_{13}}, U_{M_{22}}, U_{M_{23}}, U_{M_{33}}$ .

2. Построение  $U_{sum} = \sum_{M_{ij}} w_{M_{ij}} U_{M_{ij}}$ , где  $w_{M_{ij}}$  - вес с которым поле  $U_{M_{ij}}$  входит в  $U_{sum}$ .

3. Построение и минимизация функционала  $\|U_{reg} - U_{sum}\|^2$ , где  $U_{reg}$  - зарегистрированное поле от источника, механизм которого необходимо определить.

После выполнения приведенных шагов, получаем набор весовых коэффициентов  $w_{M_{ij}}$  минимизирующий  $\|U_{reg} - U_{sum}\|^2$ , т.е. получаем решение максимального близкое к зарегистрированному полю  $U_{reg}$ . Коэффициенты  $w_{M_{ij}}$  определяют тензор сейсмического момента соответствующего источнику.

Прямое моделирование волновых полей производится в рамках линейной теории упругости. При расчетах использовалась методика «wavenumber integration», которая позволяет с высокой скоростью и точностью рассчитывать синтетические сейсмограммы для слоистых моделей сред. В данной работе предлагаемая схема реализована на синтетических сейсмограммах. Произведены исследования работоспособности алгоритма при различных системах наблюдения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-35-00513 мол\_а.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Aki K., Richards P. *Quantitative Seismology: Theory and Methods*, V.1, 1980. – 520 c.
2. Song F., Toksoz M. N. *Full-waveform based complete moment tensor inversion and source parameter estimation from downhole microseismic data for hydrofracture monitoring* //Geophysics. – 2011. – T. 76. – №. 6. – C. WC103-WC116.

## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ РЕКОНСТРУКЦИИ ВОЗРАСТНЫХ СПЕКТРОВ

Алексеев Д.В.<sup>1,2</sup>, Новикова С.А.<sup>1</sup>, Табатчикова К.С.<sup>2</sup>, Травин А.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт геологии и минералогии им. В.С. Соболева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

a.daniil.v@yandex.ru

На сегодняшний день  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  метод датирования является одним из наиболее востребованных методов определения возраста горных пород и минералов. Данный метод используется во многих лабораториях мира.

При  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  датировании возраст образца определяется по изотопному составу содержащегося в нём аргона. Аргон выделяется поэтапно, зависимость значения возраста от доли выделенного газа (возрастной спектр) является одной из основных характеристик образца. В работе [1] было показано, что истинный возрастной спектр связан с измеряемым интегральным уравнением Фредгольма первого рода, а также был предложен численный алгоритм решения данного уравнения с учётом особенностей задачи. Кроме того, в данной работе обсуждалась возможность регуляризации решения за счёт накопления экспериментальных данных.

В представленной работе, на экспериментальном примере, показана необходимость предварительной фильтрации экспериментальных данных при реконструкции возрастных спектров по нескольким навескам образца. Предварительная фильтрация оказывает существенное влияние на погрешность и устойчивость решения (истинного возрастного спектра). Предложен численный алгоритм предварительной фильтрации экспериментальных данных, основанный на минимизации погрешности аппроксимации истинного возрастного спектра за счёт согласования результатов дегазации разных навесок образца.

Для того, чтобы анализ истинных возрастных спектров был доступен широкому кругу исследователей, необходимо соответствующее программное обеспечение с удобным и понятным пользовательским интерфейсом. На сегодняшний день такое программное обеспечение отсутствует. В связи с этим в настоящей работе представлена первая версия программы созданной на платформе .NET Framework 4.0. Данное приложение позволяет выполнять реконструкцию истинных возрастных спектров по экспериментальным данным, полученным по одной или нескольким навескам образца.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-35-00482 мол\_а.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Д.В. О реконструкции возрастных спектров. // Сибирские электронные математические известия, Том 12 (2015), с. 5-14.

**СУЩЕСТВОВАНИЕ ЭНТРОПИЙНЫХ МЕРОЗНАЧНЫХ  
РЕШЕНИЙ Р-ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С  
ПЕРЕМЕННЫМ НАПРАВЛЕНИЕМ ВРЕМЕНИ**

Антонцев С.Н.<sup>1,2,3</sup>, Кузнецов И.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

<sup>2</sup>*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

<sup>3</sup>*CMAF-CIO, Universidade de Lisboa, Portugal*

*antontsevsn@mail.ru*

Была рассмотрена эллиптическая краевая задача

$$\partial_t a(u_\varepsilon) = \Delta_p u_\varepsilon + \varepsilon \partial_t^2 u_\varepsilon, \quad (t, \mathbf{x}) \in G_T, \quad (1)$$

$$u_\varepsilon|_{\Gamma_0} = u_0(\mathbf{x}), \quad u_\varepsilon|_{\Gamma_T} = u_T(\mathbf{x}), \quad u_\varepsilon|_{\Gamma_l} = 0, \quad (2)$$

где  $a(z)$  есть немонотонная гладкая функция,  $z \in \mathbb{R}$ ,  $\Delta_p u_\varepsilon = \operatorname{div}_x(|\nabla_x u_\varepsilon|^{p-2} \nabla_x u_\varepsilon)$ ,  $p > 1$ ,  $\varepsilon > 0$ ,  $\Gamma_0 = \Omega \times \{t = 0\}$ ,  $\Gamma_T = \Omega \times \{t = T\}$ ,  $\Gamma_l = \partial\Omega \times (0, T)$ ,  $u_0, u_T \in L^\infty(\Omega) \cap W_0^{1,p}(\Omega)$ . Отметим, что производная функции  $a(z)$  может равняться нулю только на множестве меры нуль.

Мы доказали существование энтропийного решения

$$u = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} u_\varepsilon \quad (3)$$

у краевой задачи Дирихле для  $p$ -параболического уравнения с переменным направлением времени в ограниченной области  $G_T = \Omega \times (0, T)$ ,  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ , которое строится как предельная точка слабого решения краевой задачи (1)–(2) при  $\varepsilon \rightarrow 0+$ .

Основная сложность исследования заключается в том, что в предельном случае задача Дирихле является *некорректно поставленной*. Другими словами, начальные и финальные данные  $u_0$  и, соответственно,  $u_T$  могут и не совпадать с энтропийным решением  $u$ . Таким образом, начальные и финальные данные должны быть сформулированы в форме неравенств, которые называются энтропийными начальными и финальными данными. В свою очередь, здесь  $u|_{\Gamma_l} = 0$ .

В случае  $p = 2$  в [1] было доказано, что энтропийное решение (3) существует и единственно. С другой стороны, случай  $p \neq 2$  не столь очевиден. В этом случае при представлении энтропийного решения (3) возникает градиентная мера Янга. Отметим, что именно в случае  $p \neq 2$  вместо 'энтропийное решение' резонно использовать 'энтропийное мерозначное решение'.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РНФ № 15-11-20019.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов И.В. Энтропийные решения дифференциальных уравнений с переменным направлением параболичности, Вестн. НГУ. Сер. матем., мех., ин-форм., 2012, Т. 12, Вып. 4, С. 82-100.

## ОЦЕНКА МОЩНОСТИ ИСТОЧНИКА ОЗОНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Антохин П.Н.\*, Пененко А.В.\*\*, \*\*\*

\*Институт оптики атмосферы имени В.Е. Зуева СО РАН (Томск), Россия

\*\*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (Новосибирск), Россия

\*\*\*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия

*apn@iao.ru*

В работе была рассмотрена задача восстановления вертикального профиля мощности источника озона в пограничном слое атмосферы. Для решения поставленной задачи использовался градиентный оптимизационный алгоритм на основе сопряженных задач модели конвекции-диффузии [1], дополненный результатами натурных измерений вертикального распределения концентрации озона[2]. Проверка предложенного алгоритма проводилась с использованием источника в виде функции Гаусса (1). Относительная ошибка восстановления вертикального профиля по норме L2 составила 0.27%.

$$f(t, z) = \frac{A_T A_Z}{2\pi\sigma_T\sigma_Z} e^{-(\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_T^2} + \frac{(z-z_0)^2}{2\sigma_Z^2})} \quad (1)$$

где,  $A_T = 0.3$  ч,  $\sigma_T = 2$  ч,  $t_0 = 15$  ч,  $A_z = 125$  м,  $\sigma_z = 50$  м,  $Z_0 = 300$  м. На рис. 1 представлено восстановленное пространственно-временное распределение мощности источника озона полученное для натурных самолетных наблюдений.

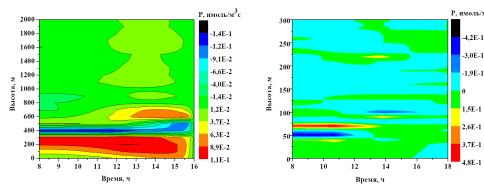


Рис. 1: Высотно-временное распределение источника озона 3.02.2013 (слева, вылеты 8:49,12:27,16:02) и 8.08.2013 (справа, вылеты 8:26, 11:26, 14:55,19:23)

Работа проводилась при частичной поддержке МК-8214.2016.1, РФФИ 14-01-00125, РФФИ № 14-05-00526, РФФИ №14-05-00590

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена М.: Наука., 1988
2. Антохин П.Н., Аршинова В.Г., Аршинов М.Ю., Белан Б.Д., и др. Суточная динамика вертикального распределения озона в пограничном слое атмосферы в районе Томска. // Оптика атмосферы и океана. 2013. Т. 26. № 08. С. 665-672.

**THE CAUCHY PROBLEM FOR LAPLACE EQUATION IN CASE  
WHEN CAUCHY DATA ARE GIVEN ON THE CLOSE SET OF  
POSITIVE MEASURE AND EMPTY OPEN PART**

Arbuzov E.V., Bukhgeim A.L., Ingle W.

*Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russia, Wichita State University,  
Wichita, USA*

*arbuzov@math.nsc.ru, bukhgeym@math.wichita.edu, ingle@math.wichita.edu*

We will study the Cauchy problem for the Laplace equation in 3 dimensional domains that are invariant under rotations or translations in the case when the Cauchy data on the boundary is given on a closed subset  $S$  of positive measure and zero on the complement. There are well-known examples of non-uniqueness for these Cauchy problems (see Wolff [1]). We demonstrate sufficient conditions for  $S$  to prove uniqueness and stability, and obtain Carleman formulas for this ill-posed problem.

REFERENCES

1. Wolff T. Counterexamples with harmonic gradients in  $R^3$ . Essays on Fourier analysis. Princeton Math. Ser. 42. Princeton Univ. Press. Princeton N.J. 1995.

**О НЕТРИВИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ  
ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В  
ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ОБЛАСТИ**

Ахманова Д.М., Дженалиев М.Т., Космакова М.Т., Рамазанов М.Т.

*Карагандинский государственный университет им. академика Е.А.Букетова,  
Караганда*

*Институт математики и математического моделирования КН МОН РК,  
Алматы  
svetik\_mir69@mail.ru*

Рассматривается первая краевая задача для уравнения теплопроводности в нецилиндрической области, вырождающейся в точку в начальный момент времени: в области  $G = \{(x; t) : t > 0, 0 < x < t\}$  найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

удовлетворяющее граничным условиям

$$u(x, t)|_{x=0} = 0, \quad u(x, t)|_{x=t} = 0. \quad (2)$$

Для полноты исследования рассматривается сопряженная граничная задача: в области  $G = \{(x; t) : t > 0, 0 < x < t\}$  найти решение сопряженной задачи для уравнения теплопроводности

$$-\frac{\partial u^*}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$u^*(x, t)|_{t=\infty} = 0, \quad u^*(x, t)|_{x=0} = 0, \quad u^*(x, t)|_{x=t} = 0. \quad (4)$$

Задачи (1) – (2) и (3) – (4) сводятся к исследованию интегральных уравнений соответственно

$$\varphi(t) - \int_0^t K(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau = 0, \quad \varphi^*(t) - \int_t^\infty K^*(t, \tau) \varphi^*(\tau) d\tau = 0, \quad t > 0,$$

где

$$K(t, \tau) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{t+\tau}{(t-\tau)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{(t+\tau)^2}{4a^2(t-\tau)}\right) + \frac{1}{(t-\tau)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{t-\tau}{4a^2}\right) \right\}.$$

Показано, что однородные краевые задачи (1) – (2) и (3) – (4) имеют нетривиальные решения [1].

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Амангалиева М.М., Дженалиев М.Т., Космакова М.Т., Рамазанов М.И. Об одной однородной задаче для уравнения теплопроводности в бесконечной угловой области // Сибирский математический журнал. – 2015. – Т. 56, №6. – С. 1234-1248.

**ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА  
ДЛЯ МНОГОМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ**

Баканов Г.Б.

*Университет Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан*  
*galitdin.bakanov@ayu.edu.kz*

Рассматривается дискретный аналог следующей обратной задачи [1]: определить непрерывную функцию  $q(x, y)$  из соотношений

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u^m}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u^m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^m}{\partial y^2} - q(x, y) u^m, \quad x \in R, \quad y \in R, \quad t > 0, \\ u^m(x, y, 0) &= 0, \quad \frac{\partial u^m}{\partial t}(x, y, 0) = \delta(x) e^{imy}, \quad x \in R, \quad y \in R, \\ u^m(0, y, t) &= f^m(y, t), \quad \frac{\partial u^m}{\partial x}(0, y, t) = 0, \quad y \in R, \quad t > 0. \end{aligned}$$

Здесь  $R$ -множество вещественных чисел,  $\delta$ -дельта-функция Дирака,  $m$ -некоторое фиксированное целое число. Предполагается, что  $q(x, y)$  четна по всем переменным, а функции  $u^m(x, y, t)$  и  $q(x, y)$  -  $2\pi$ -периодические по  $y$ .

На основе метода Гельфанд-Левитана [2], получены необходимые и достаточные условия существования решения дискретной обратной задачи.

Работа выполнена при поддержке гранта Университета Ахмеда Ясави.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Романов В.Г Обратные задачи математической физики. – М.: Наука, 1984.  
– 264 с.
2. Kabanikhin S.I. and Bakanov G.B. Discrete analogy of the Gel'fand - Levitan equation // Journal of Inverse and Ill - Posed Problems. - VSP, Utrecht, The Netherlands, Tokyo, Japan, 1996. - Vol. 4, No. 5. - p. 409-435.

## НАХОЖДЕНИЕ РАЗРЫВОВ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Балакина Е.Ю.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*balakina@math.nsc.ru*

Рассматривается нестационарное линейное уравнение переноса, описывающее процесс переноса частиц в среде:

$$\frac{\partial f(t, r, \omega, E)}{\partial t} + \omega \cdot \nabla_r f(t, r, \omega, E) + \mu(t, r, E)f(t, r, \omega, E) = J(t, r, \omega, E),$$

здесь  $t$  — временная переменная,  $t \in T = [0, T^*]$ ;  $r$  — пространственная переменная,  $r \in G \subset \mathbb{R}^3$ ,  $G$  — выпуклая ограниченная область;  $\omega \in \Omega = \{\omega \in \mathbb{R}^3 : |\omega| = 1\}$ ;  $E \in I = [E_1, E_2]$ ,  $E_1 > 0$ ,  $E_2 < \infty$ . Функция  $f(t, r, \omega, E)$  интерпретируется как плотность потока частиц в момент времени  $t$  в точке  $r$  с энергией  $E$ , летящих в направлении  $\omega$ . Функции  $\mu$  и  $J$  характеризуют среду  $G$ .

Исследуется уравнение переноса, во-первых, нестационарное (коэффициенты уравнения и неизвестная функция зависят от времени), во-вторых, полизнергетическое и, в-третьих, коэффициенты уравнения переноса могут претерпевать разрыв первого рода по пространственной переменной (иначе говоря, среда, в которой протекает процесс, неоднородна).

Задача состоит в том, чтобы по плотности выходящего потока определить множество, на котором функции  $\mu$  и  $J$  претерпевают разрыв. Такая постановка является продолжением цикла исследований Аниконова Д.С. ([1]).

Для решения поставленной проблемы сначала исследуется прямая задача о нахождении плотности потока  $f$  при заданных начальном условии и плотности падающего потока [2] (такая же постановка, но в случае непрерывных коэффициентов, была рассмотрена Прилепко А.И. [3]). Далее рассматривается некоторая функция, зависящая от известных данных, и показывается, что она принимает неограниченные значения только вблизи искомого множества.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-31-00112).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аниконов Д.С., Ковтанюк А.Е., Прохоров Н.В. Использование уравнения переноса в томографии. // М.: Логос, 2000.
2. Балакина Е.Ю. Существование и единственность решения для нестационарного уравнения переноса. // Сибирский журнал индустриальной математики, 2015, т. 18, № 4, с. 3-8.
3. Прилепко А.И., Иванков А.Л. Обратные задачи определения коэффициента и правой части нестационарного многоскоростного уравнения переноса по переопределению в точке. // Дифференциальные уравнения, 1985, т. 22, № 5, с. 109-119.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ЛОКАЛЬНО-НАГРЕВАЕМОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ

Бараховская Э.В.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

*ella94@bk.ru*

Процессы тепломассопереноса в системах с межфазной поверхностью жидкость-газ представляют интерес для широкого круга задач. В таких системах важную роль играют термокапиллярные течения. Термокапиллярная деформация лежит в основе ряда методов исследования химического состава и различных свойств жидкости при решении обратных задач.

Задача о термокапиллярной деформации локально-нагреваемого горизонтального слоя силиконового масла решается в приближении теории смазки численно для двумерного осесимметричного нестационарного случая. В модели учтены сила тяжести, поверхностное натяжение, термокапиллярный эффект, вязкое трение, теплообмен в подложке и жидкости. Испарением жидкости пренебрегалось. Локальный нагрев происходит со стороны подложки. Деформации поверхности жидкости определяются свойствами жидкости, подложки и нагревателя. Стационарные решения получены методом установления.

Динамика тонких слоев жидкости хорошо описывается эволюционным уравнением, полученным в приближении теории смазки [1],[2]. Температура жидкости определяется уравнением энергии. Для численного решения используется алгоритм для совместного решения уравнения энергии и эволюционного уравнения для толщины слоя. Полученные системы алгебраических уравнений решаются с использованием метода Ньютона и метода дробных шагов [3].

Численные расчеты показали, что при локальном нагреве горизонтального слоя возникает деформация поверхности жидкости и термокапиллярное течение. Для силиконовых масел с различной вязкостью получены зависимости глубины термокапиллярной деформации от толщины слоя. Установлено, что величина относительной деформации нелинейно уменьшается при увеличении начальной толщины слоя. Имеется хорошее качественное соответствие между результатами расчетов и экспериментальными данными, полученными с использованием конфокального микроскопа.

Работа поддержанна РНФ (проект 15-19-20049).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Marchuk I. V. Thermocapillary deformation of a horizontal liquid layer under flash local surface heating, Journal of Engineering Thermophysics, 2015, 24 (4), pp. 381-385.*
2. *Oron A., Davis S.H. and Bankoff S.G. Long-scale evolution of thin liquid films //Rev. of Modern Phys., 69(3), 931-980, 1997*

3. Яненко Н.Н Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики, 1967, Новосибирск.

**RECONSTRUCTION OF FUNCTION FROM GIVEN INTEGRAL  
DATA ON SPECIAL LINES**

Begmatov A.H., Bektemirov I.T.

*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk*  
*begmatov@ami.nstu.ru*

We consider the problem of reconstruction a function from its given integrals over a family of special lines. This problem is Volterra type problem of integral geometry in a strip [1, 2]. We study uniqueness and stability questions for solution of the problem. New inversion formula is constructed.

We study also a problem of reconstructing a function from data with perturbation (see [3, 4, 5]). Uniqueness theorem for perturbation with sufficiently general weight function is proved and similar stability estimates are obtained.

The work has been supported by NSTU project TP-IM-1-15.

REFERENCES

1. Begmatov A.H. Volterra-type integral geometry problems// Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Res. Notes Math., 418, Chapman & Hall / CRC, Boca Raton, Fl, pp. 46-50, 2000.
2. Begmatov A.H. The uniqueness of a solution to a Volterra-type integral problem in the plane// Doklady Akademii Nauk, vol. 427, no. 4, pp. 439-441, 2009. English transl. in: Doklady Mathematics, vol. 80, no 1, pp. 528-530, 2009.
3. Begmatov A. H. Reducing problems of integral geometry in the three-dimensional space to perturbed polysingular integral equations// Doklady Akademii Nauk, vol. 360, no. 5, pp. 583-585, 1998. English transl. in: Doklady Mathematics, vol. 57, no 3, pp. 424-426, 1998.
4. Begmatov A. H. A perturbed integral geometry problem in three-dimensional space// Sibirsk. Mat. Zh., vol. 41, no. 1, pp. 3-14, 2000. English transl. in: Siberian Math. J., vol. 41, no. 1, pp. 1-12, 2000.
5. Begmatov A. H., Djaykov G. M. Linear problem of integral geometry with smooth weight functions and perturbation// Vladikavkaz Math. J., vol. 17, no. 3, pp. 14-22, 2015.

**NUMERICAL RECOVERY OF FUNCTION IN A STRIP FROM  
GIVEN INTEGRAL DATA ON A FAMILY OF SEGMENTS**

Begmatov A.H., Djailov G.M.

*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk*  
*begmatov@ami.nstu.ru*

We study Volterra-type problem of integral geometry in a strip on a family of line segments with given weight function [1, 2]. The uniqueness and existence theorems for solution of the problem are presented. Stability estimates of solution to the problem in Sobolev spaces are obtained, which implies its weak ill-posedness. The problem mentioned above is closely connected with the mathematical problems of Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT) and related areas of clinical medicine, including oncology and cardiology [3].

We construct an analytical representation of solution in the class of smooth finite functions. Efficient algorithm of numerical recovery of function is presented. We compare two methods for solving such equations with noisy data: the method of Tikhonov regularization and discrete regularization method [4].

The work has been supported by NSTU project TP-IM-1-15.

REFERENCES

1. *Begmatov A.H.* The uniqueness of a solution to a Volterra-type integral problem in the plane// Doklady Akademii Nauk, vol. 427, no. 4, pp. 439-441, 2009.  
English transl. in: Doklady Mathematics, vol. 80, no 1, pp. 528-530, 2009.
2. *Begmatov A. H., Djaykov G. M.* Linear problem of integral geometry with smooth weight functions and perturbation// Vladikavkaz Math. J., vol. 17, no. 3, pp. 14-22, 2015.
3. *Kuchment P.* The Radon Transform and Medical Imaging. SIAM, Philadelphia, 2014.
4. *Wang Y., Yagola A.G., Yang C. (Eds.)* Computational Methods for Applied Inverse Problems. Higher Education Press and Walter de Gruyter GmbH, Berlin / Boston, 2012.

**UNIQUENESS AND STABILITY OF INVERSION OF THE X-RAY  
TRANSFORM WITH INCOMPLETE DATA**

Begmatov A.H.

*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk  
begmatov@ami.nstu.ru*

We study a problem of reconstructing a function from its integrals over a family of generators of n-dimensional cones. This is the problem of inversion of the X-ray transform in n-dimensional space with incomplete data. This important class of integral geometry problems has many applications in the theory of partial differential equations, acoustic tomography, signal processing etc.

We prove uniqueness theorem and obtained logarithmic stability estimates to solution of considered problem. Note that the first logarithmic estimates for similar problems were obtained in our articles [1, 2, 3]. Linear integral geometry problems were considered in our recent papers [4, 5].

The work has been supported by NSTU project TP-IM-1-15.

REFERENCES

1. Begmatov Akbar H., Begmatov Akram H. Inversion of the X-ray transform and the Radon transform with incomplete data// Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Res. Notes Math., 418, Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Fl, pp. 51-56, 2000.
2. Begmatov Akram H. A certain inversion problem for the ray transform with incomplete data// Sibirs. Mat. Zh., vol. 42, no. 3, pp. 507-514, 2001. English transl. in: Siberian Math. J., vol. 42, no. 3, pp. 428-434, 2001.
3. Begmatov A. H., Begmatov A. H. Problems of integral geometry on curves and surfaces in Euclidean space// Ill-posed and Non-Classical Problems of Mathematical Physics and Analysis, Proceedings of the International Conference (Samarkand, Uzbekistan, 2000), VSP, Utrecht-Boston, pp.1-18, 2003.
4. Begmatov A. H., Pirimbetov A. O., Seidullaev A. K. Weakly ill-posed problems of integral geometry with perturbation on polygonal lines// Izvestiya of Saratov University. New Series. Series Mathematics. Mechanics. Informatics., vol. 15, no. 1, pp. 5-12, 2015.
5. Begmatov A. H., Djaykov G. M. Linear problem of integral geometry with smooth weight functions and perturbation// Vladikavkaz Math. J., vol. 17, no. 3, pp. 14-22, 2015.

**NUMERICAL SOLUTION OF INVERSE PROBLEM FOR SYSTEM  
OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS FOR  
PHARMACOKINETIC MODELS**

\*Belonog A.Yu<sup>1</sup>, Voronov D.A<sup>1,2</sup>, Kabanikhin S.I.<sup>2</sup>, Krivorotko O.I.<sup>1,2</sup>

\*Corresponding author

<sup>1</sup>*Novosibirsk state university, Novosibirsk*

<sup>2</sup>*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,  
Novosibirsk*

*anatolybelonog@gmail.com*

Considering an organism as a set of compartments where each compartment represents an organ or group of organs is a common approach in pharmacokinetic modeling. If linear kinetics take place in organism than mathematical model is a linear system of ordinary differential equations. The algorithm for inverse problem for linear dynamic models is proposed. Let's consider a direct problem as a Cauchy problem:

$$\begin{cases} \dot{X} = QX + f(t) \\ X(0) = X_0, \end{cases} \quad (1)$$

where  $Q = (q_{ij})$  is  $N \times N$  matrix of system parameters, ,  $X, f \in R^N$ .

Inverse problem consist in estimation of parameters  $q_{ij}$  using additional data of direct problem solution:

$$X_i(t_k) = X_i^k, \quad i = 1, \dots, N, k = 1, \dots, K_i.$$

The variational formulation of the inverse problem is considered. It is to minimize following cost functional:

$$J(Q) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{K_j} (X_j(t^k, Q) - X_j^k)^2$$

The minimization problem was solved by using gradient approach. Accuracy of estimation depending of inverse problem data structure was analyzed. The results of numerical solution for pharmacokinetic models including the results with data noise are presented. A matter of choice of initial parameter approximation is considered. The reported study was supported by RFBR, research project No. 16-31-00382.

**РАЗДЕЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОМПОНЕНТ РЕШЕНИЯ С  
РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ ГЛАДКОСТИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ  
НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ**

Беляев В. В.

Научный руководитель: Васин В. В., д. ф.-м. н.

Уральский федеральный университет, Екатеринбург  
*beliaev\_vv@mail.ru*

При численном решении некорректной задачи, когда в искомой функции гладкие участки перемежаются с разрывными, возникает проблема построения стабилизатора в тихоновской регуляризации, поскольку традиционные квадратичные функционалы заглаживают тонкую структуру (разрывы, близкие экстремумы). Поэтому возникла идея устойчивого восстановления решения некорректной задачи в виде суммы нескольких компонент. Как правило, ограничиваются представлением решения в виде двух слагаемых  $u = u_1 + u_2$ , первое – гладкое, а второе – разрывное. В соответствии с этой априорной информацией стабилизирующий функционал строится в виде суммы двух функционалов  $\Omega(u) = \Omega_1(u_1) + \Omega_2(u_2)$  (см., например, [1]). В некоторых некорректно поставленных задачах из физического смысла вытекает, что можно ожидать наличие изломов, допускающих разрывы производных. В этой ситуации естественно выделить еще одну компоненту  $u_3$  в решении и добавить в стабилизатор еще один функционал  $\Omega_3(u_3)$ .

В данной работе рассматривается представление решения в виде суммы трех компонент  $u = u_1 + u_2 + u_3$ , где функции:  $u_1$  – разрывная,  $u_2$  – непрерывная с разрывами производной,  $u_3$  – непрерывно дифференцируемая. Стабилизаторами взяты  $\Omega_1(u_1) = \|u_1\|_{BV}$ ,  $\Omega_2(u_2) = \|u_2^{(1)}\|_{BV} + |u_2(a)|$ ,  $\Omega_3(u_3) = \|u_3^{(2)}\|_{BV} + |u_3(a)| + |u_3^{(1)}(a)|$ , где  $\|u\|_{BV} = \|u\|_{L_1[a,b]} + J(u)$ ,  $J(u)$  – обобщенная вариация функции. Подобные стабилизаторы в несколько иной форме рассматривались в [2].

В работе формулируются теоремы существования нормального решения и по-компонентной сходимости метода регуляризации. Обсуждаются результаты численного эксперимента для интегрального уравнения Фредгольма I-го рода. Так как  $\|u\|_{L_1[a,b]}$ ,  $J(u)$ ,  $|u(a)|$  являются негладкими функционалами, то для нахождения экстремального элемента в дискретизованной задаче проводится аппроксимация этих стабилизаторов дифференцируемыми функционалами и применяется итерационный метод Ньютона. Реализованный алгоритм позволяет восстановить тонкую структуру решения.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. A. Gholami and S. M. Hosseini, *A balanced combination of Tikhonov and total variation regularizations for reconstruction of piecewise-smooth signals*, *Signal Process.* **93** (2013), no. 7, 1945–1960.
2. V. V. Vasin, *Regularization of ill-posed problems by using stabilizers in the form of the total variation of a function and its derivatives*, *J. Inverse ill-posed probl.* 2016, Vol.24, Issue 2, p. 149-158.

**ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТОЧНИКА ИЗ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПОРОУПРУГОСТИ**

Бердышев А.С., Имомназаров Х.Х., Туйчиева С.Т.

*Казахский госуниверситет им. Абая, Алматы*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики*

*Сибирского отделения РАН, Новосибирск*

*Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта,*

*Ташкент*

*berdyshev@mail.ru*

Рассматривается задача определения правой части системы динамических уравнений пороупругости по следу решения прямой задачи на свободной поверхности. Используя метод работы [1], решена в явном виде поставленная задача.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта КН МОН РК (номер гранта 3328/ГФ4).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бухгейм А.Л., Кардаков В.Б. Решение обратной задачи для уравнения упругих волн методом сферических средних // Сиб. мат. журн. 1978, т. 19, № 4. с. 749-758.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НА СУПЕРЭВМ ГЕНЕРАЦИИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПЛАЗМОЙ**

Берендеев Е.А.<sup>1</sup> Дудникова Г.И.<sup>2</sup> Ефимова А.А.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Институт вычислительной математики  
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск  
evgeny.berendeev@gmail.com*

<sup>2</sup>*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск  
gdudnikova@gmail.com*

<sup>3</sup>*Институт вычислительной математики  
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск  
apna.an.efimova@gmail.com*

Работа посвящена численному моделированию генерации высокочастотного электромагнитного излучения в открытой системе плотная плазма - релятивистский электронный пучок.

Рассматривается двумерная численная модель, включающая в себя инжекцию электронного пучка в плазму и открытые граничные условия. При этом электронный пучок, входящий в плазму вдоль магнитного поля через одну границу и покидая её через другую, обеспечивает непрерывную накачку плазменных колебаний. Такая постановка требует рассмотрения достаточно протяженной области плазмы, внутри которой происходит захват пучка полем возбуждаемой волны. Поперёк магнитного поля плазма граничит с вакуумным промежутком и поглащающими стенками, что позволяет сравнивать потоки выходящего из плазмы излучения с экспериментальными данными. Рассматриваемая модель построена на основе метода частиц в ячейках. Создан алгоритм параллельных вычислений, позволяющий проводить расчёты на современных вычислительных комплексах массивно-параллельной архитектуры. Проведена серия вычислительных экспериментов для различных параметров фоновой плазмы, пучка и магнитного поля. Исследовано влияние граничных условий на основные процессы, происходящие в плазме.

Разработка алгоритмов параллельных вычислений и проведение расчётов на суперЭВМ выполнены при поддержки гранта РНФ № 16-11-10028, математическая модель для описания взаимодействия электронного пучка с плазмой создана при поддержке грантов РФФИ № 14-01- 00392, № 16-01-00209.

**РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ  
НЕОДНОРОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЯЗКОУПРУГОЙ  
ПЛАСТИНЫ**

Богачев И.В., Недин Р.Д.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*  
*bogachev89@yandex.ru*

В настоящее время на практике широкое распространение получают функционально-градиентные материалы (ФГМ). Одной из наиболее практически значимых задач, возникающих производстве и исследовании таких материалов, является задача минимизации отклонения свойств изготовленных материалов от спроектированных заранее. Для определения свойств реальных образцов ФГМ требуется создание доступных и эффективных методов идентификации. В качестве основы для подобных подходов часто используется аппарат коэффициентных обратных задач, входную информацию об измеряемых физических полях для которых удается эффективно получать с помощью акустического метода. Также, многим ФГМ на практике присущи выраженные реологические свойства, поэтому при моделировании необходимо учитывать эффект затухания и наличие мгновенной и длительной реакций на приложенную нагрузку. В данном случае для моделирования применяются различные подходы, основанные на концепции динамических модулей.

В работе представлена обратная задача об определении комплексной характеристики эффективной жесткости существенно неоднородной вязкоупругой круговой пластины, защемленной по контуру при анализе установившихся колебаний. Для учета эффекта затухания в вязкоупругом материале использована модель стандартного вязкоупругого тела на основе теории комплексных модулей. С использованием гипотез Кирхгофа-Лява и вариационного принципа Гамильтона-Остроградского выведены уравнения колебаний и граничные условия для пластины. В качестве дополнительной информации выступают значения функции прогиба, измеренные в некоторой точке для определенного набора частот. Ввиду существенной нелинейности сформулированной обратной задачи, разработан специальный итерационный метод на основе метода линеаризации, сочетающий использование метода Галеркина для решения прямых задач на каждом шаге и решение систем интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода. Для регуляризации при решении последних применялся метод Тихонова.

Представленный подход проиллюстрирован набором вычислительных экспериментов, в которых восстанавливаются монотонные и немонотонные функции, характеризующие мгновенный и длительный модули. Погрешность восстановления не превосходит 6%, что свидетельствует об их эффективности для решения подобного рода задач.

Работа выполнена про поддержке РФФИ (проекты 16-31-00144 мол-а, 16-38-60157 мол-а-дк и 16-01-00354 А).

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ БЛОЧНЫМИ МЕТОДАМИ

Ботореева М.Н.

*Иркутский государственный университет, Иркутск*  
*masha88888@mail.ru*

Булатов М.В.

*Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск*  
*mubul@icc.ru*

В докладе рассмотрена система интегральных уравнений

$$A(t)x(t) + \int_0^t K(t,s)x(s)ds = f(t), 0 \leq s \leq t \leq 1, \quad (1)$$

где  $A(t)$  и  $K(t,s)$  -  $(n \times n)$ -матрицы,  $f(t)$  и  $x(t)$   $n$ -мерные известная и искомая вектор-функции. Предполагается, что элементы  $A(t), K(t,s), f(t)$  обладают необходимой степенью гладкости. Под решением исходной задачи (1) понимаем любую непрерывную вектор-функцию  $x(t)$  обращающую (1) в тождество.

Предполагается, что

$$\det A(t) \equiv 0. \quad (2)$$

Задачи (1) с условием (2) принято называть интегро-алгебраическими уравнениями.

В первой статье [1], посвященной ИАУ, были сформулированы достаточные условия существования единственного непрерывного решения рассматриваемого класса задач.

В докладе приведены результаты численных расчетов интегро-алгебраических уравнений интерполяционными блочными методами.

Данная работа была поддержанна проектами РФФИ № 16-51-540002-Вьет-а, 15-01-03228А, 16-31-00219-мол-а.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чистяков В.Ф. О сингулярных системах обыкновенных дифференциальных уравнений и их интегральных аналогах. // Функции Ляпунова и их применения, 1987, Новосибирск: Наука, с. 231-239.

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ  
УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПРЕДЕЛАМИ  
ИНТЕГРИРОВАНИЯ МНОГОШАГОВЫМИ МЕТОДАМИ**

Ботороева М.Н.

*Иркутский государственный университет, Иркутск  
masha88888@mail.ru*

Булатов М.В.

*Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск  
mvbul@icc.ru*

В докладе рассмотрены интегро-алгебраические уравнения с переменными пределами интегрирования

$$A(t)x(t) + \int_{t-c}^t K(t,s)x(s)ds = f(t), \quad t \in [0, T], \quad s \in [0, t], \quad (1)$$

где  $A(t)$  и  $K(t, s)$  — квадратные матрицы размерности  $n$ ,  $f(t)$  и  $x(t)$  — известная искомая  $n$ -мерные вектор-функции соответственно,  $c$  — известная положительная постоянная величина. Для данной системы задана стартовая вектор-функция

$$x(t) = x^0(t), \quad t \in [-c, 0]. \quad (2)$$

Здесь матрица  $A(t)$  — тождественно вырожденная  $\det A(t) \equiv 0$ .

Под решением задачи понимаем любую непрерывную вектор-функцию  $x(t)$  обращающую (1) в тождество и непрерывно стыкующуюся со стартовой вектор-функцией (2) в начальной точке  $t = 0$ .

Условия существования единственного непрерывного решения для задачи (1) сформулированы в [1].

В докладе приведены результаты численных расчетов представленных уравнений многошаговыми методами, основанными на квадратурной формуле Адамса и на экстраполяционных формулах.

$$A_{i+1} \sum_{j=0}^k \alpha_j x_{i-j} + h \sum_{l=i-N+1}^i \omega_{N-k+1,l} K_{i+1,l} x_l = f_{i+1}, \quad (3)$$

$i = 0, 1, \dots, [\frac{T-h}{h} + 1] + 1$ ,  $[\cdot]$  — целая часть числа.

Работа поддержана проектами РФФИ № 16-51-540002-Вьет-а, 15-01-03228А, 16-31-00219-мол-а.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Булатов М.В., Мачхина М.Н. Об одном классе интегро-алгебраических уравнений с переменными пределами интегрирования. // Журнал Средневолжского математического общества, 2010, Т. 12, № 2, С. 40-45.

**STABILITY ESTIMATES OF MULTIPLICATIVE CONTROL  
PROBLEM'S SOLUTION FOR THE NONLINEAR  
CONVECTION–DIFFUSION–REACTION EQUATION**

Brizitskii R.V., Saritskaya Zh.Yu.

*Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok,*

*Far Eastern Federal University, Vladivostok*

*mlnwizard@mail.ru, zhsar@icloud.com*

In a bounded domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  with boundary  $\Gamma$  the following boundary value problem is considered

$$-\lambda\Delta\varphi + \mathbf{u} \cdot \nabla\varphi + k\varphi = f \text{ in } \Omega, \quad \varphi = 0 \text{ on } \Gamma. \quad (1)$$

Here function  $\varphi$  means polluting substance's concentration,  $\mathbf{u}$  is a given vector of velocity,  $f$  is a volume density of external sources of substance,  $\lambda$  – constant diffusion coefficient, function  $k = k(\varphi)$  is a reaction coefficient.

Control problem for convection-diffusion-reaction equation, in which reaction coefficient depends nonlinearly on substance's concentration, is considered. Velocity vector, multiplicatively entered into the considered equation, is chosen as a control function.

The global solvability of problem (1), when reaction coefficients belong to rather wide class of functions, was proved in [1]. The multiplicative control problem's solvability for reaction coefficient of common type was proved in [2].

In this paper the optimality system for reaction coefficient  $k(\varphi) = \varphi^2|\varphi|$  is received and on its basis the local stability estimates of control problem's solutions for particular cost functionals are obtained.

The work has been supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 16-01-00365-a) and Program of Fundamental Research of Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences "Far East" (project No. 15-1-4-036)

**REFERENCES**

1. Alekseev G. V., Brizitskii R. V., Saritskaya Zh. Yu. Stability estimates of solutions to extremal problems for a nonlinear convection-diffusion-reaction equation // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2016, V. 10, P. 155–167.
2. Brizitskii R. V., Saritskaya Zh. Yu., Byrganov A.I. Multiplicative control problems for nonlinear convection-diffusion-reaction equation // Siberian Electronic Mathematical Reports, 2016, V. 13, P. 352–360.

**РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПО МАЛОМУ ЧИСЛУ  
РАКУРСОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО  
АЛГОРИТМА, МЕТОДА ПОЛНОЙ ВАРИАЦИИ И  
АДАПТИВНОЙ СЕГМЕНТАЦИИ**

Власов В.В., Коновалов А.Б.

*Российский Федеральный Ядерный Центр – ВНИИ технической физики  
им. академика Е. И. Забабахина, Снежинск  
vitaly.vlasov.v@gmail.com, a\_konov@mail.vega-int.ru*

Представлен гибридный итерационный алгоритм для реконструкции томографических изображений по очень ограниченному числу проекций ( $< 10$ ). В основе алгоритма известный алгебраический алгоритм реконструкции ART [1], регуляризация его промежуточных результатов посредством минимизации нормы полной вариации (TV-регуляризация) [2] и оригинальный метод адаптивной сегментации, являющийся модернизацией известного алгоритма “выращивания областей” [3]. Для апробации нового алгоритма, названного нами ART-TVS, поставлен численный эксперимент по реконструкции 2D фантома Шеппа-Логана. Результаты реконструкции приводятся в сравнении с результатами, полученными с помощью алгоритма ART-TV (ART с TV-регуляризацией, но без адаптивной сегментации) и алгоритма дискретной томографии MART-AP, разработанного нами ранее [4]. Показано, что предложенный алгоритм ART-TVS быстрее сходится, позволяет получать томограммы более высокого качества, и более устойчив к аддитивному шуму, нежели два других вышеуказанных алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gordon R., Bender R., Herman G. T.* Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography // J. Theor. Biol. 1970. V. 29. P. 471-481.
2. *Yu H., Wang G.* Compressed sensing based interior tomography // Phys. Med. Biol. 2009. V. 54. P. 2791-2805.
3. Гонсалес Р., Буде Р. Цифровая обработка изображений. Москва: Техносфера, 2005.
4. *Konovalov A.B., Vlasov V.V.* Spatial resolution analysis for few-views discrete tomography based on MART-AP algorithm // ISRN Sign. Process. 2013. V.2013. P. 356291-1 356291-7.

## ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ФАРМАКОКИНЕТИКИ.

Вострикова Е.И.<sup>1</sup>, Воронов Д.А.<sup>1,2</sup>, Кабанихин С.И.<sup>1,2</sup>

*(1)Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*(2)Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики,  
Новосибирск*

*vostrikova-liza@inbox.ru*

В работе рассмотрена модель фармакокинетики и фармакодинамики Диго-  
сина в организме человека [1]:

$$\begin{cases} \frac{dD_{vas}}{dt} = -(Q_D/V_{vas} + k_{vi}) \cdot D_{vas}(t) + k_{iv} \cdot D_{is}(t) + Q_D \cdot C(t) \\ \frac{dD_{is}}{dt} = k_{vi} \cdot D_{vas}(t) - (k_{iv} + k_{on}(R_{tot} - DR(t))) \cdot D_{is}(t) + k_{off} \cdot DR(t) \\ \frac{dDR}{dt} = k_{on}(R_{tot} - DR(t))D_{is}(t) - k_{off} \cdot DR(t) \\ E(t) = e \cdot DR(t) \\ D_{vas}(0) = 0 \\ D_{is}(0) = 0 \\ DR(0) = 0 \end{cases}$$

Здесь  $D_{vas}(t)$ -количество Диго-сина в сосудистых тканях,  $D_{is}(t)$ -количество Ди-  
гоксина во внутритканевом пространстве,  $DR(t)$ -количество Диго-сина на гра-  
нице рецепторов. Задача заключается в нахождении параметров  $k_{on}$ ,  $k_{off}$ ,  $R_{tot}$  по  
дополнительной информации о функциях  $D_{vas}$ ,  $D_{is}$ ,  $DR(t)$ .

В работе была рассмотрена вариационная постановка обратной задачи. С ис-  
пользованием методов Нелдера - Мида [2] и метода максимального правдопо-  
добия [3] были восстановлены параметры для данной модели. Проведен срав-  
нительный анализ алгоритмов. Приведены результаты численных расчетов для  
данных, заданных с ошибкой.

Для экспериментальных данных (концентрация препарата в крови в течении  
времени) был применен изученный подход для моделирования процесса. Была  
построена линейная двухкамерная фармакокинетическая модель с внесосуди-  
стым способом введения препарата. С помощью метода Нелдера – Мида были  
восстановлены соответствующие фармакокинетические параметры. Приведено  
численное решение прямой задачи для найденных параметров.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kramer W. G. et al. Pharmacokinetics of digoxin: relationship between response intensity and predicted compartmental drug levels in man //Journal of pharmacokinetics and biopharmaceutics. – 1979. – Т. 7. – №. 1. – С. 47-61.
2. Nelder J. A., Mead R. A simplex method for function minimization //The computer journal. 1965. - Т. 7. - №. 4. - С.308-313.
3. Cobelli C., Carson E. Introduction to modeling in physiology and medicine. – Academic Press, 2008.

**NONLINEAR FULL WAVEFORM INVERSION IN APPLICATION  
TO REFLECTION SEISMIC DATA**

Kirill Gadylshin and Vladimir Tcheverda

*Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Novosibirsk, Russia*

*GadylshinKG@ipgg.sbras.ru*

In this work we deal with development of reliable techniques of full waveform inversion which guarantee correct reconstruction of a macrovelocity model for reasonable acquisitions and frequency ranges. As reasonable we mean realistic offsets (about one-two depths of target objects) and temporal frequency above 5–7 Hz. We propose the so-called Migration Based Travel Times (MBTT) formulation of the data misfit functional in time frequency domain. This approach relies on the decomposition of a velocity model onto two subspaces : smooth propagator and rough depth reflectors. On this base the modified data misfit functional is introduced and compared with standard least squares formulation. Numerical Singular Value Decomposition proves that these two formulations produce functionals which have almost orthogonal stable subspaces. As is well known the classical formulation leads to stable subspaces mainly made of fast oscillating functions (reflectors). At the same time we prove that MBTT modification ensures appearance of the propagator in these stable subspaces. Numerical experiments prove the feasibility of full inversion for reflected waves in this modified reformulation for the well known Marmousi velocity model. We demonstrate Common Image Gathers for initial guess and reconstructed model to validate good quality of reconstructed velocity.

**Acknowledgements**

The research described in this publication is partially supported by RFBR grants 16-35-00240, 16-05-00800.

REFERENCES

1. Chavent G., Gadylshin K.G., Tcheverda V.A. Reflection FWI in MBTT Formulation // 77th EAGE Conference and Exhibition 2015

## ДВА ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМА ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НЕФТЕГАЗОРАЗВЕДКЕ

Гласко Ю.В.

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский Вычислительный Центр, Москва  
glaskoyu@mail.ru*

При решении обратных задач интерпретации, в том числе гравитационных и магнитных полей, в нефтегазоразведке используется комплексный подход, позволяющий получить необходимую для единственности решения информацию. В данном случае мы рассмотрим комплекс из двух экономичных вычислительных алгоритмов для 3D случая.

Первый алгоритм основан на интропродолжении гравитационного либо магнитного поля, измеренного на дневной поверхности с фильтрацией посредством полного нормированного градиента В.М. Березкина. Реализация алгоритма на сетке предполагает конечно-разностный метод аппроксимации модели поля, дополненный конечно-разностным аналогом ПНГ В.М. Березкина (КПНГ). Система изолиний КПНГ позволяет определять особые точки поля (аномалиеобразующие источники поля) в нижней полуплоскости, аппроксимируемой на сетке параллелепипедом либо кубом ( $V$ ). По сути для поля (магнитного либо гравитационного) мы имеем уравнение Пуассона касательно системы неизвестных источников. Это соотношение сводится к уравнению Лапласа. И то, и другое имеет в качестве краевого условия измеренное на дневной поверхности поле  $U_0(X)$ ,  $X \equiv (x, y)$ . То есть краевые условия заданы лишь частично — на верхней горизонтальной грани аппроксимирующей области  $V$ .

Второй алгоритм основан на 3.5D концентрации плотностей тяготеющих масс (либо плотностей магнитных источников) в  $V$  с целью определения плотностных и геометрических характеристик источника аномалии на  $\partial V$ . Первый алгоритм позволяет сократить область концентрации до меньшего куба  $V_1 \subset V$  поле, на гранях которого ( $\partial V_1$ ) рассчитывается посредством интропродолжения с дневной поверхности при дополнительных граничных условиях. Алгоритм, используя вариант метода конечных элементов (выметание Д. Зидарова), имеет целью статистическую регуляризацию в компакте на основе метода Монте–Карло.

Работа проводилась в рамках НИР №14 "Создание и развитие информационных систем учебного и административного назначения МГУ" (ЦИТИС 01201253080)

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Березкин В.М.* Метод полного градиента при геофизической разведке. М.: Недра, 1998.
2. *Гласко Ю.В.* Численный аспект алгоритма 3.5D концентрации масс // СЭМИ. 2015. Т. 12. С. 197–205

**СУПЕРКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ С НЕПОЛНЫМ  
РАЗРЕШЕНИЕМ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ  
БЕЗ НАСТРОЕЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ**

Головизнин В.М.

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва  
gol@ibrae.ac.ru*

При численном моделировании турбулентных гидродинамических потоков различной природы, при неполном разрешении спектра турбулентных пульсаций, используются различные модельные представления (т.н. подсеточные модели турбулентности), содержащие настроочные параметры. Многообразие используемых моделей порождает широкий спектр т.н. «вихреразрешающих» вычислительных алгоритмов» типа LES, IMLES, DES, эффективность которых зависит от значений эмпирических коэффициентов. Нахождение настроочных параметров представляет собой сложную, а порой и неразрешимую задачу.

Для того, чтобы структурировать многообразие существующих алгоритмов, можно ввести понятие идеального вихреразрешающего алгоритма (PerfectLES) и судить о каждом из них по степени близости к этому идеалу. Нетрудно сформулировать минимальные требования к идеальному алгоритму. Это, прежде всего, адекватное воспроизведение спектра турбулентных пульсаций на задаче о вырождении однородной и изотропной турбулентности на максимально грубых расчетных сетках. Следом идут пожелания о применимости для областей сложной формы, консервативности, робастности, масштабируемости при использовании многопроцессорных вычислительных комплексов и возможности включения в расчеты широкого круга физико–химических процессов–мультифизичности. Завершить эти пожелания, на мой взгляд, следует жестким требованием о возможности расчетов турбулентных течений с неполным разрешением спектра турбулентных пульсаций без настроочных параметров.

Последнему пожеланию–требованию из известных методов, в какой то мере, удовлетворяют только спектральные, но они применимы лишь в простейших областях. Ни один, из широко известных в настоящее время подходов, не удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к Perfect LES.

Доклад посвящен вычислительному алгоритму нового поколения, удовлетворяющему всем перечисленным выше требованиям.

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ,  
ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ КОРРЕКЦИИ ФОРМЫ  
СЕЙСМИЧЕСКОГО СИГНАЛА**

Горяевчев Н.А., Митрофанов Г.М.

*Новосибирский Государственный университет, НГУ*

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, ИНГГ СО РАН*

*n.goreyavchev1994@gmail.com georgymitrofanov@rambler.ru*

Одна из серьезных проблем реальных сейсмических исследований состоит в высокой неоднородности условий возбуждения и приема колебаний, распространяющихся в среде и взаимодействующих с изучаемыми объектами. Она серьезно влияет на решение обратных задач, привнося в них дополнительную неустойчивость, а часто и неединственность. При определенных условиях ее можно свести к системе линейных уравнений. Решение соответствующей системы линейных уравнений может быть построено как при помощи итерационных методов, так и на основе обращения матриц с существенным понижением их порядка, в частности, квадратичным способом. В работе представлены оба способа. При этом анализируются особенности каждого из способов и демонстрируются сложности, которые необходимо учитывать при рассмотрении реальных наблюдений.

Возникающие сложности обусловлены тем, что данные системы линейных уравнений для реальных наблюдений представлены в виде прямоугольных матриц значительных порядков с числом уравнений существенно превышающим число неизвестных параметров. Кроме того, системы не имеют единственного решения, что вызвано, прежде всего, линейной зависимостью между определяемыми параметрами, а также геометрией сейсмических наблюдений. Устранение неединственности первого вида может быть обеспечено путем введения дополнительных условий, например, с использованием неопределенных множителей Лагранжа. Учет неединственности, связанной с геометрией сейсмических наблюдений, может быть выполнен посредством их трансформации, в частности, через усечение «плохих» наблюдений, повышающих неединственность решения.

В качестве примеров при построении и исследовании систем линейных уравнений использовались реальные данные, относящиеся к морским сейсмическим наблюдениям, выполненным в акватории Белого моря. Они включали в себя 6231 точки возбуждения и 6246 точки приема. Соответствующая система содержала до 40 миллионов уравнений и имела десятки тысяч неизвестных параметров, которые разбивались на две группы: фактор источника и фактор приемника. Данные факторы вносят существенные изменения в форму регистрируемого сейсмического сигнала. Благодаря построенным решениям систем линейных уравнений, такие изменения можно скорректировать, приведя условия эксперимента к почти идеальным условиям, обычно формулируемым при постановке обратной задачи в сейсмике.

**МЕТОД ВАРИАЦИОННОГО УСВОЕНИЯ ДАННЫХ В  
ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКЕ КАК ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ  
ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ \***

Гришина А.А.<sup>1</sup> Пененко А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Новосибирский государственный университет, <sup>2</sup>ИВМиМГ СО РАН*  
*a.a.grishina17@gmail.com.ru*

Метод усвоения данных, описанный, например, в [1], заключается в совместном использовании данных измерений неизвестных величин, относящихся к некоторому быстро изменяющемуся во времени процессу, а также данных расчетов, полученных согласно построенной для его изучения математической модели. Он может использоваться для получения прогноза значений искомых величин до поступления первых данных измерений о них, а также для уменьшения невязки между искомым решением и расчетами, полученными с использованием математической модели процесса, и одновременно между искомым решением и данными измерений соответствующих величин. При реализации данного метода решается последовательность обратных задач, причем наборы дополнительных данных о системе — данных измерений — различен для каждой задачи, так как в разные моменты времени могут быть измерены разные величины.

В химической кинетике данными измерений могут быть наблюдаемые концентрации различных реагентов, а математические модели описывают взаимодействие веществ в ходе химических реакций с помощью систем обыкновенных дифференциальных уравнений ([2]).

В данной работе на основании доказанной леммы об эквивалентности "явной" и "неявной" схем вариационного усвоения данных реализован алгоритм, позволяющий с помощью выбиравшегося параметра получать такое решение, для которого можно уменьшать величину невязки между решением и прогнозом, полученным по математической модели, либо величину невязки между решением и данными измерений. Работа алгоритма продемонстрирована на примере системы Робертсона, описывающей взаимодействие трех химических веществ.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- Пененко В.В. Вариационные методы усвоения данных и обратные задачи для изучения атмосферы, океана и окружающей среды. // Сиб. журн. вычисл. матем., 12:4 (2009). С. 421–434.
- Леванов А.Е., Антипенко Э.Е. Введение в химическую кинетику. М.: МГУ, 2006.

---

\* Работа выполняется при поддержке программы Президиума РАН и грантов I.33П и II.2П/I.3-3; поддержана проектами МК-8214.2016.1 и РФФИ 14-01-00125.

## ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФИЗИОЛОГИИ

Гродзь А.А.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*Tnasty-a-grodz@yandex.ru*

В докладе рассмотрены процессы фармакокинетики, эпидемиологии и иммунологии, характеризующиеся системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t), u(t), p), \\ y(t) = g(u(t), x(t), p). \end{cases} \quad (1)$$

Определение: Модель (1) является априорно идентифицируемой, если её параметры  $p = [p_1, \dots, p_s]$  можно однозначно определить по входным данным  $u(t)$  и данным измерений  $y(t) = g(t, p)$ .

В работе представлен сравнительный анализ методов идентифицируемости динамических систем (1): подходы к определению идентифицируемости основаны на фундаментальной математической теории: разложение в ряд Тейлора, преобразование Лапласа, построение базисов Гребнера, производные Ли, теория графов, функция правдоподобия, решение алгебраических систем, матрица Якоби. Рассмотрены программные комплексы: AMIGO, GenSSI, DAISY, PottersWheel, COMBOS, IdentifiabilityAnalysis, предназначенные для анализа идентифицируемости. На примерах продемонстрирована необходимость проводить априорный анализ идентифицируемости модели до проведения численных расчетов по определению параметров, характеризующих тот или иной процесс.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. Cobelli, J. DiStefano III Parameter and structural identifiability concepts and ambiguities: a critical review and analysis // Am. J. Physiol. Regul. Integr. Comp. Physiol., 1980.
2. R.F.Brown Identifiability: role in design of pharmacokinetic experiment // IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1980.
3. E. Carson, C. Cobelli Introduction to Modelling in Physiology and Medicine // Elsevier Inc., 2008

**ПРИМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В ОПТИМИЗАЦИИ  
КАТАЛИТИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ**

Губайдуллин И.М., Коледина К.Ф., Коледин С.Н., Байназарова Н.М.

*Институт нефтехимии и катализа РАН, Уфа*

*irekmars@mail.ru*

В работе приведены кинетические модели каталитических реакций спиртов с диметилкарбонатом [1] и реакции гидрирования ацетилена [2]. Показано применение кинетических моделей при постановке задачи теоретической оптимизации [3]. В качестве критериев оптимизации предложено использование экономических показателей - производительность, прибыль и рентабельность.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 15-07-01764 А 'Оптимальное управление химическими реакциями металлокомплексного катализа'.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Xуснутдинов Р.И., Щаднева Н.А., Маякова Ю.Ю.* Журнал органической химии. 2014. Т. 50. Вып. 6. С. 808-813
2. *S. A. Nikolaev, D. A. Pichugina, D. F. Mukhamedzyanova* Sites for the selective hydrogenation of ethyne to ethene on supported NiO/Au catalysts, Gold Bull (2012) 45:221-231
3. *О.Левеншпиль* Инженерное оформление химических процессов. Москва. 1969г.

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ  
УРАВНЕНИЙ СТОКСА**

Даирбаева Г.М.

*Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы*  
*lazat-dairbayeva@mail.ru*

В области  $\Omega = \{(x, y) \in R^2 : -2\pi < x < 2\pi, \cos x + 1 < y < \cos x + 3\}$  рассмотрена граничная задача для уравнений Стокса

$$\Delta u - \nabla p = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} u = 0, \quad (2)$$

$$u|_{\Gamma_0} = \begin{cases} 0, & \text{если } (x, y) \in \Gamma_{01} \cup \Gamma_{03}, \\ \varphi(y), & \text{если } (x, y) \in \Gamma_{02}, \end{cases} \quad (3)$$

$$(pn - \frac{\partial u}{\partial n})|_{\Gamma_{02}} = f(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_{02}. \quad (4)$$

Здесь  $\partial\Omega = \Gamma_0 \cup \Gamma_1$  - граница области  $\Omega$ ,  $\Gamma_0 = \Gamma_{01} \cup \Gamma_{02} \cup \Gamma_{03}$ , где  $\Gamma_{01} = \{(x, y) : -2\pi \leq x \leq 2\pi, y = \cos x + 1\}$ ,  $\Gamma_{02} = \{(-2\pi, y) : 2 \leq y \leq 4\}$ ,  $\Gamma_{03} = \{(x, y) : -2\pi \leq x \leq 2\pi, y = \cos x + 3\}$ ,  $\Gamma_1 = \{(2\pi, y) : 2 \leq y \leq 4\}$ ,  $u = (u_1, u_2)$  - скорость,  $p$  - давление,  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$ ,  $f = (f_1, f_2)$  - заданные функции,  $n = (n_1, n_2)$  - внешняя нормаль к границе  $\partial\Omega$ . На части границы  $\Gamma_1$  значение решения не задано. Задача (1)-(4) является некорректной [1]. Рассмотрены обобщенные решения прямой и сопряженных задач в соболевских пространствах [2]-[3]. Показано, что задача (1)-(4) сводится к решению обратной задачи по отношению к прямой задаче. Обратная задача численно решена на основе сочетания метода конечных элементов и оптимизационного метода.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант 1746/ГФ4).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.
2. Ладыжеская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. Государственное издательство физико-математической литературы, М. 1961.
3. Bastay, T. Johansson, D. Lesnic., V. Kozlov. An Alternating Method for the Stationary Stokes System. ZAMM (Z. Angew. Math. Mech) 86, 268-280 (2006).

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ РАССЕЯНИЯ НА  
САМОПОДОБНЫХ ГРАФАХ**

Дедок В.А.

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*  
*dedokv@math.nsc.ru*

В работе численно исследуется задача определения данных рассеяния на самоподобных графах. В отличие от [1],[2], где изучались свойства задачи рассеяния на конечно-разветвленной салфетке Серпинского, данная работа посвящена численному исследованию трансформаций данных рассеяния при склейке графов по вершинам.

*Оператором Шредингера*  $H = L + Q$  на графе  $G$  называется оператор, действующий на соболевском пространстве  $W_2^2(G)$  функций, ограничение которых на каждое ребро  $b_j$  графа принадлежит пространству  $W_2^2(b_j)$ , по правилу

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x).$$

*Матрица рассеяния* определяется асимптотиками решения уравнения  $H\psi = k^2\psi$  на полубесконечных ребрах графа:

$$\begin{aligned}\psi_l^j(x, k) &= T_{lj}(k)e^{ikx} + o(1), \quad x \rightarrow \infty, x \in E_j, 1 \leq j, l \leq n, j \neq l, \\ \psi_l^l(x, k) &= e^{-ikx} + R_{ll}(k)e^{ikx} + o(1), \quad x \rightarrow \infty, x \in E_l, 1 \leq l \leq n.\end{aligned}$$

Численный анализ основывается на разложении коэффициентов матрицы рассеяния по путям на графе. В качестве носителя для уравнения был выбран граф, представляющий собой последовательные итерации классического треугольника Серпинского, с приклеенными к трем "граничным" вершинам полубесконечных ребер. Численно исследуются свойства данных рассеяния на таких последовательных приближениях треугольника Серпинского, изучаются свойства матрицы рассеяния на итерациях достаточно большого порядка.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (грант 14-01-00208).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бондаренко А.Н., Дедок В.А. Техника спектральной хирургии квантовых графов // Доклады Академии наук, 444:5 (2012), 473-476.
2. Бондаренко А. Н., Дедок В. А. Численные реализации спектральных преобразований для оператора Шредингера с ненулевым потенциалом на самоподобных графах // Тезисы докладов международной молодежной школы-конференции "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" Новосибирск, Россия, 8-13 октября 2013г., стр. 23.

**REGULARIZATION OF AN ILL-POSED CAUCHY PROBLEM FOR  
THE WAVE EQUATION BY MEANS OF FOURIER METHOD**

M.N. Demchenko

*St. Petersburg Department of V.A. Steklov Institute of Mathematics  
of the Russian Academy of Sciences, Saint-Petersburg  
demchenko@pdmi.ras.ru*

Let  $C^\infty$ -smooth function  $u(x, y, t)$  in  $x, t \in \mathbb{R}$ ,  $y \geq 0$ , satisfy the wave equation  $\partial^2 u / \partial t^2 - \partial^2 u / \partial x^2 - \partial^2 u / \partial y^2 = 0$  and the Dirichlet boundary condition  $u|_{y=0} = 0$ . We consider an ill-posed Cauchy problem – the function  $u$  is to be determined by the values of  $\partial u / \partial y$  on some part of the boundary  $\{y = 0\}$ . We obtain a regularization for  $u(x_0, y_0, t_0)$ ,  $y_0 > 0$ , which uses the data  $\partial u / \partial y$  on the set

$$U = \left\{ (x, 0, t) \mid |x - x_0| \leq D \left( \sqrt{y_0^2 - t^2} \right) + \varepsilon, |t - t_0| \leq y_0 \right\}.$$

Here  $D(z) = z c^{1/2} (c + 2z)^{-1/2}$  and  $c, \varepsilon > 0$  are arbitrary numbers. Such a Cauchy problem first was solved in [1], where the reduction to the problem of integral geometry was used. The Cauchy data in the rectangle

$$\{(x, 0, t) \mid |x - x_0| \leq \delta, |t - t_0| \leq y_0\} \quad (1)$$

with any  $\delta > 0$  is sufficient to find  $u(x_0, y_0, t_0)$  by means of [1]. The region  $U$  can be fit to the same rectangle as well, providing that  $c, \varepsilon$ , are chosen small enough. From the other hand, in [1] there is no parameter that is analogous to  $c$ , so in fact the Cauchy data in the “infinitesimal” rectangle (1) with  $\delta \rightarrow 0$  is taken into account. On the contrary for fixed  $c, \varepsilon$  the regularization provided here uses the data in the region of nonzero (2-dimensional) measure. The dependence of stability of regularization on the amount of data actually used was studied in [3]: the larger amount of data provides the more stable regularization (the similar problem was considered there, though the other regularization was applied).

We apply the Fourier method as in [2] (where the more general situation is considered). The inverse Fourier transform requires a regularization. Our goal is to obtain such a regularization that requires the Cauchy data only in  $U$ .

The research was supported by the grants RFBR 15-31-20600-mol-a-ved and RFBR 14-01-00535-a.

**REFERENCES**

1. R. Courant, D. Hilbert, Methods of Mathematical Physics: Volume II Partial Differential Equations, Wiley Classics Edition, 1989.
2. V.G. Romanov, Some Inverse Problems for Equations of Hyperbolic Type, Nauka, Novosibirsk, 1972.
3. M.A. Shishlenin, The matrix method in inverse source problems // Siberian Electronic Mathematical Reports, vol. 11 (2014), pp 161–171.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНАЯ  
ИМИТАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ ОБСЛЕДОВАНИЯ  
КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ ПАЦИЕНТОВ МЕТОДОМ  
ОДНОФОТОННОЙ ЭМИССИОННОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ  
ТОМОГРАФИИ**

Денисова Н.В.

*Институт теоретической и прикладной механики, Новосибирск*

*denisova@itam.nsc.ru*

В данной работе рассмотрена обратная задача получения изображений миокарда при обследовании пациентов с использованием метода однофотонной эмиссионной компьютерной томографии (ОФЭКТ). Для решения поставленной задачи была разработана математическая модель торса (ММТ-1), представляющая распределение радиофармацевтического препарата  $^{99m}\text{Tc}$ -MIBI в органах грудной клетки среднестатистического пациента мужского пола. Развита математическая модель для расчета проекционных данных с учетом поглощения излучения, геометрии коллиматора и детектора и Пуассоновской статистики регистрируемых гамма-фотонов. Для решения обратной задачи реконструкции 3D изображения миокарда на основе двумерных проекционных данных использовались два подхода: стандартный алгоритм Ordered Subset-Expectation Maximization (OSEM) и алгоритм, развитый на основе Байесовой стратегии Maximum a Posteriori (MAP). Для задания функции плотности априорной вероятности использовался подход на основе принципа максимума энтропии (MAP-ENT) [1],[2]. Представлены результаты по компьютерной имитации процедуры обследования пациента с ишемическим поражением миокарда при использовании стандартного протокола обследований и протокола со сниженной дозой радиофармпрепарата. Расчеты были ориентированы на параметры реальных измерений при обследовании пациентов на установке ОФЭКТ/КТ Infinia Hawkeye 4 в Новосибирском НИИ патологии кровообращения им. Е.Н. Мешалкина. Было получено хорошее соответствие между модельными и клиническими проекционными данными для тестовых испытаний «Syringe test» и данных реальных пациентов. Выполнена реконструкция изображений миокарда с помощью стандартного алгоритма OSEM и регуляризованного алгоритма MAP-ENT. Получены результаты, позволяющие говорить о возможной оптимизации протокола ОФЭКТ обследований перфузии миокарда в условиях сниженной дозы/активности радиофармпрепарата.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РФФИ № 14-02-00403-а.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Jaynes E. T. Prior probabilities, IEEE Trans. Sys. Scienc. Cyber., v.ssc-4, n3, pp.227-241, 1968.
2. N.V.Denisova Bayesian Reconstruction in SPECT With Entropy Prior and Iterative Statistical Regularization// IEEE Trans. on Nuclear Science 2004 v.51 p.136-141.

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТЕНЗОРНЫХ ПОЛЕЙ С ОСОБЕННОСТЯМИ ПО ТОМОГРАФИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Деревцов Е.Ю.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*dert@math.nsc.ru*

Многие математические модели, разрабатываемые для исследований практических задач дистанционными методами, включает в себя величины, описываемые разрывными функциями и тензорными полями или же объектами, свойства которых математически характеризуются производными с разрывами, а исходной информацией являются данные томографического типа. Значительную часть теоретических результатов сложно использовать в исследованиях объектов с разрывными свойствами. Численные методы, надежно работающие на гладких объектах, при решении дистанционных задач, в которых требуется реконструкция разрывных свойств объектов, приводят к значительным ошибкам. Возникает потребность в развитии теоретических, численных и алгоритмических разработок, специально предназначенных для решения задач такого рода.

В работах [1], [2] постановка задачи восстановления разрывной функции по томографическим данным обобщена. Цель состоит в восстановлении не только функций, но и разрывных тензорных полей. Кроме того, требуется восстановить характеристики не только разрывных тензорных полей, но и характеристики таких полей, обладающих разрывными производными. Иными словами, речь идет о восстановлении тензорных полей, обладающих непустым сингулярным носителем, по данным томографического типа. Список исходной информации, используемой для решения поставленной задачи, также расширен: наряду с уже известными преобразованиями типа Радона в качестве данных выступают поперечные и смешанные лучевые преобразования тензорных полей.

Рассматривается задача восстановления тензорных полей, заданных в римановой области, и/или их характеристик, по известным лучевым преобразованиям. Используется аппарат функционального, тензорного анализа, интегральных преобразований. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, поставленных с целью всестороннего тестирования алгоритмов восстановления тензорных полей и их свойств.

Работа проводилась при частичной поддержке РАН, проект 0314-2015-0010.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Деревцов Е.Ю. Некоторые подходы к задаче визуализации сингулярного носителя скалярных, векторных и тензорных полей по томографическим данным. // Сиб. Электронные Матем. Известия, 2008, Т. 5, с. 632–646.
2. Деревцов Е.Ю., Мальцева С.В. Восстановление сингулярного носителя тензорного поля, заданного в рефрагирующей среде, по его лучевому преобразованию. // Сиб. Ж. Индустриальной матем., 2015, Т. 18, 3(63), с. 11–25.

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАЗРЫВНОЙ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ В  
ОБЛАСТИ С ПОГЛОЩЕНИЕМ И РЕФРАКЦИЕЙ, ПО ЕЕ  
ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМУ ЛУЧЕВОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ**

Деревцов Е.Ю., Мальцева С.В., Светов И.Е.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*dert@math.nsc.ru, maltsevasv@math.nsc.ru, svetovie@math.nsc.ru*

В настоящей работе рассматривается основная задача рефракционной эмиссионной томографии (РЭТ), состоящая в реконструкции функции  $f$ , имеющей смысл распределения внутренних источников, по ее известному экспоненциальному лучевому преобразованию. В модель среды включены коэффициент поглощения  $\varepsilon > 0$ , отвечающий за ослабление сигнала, и риманова метрика, описывающая рефракцию. В рамках основной задачи РЭТ предлагаются экспериментальные подходы к поэтапному численному восстановлению разрывных функций, точность реконструкции которых общепринятыми методами заметно хуже, чем точность реконструкции функций класса гладкости  $C$  и выше.

Один из возможных путей повышения точности восстановления разрывной функции состоит в следующем. Пусть мы умеем определять множество точек разрыва исследуемой функции и величину скачка как функции от координат таких точек. Тогда, решив задачу устранения разрывов и построив вспомогательную непрерывную (или большей гладкости) функцию, мы можем восстановить эту уже не обладающую разрывами функцию любым из известных в томографии методов. Заключительный этап решения задачи состоит в восстановлении исходной разрывной функции, величины скачков которой известны.

Под термином “восстановление разрывов” подразумевается обычно несколько задач (подробнее об этом [1], [2]). Это задача визуализации разрывов, т.е. получение изображения, на котором множество точек разрыва функции легко узнаемо; задача идентификации разрывов, состоящая в математическом описании множества точек и линий, в которых функция терпит разрыв; задача определения величины скачков разрывной функции. Проведены вычислительные эксперименты, направленные на исследование адекватности и корректности подходов, а также перспективности применяемых численных методов.

Работа осуществлена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан (проект 0115PK00681).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Деревцов Е.Ю. Некоторые подходы к задаче визуализации сингулярного носителя скалярных, векторных и тензорных полей по томографическим данным. // Сибирские Электронные Математические Известия, 2008, Т. 5, с. 632–646.
2. Деревцов Е.Ю., Пикалов В.В. Восстановление векторного поля и его сингулярностей по лучевым преобразованиям. // Сиб. Журн. Вычислительной математики, 2011, Т. 14, 1, с. 25–42.

**О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ  
СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
ОПЕРАТОРОВ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ НА ОТРЕЗКЕ**

Елеуов А.А., Закариянова Н.Б., Елеуова Р.А.

*Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, г. Алматы,*

*Казахстан*

*Eleuov@mail.ru*

В настоящей статье изложены некоторые результаты теории обратных спектральных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Известно, что более трудными являются обратные задачи для дифференциальных уравнений высших порядков с нераспадающимися граничными условиями. В данной работе исследуется единственность решения обратной задачи спектрального анализа для дифференциальных уравнений высших порядков с нелокальными граничными условиями. Частный случай указанных граничных условий представляют двухточечные нераспадающие граничные условия. Таким образом, результаты настоящей статьи охватывают как распадающиеся так и нераспадающие граничные условия. Именно, в этом смысле основной результат настоящей статьи обобщает результаты монографии [1], где приведены подобные теоремы единственности для распадающихся граничных условий.

1. Вначале приведем известные результаты по прямой задачи спектрального анализа дифференциальных операторов высших порядков на отрезке. В работе [2], изложена возможность разложения функции из некоторого функционального пространства по собственным и присоединенным функциями дифференциального оператора, положенного функциональном пространстве  $L_2[0, b]$  при  $b < \infty$  линейным дифференциальным выражением с переменными коэффициентами

$$Ly = l(y) = y^{(n)}(x) + P_{n-2}(x)y^{(n-2)}(x) + \dots + P_0(x)y(x) \quad (1)$$

с единственным ограничением

(1) резольвентное множество оператора  $L$  - ненулевое множество. Не умоляя общности, полагаем, что комплексное число 0 принадлежит резольвентному множеству оператора  $L$ . Коэффициенты выражения  $l(\cdot)$  удовлетворяют условию

$$P_0(x) \in C[0, b], P_1(x) \in C^1[0, b], \dots, P_{n-2}(x) \in C^{n-2}[0, b] \quad (2)$$

Согласно известной теореме М. Отебаева [3] область определения такого оператора описывается с помощью набора  $n$  функций  $l_1(\cdot), \dots, l_n(\cdot)$  из пространства  $L_2[0, b]$ .

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Садовничий В.А., Кангужин Б.Е. *О связи между спектром дифференциального оператора с симметричными коэффициентами и краевыми условиями* // ДАН СССР. 1982. 267, № 2. с.310-313

2. Наймарк М.А. *Линейные дифференциальные операторы* // М.:Наука. 1969. 528с.
3. Дезин А.А. *Дифференциально-операторные уравнения. Метод модельных операторов в теории граничных задач.* // Труды МИАН имени В.А.Стеклова. 2000. Т.299. 175с.
4. Кангужин Б.Е. *Формулы преобразования и спектральные свойства дифференциальных операторов высших порядков на отрезке* // Автореферат дисс. док. физ.-мат. н. 2005. Алматы. КазНУ имени аль-Фараби.45с.

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРОЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПОВЕРХНОСТИ АЛЮМИНИЯ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОГО ЗРЕНИЯ

Еникеев М.Р.

*Институт нефтехимии и катализа РАН, Уфа  
mat-83@mail.ru*

Была рассмотрена задача обнаружения коррозии и количественной оценки коррозионного поражения. Объектом исследования является процесс коррозии поверхности алюминия в 0.1 М растворе NaOH (рН 11). Анализ коррозионного процесса сводиться к анализу частоты появления пузырьков алюминия.

Компьютерное зрение можно определить как теорию и технологию создания машин, которые могут производить обнаружение, слежение и классификацию объектов. Важной частной задачей компьютерного зрения является задача распознавания объектов на изображениях, то есть определения, является ли данное изображение отображением интересующего нас объекта. В данной работе, в качестве признака описания объекта используется метод гистограммы ориентированных градиентов (HOG) [1]. В нашем случае получим 2048 признаков при поиске изображения. Такое количество признаков, невозможно учитывать без использования машинного обучения. Эффективным средством решения данной задачи является метод опорных векторов (SVM) [2].

В работе рассмотрены основные аспекты обработки и анализа изображений в задаче исследования механизма коррозионных поражений:

1. Определена общая закономерность проведения обработки данных химического эксперимента коррозии на поверхности металла.
2. Применены описанные алгоритмы для детектирования и распознавания коррозионного поражения для образца алюминия посредством наблюдения за интенсивностью образования пузырьков водорода. Обученный классификатор удачно применен для изучения нескольких экспериментов процесса коррозии поверхности алюминия.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №14-03-31509 мол\_а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dalal N., Triggs W. Histograms of Oriented Gradients for Human Detection. // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition CVPR05 – 2005 – Vol. 1(3) – P. 886-893
2. Vapnik V. N. An Overview of Statistical Learning Theory. // IEEE transactions on neural networks, vol.10, № 5, – 1999, – pp. 988–999

**МЕТОДОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ  
ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ  
ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Еникеева Л.В.

*Институт нефтехимии и катализа, Уфа  
leniza.enikeeva@gmail.com*

Актуальность темы работы обусловлена развитием eScience (электронной науки) [1] – парадигмы организации научных исследований, тесно связанной с созданием предметно-ориентированных исследовательских центров в Интернете, частью которой являются технологии облачных вычислений. Существует класс задач, требующий больших вычислительных мощностей. К таким задачам относятся изучение механизмов химических реакций, которое предполагает построение кинетических моделей реакций методами математического моделирования, а следовательно, и решения обратных задач химической кинетики. Получить их решение на современных персональных компьютерах за приемлемое время не всегда возможно. Ситуация осложняется с повышением размерности задачи. Решение таких задач становится возможным с использованием, в том числе, облачных вычислений, которые экономят не только время расчета, но и процесс подготовки и формирования данных.

Целью данной работы является разработка методологии решения обратных задач химической кинетики на основе технологии облачных вычислений и применение методологии к решению конкретных обратных задач. Апробация методологии облачных вычислений проводится на примере следующих трех важных на сегодняшний день химических процессов, в частности

1. при моделировании каталитической активности титаносиликатов в реакции окисления фенолов водными растворами  $H_2O_2$ ,
2. при выявлении механизма реакции гибели изомерных форм 4-N,N-диметиламинофенилнитрозооксида,
3. при построении кинетической модели реакции паровой конверсии смесей легких углеводородов при атмосферном и при повышенных давлениях.

В результате данной работы спроектирована архитектура облачной системы, создан комплекс программ для решения обратных задач химической кинетики, способный работать в локальной сети и в сети Интернет; построены кинетические модели химических реакций, указанных выше.

Работа проводится при частичной поддержке гранта РФФИ № 15-07-01764 «Оптимальное управление химическими реакциями металлокомплексного катализа»

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. <http://socio.escience.ifmo.ru/wiki/index.php/EScience>

**СРАВНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ  
РЕТРОСПЕКТИВНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО  
УРАВНЕНИЯ С КОНВЕКТИВНЫМ СЛАГАЕМЫМ**

Еремеева М. С.

*Северо-Восточный федеральный университет, Якутск*  
*maya.eremeeva@gmail.com*

В данной работе численно сравниваются итерационные методы решения ретроспективной обратной задачи для параболического уравнения с конвективным слагаемым.

В поставленной задаче на основе заданных граничных и дополнительного условия в конечный момент с помощью различных итерационных методов осуществляется поиск решения, в том числе и начального распределения [1]. Задача является условно некорректной, поскольку сколь угодно малым изменениям конечного условия могут соответствовать сколь угодно большие изменения решения[2].

Проводится численный анализ эффективности наиболее популярных итерационных методов: Ландвебера, скорейшего спуска, минимальных невязок и со-пряженных градиентов [3]. Расчеты проводились для модельных одномерной и двумерной задач.

Приведены примеры расчетов со случайными погрешностями во входных данных [4].

Численные результаты решения ректроспективной обратной задачи для классического уравнения теплопроводности представлены в работе [5], для волнового уравнения – в [6].

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: URSS, 2007.
2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи // Москва, Издательский центр Академия. 2008.
3. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. Наука, 1978.
4. Самарский А. А., Вабищевич П. Н., Васильев В. И. Итерационное решение ретроспективной обратной задачи теплопроводности // Математическое моделирование. 1997. Т. 9. № 5. С. 119–127.
5. Еремеева М. С. Сравнение итерационных методов решения обратной ретроспективной задачи теплопроводности // Вестник СВФУ. 2015. Т. 12. № 1. С. 15–24.
6. Еремеева М. С. Сравнение итерационных методов решения задачи Дирихле для волнового уравнения // Сибирские электронные математические известия. 2015. Т. 12. С. 49–58

**NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLVING INTEGRAL  
EQUATIONS OF THE FIRST KIND**

Ershova A.A., Tanana V.P.

*South Ural state University, Chelyabinsk*  
*anya.erygina@yandex.ru*

Many problems of mathematical physics and geophysics analysis are reduced to integral equations of the first kind. These equations are a class of ill-posed problems the theory of which is being intensively developed. One of the most effective methods for solving such problems is the residual method. The effectiveness of this method is its equivalence to the regularization method with the parameter defined by the residual principle.

In this paper, we were introduced finite-dimensional approximation of the integral equation in both variables. To account for the uncertainty in the finite-dimensional approximation of the final evaluation of the work used the generalized residual method. This method was tested on the inverse problem of solid state physics. Also carried out a priori estimate of the accuracy of the resulting finite-stable approximate solution that takes into account the accuracy of the finite-dimensional approximation of the problem.

**О РАЗОРУШЕНИИ РЕШЕНИЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДВУХЖИДКОСТНОЙ СРЕДЫ**

Жиан-Ган Тан, Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Маматкулов М.М.

*Илийский педагогический университет, Китай*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики*

*Сибирского отделения РАН, Новосибирск*

*Национальный Университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, Ташкент*

*itom@mtzg.sccc.ru*

Уравнения движения двухскоростной среды в диссипативном случае с равновесием фаз по давлению в системе в изотермическом случае имеют вид [1], [2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\bar{\rho}} + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\tilde{\rho}}{2\bar{\rho}} \nabla(\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v})^2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \operatorname{div}(\tilde{\rho} \tilde{\mathbf{v}}) = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}}, \nabla) \tilde{\mathbf{v}} = -\frac{\nabla p}{\bar{\rho}} + \tilde{\nu} \Delta \tilde{\mathbf{v}} - \frac{\rho}{2\bar{\rho}} \nabla(\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v})^2, \quad (2)$$

где  $\tilde{\mathbf{v}}$  и  $\mathbf{v}$  — вектора скоростей подсистем, составляющих двухскоростной континуум с соответствующими парциальными плотностями  $\tilde{\rho}$  и  $\rho$ ,  $\nu$  и  $\tilde{\nu}$  — соответствующие кинематические вязкости,  $\bar{\rho} = \tilde{\rho} + \rho$  — общая плотность двухскоростного континуума;  $p = p(\bar{\rho}, (\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v})^2)$  — уравнение состояния.

В случае однородных несжимаемых сред, т.е. при условии  $\rho^f = \operatorname{const}$ ,  $\tilde{\rho}^f = \operatorname{const}$ , где  $\rho^f$ ,  $\tilde{\rho}^f$  — физические плотности фаз и постоянстве объемных насыщенности веществ система уравнений двухскоростной гидродинамики (1), (2) имеет вид [3]:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\bar{\rho}} + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{\tilde{\rho}}{2\bar{\rho}} \nabla(\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v})^2, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \tilde{\mathbf{v}} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}}, \nabla) \tilde{\mathbf{v}} = -\frac{\nabla p}{\bar{\rho}} + \tilde{\nu} \Delta \tilde{\mathbf{v}} - \frac{\rho}{2\bar{\rho}} \nabla(\tilde{\mathbf{v}} - \mathbf{v})^2. \quad (4)$$

В докладе для системы (3), (4) в цилиндрической области исследуется начально-краевой задача со специальными начальными и граничными условиями.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (грант №16-01-00729а).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Доровский В.Н., Перепечко Ю.В. Теория частичного плавления // Геология и геофизика, 1989, №. 9, с. 56-64.
2. Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Маматкулов М.М., Черных Е.Г. Фундаментальное решение для стационарного уравнения двухскоростной гидродинамики с одним давлением // Сиб. журн. индустр. матем., 2014, т. 17, №. 4, с. 60-66.
3. Imomnazarov Kh.Kh., Korobov P.V., Zhabborov N.M. Three-dimensional vortex flows of two-velocity incompressible media in the case of constant volume saturation // Journal of Mathematical Sciences, New York, 2015, v. 211, No. 6, pp. 760-766.

**ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОДНОЙ  
ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В  
ДВУХЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ**

Жиан-Ган Тан, Имомназаров Х.Х., Урев М.В.

*Илийский педагогический университет, Китай*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики*

*Сибирского отделения РАН, Новосибирск*

*itom@omzg.scc.ru*

В ограниченной односвязной области  $\Omega$  трехмерного евклидова пространства  $\mathbb{R}^3$  с достаточно гладкой границей  $\partial\Omega$  рассматривается линеаризованная стационарная неоднородная система двухскоростной гидродинамики с одним давлением [1]-[3]:

$$\nu_1 \Delta \mathbf{u} - \nabla p = -\rho \mathbf{f}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = q_1 \quad \text{в } \Omega \quad (1)$$

$$\nu_2 \Delta \mathbf{v} - \nabla p = -\rho \mathbf{f}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = q_2 \quad \text{в } \Omega \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}_1, \quad \mathbf{v} = \mathbf{g}_2 \quad \text{на } \partial\Omega, \quad (3)$$

где  $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$  - массовая сила,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ ,  $\nabla$  - оператор градиента по  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $\nu_1$  и  $\nu_2$  - соответствующие сдвиговые вязкости фаз [3]. Через  $\Delta$  будем обозначать оператор Лапласа соответственно.

Далее будем рассматривать систему уравнений (1)-(3), которая является переопределенной, так как состоит из восьми уравнений и семи искомых скалярных функций и, следовательно, не является эллиптической. Следуя [4], мы добавим к нашей системе градиент от новой искомой функции  $\varphi$  с нулевым граничным условием так, что наша система станет эллиптической. Такую функцию  $\varphi$  принято называть множителем Лагранжа.

В докладе приведены обобщенные постановки краевых задач в соответствующих пространствах.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (грант №16-01-00729а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доровский В.Н., Перепечко Ю.В. Теория частичного плавления // Геология и геофизика, 1989, №. 9, с. 56-64.
2. Имомназаров Х.Х., Имомназаров Ш.Х., Маматкулов М.М., Черных Е.Г. Фундаментальное решение для стационарного уравнения двухскоростной гидродинамики с одним давлением // Сиб. журн. индустр. матем., 2014, т. 17, №. 4, с. 60-66.
3. Жабборов Н.М., Имомназаров Х.Х. Некоторые начально-краевые задачи механики двухскоростных сред. Ташкент, 2012., 212 с.
4. Гудович И.С., Крейн С.Г., Куликов И.М. Краевые задачи для уравнений Максвелла // Доклады АН СССР, 1972, т. 207, №. 2, с. 321-324.

## INVERSE SCATTERING FOR THE NEWTON EQUATION

Jollivet A.

*Lille University of Science and Technology, Lille  
vet@math.univ-lille1.fr*

We consider the inverse problem of reconstruction of a potential  $V$  from scattering data for the Newton equation describing the motion of a classical charged particle in an electric (or gravitational) field

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) = -\nabla V(x(t)), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad n \geq 1,$$

where  $V \in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ . The energy  $E = \frac{|\dot{x}(t)|^2}{2} + V(x(t))$  is conserved along the motion of the particle.

We start by reviewing known results on the one-dimensional problem ( $n = 1$ ) which was first studied by Abel (1826). Then we focus on the multidimensional problem ( $n \geq 2$ ).

Under short range assumptions on the potential  $V$  we define a scattering map and we present uniqueness results obtained by Novikov (1999) on the reconstruction of the potential  $V$  from the scattering map either at high energies or at fixed energy.

More precisely we derive the first leading term of the high energies asymptotics of the scattering map which determine the x-ray transform of  $\nabla V$ . Then  $V$  is recovered by inverting the x-ray transform.

Then under the assumption that the potential is compactly supported inside a domain  $D$  we recall the connection of the inverse scattering problem at a fixed energy with the reconstruction of an isotropic Riemannian metric in  $D$  from its distances between boundary points (Gerver-Nadirashvili 1983, Novikov 1999). Then uniqueness result is derived from uniqueness result on the latter problem (Mukhometov-Romanov 1978, Beylkin 1979, Bernstein-Gerver 1980).

The compact support assumption on the potential can be relaxed when  $V$  is assumed to be spherically symmetric outside a bounded domain (Jollivet 2013).

Open problems are then given.

We also discuss generalization of these results mentioned above to long range electromagnetic fields and to relativistic particles (Jollivet 2013, 2015).

We will also discuss results on quantum analogs of the inverse scattering problem.

## МССА ГЛОБАЛЬНОГО ААМ, ОАМ, И ДАННЫХ GRACE

Зотов Л.В.

*Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики,  
МИЭМ, г. Москва  
ГАИШ МГУ, г. Москва  
wolftemprus@gmail.com*

Многоканальный сингулярный спектральный анализ (МССА) — уникальный метод, позволяющий фильтровать данные и разделять в них тренд и периодические составляющие — главные компоненты изменчивости [1, 2]. Мы применили МССА к данным ECMWF по угловому моменту атмосферы (ААМ) на сетке с 1900 г., к данным по угловому моменту океана (ОАМ) по модели ECCO(KF080) с 1993 г., а также к данным со спутников GRACE с 2003 г. Выделены главные компоненты океанической, атмосферной и гидрологической изменчивости. Исследование направлено на изучение перераспределений масс в оболочках Земли, в том числе под действием климатических изменений, и их влияния на вращение Земли [3, 4].

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ № 16-05-00753.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Golyandina N., Mekrutkin V., Zhigljavsky A.* Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC. 2001. 305 p.
2. *Зотов Л.* Теория фильтрации и обработка временных рядов, курс лекций, М. МГУ, 2010.
3. *Zotov L., Scheplova E.* MSSA of globally gridded OAM from ECCO, AAM from ECMWF, and gravity from GRACE, 2016, proceedings of DIPDMWC–2016 conference, Moscow, NRU HSE.
4. *L. Zotov, C. Bizouard, C.K. Shum* L. Zotov, C. Bizouard, C.K. Shum.

## ГОРАДАР "ЛОЗА". ТЕОРИЯ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ, ПРИМЕНЕНИЯ.

С.И. Кабанихин<sup>1</sup>, М.А.Шишленин<sup>1</sup>, Б.Б. Шолпанбаев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup> Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы, Казахстан, bahtygeray@mail.ru

В работе были рассмотрены теоретические аспекты, численные методы решения и опыты применения геофизического прибора – георадар на примере георадара "Лоза-В". Георадар – это мобильный электронный геофизический прибор, который позволяет получать разрез исследуемой среды и записать его в файл для дальнейшей обработки и анализа. Принцип работы георадара основан на методе радиолокации: излучение в исследуемую среду электромагнитных импульсов и регистрация отражённых сигналов от подземных объектов и структур. Такие методы являются методом неразрушающего исследования и контроля. Георадары классифицируются по глубине зондирования и разрешающей способности. Глубина проникновения сигналов зависит от частоты и мощности зондирующего импульса и от параметров среды. Разрешающие способности зависят от параметров антennы. Георадара "Лоза-В" является сверхмощным георадаром с разнесенными антеннами.[1]

Рассмотрены математическое моделирование процесса обработки и интерпретации данных полученных георадаром. Математическое описание принципа работы георадара приближается двумерным уравнением для горизонтальной компоненты напряженности электрического поля  $E_z$  из системы уравнения Максвелла. Проведен сравнительный анализ полученных численных результатов с данными георадара. Полученные методы исследования были применены для различных задач в археологии, гидрогеологии, криминалистике и в строительстве. [2, 3]

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК №1746 / ГФ4 "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач естествознания"

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. I. Kabanikhin, D. B. Nursetov, M. A. Shishlenin, B. B. Sholpanbaev Inverse problems for the ground penetrating radar. // Journal of Inverse and Ill-posed Problems. – 2013. – V. 21, №6. – P. 885-892.
2. Кабанихин С.И., Нурсеитов Д.Б., Шолпанбаев Б.Б. Задача продолжения электромагнитного поля в сторону залегания неоднородностей // Сибирские электронные математические известия. <http://semr.math.nsc.ru/v11/c1-171.pdf> – 2014. – Том 11(2014). – С. 85-102.
3. Кабанихин С.И., Шишленин М.А., Шолпанбаев Б.Б. Математические проблемы обработки данных георадара // Сибирские электронные математические известия. <http://semr.math.nsc.ru/v12/c1-283.pdf> – 2015. – Том 12(2015).

– С. 206-218.

**РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ**

Каденова З.А.

*Министерство труда и социального развития Кыргызской Республики  
(Бишкек), Кыргызстан  
Kadenova71@mail.ru*

В настоящей статье доказана теорема о регуляризации решений систем линейных интегральных уравнений первого рода с двумя независимыми переменными в неограниченных областях.

Рассматривается систему уравнений

$$Ku \equiv \int_a^b K(t, x, y)u(t, y)dy + \int_{t_0}^{\infty} H(t, x, s)u(s, x)ds + \int_{t_0}^{\infty} \int_a^b C(t, x, s, y)u(s, y)dyds + f(t, x), \quad (t, x) \in G, \quad G = \{(t, x) \in \mathbb{R}^2 : t_0 \leq t < \infty, a \leq x \leq b\}, \quad (1)$$

где

$$K(t, x, y) = \begin{cases} A(t, x, y), & t_0 \leq t < \infty, \quad a \leq y < x \leq b; \\ B(t, x, y), & t_0 \leq t < \infty, \quad a \leq x < y \leq b; \end{cases} \quad (2)$$

$$H(t, x, s) = \begin{cases} M(t, x, s), & t_0 \leq s \leq t < \infty, \quad a \leq y \leq b; \\ N(t, x, s), & t_0 \leq t \leq s < \infty, \quad a \leq x \leq b; \end{cases} \quad (3)$$

$f(t, x)$ -известная,  $u(t, x)$ -неизвестная  $n$ -мерные вектор-функции. Основополагающие результаты для интегральных уравнений Фредгольма первого рода получены в [1,2], где для решения линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода построены регуляризирующие операторы по М.М. Лаврентьеву.

Предполагается, что - являются непрерывные  $n$ -мерные матричные функции, определенные соответственно в области

$$\begin{aligned} G_1 &= \{(t, x, y) : t_0 \leq t < \infty, \quad a \leq y \leq x \leq b\}; \\ G_2 &= \{(t, x, s) : t_0 \leq t < \infty, \quad a \leq x \leq y \leq b\}; \\ G_3 &= \{(t, x, s) : t_0 \leq s \leq t < \infty, \quad a \leq x \leq b\}; \\ G_4 &= \{(t, x, y) : t_0 \leq t \leq s < \infty, \quad a \leq x \leq b\}; \end{aligned}$$

$f(t, x)$ -известная,  $u(t, x)$ -неизвестная  $n$ -мерные вектор-функции.

Семейство множеств корректности, зависящее от параметра  $\alpha$ , выделим следующим образом:

$$M_{\alpha} = \left\{ u(t, x) \in L_{2,n}(G) : \sum_{\nu=1}^{\infty} \lambda_{\nu}^{-\alpha} |u^{(\nu)}|^2 \leq c \right\}; \text{ где } c > 0, \quad 0 < \alpha < \infty$$

$$u^{(\nu)} = \int_{t_0}^{\infty} \int_a^b \langle u(t, x), \phi^{(\nu)}(t, x) \rangle dx dt, \quad (\nu = 1, 2, \dots). \quad (4)$$

Доказано, что решение системы уравнений где  $\varepsilon > 0$  - малый параметр будет регуляризующим для системы уравнений (1) на множестве  $M_\alpha$ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаврентьев М.М. *Об интегральных уравнениях первого рода* // ДАН СССР. 1959. Т.127, № 1. с. 31-33.
2. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П., *Некорректные задачи математической физики и анализа* М.: Наука, 1980.

**ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ НА СФЕРЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ  
ФУНКА-МИНКОВСКОГО**

Казанцев С.Г.

*Институт математики СО РАН, Новосибирск  
kazan@math.nsc.ru*

Пусть  $\mathbb{S}^2$ —сфера единичного радиуса в  $\mathbb{R}^3$ . Преобразование Функа—Минковского для скалярной функции на двумерной сфере состоит в интегрировании этой функции по большим кругам  $C(\boldsymbol{\eta}) = \{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{S}^2 : \boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\theta} = 0\}$  сферы  $\mathbb{S}^2$ . В случае касательного векторного поля  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$  на единичной сфере преобразование Функа—Минковского определим как интеграл

$$[F\mathbf{f}](\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \boldsymbol{\tau}(\gamma) \cdot \mathbf{f}(\cos \gamma \mathbf{e}_\theta + \sin \gamma \mathbf{e}_\varphi) d\gamma, \quad (1)$$

который равен циркуляции (работе) векторного поля  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})$  вдоль замкнуто контура (окружности)  $C(\boldsymbol{\eta})$ . Рассматриваемое преобразование (1) будет аналогом продольного лучевого преобразования в евклидовом случае.

Здесь  $\boldsymbol{\tau}(\gamma) = -\sin \gamma \mathbf{e}_\theta + \cos \gamma \mathbf{e}_\varphi$  — касательный вектор к большому кругу  $C(\boldsymbol{\eta})$ ,  $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{i} \sin \theta \cos \varphi + \mathbf{j} \sin \theta \sin \varphi + \mathbf{k} \cos \theta = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ ,  $\mathbf{e}_\theta = \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \theta} = (\cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, -\sin \theta)$ ,  $\mathbf{e}_\varphi = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \varphi} = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0)$  — локальный сферический базис.

Известно, что разложение Гельмгольца касательного векторного поля на сфере имеет вид

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}) = \nabla_{\boldsymbol{\eta}} S(\boldsymbol{\eta}) + \nabla_{\boldsymbol{\eta}}^\perp T(\boldsymbol{\eta}),$$

где первая часть есть потенциальное поле и  $S(\boldsymbol{\eta})$  — скалярный потенциал, а вторая часть — соленоидальное поле и  $T(\boldsymbol{\eta})$  — функция тока. Здесь поверхностный градиент  $\nabla_{\boldsymbol{\eta}}$  и поверхностный повернутый градиент  $\nabla_{\boldsymbol{\eta}}^\perp$  определены, соответственно, как  $\nabla_{\boldsymbol{\eta}} u = \frac{\partial u}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi$  и  $\nabla_{\boldsymbol{\eta}}^\perp u = \boldsymbol{\xi} \times \nabla_{\boldsymbol{\xi}} u = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\theta + \frac{\partial u}{\partial \theta} \mathbf{e}_\varphi$ .

Очевидно, что для четных векторных полей  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{f}(-\boldsymbol{\eta})$  преобразование (1) будет равно нулю, поэтому исходное векторное поле не определяется. В работе показано, что для нечетного векторного поля  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta}) = -\mathbf{f}(-\boldsymbol{\eta})$  определяется только функция тока и, соответственно, только соленоидальная часть. Имеют место формулы обращения

$$T(\boldsymbol{\xi}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{S}^2} \frac{[F\mathbf{f}](\boldsymbol{\eta})}{\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\eta}} d\boldsymbol{\eta}, \quad \mathbf{f}^{(sol)}(\boldsymbol{\xi}) = -\frac{1}{4\pi} \nabla_{\boldsymbol{\xi}}^\perp \int_{\mathbb{S}^2} \frac{[F\mathbf{f}](\boldsymbol{\eta})}{\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\eta}} d\boldsymbol{\eta}.$$

В работе для преобразования (1) также получено сингулярное разложение и обсуждаются некоторые обобщения (1).

## КОНЕЧНОМЕРНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Кардаков В.Б.\* , Бухгейм А.Л.\*\*, Бухгейм А.А.\*\*\*, Ingle W.\*\*, Thompson N.\*\*

\**Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,  
Новосибирск;* \*\**Wichita State University, Wichita, USA;* \*\*\**Лампирис,  
Новосибирск*

\*\**Bukhgeym@math.vichita.edu,* \*\**Thompson@ math.vichita.edu*

В работе исследуется задача определения правой части волнового уравнения в полупространстве со свободной границей. Правая часть зависит от шести неизвестных параметров, три из которых определяют координаты точечного источника, а остальные три его структуру. Для нахождения неизвестных параметров на границе полупространства в  $N$  фиксированных точках  $\{x_j\}$  измеряются три первых момента от производной по времени решения прямой задачи. Требуется описать для каждого  $N \geq 3$  оптимальное расположение приёмников  $\{x_j\}$ , гарантирующих наилучшую устойчивость решения обратной задачи. Показано, что для  $N = 3, 4, 5$  оптимальными будут только вершины правильных 3-, 4-, 5-угольников, соответственно. Начиная с  $N = 6$  в сетках появляются элементы хаоса, которые описываются в терминах линейных диофантовых уравнений.

**ВЫЧИСЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В УГОЛЬНОМ ПЛАСТЕ  
С УЧЕТОМ ДИФФУЗИИ ГАЗА**

Карчевский А.Л.

*Институт проблем комплексного освоения недр РАН, Москва*

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

*karchevs@math.nsc.ru*

Проблема горного удара при разработке угольных месторождений остается актуальной задачей. С целью прогноза и обеспечения безопасности горных работ в данной работе получены выражения для напряжений в угольном пласте. Основное отличие рассматриваемой модели состоит в том, что расчет напряжений происходит с учетом диффузии газа, которая начинается сразу после вскрытия угольного пласта и продолжается при его разработке. Решение представлено в виде суммы, четыре члена которой являются сходящимися рядами. Все функции, входящие в выражения, легко могут быть вычислены либо по отдельности, либо последовательно, т.е. не требуется решать бесконечных систем уравнений.

Работа поддержана грантом РНФ № 16-17-00029.

**КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД УТОЧНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
ТУБЕРКУЛЕЗА ПО СТАТИСТИЧЕСКИМ ДАННЫМ ДЛЯ  
СИБИРСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА**

Каштанова В.Н.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*  
*VikaKashanova@yandex.ru*

Для составления прогноза развития эпидемии туберкулеза в отдельно взятом регионе необходимо разработать оптимальный план мероприятий по выявлению и лечению больных. Одним из наиболее эффективных методов является разработка индивидуальной математической модели, описывающей процессы распространения инфекции в популяции и учитывающей региональные особенности. Такие модели описываются системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), коэффициенты которых характеризуют особенности популяции и развития заболевания [1, 2, 3].

Целью данной работы является численное решение задачи определения коэффициентов системы нелинейных ОДУ по дополнительной статистической информации о решении прямой задачи в фиксированные моменты времени. Исследуемая обратная задача является некорректной [4]. В работе построена численная регуляризация обратной задачи, а именно разработан комбинированный метод решения задачи минимизации целевого функционала, основанный на последовательном применении стохастического (сверхбыстрого отжига) и градиентного подходов. Для применения метода градиентного спуска получено явное выражение градиента функционала, связанное с решением сопряженной задачи.

В работе численно проанализирована задача уточнения параметров математической модели распространения туберкулеза в СФО по статистической информации о количестве неинфицированных индивидов и индивидов, находящихся на лечении от разных штаммов туберкулеза, за предшествующие 4 года [3].

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. K.K. Avilov and A.A. Romanyukha. Mathematical modeling of tuberculosis propagation and patient detection // Automation and remote control. – 2007. – Vol. 68, No. 9. – P. 1604-1617.
2. K.K. Avilov, A.A. Romanyukha, S.E. Borisov, E.M. Belilovsky, O.B. Nечаева and A.S. Karkach. An approach to estimating tuberculosis incidence and case detection rate from routine notification data // The International Journal of Tuberculosis and Lung Disease. – 2015. – Vol. 19, No. 3. – P. 288-294.
3. J.M. Trauer, J.T. Denholm, E.S. McBryde. Construction of a mathematical model for tuberculosis transmission in highly endemic regions of the Asia-pacific // Journal of Theoretical Biology. – 2014. – Vol. 358. – P. 74-84.
4. S.I. Kabanikhin. Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Applications. Berlin: deGruyter, 2011.

## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНИВАНИЮ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА С ПОМЕХАМИ

Климов А.В., Главный В.Г., Рахманов В.В.

Институт теплофизики им. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск  
KlimovAntonNSU@yandex.ru

Рассматривается задача оценки  $\hat{f}$  частоты сигнала

$$\ddot{x}(t) = A \sin(2\pi f t + \phi) + \xi(t), \quad t \in [0, T],$$

по наблюдениям  $\ddot{x}[1], \dots, \ddot{x}[N]$ , где  $\xi(t) \in \mathcal{F}(0, \sigma^2)$  - независимые одинаково распределенные случайные величины.

Классические методы решения данной задачи делятся на два класса: параметрические и непараметрические [1]. Параметрические методы позволяют точно определить параметры модельных сигналов, но не всегда предсказуемо реагируют на ошибки в данных и могут быть неустойчивыми при обработке сигналов с помехами. Существующие непараметрические методы более устойчивы, но не обеспечивают требуемое сочетание точности и вычислительной сложности алгоритма. К примеру, метод вычисления центра масс спектральной плотности мощности сигнала - быстрый и устойчивый, но не обладает достаточной точностью в связи с большой погрешностью численного интегрирования.

В работе предложен новый непараметрический метод, основанный на композиции предварительной обработки сигнала окном Гаусса для получения более гладкой спектральной плотности мощности и вычисления ее центра масс. В численных экспериментах с нормальным шумом показано, что предложенный алгоритм на порядок улучшает точность классических алгоритмов спектрального анализа. Приведено сравнение выборочной дисперсии оценок алгоритма с границей Рао-Крамера. Алгоритм опробован на сигналах экспериментальных образцов ЛЧМ дальномера [2]. При обработке сигналов ЛЧМ дальномера показано, что предлагаемый алгоритм в несколько раз точнее, чем классические алгоритмы спектрального анализа.

Работа проводилась при поддержке РНФ № 14-29-00093.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марпл-мл С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
2. Высокоразрешающий алгоритм для ЛЧМ дальномера / А. В. Климов, В. Г. Главный, С. В. Кротов, Д. В. Куликов, В. Г. Меледин // Современные научные технологии. 2015. №12-5. С. 796-800.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРА СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ГОДУНОВА-САФРОНОВА

Ключинский Дмитрий Владимирович\*

*dmitriy\_klyuchinskiy@mail.ru*

Годунов Сергей Константинович\*\*

*godunov@math.nsc.ru*

\*Новосибирский государственный университет, Новосибирск

\*\*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В последнее время в задачах газовой динамики стало распространено использование схем высокого порядка точности для расчета “обобщенных” (разрывных) решений. Изобретение таких схем обосновывается, в основном, в необходимости обеспечить монотонность графиков, и такие схемы недостаточно аргументировано описывают законы термодинамики. В ходе экспериментов, проводившихся в течение нескольких лет под руководством С.К. Годунова, было обнаружено, что дробные порядки сходимости имеются даже у схем формально первого порядка точности [3]. Причина этого парадокса до сих пор не выявлена.

Данная работа является продолжением работы [3], её цель - экспериментально исследовать характер сходимости схемы Годунова-Сафонова [1,2]. Работа включает в себя исследование процесса становления стационарной структуры ударной волны, экспериментальную проверку закона неубывания энтропии на разрывных решениях, а также вычисление порядка точности  $P$  по контурным интегралам  $F_\rho, F_{\rho u}, F_{\rho S}, F_{\rho E}$  от законов сохранения с помощью правила Рунге

$$P = \lim_{h \rightarrow 0} \left( \log_3 \frac{F_\rho(3h) - F_\rho(h)}{F_\rho(h) - F_\rho(h/3)} \right)$$

Вопросы точности схемы исследованы на задаче Римана о распаде произвольного разрыва, задачи об ударной волне, задачи о волне разрежения, задаче о столкновении двух ударных волн. Высказываются причины, из-за которых схема Годунова-Сафонова тоже имеет дробные порядки точности, отличные от первого порядка аппроксимации схемы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годунов С.К., Куликов И.М. Расчет разрывных решений уравнений гидродинамики с гарантией неубывания энтропии // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2014, том 54, номер 6, стр. 1008–1021.
2. Сафонов А. В. Разностная схема для нестационарных уравнений газодинамики на основе соотношений на разрывах в консервативных переменных // Выч. мет. программирование, 2007, том 8, выпуск 1, 69–76
3. Годунов С.К., Манузина Ю.Д., Назаръева М.А. Экспериментальный анализ сходимости численного решения к обобщенному решению в газовой динамике // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2011, том 51, номер 1, стр. 96–103

**УСИЛЕННЫЕ ОБРАТНЫЕ ТЕОРЕМЫ О СКОРОСТИ  
СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ РЕШЕНИЯ  
НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ КОШИ**

Кокурин М.М.

*Марийский государственный университет, Йошкар-Ола  
kokurin@nextmail.ru*

Изучаются некорректные задачи Коши

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad x(0) = f; \quad (1)$$

$$\ddot{x}(t) = Ax(t), \quad x(0) = f, \quad \dot{x}(0) = 0; \quad (2)$$

$$\ddot{x}(t) = Ax(t), \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = f. \quad (3)$$

Здесь  $A : H \rightarrow H$  — неограниченный, плотно определенный, самосопряженный линейный оператор в гильбертовом пространстве  $H$  со спектром  $\sigma(A) \subset [a, +\infty)$ ,  $a > 0$ . Для каждой из задач (1)–(3) ставится вопрос о дискретной аппроксимации классического решения  $x : [0, T] \rightarrow H$  на отрезке  $[0, T]$ , причем существование этого решения предполагается.

Для решения задачи (1) предлагаются два класса разностных схем:

$$-x_n + x_{n+1} = \Delta t A((1 + \beta)x_n - \beta x_{n+1}), \quad 0 \leq n \leq N - 1, \quad x_0 = f \quad (\beta > 0); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (-2\gamma_1 + 3)x_n + (2\gamma_1 - 4)x_{n+1} + x_{n+2} = \Delta t A((\gamma_2 - 2)x_n + (3\gamma_1 - 2\gamma_2)x_{n+1} + \\ + (\gamma_2 - \gamma_1)x_{n+2}), \quad 0 \leq n \leq N - 2, \quad x_0 = f, \quad x_1 = 2f - (E + \Delta t A)^{-1}f \quad (5) \\ (\gamma_1 \in (1, 2), \gamma_2 < \gamma_1). \end{aligned}$$

Для решения задач (2), (3) предлагается класс схем (6) с параметром  $\beta > 0$  и выбором начальных элементов согласно (7), (8) соответственно:

$$x_n - 2x_{n+1} + x_{n+2} = (\Delta t)^2 A(-\beta x_n + (1 + 2\beta)x_{n+1} - \beta x_{n+2}), \quad 0 \leq n \leq N - 2; \quad (6)$$

$$x_0 = f, \quad x_1 = (E + 3/2(\Delta t)^2 A)(E + (\Delta t)^2 A)^{-1}f; \quad (7)$$

$$x_0 = 0, \quad x_1 = \Delta t f. \quad (8)$$

В формулах (4)–(8)  $\Delta t = T/N$  есть шаг дискретизации,  $x_n \in H$  — приближение к значению  $x(n\Delta t)$  искомой функции  $x(t)$  в  $n$ -м узле дискретизации,  $E$  — единичный оператор в  $H$ .

В предыдущих работах автора были найдены близкие друг к другу необходимые и достаточные условия степенной сходимости вида  $\|x_n - x(n\Delta t)\| \leq C(\Delta t)^q$  в терминах показателя  $p \geq 1$  истокопредставимости элемента  $x(T)$ . Здесь  $C > 0$ ,  $q \leq 1$  для схемы (4),  $q \leq 2$  для схем (5), (6)+(7), (6)+(8). В настоящей работе доказано, что степенная сходимость с показателями  $q > 1$  или  $q > 2$  соответственно возможна лишь в тривиальном случае  $x(t) \equiv 0$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00039).

**КОНЕЧНОМЕРНЫЙ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ МЕТОД  
РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ**

Кокурин М.Ю., Карабанова О.В.

*Марийский государственный университет, Йошкар-Ола  
karabanova.ol.v@gmail.com*

Рассматривается нелинейное операторное уравнение

$$F(x) = f, x \in X \quad (1)$$

где  $F : X \rightarrow Y$  - нелинейный оператор, дифференцируемый по Фреше, причем производная удовлетворяет условию Липшица с постоянной Липшица  $L$ , линейный оператор  $F'^*(x)F(x)$  является вполне непрерывным. Предполагается, что начальная невязка  $x^* - \xi$  допускает истокообразное представление  $x^* - \xi = F'^*(x^*)v + w; w \in X, v \in Y, \|w\|_X \leq \Delta$ . Пусть вместо точной правой части уравнения (1) доступно его приближение  $\tilde{f}$  и

$$\|f - \tilde{f}\|_Y \leq \delta.$$

Введем семейства линейных отображений  $P_N \subset L(X, X_N)$  и  $Q_M \subset L(Y, Y_M)$ , где  $X_N$  и  $Y_M$  - конечномерные пространства, которые не обязательно являются подпространствами в пространствах  $X$  и  $Y$ . Определим конечномерный аналог оператора  $F$  - нелинейный оператор  $\hat{F} : X_N \rightarrow Y_M$ . Предполагается, что оператор  $\hat{F}$  дифференцируем по Фреше, причем производная  $\hat{F}'(\hat{x}) \subset L(X_N, Y_M)$  и удовлетворяет условию Липшица с постоянной Липшица  $L_{NM}$ . Исследуется конечномерный итерационный процесс  $\hat{x}_0 \in \hat{\Omega}_r(P_N x^*) = \{\hat{x} \in X_N : \|\hat{x} - P_N x^*\|_{X_N} \leq r\}, r > 0$ ,

$$\hat{x}_{n+1} = \xi_N - \Theta(\hat{F}'^*(\hat{x}_n)\hat{F}'(\hat{x}_n), \alpha_n)\hat{F}'^*(\hat{x}_n)(\hat{F}(\hat{x}_n) - \hat{f} - \hat{F}'(\hat{x}_n)(\hat{x}_N - \xi_N)), \quad (2)$$

где  $\xi_N = P_N \xi$ ,  $\hat{f} = Q_M \tilde{f}$ . Пусть для некоторого элемента  $\hat{v} \in Y_M$  справедливо неравенство  $\|\hat{F}'^*(P_N x^*)\hat{v} - P_N F'^*(x^*)v\|_{X_N} \leq \kappa_{NM}$ , где  $\lim_{N,M \rightarrow \infty} \kappa_{NM} = 0$ . Выбор элемента  $\hat{v}$  зависит от вида пространств  $X_N, Y_M$ . Доказано, что для приближенного решения  $P_N x^*$  справедливо условие истокопредставимости  $P_N x^* - \xi_N = \hat{F}'^*(P_N x^*)\hat{v} + \hat{w}, \hat{v} \in X_N, \|\hat{w}\|_{X_N} \leq \Delta_{NM}, \Delta_{NM} = \kappa_{NM} + C_3 \Delta$ . При выполнении ряда нежестких дополнительных ограничений на функцию  $\Theta(\lambda, \alpha)$  показано, что для приближений  $x_n$ , вырабатываемых в соответствии с (2), существует номер  $n_0(N, M) = \max\{n \in \mathbf{N} : \sqrt{\alpha_n} \leq k \cdot \Delta_{NM}\}$ , такой, что  $\lim_{N,M \rightarrow \infty} n_0(N, M) = \infty$  и равномерно относительно выбора оператора  $\hat{F}(\hat{x})$  выполнялась оценка  $\|\hat{x}_{n+1} - P_N x^*\|_{X_N} \leq C_{11} \Delta_{NM}$  и  $\lim_{N,M \rightarrow \infty} \|\hat{x}_{n_0(N,M)} - P_N x^*\|_{X_N} = 0$ .

В предыдущих работах авторов исследован класс методов (2) в случае, когда отображения  $P_N$  и  $Q_M$  являются ортопроекторами. В настоящей работе получены обобщающие оценки. В частности, уточняется вид оценок при условии, что отображения являются операторами сносами на сетку.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00039).

## АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МОДЕЛИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ БАКЛЕЯ-ЛЕВЕРЕТТА

Колдаев Д.А.\* , Бочаров О.Б.\*\*

\*Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск

\*\*Новосибирский Технологический Центр, ‘АО Бейкер Хьюз’, г. Новосибирск  
dkoldaev@gmail.ru

При разработке месторождений углеводородов необходимо как можно более точно оценивать запасы в пласте. Также крайне важно оптимизировать процесс добычи. Для решения этих задач необходимо иметь адекватную модель нефтесядущего пласта и процессов движения флюидов в нем. Для описания движения флюидов в пористой среде чаще всего используется модель движения двух фаз несмешивающихся несжимаемых жидкостей без учета капиллярных сил (модель Баклея-Леверетта[1]).

При моделировании процессов фильтрации многие параметры модели неизвестны. Неизвестно начальное состояние пласта - распределение давления, температур, начальное насыщение фазами. Свойства пластового флюида (плотность, вязкость) и пласта (пористость, проницаемость) тоже могут быть неизвестны. Взаимодействие флюидов и формации подлежит определению (относительные фазовые проницаемости, капиллярное взаимодействие). Для повышения эффективности добычи углеводородов важную роль также играют задачи оптимизации свойств бурового раствора.

Как оценка свойств месторождения, так и поиск оптимальных режимов эксплуатации, как правило, делается с помощью решения обратных задач, используя некоторую дополнительную информацию. Для оценки эффективности такой информации при решении обратных задач весьма полезно знать чувствительность решения модели к ее параметрам.

В работе проведен анализ параметрической чувствительности модели двухфазной фильтрации Баклея-Леверетта. Для задачи с заданным расходом на скважине проведен анализ чувствительности перепада давления на скважине и водонасыщенности к проницаемости и пористости пласта. В случае заданного перепада давления - чувствительность зоны внедрения и водонасыщенности к пористости и проницаемости. Сделаны выводы о возможности определения проницаемости и пористости по точечным измерениям насыщенности и перепада давления.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. // М.: Мир. 1964. 250с.

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ  
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИМПУЛЬСНОЙ  
ДИФФУЗИОННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ В  
ТРАНСМИССИОННОЙ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЙ  
ГЕОМЕТРИИ**

Коновалов А.Б., Власов В.В.

*Российский Федеральный Ядерный Центр – ВНИИ технической физики  
им. академика Е. И. Забабахина, Снежинск  
a\_konov@mail.vega-int.ru, vitaly.vlasov.v@gmail.com*

Получены приближенные аналитические выражения для весовых функций, ответственных за реконструкцию поглощающих и рассеивающих неоднородностей биотканей методом импульсной диффузационной оптической томографии (ДОТ), использующей пертурбационную модель Любимова [1]. Рассмотрен случай трансмиссионной геометрии плоского слоя. Для вывода выражений используется диффузионное приближение уравнения переноса. Сначала выводятся точные аналитические соотношения для полупространства, а затем для получения приближенных выражений в трансмиссионной геометрии плоского слоя применяется оригинальный метод эквивалентного инверсного источника [2]. С целью оценки корректности полученных выражений поставлен численный эксперимент по реконструкции рассеивающих фантомов с оптическими неоднородностями. Показано, что применение для решения обратной задачи гибридного алгоритма, сочетающего алгебраическую реконструкцию с методом полной вариации [3], позволяет получить рекордное для ДОТ пространственное разрешение: около 2.5 мм внутри фантома размером 8 см.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Коновалов А. Импульсная диффузионная оптическая маммография. Метод средних траекторий фотонов. Saarbruken: Lambert Academic Publishing, 2014.
2. Коновалов А.Б., Власов В.В. Расчет весовых функций для реконструкции поглощающих неоднородностей тканей по времяразрешенным оптическим проекциям // Квантовая электроника. 2014. Т. 44. №8. С. 719-725.
3. Konovalov A.B., Vlasov V.V. Total variation based reconstruction of scattering inhomogeneities in tissue from time-resolved optical projections // Proc. SPIE. 2016. V. 9917. P. 99170S-1 99170S-12.

**АНАЛИЗ МОДЕЛИ ИСТОЧНИКОВ МП В ЯДРЕ ЗЕМЛИ,  
ПОЛУЧЕННОЙ В РЕЗУЛЬТАТЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ  
ЗАДАЧИ МАГНИТОМЕТРИИ**

Кочнев В.А.

*ИВМ СО РАН, Красноярск*

*kochnev@ictm.krasn.ru*

Данное исследование имеет следующие особенности: 1) По глобальному МП Земли решена обратная задача для оценки интенсивности источников МП в ядре Земли; Для решения обратной задачи рассчитана и использована Z-компоненты глобального магнитного поля IGRF-2005 в геоцентрической системе координат; 2) Использована модель ядра Земли, включающая 2 слоя, соответствующие северному и южному полушарию ядра. Слои аппроксимируются совокупностью вертикальных призм, имеющие разную эффективную намагниченность (ЭН); 3) Для решения глобальной задачи создан и использован пакет ADM-3D-earth; 4) В процессе решения обратной задачи уточнялись ЭН всех призм ядра; 5) На основе экспериментов показано, что в данной задаче и при данной постановке, когда число уравнений значительно превышает число неизвестных (примерно в 7 раз), задача, решаемая аддитивным методом, дает результаты, практически не зависящие от начальных приближений – параметров априорной модели.

В работе получены следующие научные результаты: 1) Обоснование и постановка глобальной обратной задачи; 2) Модель эффективной намагниченности ядра; 3) Модель магнитного поля на поверхности ядра; 4) Детальная модель магнитных моментов ядра в северном и южном полушарии. Суммарный момент близок к оценкам, полученным ранее; 5) Рассчитана и построена модель объемных токов ядра, которые генерируют МПЗ и его основные глобальные аномалии: Канадскую, Азиатско-Сибирскую, Австралийскую и Южно-Атлантическую.

Из анализа результатов сделаны следующие предположения: 1) Током является движение положительно слабо заряженной жидкости ядра. Приведен расчет, показывающий реалистичность данного предположения; 2) Движение жидкости в экваториальной области ядра по часовой стрелке обусловлено вращением планеты (против часовой стрелки) и влиянием тормозящих гравитационных сил Луны и Солнца.

В работе [1] приведены формулы расчета приливных сил и в результате установлена линейная связь приливных сил и магнитного поля на экваторе планет Солнечной системы. Коэффициент корреляции между МП планет на экваторах и максимумов приливных сил на экваторах равен 0.997, что и свидетельствует о тесной линейной взаимосвязи этих параметров и косвенно подтверждает справедливость предположений, указанных в пунктах 1 и 2.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Кочнев В. А. Кинематико-гравитационная модель геодинамо. // Геология и геофизика. 2013. №4. С. 3-14.

**ИССЛЕДОВАНИЕ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИХ СВОЙСТВ  
АДАПТИВНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ НА  
ПРОСТЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ**

Кочнев В. А.(1), Ощепков Д. В.(2)

(1)Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

(2)Институт космических и информационных технологий СФУ

*kochnev@ictm.krasn.ru*

Все задачи оценки, параметров среды и объектов управления или развития, полученные по данным реальных наблюдений должны учитывать погрешности измерений, а так же достоверность априорных оценок параметров. В адаптивном методе [1–5] предусмотрена возможность задания и автоматического уточнения неизвестных и их погрешностей в процессе решения. Это и предопределяет эффективность регуляризации в адаптивном методе. Метод используется для решения большого числа задач сейсморазведки, гравиметрии и магнитометрии [1–5].

Данный доклад будет ориентирован на специалистов, начинающих осваивать метод [2]. В связи с этим интересно исследовать и показать поведение результата в зависимости от точности начальных приближений, оценок априорных погрешностей в разных сравнительно простых численных примерах.

В докладе будет приведено сопоставление условий сходимости решений получаемых адаптивным методом и методом Качмажа [6] в детерминированном и регуляризованном варианте.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Кочнев В. А. Адаптивные методы интерпретации сейсмических данных. Новосибирск: Наука, 1988.
2. Кочнев В. А. Адаптивный метод решения систем линейных уравнений в задачах геофизики. Применение ЭВМ в задачах управления. / Красноярск, 1985. – С. 62–71.
3. Кочнев В. А., Хвостенко В. И. Адаптивный метод решения обратных задач гравиметрии. // Геология и геофизика, №7, 1996, с.120-129.
4. Кочнев В. А., Гоз И. В. Нераскрытые возможности магнитометрии. – Геофизика, №6, 2006, с.51-55.
5. Кочнев В. А., Антоненко А. В. Рекурсивное уточнение параметров двухслойной модели среды по гидографам преломленных волн // Проблемы нефти и газа Тюмени. – Вып. 60. – Тюмень, 1983. – С. 59–62.
6. Цыпкин Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах. – М.: Наука, 1968.– 400 с.

## УСТОЙЧИВЫЕ МЕТОДЫ АППРОКСИМАЦИИ КВАЗИРЕШЕНИЙ

Кузнецов А. А.

Научный руководитель: Васин В. В., д. ф.-м. н.  
*Уральский федеральный университет, Екатеринбург*  
*andrewkuznecov1@gmail.com*

Была рассмотрена задача минимизации квадратичного функционала:

$$\min\{\|Ax - y\|^2 : x \in Q\},$$

где  $A : X \rightarrow Y$  – линейный непрерывный оператор,  $Q$  – выпуклое замкнутое подмножество гильбертова пространства,  $\|y - y_\delta\| < \delta$ . В работе не предполагается компактность множества  $Q$  и обратимость оператора  $A$ , а в случае существования оператора  $A^{-1}$  его непрерывность. Поэтому задача представляет самостоятельный интерес, а не только как метод построения приближенного решения уравнения  $Ax = y$ .

Был рассмотрен двухэтапный алгоритм аппроксимации решения задачи:

$$x^{k+1} = P_Q[x^k - ?(A^*Ax^k + \alpha(x^k - x^0) - A^*y_\delta)] = T(x^k).$$

где  $\alpha > 0$ - параметр регуляризации,  $\beta > 0$ ,  $x^0 \in Q$  - начальное приближение,  $P_Q$ -метрическая проекция на множество  $Q$ . Была доказана сильная сходимость метода к решению задачи, оптимальный параметр  $\beta$  при котором сходимость наилучшая, а также оценка погрешности метода. Кроме того, была рассмотрена задача, которая по условиям является промежуточной между исходной задачей и решением уравнения  $Ax = y$ . Постановка задачи в форме

$$\begin{cases} Ax = y, \\ x \in Q \end{cases}$$

значит, что при отсутствии единственности решения  $Ax = y$  имеется дополнительная информация о решении, выражаемая включением  $x \in Q$ . Для этой задачи были получены те же результаты, что и для задачи минимизации квадратичного функционала.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васин В.В, Агеев А.Л.* Некорректные задачи с априорной информацией. //Екатеринбург: УИФ «Наука», 1993.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОВОЙ МАСКИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ

Кукина Т.М., Селезнев Т.Э., Шепелов М.А.

*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток*

*17\_05\_93@mail.ru*

Большое внимание уделяется в последнее время проектированию специальных функциональных устройств, служащих для управления тепловыми потоками. Примерами таких устройств является маскировочная оболочка, служащая для тепловой маскировки любого объекта, размещенного внутри ее, либо концентратор тепла, служащий для концентрирования тепла в ее внутренности [1].

Проектирование указанных тепловых функциональных устройств приводит к необходимости решения обратных задач для соответствующей модели теплопереноса. Указанные задачи заключаются в выборе параметров среды, заполняющей оболочку заданной формы, исходя из некоторой информации о создаваемом тепловом поле. В частности, при проектировании маскировочной оболочки роль указанной информации играет требование равенства нулю внешнего отклика теплового рассеяния, а также равенство нулю градиента температуры внутри ее.

При некоторых упрощающих предположениях задачи дизайна функциональных тепловых устройств были рассмотрены в ряде работ (см., например, [1] и ссылки в [1]). Предложенный в цитируемых работах метод дизайна тепловых устройств основан на применении метода Фурье нахождения решения соответствующей краевой задачи для рассматриваемой модели теплопереноса.

Подчеркнем, что этот метод применим лишь при выполнении жестких упрощающих предположений, обеспечивающих построение в явном виде решения прямой задачи теплопереноса. В общем случае применение указанного метода проблематично. Поэтому в общем случае исследование указанных обратных задач возможно лишь с использованием эффективных численных алгоритмов, основанных на теоретическом анализе соответствующих задач. Целью этой работы является формулировка точных постановок обратных задач для стационарной модели теплопереноса, возникающих при проектировании специальных тепловых устройств, и их теоретический анализ на основе оптимизационного метода решения обратных задач по схеме, предложенной в [2] при исследовании задач электромагнитной маскировки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00365-а) и программы фундаментальных исследований ДВО РАН “Дальний Восток” (проект 15-1-4-036).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Han T., Qiu C.-W. Transformation Laplacian metamaterials: recent advances in manipulating thermal and dc fields // Journal of Optics, 2016, V. 18, p. 044003.
2. Alekseev G. V. Cloaking via impedance boundary condition for 2-D Helmholtz equation // Applicable Analysis, 2014, V. 93, p. 254–268.

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ  
ВЗРЫВА СВЕРХНОВОЙ**

Куликов И.М., Шишленин М.А.

*ИВМиМГ СО РАН, ИМ СО РАН, НГУ, Новосибирск*

*kulikov@ssd.ssc.ru, mshishlenin@ngs.ru*

Взрывы сверхновых звезд сопровождаются образованием сильных ударных волн. Такие волны играют важную роль в эволюции межзвездной среды и молекулярных облаков. Задача о взрыве сверхновой рассматривается в классической газодинамической постановке без учета самосогласованного гравитационного поля. Это связано с доминированием энергии взрыва (порядка  $10^{51}$  эрг) над гравитационной энергией звезды.

Для задачи о взрыве сверхновой разработан метод решения задачи о восстановлении начального состояния по наблюдаемому состоянию в некоторый момент времени. Приближенное решение обратной задачи ищется градиентным методом минимизации целевого функционала. На каждой итерации решается прямая и сопряженная задачи. Получен вид градиента функционала.

Для решения прямых задач используется код AstroPhi [1], который был специально верифицирован для решения подобных задач. В коде реализован численный метод высокого порядка точности, основанный на комбинации метода разделения операторов, метода Годунова и кусочно-параболического метода на локальном шаблоне. При использовании native режима было получено 134-кратное ускорение при использовании одного ускорителя Intel Xeon Phi и 73% эффективность при использовании 256 ускорителей суперкомпьютера «Политехник RSC PetaStream».

Работа проводилась при частичной поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты 15-31-20150 мол-а-вед, 15-01-00508, 15-01-09230, 16-07-00434 и 16-01-00755), грантом Президента РФ МК – 6648.2015.9 и Министерством образования и науки РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kulikov I.M., Chernykh I.G., Snytnikov A.V., Glinsky B.M., Tutukov A.V. AstroPhi: A code for complex simulation of dynamics of astrophysical objects using hybrid supercomputers // Computer Physics Communications. 2015. Vol. 186. P. 71–80.*

**РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП  
МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА КАК ИНСТРУМЕНТ РЕШЕНИЯ  
НЕУСТОЙЧИВЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ**

Ф.А. Кутерин

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,*

*Нижний Новгород*

*kuterin.f@yandex.ru*

Принцип максимума Понтрягина (ПМП) является классическим необходимым, а при определенных условиях на исходные данные задачи, и достаточным условием оптимальности в теории оптимального управления. Однако, во многих задачах классический ПМП неприменим, поскольку требует точного задания исходных данных, что на практике, как правило, невозможно.

В настоящей работе предлагается эффективное средство борьбы с неустойчивостью по отношению к ошибкам исходных данных, сформулированное в виде регуляризованного итерационного ПМП. Для доказательства указанного регуляризованного ПМП исходная задача оптимального управления записывается в форме эквивалентной задачи выпуклого программирования в гильбертовом пространстве с соответствующими ограничениями, и для нее на основе методов работ [1, 2] доказывается регуляризованный принцип Лагранжа в итерационной форме. Далее этот регуляризованный принцип Лагранжа «расшифровывается» в терминах соответствующей исходной задачи оптимального управления и, как следствие, формулируется и соответствующий регуляризованный итерационный принцип Лагранжа в задаче оптимального управления, следствием которого является соответствующий регуляризованный итерационный ПМП.

Возможность применения регуляризованного итерационного принципа максимума Понтрягина и особенности его работы иллюстрируются на численной модельной задаче определения начального условия в третьей краевой задаче для пространственно-одномерного уравнения теплопроводности по его решению, приближенно известному в финальный момент времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 15-47-02294-р\_поволжье\_a), а также при поддержке гранта в рамках соглашения от 27 августа 2013 г. № 02.В.49.21.0003 между Минобрнауки РФ и Нижегородским госуниверситетом им. Н.И. Лобачевского.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Sumin M.I. On the Stable Sequential Kuhn–Tucker Theorem and its Applications // Applied Mathematics. Special issue “Optimization”, 2012, V. 3, № 10A, p. 1334–1350.*
2. *Кутерин Ф.А. Об устойчивом принципе Лагранжа в итерационной форме в выпуклом программировании и его применении при решении неустойчивых операторных уравнений первого рода // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки, 2015, Т. 20, № 5, с. 1239–1245.*

**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИХ  
АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАСКИРОВКИ  
МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ**

Ларькина О.С.

*Дальневосточный Федеральный Университет, Владивосток  
larkina.bad@gmail.com*

В пионерской работе [1] на основе принципов трансформационной оптики было предложена маскировочная оболочка, устройство, которое может скрывать объекты от электромагнитного излучения определенной частоты. Так же было установлено, что необходимым условием идеальной работы такого устройства является анизотропия и более того, сингулярность материальных параметров такой оболочки - диэлектрической и магнитной проницаемостей. Реализовать такие параметры на практике не представляется возможным, поэтому был предложен набор методов, для устранения анизотропии и сингулярности [2, 3].

Одним из таких методов является замена маскирующей оболочки на слоистую, параметры которой в каждом слое являются константами. Данна работа посвящена разработке алгоритма по нахождению набора оптимальных параметров и оптимального количества слоев, для которых ширина рассеивания оболочки будет минимальной. Для решения этой задачи используется генетический алгоритм, в процессе которого происходит решение уравнения Гельмгольца, нахождение коэффициентов рассеяния, а затем, по найденным коэффициентам вычисляется значение ширины рассеяния. Был разработан комплекс программ, реализующий разработанный алгоритм, проведен численный анализ и сравнение с результатами других авторов. Проведенный анализ показал эффективность разработанного алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00365-а) и программы фундаментальных исследований ДВО РАН “Дальний Восток” (проект 15-1-4-036).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Pendry J.B., Shuring D., Smith D.R. Controlling electromagnetic fields // Science, 2006 V.312, p. 1780-1789.
2. Алексеев Г.В. Оптимизация в задаче маскировки материальных тел методом волнового обтекания // Доклады Академии Наук, 2013, Т. 449. с. 652-656.
3. Alekseev G.V. Analysis and optimiztion in problems of cloaking of material bodies for the Maxwell equations // Differential Equations, 2016, V. 52, p 361-372.
4. Sean Luke Essentials of Metaheuristics // Lulu, 2013 second edition,

**СТОХАСТИЧЕСКИЙ И ГРАДИЕНТНЫЙ ПОДХОД К  
ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ  
ПРОСТЕЙШЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ИНФЕКЦИОННОГО ЗАБОЛЕВАНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ**

Латышенко В.А., Криворотко О.И., Кабанихин С.И.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики*

*СО РАН, Новосибирск*

*Latushenko\_varia@mail.ru*

Рассмотрена простейшая математическая модель инфекционного заболевания Г.И. Марчука [1], состоящая из четырех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, которые описывают изменение числа антигенов  $V(t)$ , рост плазматических клеток  $C(t)$ , баланс числа антител  $F(t)$  и характеристику пораженного органа  $m(t)$ :

$$\begin{aligned}\dot{V} &= (\beta - \gamma F(t))V(t), \quad \dot{F} = \rho C(t) - (\mu_f + \eta\gamma V(t))F(t), \quad t \in (0, T) \\ \dot{C} &= \xi(m)\alpha F(t-\tau)V(t-\tau) - \mu_c(C(t) - C^*), \quad \dot{m} = \sigma V(t) - \mu_m m(t).\end{aligned}\quad (1)$$

Для решения прямой задачи используется метод Рунге-Кутты-Фельберга четвертого порядка аппроксимации. Обратная задача состоит в нахождении вектора параметров  $q = (\tau, \alpha, \beta, \gamma, \rho, \mu_f, \eta, \mu_c, C^*, \sigma, \mu_m)^T$  по дополнительным измерениям состояний системы (1) в фиксированные моменты времени  $t_k, k = 1, \dots, K$ :

$$V(t_k) = V^k, F(t_k) = F^k, C(t_k) = C^k, m(t_k) = m^k. \quad (2)$$

Решение обратной задачи (1)-(2) с начальными данными  $V(0) = V_0, C(0) = C^*, F(0) = \rho C^*/\mu_f, m(0) = 0$  сводится к нахождению минимума соответствующего целевого функционала, который численно определяется комбинацией двух методов: генетическим алгоритмом [2] и градиентным методом [3]. В докладе представлены результаты численных расчетов определения параметров  $q$  комбинацией методов.

*Работа проводилась при частичной поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.*

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Марчук Г.И. Математическое моделирование в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. - 3-е издание перераб. и доп. - Москва: Наука. Гл.ред. физ.-мат.лит. 1991.
2. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы. Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007.
3. Ильин А.И. Кабанихин С.И. Криворотко О.И. Об определении параметров моделей, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений. *Сибирские электронные математические известия*. – 2014. – Т. 11. – С. С62-С76.

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ МАСКИРОВКИ  
МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ  
ОПТИМИЗАЦИИ**

Лобанов А.В.

*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток  
alekslobanov1@mail.ru*

В ходе ранее проведенных исследований было доказано существование маскировочных оболочек [1], причем установлено, что необходимым условием их существования является условие анизотропии исходной среды. Однако, справедливо ради, следует отметить, что идея покрытия материальных тел с целью их маскировки была сформулирована уже в 1961 г. в статье российского физика Л.С. Долина [2]. На практике реализовать полученные решения пока не представляется возможным из-за отсутствия в природе соответствующих материалов, а естественной альтернативой выступает замена задачи точной маскировки материального тела задачей приближенной маскировки.

Данная работа посвящена как теоретическому анализу задачи приближенной маскировки на основе методов оптимизации [3, 4, 5], так и разработке численного алгоритма, с помощью которого вычисляются коэффициенты рассеяния слоистой цилиндрической оболочки и ширина рассеяния для изотропных параметров взятых близкими к идеальным. В работе исследуется зависимость решения от параметра полной проводимости, размеров оболочки, частоты падающей волны и ряда других параметров, входящих в рассматриваемую задачу. Указанный алгоритм применяется для численного моделирования маскировочных свойств оболочки, заполненной специальной средой. В заключение обсуждаются результаты проведенных вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00365-а) и программы фундаментальных исследований ДВО РАН “Дальний Восток” (проект 15-1-4-036).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Pendry J.B., Shurig D., Smith D.R. Controlling electromagnetic fields // Science, 2006, V. 312, p. 1780–1789.
2. Долин, Л.С. О возможности сопоставления трехмерных электромагнитных систем с неоднородным анизотропным заполнением // Известия вузов. Радиофизика, 1961, Т. 4. 4. с. 964–967.
3. Алексеев Г.В. Оптимизация в задачах маскировки материальных тел методом волнового обтекания // Доклады Академии Наук, 2013, Т. 449. с. 652–656.
4. Алексеев Г.В., Лобанов А.В. Оценки устойчивости решений обратных экстремальных задач для уравнения Гельмгольца // Сибирский Журнал Индустриальной Математики, 2013, Т. 16, с. 14–25.

5. Alekseev G.V. Cloaking via impedance boundary condition for 2-D Helmholtz equation // Applicable Analysis, 2014, V. 93, p. 254–268.

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ГАРАНТИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Максимов В.И.

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург  
*maksimov@imm.uran.ru*

Метод управления с моделью предложен Н.Н. Красовским в начале семидесятых годов для конечномерных управляемых систем с динамическими возмущениями (см. [1, 2]). Метод позволяет строить законы управления с обратной связью, устойчивые относительно малых помех в канале наблюдения фазовых состояний. В [3] метод управления с моделью применен в решениях некоторых задач управления с наблюдением неполного сигнала о фазовых состояниях. В этих решениях включенная в контур управления вспомогательная управляемая система — модель — служит не только для непосредственного формирования управляющих воздействий в исходной системе, но и для приближенной динамической реконструкции ее полных фазовых состояний; реконструированные состояния задействуются в блоке устойчивого управления. Цель данного сообщения — показать, каким образом метод реконструкции—управления с моделью может быть применен к задачам игрового управления в случае измерения части координат фазового вектора.

В настоящем сообщении мы укажем алгоритм решения описанной выше задачи, основанном на методе динамического обращения, развитом в [3, 4], а также методе стабильных дорожек [1]. В связи с неполнотой информации (а именно, с возможностью измерения в моменты  $L_i$  не всего фазового состояния системы  $(x(L_i); y(L_i))$ , а лишь его части —  $(x(L_i)$  или  $(y(L_i))$ ) мы вводим в контур управления дополнительный блок — блок динамического восстановления (аппроксимации) неизвестной координаты (блок «идентификации»). При этом блок «идентификации» играет роль поставщика информации о текущем полном фазовом состоянии системы. Эта информация оперативно передается на блок «управления», формирующий и по закону обратной связи.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
3. Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V. Inverse Problems for Ordinary Differential Equations: Dynamical Solutions. London: Gordon and Breach, 1995.
4. Осипов Ю.С., Кряжимский А.В., Максимов В.И. Методы динамического восстановления входов управляемых систем. Екатеринбург: УрО РАН, 2011.

**РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ  
УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ВЯЗКИХ  
СЖИМАЕМЫХ ЖИДКОСТЕЙ**

Мамонтов А. Е., Прокудин Д. А.

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт  
гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской  
академии наук, Новосибирск  
prokudin@hydro.nsc.ru*

Рассматриваются уравнения баротропного движения смесей  $N > 1$  вязких сжимаемых жидкостей. В качестве основы при формулировке модели взяты идеи, изложенные в [1], [2]. А именно, для каждой компоненты смеси пишутся уравнения неразрывности и импульсов:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \mathbf{v}) = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_i \mathbf{u}_i)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \mathbf{v} \otimes \mathbf{u}_i) + \nabla p(\rho) = \operatorname{div} \mathbb{S}_i + \rho_i \mathbf{f}_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Здесь  $\rho_i$  — плотность  $i$ -й компоненты (составляющей) смеси;  $\mathbf{u}_i$  — поле скоростей;  $\mathbf{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i$  — средняя скорость смеси;  $p$  — суммарное давление, которое определяются суммарной плотностью  $\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i$ ; векторы  $\mathbf{f}_i$  являются известными полями внешних массовых сил;  $\mathbb{S}_i = \sum_{j=1}^N \left( 2\mu_{ij} \mathbb{D}(\mathbf{u}_j) + \lambda_{ij} (\operatorname{div} \mathbf{u}_j) \mathbb{I} \right)$  — тензор вязких напряжений, где  $\mathbb{D}$  — тензор скоростей деформаций,  $\mathbb{I}$  — единичный тензор, а заданные постоянные коэффициенты вязкостей образуют матрицы  $\{\lambda_{ij}\}_{i,j=1}^N$  и  $\{\mu_{ij}\}_{i,j=1}^N$ . Недиагональность матриц вязкостей представляет собой основную черту, отличающую рассматриваемую модель от уже хорошо развитой теории движения однокомпонентных вязких сжимаемых жидкостей, и не позволяющую автоматически распространить известные результаты на случай смесей.

В докладе будет представлена теорема существования решений начально-краевой задачи для уравнений (1), (2), будут обсуждаться перспективы и трудности дальнейшего развития теории.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 15-11-20019).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987.
2. Rajagopal K. L., Tao L. Mechanics of mixtures. Singapore: World Scientific, 1995.

**О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ  
ДИФФУЗИИ**

Марков Б.А.

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск  
stpx1969@mail.ru*

Была рассмотрена задача с разрывной правой частью ("оператор Лизеганга применяемый для описания процессов в коллоидной химии), описанная в [1]. Согласно [1], задача должна быть уточнена, так как её решение не единственное. Область решения задачи может быть разбита линиями, в каждой из которых может быть поставлена задача с подвижной границей - задача Флорина, и в таком случае решение задачи единственное. Однако в этом случае вдоль линий разбиения решение имеет разрыв производной.

Предлагается построение решения задачи в частных случаях - в каждой из областей разбиения задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильин А.М., Марков Б.А. Нелинейное уравнение диффузии и кольца Лизеганга // Доклады академии наук, 2011, том 440, номер 2, с. 164-167

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ТЕНЗОРА ПРОНИЦАЕМОСТИ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Марков С.И., Иткина Н.Б.

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск*  
*www.sim91@list.ru, itkina.nat@yandex.ru*

Пористые среды имеют сложную геометрическую структуру и гетерогенную анизотропную природу свойств. Поэтому при проведении обработки экспериментальных данных необходимо использовать модели эффективной среды. Возникает задача гомогенизации, которая состоит в том, чтобы определить влияние микроструктуры пористой среды на её макроскопическое поведение. В рамках данной работы исследуется эффективная проницаемость по нефти.

Данная задача является актуальной и достаточно хорошо освещена в современных научных публикациях. Однако авторы предлагают подходы численной гомогенизации для периодических структур микропористых сред. На сегодняшний день число публикаций для непериодических микроструктур весьма ограничено.

Цель научной работы состоит в том, чтобы на основе выбранной математической модели процесса просачивания нефти разработать алгоритм численного определения эффективного тензора проницаемости в пористой среде с произвольной микроструктурой.

Для решения задачи просачивания нефти применяется современный математический аппарат на базе многомасштабного разрывного метода Галёркина. Для решения задачи численной гомогенизации применяется градиентный метод Флетчера-Ривса. Данные подходы являются достаточно эффективными и наилучшим образом подходят для реализации на современных параллельных компьютерных архитектурах.

В работе приводится сравнительный анализ результатов математического моделирования процесса просачивания нефти в анизотропной гетерогенной и эффективной среде.

Работа выполнена при финансовой поддержке стипендии президента Российской Федерации (приказ №375).

**ОБ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ  
ПОТЕНЦИАЛА С ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИМ ЯДРОМ**

Марковский А.Н.

*Кубанский государственный университет, Краснодар*  
*mark@kubsu.ru*

Доказывается следующее утверждение: если  $Q$  – ограниченная область с границей Ляпунова  $S = \partial Q$ , то для любого  $m \geq 1$ ,

$$L_2(Q) = G_m(Q) \oplus N_m(Q),$$

где  $G_m(Q)$  – подпространство полигармонических в  $Q$  функций, а функция  $h(x)$  принадлежит  $N_m(Q)$  тогда и только тогда, когда

$$\int_Q h(y) E_{m,n}(x-y) dy = 0, \quad x \in Q^+ = R^n \setminus \bar{Q}, \quad (1)$$

где  $E_{m,n}$  – фундаментальное решение  $m$ -гармонического уравнения в  $R^n$  (формулы для  $E_{m,n}$  см. например, [1, стр. 520, Теорема XII.1]). Случай ньютоновского потенциала ( $n = 3, m = 1$ ) доказан П.С. Новиковым в известной работе [2].

Разложим плотность  $f$  потенциала  $v(x)$  по области  $Q$  в соответствующую сумму ортогональных слагаемых,  $f = g_m + h_m$ , для некоторого  $m \geq 1$ , тогда

$$v(x) = \int_Q f(y) E_{m,n}(x-y) dy = \int_Q g_m(y) E_{m,n}(x-y) dy, \quad x \in Q^+, \quad (2)$$

и составляющая  $h_m$  плотности  $f$  не может быть определена внешними измерениями потенциала  $v(x)$  вследствие (1).

Обратная задача может быть сформулирована следующим образом: для потенциала с полигармоническим ядром  $v(x)$  по области  $Q$  найти  $m$ -гармоническую составляющую его плотности по внешним значениям потенциала.

Доказывается полнота в  $G_m(Q)$  систем сдвигов (случай  $m = 1$  доказан в [3])

$$\gamma_{m,k}(x) = E_{m,n}(x^{(k)} - x), \quad x \in Q, \quad k = 1, 2, \dots,$$

где последовательность  $x^{(k)}$  – удовлетворяет условию  $m$ -базисности в  $Q^+$ . Так что искомая плотность  $g_m(x)$  может быть разложена по системе  $\gamma_{m,k}$ , и коэффициенты разложения определены из (2) по дискретным значениям  $x^{(k)} \in Q^+$ .

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука, 1974
2. Новиков П.С. Об единственности решения обратной задачи потенциала // Докл. АН СССР 18:3 (1938), 165–168
3. Лежнев А.В., Лежнев В.Г. Метод базисных потенциалов в задачах математической физики и гидродинамики. Краснодар: КубГУ, 2009, 111 с.

**ЧИСЛЕННОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Марченко М.А.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН<sup>6</sup>*

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
marchenko@sscc.ru*

В докладе будут обсуждаться вопросы распределённого численного статистического моделирования пространственно неоднородной коагуляции и процесса развития электронных лавин в газе. Будут обсуждаться экономичные параллельные алгоритмы и способы исследования их эффективности. Будет представлены методика распределённого численного статистического моделирования для высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных систем и длиннопериодные параллельные генераторы базовых псевдослучайных чисел, с помощью которых возможно проведение параметрического анализа вероятностных моделей.

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РФФИ 15-01-08988; проекта «Суперкомпьютерное статистическое моделирование переноса излучения с учетом различных трехмерных и, в том числе, стохастических функциональных характеристик радиационной модели среды» по программе Президиума РАН I.33П «Фундаментальные проблемы математического моделирования. Фундаментальные проблемы факторизационных методов в различных областях. Алгоритмы и математическое обеспечение для вычислительных систем сверхвысокой производительности».

**ПОДАВЛЕНИЕ КРАТНЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ БЫСТРОГО  
ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩЕГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА**

Матвеев А.С., Дучков А.А.

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,  
Новосибирск*

*alexey.matveev.9@gmail.com, DuchkovAA@ipgg.sbras.ru*

Подавление кратных волн для сейсмограмм общей средней точки является важной процедурой при обработке сейсмических данных. Одним из возможных путей осуществления данной операции является использование параболического преобразования Радона.

Параболическим преобразованием Радона непрерывной функции двух переменных  $f(t,x)$  называется функция

$$g(\tau, p) = R_p f(\tau, p) = \int f(t, x) \delta(t - \tau - px^2) dt dx. \quad (1)$$

Установлено, что эффективную реализацию преобразования Радона возможно выполнить с помощью быстрого преобразования Фурье на нерегулярных сетках (USFFT) [1]. В таком случае, параболическое преобразование Радона вычисляется путём последовательного применения серии одномерных преобразований Фурье и двумерного обратного преобразования Фурье на нерегулярных сетках.

Наличие быстрого преобразования позволяет использовать итеративные алгоритмы разреженной инверсии [2] для реализации высокоразрешающего преобразования Радона:

$$m^{n+1} = S_\mu (m^n - R_p R_p^* m^n + R_p f) \quad (2)$$

где  $S_\mu$ - так называемый оператор мягкого обнуления коэффициентов по порогу  $\mu$  (soft thresholding),  $f$  - исходная сейсмограмма.

Для эффективного вычисления высокоразрешающего преобразования Радона были разработаны параллельные алгоритмы быстрого преобразования Фурье на нерегулярных сетках (USFFT) и создана библиотека на их основе. Данный алгоритм позволяет вычислять преобразование Фурье для данных заданных нерегулярным образом с вычислительной сложностью, сопоставимой со стандартным быстрым преобразованием Фурье ( $N \log N$  вместо  $N^2$  для одномерного случая,  $N$  – количество точек дискретно заданной функции).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Dutt A., Rokhlin V., 1993, *Fast Fourier transforms for nonequispaced data // Siam J. Sci. Comput.*, V. 14 (6), pp. 1368-1393.
2. Daubechies I., Defrise M., De Mol C., 2004, *An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint // Comm. on Pure and Appl. Math*, V. 57 (11), pp. 1413-1457.

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ MPI В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦ  
РЕАКЦИОННОЙ СМЕСИ В КАСКАДЕ РЕАКТОРОВ**

Михайлова Т.А., Захаров И.В., Мустафина С.А.

*Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета,*

*Стерлитамак*

*T.A.Mihailova@yandex.ru*

Промышленность синтетического каучука является одной из ведущих отраслей отечественной нефтехимии. Наиболее распространенным и востребованным видом синтетических каучуков являются бутадиен-стирольные, в основе производства которых лежит процесс сополимеризации, проводящийся в каскаде реакторов идеального смешения и характеризующийся непрерывным добавлением реакционной смеси в каскад. В работе [1] предложен алгоритм моделирования синтеза бутадиен-стирольного сополимера, основанный на методе Монте-Карло, но при переходе к реальным объемам возникает задача использования технологий параллельного программирования, одним из которых является стандарт MPI, применяемый при разработке программ для кластерных систем.

Пусть имеется каскад из  $n$  реакторов, в которых происходит процесс перемешивания частиц. Каждый реактор характеризуется числом частиц в реакторе, вероятностью перехода частиц из текущего реактора в следующий и числом частиц, которые перейдут в следующий реактор. При моделировании в первый реактор загружается порция частиц. В процессе прохождения частиц по каскаду для каждой разыгрывается вероятность перехода в следующий реактор: если она выше вероятности перехода, то осуществляется перевод частицы в следующий реактор. Периодически в первый реактор загружается новая порция частиц.

Для решения поставленной задачи была разработана программа в среде разработки Microsoft Visual C++ 2010 Express с использованием библиотеки MPICH версии 1.2.5. При решении задачи каждому из 12 реакторов были заданы вероятности  $p_i=0.4$ ,  $i=0,1,\dots,11$ , при этом были проведены вычислительные эксперименты с размером порции загружаемых частиц в 700 млн. на различных вычислительных системах: однопроцессорный компьютер и кластер из 9 компьютеров. Результаты моделирования показали, что применение параллельных вычислений позволяет значительно ускорить процесс расчета: с 9 ч. 38 мин. для однопроцессорного компьютера до 49 мин. для кластера. При этом соотношение частиц между реакторами для различных вычислительных систем не меняется.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках гранта №16-31-00162\_мол\_а и проекта №2629 в рамках базовой части госзадания МОиН РФ.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Михайлова Т.А., Мифтахов Э.Н., Насыров И.Ш., Мустафина С.А. Моделирование непрерывного процесса свободно-радикальной сополимеризации бутадиена со стиролом методом Монте-Карло // Вестник ВГУИТ, 2016. – №2. – С. 210-217.

**SEISMIC IMAGING BASED ON MARCHENKO INTEGRAL  
EQUATION APPROACH**

Muhammad I.

*Novosibirsk State University, Novosibirsk*  
*miutp11@gmail.com*

In late 1955, V.A. Marchenko has introduced a solution to inverse scattering problems where nowadays it is known as Marchenko integral equation. In the realm of seismology, there exists a strong bond in between seismology and inverse scattering theory thus in this work, Marchenko integral equation is being studied and an application to seismic imaging is introduced. Prior to solve the Marchenko integral equation for seismic imaging problems, reflection response at the surface and an estimate of the first arrivals from the focusing imaging point to the surface are required. Briefly, the seismic imaging by Marchenko integral equation is an focusing imaging therefore the solutions of Marchenko integral equation are used to image a specific position in the subsurface with better resolution compared to the conventional seismic imaging techniques.

**ЭФФЕКТИВНАЯ ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ  
ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙКОНАЛА И  
ОБРАТНОГО ЛУЧЕВОГО ТРАССИРОВАНИЯ НА ЕГО ОСНОВЕ  
ДЛЯ ЗАДАЧ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ**

Нikitin A.A., Сердюков A.C., Дучков A.A., Кулаков I.YU.

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск*

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*NikitinAA@ipgg.sbras.ru*

Лучевая сейсмическая томография является широко используемым геофизическим методом исследования недр Земли, заключающимся в восстановлении скоростной модели геологической среды на основе времен первых вступлений сейсмических волн. Прямая кинематическая задача заключается в вычислении времен первых вступлений и построении сейсмических лучей на основании заданной скоростной модели. При решении прямой задачи необходимо использовать точные алгоритмы, так как небольшие изменения в траектории лучей и расчетных временах вступлений приводят к изменениям в решении обратной задачи. Кроме того, используемые алгоритмы должны быть высокоеффективными, так как в типичном томографическом исследовании необходимо построение сотен и даже тысяч сейсмических лучей.

В работе представлены параллельные алгоритмы численного решения уравнения эйконала для нахождения времен первых вступлений сейсмических волн на основе методов Fast [1] и Locking Sweeping [2], оптимизированные для эффективной работы в вычислительных системах с общей памятью. Высокую эффективность параллельной реализации разработанных алгоритмов по сравнению с последовательными удалось достичь в первую очередь за счет оптимизации использования кеша процессора. Также в работе проводится сравнение эффективности и точности алгоритма обратного трассирования сейсмических лучей на основе решения уравнения эйконала и алгоритма на основе метода изгиба луча, реализованного в пакете сейсмической томографии LOTOS [3].

Работа проводилась при частичной поддержке стипендии Президента РФ для молодых ученых и аспирантов № СП-2899.2015.5.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Zhao, H.* A fast sweeping method for eikonal equations // Mathematics of computation. – 2005. – Т. 74. – №. 250. – С. 603-627.
2. *Bak S., McLaughlin J., Renzi D.* Some improvements for the fast sweeping method // SIAM Journal on Scientific Computing. – 2010. – Т. 32. – №. 5. – С. 2853-2874.
3. *Koulakov I.* LOTOS code for local earthquake tomographic inversion: Benchmarks for testing tomographic algorithms // Bulletin of the Seismological Society of America. – 2009. – Т. 99. – №. 1. – С. 194-214.

**FAST METHOD FOR EVALUATION OF THE HYPERBOLIC RADON TRANSFORM WITH APPLICATIONS IN SEISMOLOGY**

Nikitin V.V.

IPGG SB RAS, Novosibirsk

nikitinvv@ipgg.sbras.ru

The hyperbolic Radon transform

$$\mathcal{R}_h f(\tau, q) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\sqrt{\tau^2 + q^2 x^2}, x\right) dx$$

is a commonly used tool for processing CMP gathers, for instance in procedures of data interpolation, de-noising, multiple removal, etc. A direct implementation by summation of traces with different moveouts is computationally expensive for large data sets. The corresponding algorithm has computational complexity  $\mathcal{O}(N^3)$  if we assume that number of samples in each direction is  $\mathcal{O}(N)$ . Therefore, processing of three-dimensional data sets so as most iterative techniques for regularization become time-consuming with increasing numbers of samples.

In this work we present a method for fast evaluation of the hyperbolic Radon transform and corresponding adjoint operator. The proposed method is a modification of the one given for the standard Radon transform over straight lines and used for applications in computed tomography [1, 2]. The method is based on switching to log-polar coordinates where the transform can be represented as convolutions. Convolutions in turn can be rapidly evaluated in terms of FFT decreasing the total complexity to  $\mathcal{O}(N^2 \log N)$ . In comparison to other Fourier-based approaches for computing Radon transforms, the suggested method performs interpolation in the time-offset  $(t, x)$  and Radon  $(\tau, q)$  domains where the data is assumed to be less-oscillatory compared to the frequency domain. Reasonable reconstruction results can thus be expected using interpolation schemes of moderate order. The algorithm for evaluation of the transform was implemented on GPU with CUDA technology giving more than 10 times performance gain in single precision compared to an 8-core CPU. The CPU version of the proposed method is several orders of magnitude faster than the standard summation over hyperbolae and shows the accuracy of  $\mathcal{O}(10^{-3})$  compared to exact results.

Because of favorable performance and accuracy, the program is suitable to use in iterative methods for retrieving sparse (high-resolution) Radon representations. We have performed numerical tests for this, so as data interpolation and multiple removal.

## REFERENCES

1. Andersson F., 2005, Fast inversion of the Radon transform using log-polar coordinates and partial backprojections, SIAM J. Appl. Math., V. 65, pp. 818–837.
2. Andersson F., Carlsson M., Nikitin V., 2016, Fast algorithms and efficient GPU implementations for the Radon transform and the back-projection operator represented as convolution operators, Novosibirsk, SIAM J. Imaging Sci., V. 9 (2), pp. 637-664.

**РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ  
ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ  
ГЕЛЬФАНДА-ЛЕВИТАНА-КРЕЙНА**

Новиков Н.С.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск  
novikov-1989@yandex.ru*

Доклад посвящён решению двумерных обратных задач для некоторых гиперболических уравнений. В частности, рассматривается задача определения плотности среды  $\rho(x, y)$  в уравнении акустики:

$$u_{tt}(x, y) = \Delta_{x,y} u(x, y) - \nabla \ln \rho(x, y) \nabla u \quad (1)$$

Для решения рассматриваемых задач применяется комбинация проекционного метода и многомерного аналога метода Гельфанда-Левитана-Крейна [1]. Использование данного подхода позволяет свести нелинейную обратную задачу для уравнения (1) к семейству линейных интегральных уравнений вида:

$$\int_{-x}^x \sum_m f_m^k(t-s) \Phi^m(x, s) ds = G^k, |t| < x, k \in \mathbb{Z}$$

Кроме того, метод позволяет сформулировать необходимые и достаточные условия разрешимости обратной задачи.

Для решения полученных семейств были использованы различные численные методы, позволяющие учсть структуру задачи, такие как стохастический проекционный метод [2] решения СЛАУ и метод быстрого обращения блочно-тёплицевой матрицы [3]. Оба метода показывают высокую эффективность и очень низкие требования к памяти ЭВМ, связанные с отсутствием необходимости хранить матрицу системы.

В докладе изложены особенности указанных методов, проведён сравнительный анализ и представлены результаты численных экспериментов.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. S.I. Kabanikhin and M.A. Shishlenin Numerical algorithm for two-dimensional inverse acoustic problem based on Gel'fand-Levitana-Krein equation. // Journal of inverted and ill-Posed problems, 18 (2010), 802–814.
2. S. Kabanikhin, K. Sabelfeld, N. Novikov, M. Shishlenin Numerical solution of an inverse problem of coefficient recovering for a wave equation by a stochastic projection methods. // Monte Carlo methods and applications, Volume 21, Issue 3, p. 189–203, 2014.
3. S. Kabanikhin, N. Novikov, I. Oseledets, M. Shishlenin Fast Toeplitz linear system inversion for solving two-dimensional acoustic inverse problem. // Journal of inverted and ill-Posed problems, 23 (2015), 687–700.

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАТРИЦ  
ВОЗБУЖДЕНИЯ-ЭМИССИИ ДЛЯ МЕТОДА  
ЛАЗЕРНО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ**

Папаева Е.О., Маслов Н.А.

*ИТПМ СО РАН, Новосибирск*

*nmaslov@itam.nsc.ru*

В данной работе исследовалась возможность расчета спектров возбуждения и флуоресценции неизвестных флуорофоров в образцах на основе данных из матриц возбуждения-эмиссии (зависимостей спектров флуоресценции от длины волны возбуждения). В основу методики лег метод главных компонент. Дан-ный способ позволяет значительно уменьшить размерность данных, перейдя к новому ортогональному базису, оси которого ориентированы по направлениям максимальной дисперсии набора входных данных. Вычисление главных компо-нент сводится к вычислению собственных векторов и собственных значений ко-вариационной матрицы исходных данных, содержащей информацию о спектрах, или к сингулярному разложению матрицы данных. В настоящее время в флу-оресцентной спектроскопии метод используется для экспресс-анализа спектров исследуемых образцов, однако он применяется только для описания статисти-ческих различий образцов с неизвестным составом. При этом спектры главных компонент имеют знакопеременную форму, что не позволяет сравнивать их с реальными веществами и устанавливать точный состав образца.

В работе за основу метода главных компонент был взят алгоритм NIPALS (non-linear iterative partial least squares). Для представленных целей алгоритм был модифицирован: число главных компонент задавалось изначально, и каж-дая главная компонента поочередно пересчитывалась на протяжении нескольких итераций для сформированного разностного тензора с учётом остальных вычис-ленных компонент. Эти модификации способствовали переходу от знакоперемен-ных спектров к положительным, соответствующим спектрам реальных веществ.

Были проведены модельные эксперименты для отработки модифицированно-го алгоритма метода главных компонент по определению числа главных компо-нент с использованием образцов с известным составом. На примере смесей флуо-рофоров пиридоксина, этакридина лаката и родамина было показано, что метод способен рассчитывать спектры возбуждения и флуоресценции отдельных кра-сителей. Кроме того, модифицированный алгоритм позволил разделить спектры таких схожих по спектрам флуоресценции веществ, как флуоресцеин и этакри-дин лактат (с максимумами флуоресценции 515 и 520 нм соответственно). Было показано, что данный способ расчета спектров позволяет сравнивать их со спек-трами реальных флуорофоров и идентифицировать компоненты смесей.

**ВАРИАЦИОННОЕ УСВОЕНИЕ ДАННЫХ АТМОСФЕРНОЙ  
ХИМИИ**

Пененко А.В.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
a.repenko@yandex.ru*

В работе представлен алгоритм усвоения данных контактных измерений концентрации атмосферной химии моделью транспорта и трансформации примесей в атмосфере. Алгоритм основан на вариационном подходе со слабыми ограничениями и схеме расщепления, что позволяет избежать итераций решения прямой и сопряженной задач переноса и трансформации примесей, т.е. алгоритм является «алгоритмом реального времени» [1,2]. Эффективность работы алгоритма была проверена как на искусственных, так и на реальных данных.

Работа поддержана проектом МК-8214.2016.1, Программами фундаментальных исследований РАН I.33П, II.2П, а также проектом РФФИ 14-01-00125а.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *A.B. Пененко, B.B. Пененко* Прямой метод вариационного усвоения данных для моделей конвекции-диффузии на основе схемы расщепления, Вычислительные технологии Т.19, №4, 2014 69-83.
2. *Пененко А.В., Пененко В.В., Цветова Е.А.* “Последовательные алгоритмы усвоения данных в моделях мониторинга качества атмосферы на базе вариационного принципа со слабыми ограничениями СибЖВМ (в печати)

**НОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ЗАДАЧ  
ДИНАМИКИ И ХИМИИ АТМОСФЕРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА И КОНЦЕПЦИИ  
СОПРЯЖЕННЫХ ИНТЕГРИРУЮЩИХ МНОЖИТЕЛЕЙ**

Пененко В.В.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
penenko@sscc.ru*

В лекции обсуждаются применения вариационных принципов для исследования различных процессов, эволюция которых отображается данными наблюдений и описана математическими моделями. Вариационные принципы - универсальный инструмент для объединения целевых функционалов, моделей процессов, данных измерений и других объектов в единую систему. На их основе строятся согласованные, для режимов прямого и обратного моделирования, численные схемы и алгоритмы решения прямых, сопряженных и обратных задач; оценок неопределенностей в моделях и расчета функций чувствительности целевых функционалов к вариациям входных данных. Такое сочетание алгоритмов даёт возможности организовать вычислительно эффективные методы вариационного усвоения данных с одновременным получением количественных оценок неопределённостей в моделях процессов.

Одна из целей развивающейся технологии моделирования - построение корректных алгоритмов для решения условно-корректных и обратных задач. Эффект регуляризации вносят сопряженные функции, которые используются как сопряженные интегрирующие множители [1]. В рамках вариационного принципа они получаются в результате решения корректных однородных сопряженных уравнений. Как следствие, определяется совокупность законов сохранения или соотношений баланса, связывающих функции состояния исходной задачи с соответствующими сопряженными функциями. При этом порядок исходной задачи понижается на единицу, и её решение получается на основе соотношений баланса. Для практических применений целесообразно объединить концепцию сопряженных интегрирующих множителей с техникой вариационных методов конечных элементов/объёмов в рамках методов расщепления и декомпозиции функционалов и операторов многомерных моделей. Заметим, что получающиеся гибридные алгоритмы не требуют построения базисных подпространств. Применение предлагаемого подхода демонстрируется на примере класса взаимосвязанных задач экологии, климата и охраны окружающей среды.

Работа поддержана Программами фундаментальных исследований РАН I.33П, II.2П, а также проектом РФФИ 14-01-00125а.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Penenko V.V., Tsvetova E.A., Penenko A.V. Variational approach and Euler's integrating factors for environmental studies// Computers and Mathematics with Applications. 2014. V.67. P. 2240–2256.

## АЛГОРИТМЫ ДЕКОНВОЛЮЦИИ В ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ ТЕРМОПАРЫ

Пикалов В.В., Гольдфельд М.А., Шмаков А.С.

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А.Христиановича  
СО РАН, Новосибирск*  
*pickalov, gold, shmakov@itam.nsc.ru*

В экспериментальных исследованиях изменения температуры в быстропротекающих процессах важную роль играет учет инерционности измерительной аппаратуры. В частности, такая задача зачастую возникает в исследованиях, проводимых в аэродинамических импульсных трубах. Если описать влияние инерционности на результат измерения сигнала как свертку реальной температурной зависимости от времени с аппаратной функцией, описывающей отклик аппаратуры на импульсное температурное воздействие, то основную сложность в этой задаче представляет предварительное определение такой аппаратной функции. Импульсный температурный всплеск экспериментально реализовать достаточно сложно, поэтому обычно такие сигналы заменяют ступенчатым воздействием, с последующим взятием первой производной от итогового сигнала. Полученный результат представляет в таком случае реакцию измерительного прибора на входной сигнал в виде дельта-функции, т.е. искомую аппаратную функцию.

В данной работе выполнено сравнение теоретической аппаратной функции, полученной численным моделированием процесса измерения температуры термопарой малого размера, с экспериментальными результатами специальных калибровочных измерений. Численное моделирование отклика термопары на ступенчатое воздействие проводилось на основе математического описания процесса погружения термопары в расплав алюминия. Предполагалось, что основное влияние на решение задачи оказывают процессы теплопроводности и конвективного обмена между термопарой и окружающим расплавом. Граничные условия задаются на поверхностях граней, погруженных в расплав, через которые в расчетную область поступает тепловой поток. В расчете геометрии термопары представлена в виде сферы с диаметрально расположенными подводящими проводами. Сопряжение проводов с термопарой выполнено плавным для облегчения построения сетки. В рамках численного моделирования решались двумерные уравнения теплопроводности методом установления. Теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность материала термопары взяты как среднее между значениями соответствующих величин для хромели и алюмелли. Считается, что тепловой поток будет равен нулю при достижении термопарой температуры окружающего расплава. Прямое сравнение расчетных и экспериментальных данных для термопары диаметром 50 мкм, что с помощью расчета можно получить температурную ступеньку, близко согласующуюся с экспериментом. Одновременно такой подход позволяет избежать экспериментальной погрешности, присущей начальному участку калибровочного сигнала. Интегральное уравнение свертки решалось регуляризованным вариантом итерационного алгоритма

ART. В вычислительном эксперименте для данного алгоритма, с использованием теоретической аппаратной функции, получены характеристики устойчивости решения к экспериментальным шумам измерений, определена величина разрешающей способности исследуемой термопары.

Работа частично поддержана в рамках проекта РФФИ № 15-08-04804 и является продолжением работ [1-4].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pickalov V. V.* Flow diagnostics and inverse problems: deconvolution and tomography. // 15th International Conference on Methods of Aerophysical Research (ICMAR-2010, Novosibirsk, November 1-5, 2010). Abstracts. Pt. II, 2010, Novosibirsk, Parallel, pp. 200-201.
2. *Pickalov V.V., Goldfeld M.A.* Temperature reconstruction in high-speed flow. // Proceedings of the 12th International Symposium on Experimental Computational Aerothermodynamics of Internal Flows (13-16 July 2015, Lerici, Italy) -No.ISAIF12-40, 2015, pp. 1-10.
3. *Пикалов В.В.* Алгоритм деконволюции для реконструкции температур с учетом инерционности датчиков в быстропротекающих процессах. // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики (Россия, Новосибирск, Академгородок, 19-23 окт. 2015 г.), 2015, Новосибирск: Академиздат, с. 148-149.
4. *Goldfeld M.A., Pickalov V.V.* Application of the deconvolution methods for processing of measurement signals in the fast processes. // ECCOMAS Congress 2016, VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (Crete Island, Greece, 5–10 June 2016), 2016, No.11693, pp.1-13.

## ИССЛЕДОВАНИЕ И РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Полищук С.Ю.

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск*  
*exsidia@gmail.com*

Знание эффективных теплофизических характеристик композитных материалов имеет важное значение во многих инженерных приложениях. В настоящее время существует большое количество теоретических и эмпирических моделей, но большинство из них имеют существенные ограничения по классу решаемых задач и применимы лишь для некоторых частных случаев. Использование же современных методов математического моделирования позволяет проводить гомогенизацию объекта с учётом всех особенностей среды, таких как расположение, геометрия и контрастность включений. С развитием вычислительной техники гомогенизация на основе многомасштабных методов стала весьма популярна и в настоящее время используется для получения эффективных характеристик совершенно различных объектов.

В данной работе были проведены исследования и расчет эффективного коэффициента теплопроводности сред с контрастными мелкомасштабными включениями. Для точного определения свойств произвольной среды рассматривается численная гомогенизация, основанная на решения задачи теплопроводности. Для решения данной задачи был выбран многомасштабный разрывный метод Галёркина в связи с тем, что неоднородная структура содержит мелкомасштабные контрастные особенности. Метод предоставляет большие возможности моделирования процессов в средах с любыми включениями за счёт использования базисных функций специального вида, имеет естественную параллельную структуру, а также предоставляет возможности гибкого использования несогласованных сеток и работу с различным порядком базисных функций.

В ходе работы эффективные теплофизические характеристики для различных гетерогенных структур были вычислены и эти характеристики сравнивались со значениями, полученными с помощью аналитических методов. Реализованная вычислительная схема может быть эффективно использована при решении многих задач теплофизики.

**МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ  
ДВУМЕРНОЙ ВЕКТОРНОЙ ТОМОГРАФИИ**

Полякова А.П.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
apolyakova@math.nsc.ru*

Пусть в единичном круге распределено векторное поле. Требуется восстановить это поле по известным значениям продольного и (или) поперечного лучевых преобразований. Для численного решения поставленной задачи предлагается использовать подход, основанный на методе приближенного обращения, который хорошо себя зарекомендовал при решении задач скалярной томографии [1].

Идея метода приближенного обращения для восстановления двумерного скалярного поля состоит в следующем. Пусть требуется найти решение (функцию  $f$ ) операторного уравнения  $Af = g$ , для линейного ограниченного оператора

$$A : H \rightarrow K,$$

где  $H, K$  — Гильбертовы пространства. Для этого используются усредняющие функции  $e_x$ , обладающие свойствами:

$$\int_{\mathbb{R}^2} e_x(y) dy = 1, \quad \langle f, e_x \rangle_H \approx f(x).$$

Пусть  $A^*$  — двойственный оператор для  $A$ . Если функции  $e_x$  лежат в пространстве образов оператора  $A^*$ , тогда существуют функции  $\psi_x$  такие, что  $A^* \psi_x = e_x$ . Тогда имеем

$$f(x) \approx \langle f, e_x \rangle_H = \langle f, A^* \psi_x \rangle_H = \langle Af, \psi_x \rangle_K = \langle g, \psi_x \rangle_K.$$

Таким образом приближенное решение строится путем скалярного произведения исходных данных  $g$  и функций  $\psi_x$ , которые могут быть найдены до получения томографических данных.

В работе предлагаются два алгоритма приближенного обращения операторов продольного и поперечного лучевых преобразований векторных полей. Первый алгоритм позволяет восстанавливать компоненты векторного поля. В то время как используя второй алгоритм можно восстановить потенциалы потенциальной и соленоидальной частей векторного поля. Алгоритмы программно реализованы, приводятся результаты экспериментов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 14-01-31491-мол\_а).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Rieder A., Schuster T. The Approximate Inverse in Action with an Application to Computerized Tomography. // SIAM Journal on Numerical Analysis, 2000, Vol. 37, No. 6, p. 1909–1929.

**ОБ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ  
КОЭФФИЦИЕНТОВ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ  
ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА**

Попов С.В.<sup>1</sup>, Николаев Н.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова,  
Якутск, Республика Саха (Якутия)  
*gusropov@mail.ru*

<sup>2</sup> Нюрбинский технический лицей имени А.Н. Чусовского,  
Нюрба, Республика Саха (Якутия)  
*nuke1987@mail.ru*

В настоящей работе устанавливается разрешимость обратной задачи нахождения вместе с решением внешних источников воздействия для уравнений третьего порядка по временной переменной при задании точечных условий переопределения.

**Обратная задача.** Найти функции  $u(x, t)$ ,  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$ ,  $q_3(t)$ , являющиеся в прямоугольнике  $Q = (0, 1) \times (0, T)$  решением уравнения

$$u_{ttt} + u_{xx} + c(x, t)u = f(x, t) + q_1(t)h_1(x, t) + q_2(t)h_2(x, t) + q_3(t)h_3(x, t) \quad (1)$$

такие, что для них выполняются начальные условия

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = u(x, T) = 0, \quad x \in \Omega \quad (2)$$

краевые условия

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(1, t) = 0, \quad t \in (0, T), \quad (3)$$

а также условия переопределения

$$u(0, t) = \psi_1(t), \quad u(\alpha, t) = \psi_2(t), \quad u(1, t) = \psi_3(t), \quad \alpha \in (0, 1), \quad t \in (0, T), \quad (4)$$

где  $f(x, t)$ ,  $c(x, t)$ ,  $h_k(x, t)$ ,  $\psi_k(t)$  ( $k = 1, 2, 3$ ) — заданные функции, определенные при  $x \in \bar{\Omega}$ ,  $t \in [0, T]$ .

Доказательство теоремы существования регулярных решений обратной задачи (1)–(4) проводится методом регуляризации, продолжения по параметру с получением априорных оценок (см. [1, 2]).

Работа проводилась при частичной поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания на выполнение НИР на 2014–2016 гг. (проект №3047)

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Кожанов А.И О разрешимости краевых задач с нелокальным условием Бицадзе-Самарского для линейных гиперболических уравнений // Доклады Академии Наук. 2010. Т.432, № 6. С. 738–740.
2. Николаев Н.Н., Попов С.В. Разрешимость обратной коэффициентной задачи для неклассического уравнения третьего порядка // Мат. заметки СВФУ. 2015. Т.22, № 3(87). С. 20–34.

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ  
ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**

Прокопьев Г.А., Васильев В.И., Кардашевский А.М., Сивцев П.В.  
Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск  
*khloros35@gmail.com*

Обратные задачи математической физики имеют достаточно важное прикладное значение. Например, колебания конструкций, обнаружение коррозии внутри трубы, в геофизических методах разведки полезных ископаемых и т. д. К сожалению, в практическом решении обратной задачи Коши является некорректной; следовательно, численное решение не зависит непрерывно от начальных данных, а также небольшая ошибка в приведенных данных может привести к несоответствующему решению. В этом случае приходится сужать класс допустимых решений и использовать специальные регуляризирующие процедуры для нахождения устойчивого решения. Численным методам решения обратных задач посвящены монографии [1] –[2].

В прямоугольной области

$$\Omega = \{\mathbf{x} | \mathbf{x} = (x_1, x_2), 0 \leq x_\alpha \leq l_\alpha, \alpha = 1, 2\}$$

рассматривается неклассическая задача Коши для уравнения Лапласа

$$\Delta u = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Omega, \quad (1)$$

$$u(0, x_2) = \mu_1(x_2), \quad u(l_1, x_2) = \mu_2(x_2), \quad x_2 \in [0, l_2], \quad (2)$$

$$u(x_1, 0) = \mu_3(x_1), \quad x_1 \in (0, l_1), \quad (3)$$

$$u_{x_2}(x_1, 0) = \mu_4(x_1), \quad x_1 \in (0, l_1). \quad (4)$$

В данной работе мы рассмотрим обратную граничную задачу Коши для эллиптического уравнения в прямоугольной плоской области, путем восстановления граничного условия на неизвестной границе с помощью дополнительного условия на известной границе (4)

$$u(x_1, l_2) = f(x_1), \quad x_1 \in (0, l_1). \quad (5)$$

Как показывает пример Адамара, данная задача (1) – (4) относится к классу некорректных задач. Но в классе ограниченных решений является условно корректной. В работе для ее численного решения рассматриваются:

- решение разностного аналога задачи итерационным методом сопряженных градиентов,
- разностная схема с отрицательным весовым множителем.

Приводятся результаты численных расчетов для модельных задач с точными решениями.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск. Сибирское научное изд-во, 2009. — 457 с.
2. *Самарский А. А., Бабищевич П. Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. М.. Изд-во ЛКИ, 2009. — 480 с

## МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД S-АППРОКСИМАЦИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ АППРОКСИМАЦИЙ РЕЛЬЕФА

Раевский Д.Н., Степанова И.Э.

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва*

*nofirma2010@mail.ru*

Рассмотрена задача по построению аналитических аппроксимаций рельефа поверхности Земли при помощи модифицированного метода S-аппроксимаций, описанного в [1, 2]. В рамках данного метода основной вычислительной проблемой является нахождение устойчивого приближенного решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$Ax = f, \quad (1)$$

где  $A = A^T > 0$  -  $N \times N$ -матрица,  $x$ -  $N$ -вектор, который необходимо найти,  $f$  -  $N$ -вектор измеренных на поверхности Земли величин. При построении аналитических аппроксимаций рельефа  $f$  представляет из себя  $N$  значений высот исследуемой области. СЛАУ (1) решается при помощи блочного метода контрастирования с регуляризованным итерационным методом Чебышева, описанным в [3, 4]. На реальных данных показано, что возможно построение аналитических аппроксимаций рельефа с различным уровнем перепада высот с точностью более 10 сантиметров. Продемонстрирован пример применения метода полного горизонтального градиента (см., например, [5]) для выявления микроформ рельефа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раевский Д.Н., Степанова И.Э. О решении обратных задач гравиметрии с помощью модифицированного метода S-аппроксимаций // Физика Земли, 2015, №2, с. 44.
2. Раевский Д.Н., Степанова И.Э. Модифицированный метод S-аппроксимаций. Региональный вариант // Физика Земли, 2015, №2, с. 55.
3. Раевский Д.Н., Степанова И.Э. Об эффективности параллельного алгоритма блочного метода контрастирования решения систем линейных алгебраических уравнений большой размерности // Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей : материалы 43-й сессии Международного научного семинара им. Д. Г. Успенского, Воронеж: ООО ИПЦ «Научная книга», 2016, с. 151.
4. Раевский Д.Н., Степанова И.Э. Применение параллельных алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений в рамках модифицированного метода s-аппроксимаций при решении обратных задач гравиметрии // Тезисы докладов международного научного семинара по обратным и некорректно поставленным задачам, Москва: РУДН, 2015, с. 140.

5. Раевский Д.Н. Выявление разломных структур модифицированным методом S-аппроксимаций по спутниковым гравиметрическим данным на примере северо-западной части Тихого океана // Научная конференция молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН, Москва: ИФЗ РАН, 2016, с. 56.

**ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КРИТИКА  
“НЕОКЛАССИЧЕСКИХ” МОДЕЛЕЙ И РАЗВИТИЕ  
МАРКСИСТСКОЙ ТЕОРИИ ПРОМЫШЛЕННОГО ЦИКЛА**

Рыженков А.В.

*Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН,  
Новосибирск  
ryzhenko@ieie.nsc.ru*

Модель циклической динамики М-1 [2] для нормы занятости (“жертвы”) и относительной зарплаты (“хищника”) опиралась на [1]. Модель Р-1 [3] покоятся на “неоклассической” производственной функции с постоянной эластичностью замены (CES). Консервативные колебания в М-1 с периодом порядка 20–30 лет стабилизируются в Р-1 вводом конкуренции трудающихся за рабочие места. Модель Р-2 [4] базируется на “неоклассической” производственной функции с переменной эластичностью замены (VES). Р-2 подтверждает структурную устойчивость Р-1.

Вместе с двумя ОДУ из Р-2 модель Z-1 включает оригинальное ОДУ для нормы капиталистического накопления, или отношения прироста основного капитала к прибавочному продукту,  $z$  на базе [1, 5, 6]. Отражена заинтересованность капиталлистов в долговременном повышении нормы прибыли, а также учтено противоположное по знаку  $\dot{Z}$  изменение в ответ на относительный прирост зарплаты  $\frac{\dot{u}}{1-u}$  с логистической зависимостью от  $z$ :  $\dot{Z} = -b\frac{\dot{u}}{1-u}z(Z^*z) + p(z_b - z)$ , где  $b > 0, p > 0$ , целевая норма накопления  $z_b < z_0 < 1 \leq Z$ . Положительные обратные связи  $z \xrightarrow{+} \dot{z}$  и  $u \xrightarrow{-} \dot{z} \rightarrow z \xrightarrow{-} \dot{u}$  выражают закономерную алчность как неустанную погоню за прибылью.

В Z-1 воссоздаются промышленные циклы как циклы накопления и перенакопления — относительного и абсолютного — капитала. По критерию Раяса – Гурвица сформулированы условия асимптотической локальной устойчивости стационарного состояния в Z-1. При критической величине параметра  $b$  происходит сверхкритическая бифуркация Андронова – Хопфа. В фазовом пространстве рождаются предельные циклы с периодом около семи лет [5].

Исследованы аспекты структурной устойчивости Z-1, трансформированной в Z-2 — систему из четырех ОДУ. Информационное запаздывание первого порядка для нормы капиталистического накопления выражено линейным ОДУ  $\dot{y} = m(z - y), m > 0$ , дополняющим три нелинейные ОДУ. По критерию Льенара–Шипара определены условия асимптотической локальной устойчивости нетривиального стационарного состояния в Z-2. Определена сверхкритическая бифуркация Андронова–Хопфа. Сымитированы предельные циклы с периодом порядка 9–12 лет. Динамика в Z-2, как правило, не характеризуется, в отличие от Z-1, кризисным падением чистого продукта.

Предстоит устраниитьrudименты “предельной производительности” и “эффективной зарплаты” в Z-1 и Z-2, унаследованные от Р-1 и Р-2. Преодоление структурных ошибок спецификации послужит решению обратной, по отношению к рассмотренным, задачи — параметрической идентификации с помощью обобщенного фильтра Калмана и метода максимума правдоподобия [6].

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Маркс К.* Капитал. Т. 1. М.: Издательство политической литературы, 1969.
2. *Goodwin R.* A growth cycle, in: C.H. Feinstein (ed.). Socialism, Capitalism and Economic Growth, Cambridge University Press, Cambridge, 54–58.
3. *Ploeg F.* 1985. Classical growth cycles. // Metroeconomica 37 (2): 221–230.
4. *Aguilar-Conraria L.* 2008. A note on the stability properties of Goodwin’s predator-prey model. // Review of Radical Political Economics 40 (4): 518–523.
5. *Ryzhenkov A.* Endogenous industrial cycles in a reshaped “neoclassical” model. // The 34th International Conference of the System Dynamics Society. Delft, Netherlands. July 17 – July 21, 2016 [Electronic resource]. – Delft, 2016. – URL: <http://www.systemdynamics.org/web/portal/P1318+0>

6. Рыжиков А.В. Модели экономического роста и циклов. Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2013.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗАДАЧИ ПРОДОЛЖЕНИЕ  
ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С  
НЕТОЧНЫМИ ИСХОДНЫМИ ДАННЫМИ**

Рысбайулы Б.<sup>1</sup>, Сатыбалдина А.<sup>2</sup>, Келесбеков А.<sup>3</sup>, Джабыкпаева А.<sup>4</sup>  
*Международный Университет Информационных Технологий<sup>1,2,3,4</sup>, РК<sup>1,2,3,4</sup>*  
*b.rysbaiuly@mail.ru<sup>1</sup>, aigul1191@gmail.com<sup>2</sup>, kelesbekoff@gmail.com<sup>3</sup>,*  
*aizhanatdzhabykpaeva@gmail.com<sup>4</sup>*

В большинстве случаев практики целесообразно рассматривать одномерные уравнения теплопроводности. Если ось  $Oz$  направлена вверх, то одномерные уравнения теплопроводности записываются в следующем виде [1]:

$$C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (1)$$

где  $T(z, \tau)$  – абсолютная температура грунта в момент времени  $\tau$  в точке  $z \in (0, H)$ , где  $H$  – глубина горной породы. Нас интересует единственное решение уравнения (1), поэтому будем задавать начально-граничные условия:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\sigma (T - T_b(\tau))|_{z=H}, \quad T|_{z=0} = T_1(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_{max}, \quad T|_{\tau=0} = T_0(z). \quad (2)$$

$T_b(\tau)$  – абсолютная температура воздуха на поверхности земли. Для нахождения  $T_1(\tau)$  обычно задается измеренное значение температуры на поверхности земли  $T_g(\tau)$ ,  $0 \leq \tau \leq \tau_{max}$ . Известно, что абсолютно точно измерить величин  $T_b(\tau)$  и  $T_g(\tau)$  не представляется возможным. Поэтому измеренные величины являются неточными данными.

В работе получены следующие результаты:

- разработан метод расчета функций  $T_1(\tau)$ ;
- получены априорные оценки коэффициентов метода прогонки и в зависимости от входных неточных данных  $T_b(\tau)$ ,  $T_0(z)$ ;
- получены априорные для расчетных формул решения сопряженной разностной задачи в зависимости от входных неточных данных  $T_b(\tau)$ ,  $T_0(z)$  и  $T_g(\tau)$ ;
- проведены численные эксперименты.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rysbaiuly B., Yunicheva N. An iterative method to calculate the thermal characteristics of the rock mass with inaccurate initial data. // 8th International Conference "Inverse Problems: Modeling and Simulation"(IPMS 2016), May 23 – 28, 2016, Fethiye, Turkey.
2. Жолен Л., Кифер М., Ди드리 О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. М.: Институт компьютерных исследований. 2007. - 467с.

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ СО-ДИЗАЙНА К ЧИСЛЕННОМУ  
МОДЕЛИРОВАНИЮ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В  
СРЕДАХ, ХАРАКТЕРНЫХ ДЛЯ ВУЛКАНИЧЕСКИХ СТРУКТУР**

Сапетина А.Ф.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск  
afsapetina@gmail.ru*

Моделирование распространения сейсмических волн в упругих средах, характерных для вулканических структур, актуально в целях создания систем вибродинамического мониторинга и предсказания извержений. Обычно рельеф исследуемого объекта достаточно сложен и не позволяет расположить на нем площадную систему наблюдения для решения обратной задачи геофизики, поэтому приходится решать прямую задачу, варьируя геометрию и подбирая параметры моделируемой среды так, чтобы результаты численного и натурного экспериментов были близки. Для сокращения времени расчетов и получения возможности моделирования распространения сейсмических волн в «больших» 3D упругих средах требуется разработка суперкомпьютерных технологий. Более подробное описание предлагаемого подхода в [1].

Разработка высокопроизводительного программного обеспечения для современных суперкомпьютерных систем отдельная сложная научная задача. Ее решение требует со-дизайна алгоритмов на всех стадиях решения задачи, начиная с постановки и заканчивая выбором инструментов разработки. В рамках применения этого подхода к моделированию распространения сейсмических волн, рассмотрены две постановки задачи динамической теории упругости: одна в терминах скоростей смещений и скоростей напряжений, вторая в терминах смещений. Для решения обеих задач применяются конечно-разностные схемы на сдвинутых сетках. Построенные алгоритмы существенно отличаются по количеству исключимых функций и количеству необходимых для их нахождения математических операций. На их основе разработано высокопроизводительное программное обеспечение, оптимизированное под архитектуру гибридного кластера, оснащенного графическими ускорителями, и проведено сравнительное исследование эффективности, с точки зрения используемой памяти, быстродействия и масштабируемости.

На основе полученных результатов даны рекомендации по использованию исследуемых подходов к решению задачи в различных ситуациях.

Работа проводилась при частичной поддержке проектами РФФИ 16-07-00434 и 16-01-00455

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Глинский Б.М., Мартынов В.Н., Сапетина А.Ф 3-Д моделирование сейсмических волновых полей в средах, характерных для вулканических структур. // Математические заметки СВФУ, 2015, Т. 22, № 3(87), С. 84–98.

**THE STABILITY OF THE SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM  
FOR THE QUATERNIONIC TIME -HARMONIC DIRAC  
EQUATIONS IN AN UNBOUNDED DOMAIN**

Sattorov E.N., Ermamatova Fotima E.  
*Samarkand State University, Uzbekistan*  
*Sattorov-e@rambler.ru*

In this article we will continue to research to consider of the [1].

Let the domain  $\Omega \subset R^3$  lies inside the layer  $0 < y_3 < h, h = \frac{\pi}{\rho}, \rho > 0$  and its boundary consists of the plane  $T : y_3 = 0$  and the smooth surface  $S$ , given by equation  $y_3 = F(y_1, y_2)$ , satisfying the conditions

$$0 < F(y_1, y_2) < h, |gradF(y_1, y_2)| \leq const < \infty, (y_1, y_2) \in R^2.$$

We consider the following Dirac equation for a free massive particle of spin 1/2:

$$D[\Psi] := (\gamma_0 \partial_t - \sum_{k=1}^3 \gamma_k \partial_k + im)[\Psi] = 0, \quad (1)$$

where  $\partial_t := \frac{\partial}{\partial t}; \partial_k := \frac{\partial}{\partial x_k}, m \in R, \Psi : R^4 \rightarrow C^4$ . Suppose that the spinor field  $\Psi$  is time-harmonic (=monochromatic):

$$\Psi(t, x) = \psi(x)e^{i\omega t},$$

where  $\omega \in R$  is the frequency and  $\psi : \Omega \in R^3 \rightarrow C^4$  is the amplitude. Then the relativistic Dirac equation to the time-harmonic Dirac equation:

$$(D_{\omega, m}[\psi](x) = (i\omega \gamma_0 - \sum_{k=0}^3 \gamma_k \partial_k + im)[\psi(x)] = 0. \quad (2)$$

**Statement of the problem.** Find a regular solutions to the time-harmonic Dirac equation (2) in the domain  $\Omega$  using its Cauchy data on the surface  $S$ :

$$\psi(y) = g(y), \quad y \in S \quad (3)$$

where  $S$  is a part of the boundary of the domain, where  $g(y)$  is a given continuous quaternion-valued functions on the part  $S$  of boundary.

REFERENCES

1. Sattorov E.N., Ermamatova Fotima E. On the continuation of the solution of a quaternionic Dirac equation. //СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ Т.12, С.189-196,(2015), Труды VI международной молодежной школы-конференции "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач".

**THE STABILITY OF THE SOLUTION OF THE CAUCHY PROBLEM  
FOR THE QUATERNIONIC TIME -HARMONIC MAXWELL  
EQUATIONS IN AN UNBOUNDED DOMAIN**

Sattorov E.N., Ermamatova Zuxro E.  
*Samarkand State University, Uzbekistan*  
*Sattorov-e@rambler.ru*

In this article we will continue to research to consider of the [1].

Let the domain  $\Omega \subset R^3$  lies inside the layer  $0 < y_3 < h, h = \frac{\pi}{\rho}, \rho > 0$  and its boundary consists of the plane  $T : y_3 = 0$  and the smooth surface  $S$ , given by equation  $y_3 = F(y_1, y_2)$ , satisfying the conditions

$$0 < F(y_1, y_2) < h, |gradF(y_1, y_2)| \leq const < \infty, (y_1, y_2) \in R^2.$$

Let  $E$  and  $H$  be the corresponding electrical and magnetic components of an electromagnetic field in  $\Omega$ . If an electromagnetic field  $(E, H)$  is time-harmonic (or monochromatic which is a synonym) then it satisfies the following Maxwell equations:

$$\operatorname{rot} E = i\omega\mu H, \quad \operatorname{rot} H = \sigma E, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} H = 0, \operatorname{div} E = 0, \quad (2)$$

where  $\sigma := \sigma^* - i\omega\epsilon$  is the complex conductivity. It is known also that in this situation the complex vector fields  $E$  and  $H$  satisfy the homogeneous Helmholtz equations:

$$\Delta E + \lambda E = 0 \quad (3)$$

$$\Delta H + \lambda H = 0 \quad (4)$$

where  $\lambda := i\omega\mu\sigma^* + \omega^2\mu\epsilon = i\omega\mu\sigma \in C$ ,  $\alpha := \sqrt{\lambda}$  ( $Re\alpha > 0$ ) is a medium wavenumber. Equation (1) can be rewritten in the matrix-vector form

$$\begin{vmatrix} \sigma & -\operatorname{rot} \\ \operatorname{rot} & -i\omega\mu \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E \\ H \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

**Statement of the problem.** Find a regular solutions to the Maxwell equations (5) in the domain  $\Omega$  using its Cauchy data on the surface  $S$ :

$$[n \times H] = f(y), [n \times E] = g(y), \quad y \in S \quad (6)$$

where  $S$  is a part of the boundary of the domain, where  $f(y), g(y)$  is a given continuous quaternion-valued functions on the part  $S$  of boundary.

REFERENCES

1. Sattorov E.N., Ermamatova Zuxro E. Problem Cauchy for the quaternionic time-harmonic Maxwell equations. //СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ Т.12, С.129-137,(2015), Труды VI международной молодежной школы-конференции "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач".

**КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ  
УРАВНЕНИЯ ГЕОЭЛЕКТРИКИ С МГНОВЕННЫМ И  
ШНУРОВЫМ ИСТОЧНИКОМ**

Сатыбаев А. Дж., Анищенко Ю. В.

*Ошский технологический университет им. академика М. М. Адышева, Osh  
programm85@mail.ru*

Была рассмотрена обратная задача геоэлектрики, в которой неизвестна магнитная проницаемость.

В работе [1] разработан интегральный алгоритм решения одномерных обратных задач геоэлектрики. Проведены численные расчеты решения задачи в среде “воздух-земля”, и восстановлена электропроводимость среды. Алгоритм решения обратной задачи отыскивается конечно-разностным методом.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Романов В.Г., Кабанихин С.И., Абдиев К.С. Численные решения одномерных обратных задач электродинамики. – Препринт. ВЦ СОАН СССР, № 542, - Новосибирск, 1985, - 48 с.
2. Романов В.Г., Кабанихин С.И., Пухначева Т.П. Обратные задачи электродинамики. – Новосибирск: ВЦ, 1984. – 201 с.
3. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сиб.науч.изд-во, 2009. - 458 с.
4. Сатыбаев А.Дж. Обратная задача геоэлектрики с плоской границей // Сборник научных трудов КУУ. Вып. II. - Ош, 2001. -С. 161-165.

**RECOVERING THE DIFFUSION COEFFICIENT OF THE EXCITON  
BY CATHODOLUMINESCENCE IMAGING SIMULATIONS**

Sabelfeld K.K.

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Novosibirsk*  
*karl@osmf.ssc.ru*

We suggest new efficient random walk based methods for solving high-dimensional problems with different types of boundary conditions which include mixed Dirichlet, Neumann, and Robin boundary conditions on different parts of the boundary. Based on probabilistic interpretation of the diffusion process, stochastic simulation algorithms use the specific features of each boundary condition to optimally adjust the Markov chain distribution on the relevant boundary parts. In contrast to conventional direct trajectory tracking methods, the new method avoids to simulate the diffusion trajectories. Instead, it exploits exact probabilities of different events like the first passage, splitting, and survival probabilities inside canonical domains like spheres, half-spheres, or cylinders, depending on the domain and its boundary structure. Applications to diffusion imaging methods like the cathodoluminescence (CL) and electron beam induced current (EBIC), semiconductor analysis techniques performed in scanning electron and transmission microscopes, are discussed. Stochastic simulation suggests a method of recovering the exciton diffusion coefficient from the cathodoluminescence imaging.

Support of the Russian Science Foundation under grant N 14-11-00083 is kindly acknowledged.

## МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ ДВУМЕРНОЙ ТЕНЗОРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Светов И.Е.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
svetovie@math.nsc.ru*

Под термином “задача двумерной  $m$ -тензорной томографии” в данной работе подразумевается следующая постановка. Пусть ограниченная область плоскости заполнена средой без рефракции. В среде распределено некоторое симметричное  $m$ -тензорное поле ( $m \geq 1$ ). По известным лучевым преобразованиям требуется восстановить это поле.

В данной работе предлагаются два алгоритма решения задачи  $m$ -тензорной томографии, основанные на так называемом методе приближенного обращения, который развивается уже более 20-ти лет А. К. Луисом и его учениками [1]–[3]. Идея метода приближенного обращения состоит в следующем. Пусть требуется найти решение (функцию  $f$ ) операторного уравнения  $Af = g$  для линейного ограниченного оператора  $A : H \rightarrow K$ , где  $H$  и  $K$  — Гильбертовы пространства. Для этого используются усредняющие функции  $e_\gamma^y(x)$ , обладающие свойствами

$$\int_{\mathbb{R}^n} e_\gamma^y(x) dx = 1, \quad \lim_{\gamma \rightarrow 0} \langle f, e_\gamma^y \rangle_H = f(y).$$

Пусть  $A^*$  — сопряженный оператор для  $A$  и функции  $e_\gamma^y$  лежат в пространстве образов  $A^*$ , тогда существуют функции  $\psi_\gamma^y$  такие, что  $A^* \psi_\gamma^y = e_\gamma^y$ . Имеем

$$f(y) \approx \langle f, e_\gamma^y \rangle_H = \langle f, A^* \psi_\gamma^y \rangle_H = \langle Af, \psi_\gamma^y \rangle_K = \langle g, \psi_\gamma^y \rangle_K.$$

Таким образом скалярное произведение исходных данных  $g$  и функций  $\psi_x$  дает приближенное решение.

Первый из предлагаемых алгоритмов позволяет восстанавливать компоненты симметричного  $m$ -тензорного поля. В то время как с использованием второго алгоритма можно восстановить потенциалы потенциальных и соленоидальной частей тензорного поля. Алгоритмы численно реализованы, приводятся результаты экспериментов по восстановлению симметричных 2-тензорных полей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 14-01-31491-мол\_а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Louis A.K., Maass P.* A mollifier method for linear operator equations of the first kind. // Inverse Problems, 1990, Vol. 6, p. 427–440.
2. *Louis A.K.* Approximate inverse for linear and some nonlinear problems. // Inverse Problems, 1996, Vol. 12, p. 175–190.
3. *Rieder A., Schuster T.* The Approximate Inverse in Action with an Application to Computerized Tomography. // SIAM Journal on Numerical Analysis, 2000, Vol. 37, No. 6, p. 1909–1929.

## DYNAMIC ESTIMATION OF SENSITIVITY RANGES FOR LWD RESISTIVITY TOOLS

Sviridov M.\*, Martakov S.<sup>†</sup>

\*Novosibirsk Technology Center, Baker Hughes

<sup>†</sup>Houston Technology Center, Baker Hughes

*Mikhail.Sviridov@bakerhughes.com*

In hydrocarbon exploration and production, physical properties of the surrounding medium are evaluated to facilitate accurate decision-making. For example, resistivity of the formation around a subsurface borehole indicates the type of formation and the type of pore fluids. Currently, real-time estimation of formation parameters while drilling is becoming more common. Real-time formation resistivity may be obtained using logging-while-drilling (LWD) propagation resistivity tools that transmit a magnetic field into the formation and then measure the magnetic field induced by eddy currents in the formation. Through a multi-parametric inversion, a multi-layer resistivity model is reconstructed from tool measurements. This resistivity model indicates layers of different resistivity values and the depths of boundaries between the layers.

Measurements of modern propagation resistivity tools for reservoir navigation and real-time formation evaluation are characterized by their different depth of investigation (DOI). Apart from tool parameters like antenna spacing and frequency, their DOI depends on the formation type. For example, the DOI is small in low-resistivity shale, but it becomes bigger in resistive oil-bearing sandstone. Estimation of the tool's sensitivity range (also known as depth of remote layer detection) is important because it enables to delineate the formation part that contributes to tool signals.

This paper presents a method of dynamic estimation of tool sensitivity ranges for 1D resistivity models, various configurations of measurements, and different levels of noise in measurements. Assuming that the actual resistivity model is already determined through inversion, range computation is based on synthetic tool response modeling and analysis with respect to the perturbed resistivity model. The suggested method can be applied to further stabilize the inversion results, their analysis and presentation. Several examples are shown to illustrate the process of sensitivity range estimation for the basic types of propagation resistivity tools used for reservoir navigation.

## МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДАННЫХ СЕЙСМИКИ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧ РАЗЛИЧНЫХ МАСШТАБОВ

Сердюков А.С., Кулаков И.Ю., Чернышов Г.С., Дучков А.А.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск

AleksanderSerdyukov@yandex.ru

Работа посвящена проблеме восстановления свойств горных пород по данным временем пробега сейсмических волн. Кинематические задачи решаются в различных масштабах: от малоглубинной сейморазведки в которой речь идет о глубинах порядка десятков метров до сейсмологических задач где речь может идти о десятках, сотнях или даже тысячах километров. Методологические и теоретические основы всех этих задач схожи, но в каждом случае есть свои особенности. Различие состоит и в том какие источники используются: активные или пассивные. Так, в сейсмологических задачах помимо восстановления скоростных разрезов необходимо проводить локацию гипоцентров землетрясений. В малоглубинной сейморазведке используются активные источники, но это вряд ли прощает ситуацию. Здесь речь идет о восстановлении свойств грунтов, контрасты скоростей в которых могут достигать нескольких раз. В малоглубинной сейморазведке используются преломленные волны и соответствующие методы: to', полей времен пробега и.т.д.[1]. В сейсмологии же, на наш взгляд, уместнее интерпретировать волны первых вступлений, как рефрагированные. Это позволяет задействовать мощнейший метод лучевой сейсмической томографии.

В работе рассматривается две задачи. Первая - обработка реальных данных землетрясений юга Сахалина за период 2005-2015 гг., предоставленных Сахалинским филиалом Геофизической службы РАН. Применяется метод лучевой сейсмической томографии, пакет LOTUS, разработанный И.Ю.Кулаковым [2]. В ходе поэтапной детализации скоростных разрезов наблюдалось сгущение гипоцентров землетрясений в структуры, соответствующие геологическим разломам. Это свидетельствует в пользу применяемых алгоритмов и подходов. Другая задача - обработка данных малоглубинной сейморазведки. Исследовался оползень в одном из районов республики Алтай. Исследуемый объект интересен и сложен из-за наличия вечной мерзлоты. Для обработки был применен оригинальный алгоритм на основе комбинирования метода полей времен и одномерной кинематической инверсии.

Работа выполнена при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований РФФИ №15-05-06752 и РФФИ №16-35-60062

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдин С.В., Киселева Л.Г., Пашков В.Г., Черняк В.С. Двумерная кинематическая интерпретация сейсмограмм в слоистых средах // Труды ИГиГ СО РАН, Вып 808., ВО "Наука Новосибирск, 1993, 209 с.
2. Koulakov I. LOTOS code for local earthquake tomographic inversion: Benchmarks for testing tomographic algorithms // Bulletin of the Seismological Society of America. – 2009. – Т. 99. – №. 1. – С. 194-214.

**ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ГРАНИЧНОЙ  
ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ**

Сидикова А.И.

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск*  
*7413604@mail.ru*

Пусть тепловой процесс описывается уравнением

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

решение которого  $u(x, t) \in C([0, 1] \times [0, T]) \cap C^{2,1}((0, 1) \times (0, T))$ ,

$$u(x, 0) = 0; \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u(1, t)}{\partial x} + \kappa u(1, t) = 0; \quad \kappa > 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$u(0, t) = h(t); \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

где

$$h(t) \in W_2^2[0, T], \quad h(0) = h'(T) = 0, \quad h'(0) = a, \quad a > 0$$

$$\text{и для любого } t \in [0, T] \quad h''(t) \leq 0 \text{ почти всюду.} \quad (5)$$

Функция  $h(t)$  не известна, а вместо нее дана функция  $f(x) = u(x, T)$ .

Предположим, что при  $f(x) = f_0(x)$  существует функция  $g_0(t) = -h_0''(t)$  такая, что решение задачи (1)–(4) с функцией  $h_0(t)$  удовлетворяет условию

$$u(x, T) = f_0(x), \quad \text{а } \|g_0(t)\| \leq r, \quad (6)$$

где  $r$  известное число, но  $f_0(x)$  нам не известна, а вместо нее даны функция  $f_\delta(x) \in L_2[0, 1]$  и число  $\delta > 0$  такие, что  $\|f_\delta(x) - f_0(x)\|_{L_2} \leq \delta$ .

Требуется, используя исходные данные задачи  $(f_\delta, \delta, r)$ , определить приближенное решение  $h_\delta(t)$  задачи (1)–(6) и оценить уклонение  $\|h_\delta(t) - h_0(t)\|_{L_2}$ .

Эта задача сводится к интегральному уравнению первого рода, для решения которого применяется регуляризующий алгоритм [1]. Этот алгоритм включает конечномерную аппроксимацию исходной задачи и позволяет при использовании метода невязки свести эту задачу к системе линейных алгебраических уравнений. Для оценки погрешности приближенного решения данной обратной задачи предложен численный алгоритм, не использующий модуль непрерывности обратного оператора. Предложенный в работе подход позволяет значительно расширить класс задач, к которым он применим.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Танана В.П., Сидикова А.И. Об оценке погрешности приближенного решения, вызванной дискретизацией интегрального уравнения первого рода // Труды ИММ УрО РАН. 2016. Т. 22, 1. С. 30–34.

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММ АМИКС ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО  
РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРЕ**

Смирнов Д.Д., Иванов А.А.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск  
smirnovdd@mail.ru, brrp@mail.ru*

Комплекс программ АМИКС соответствует модели «клиент-сервер» и состоит из следующих основных программных блоков:

- управляющего блока («клиент»), который устанавливается на персональном компьютере пользователя; с его помощью осуществляется удобная для пользователя процедура определения задач численного анализа систем стохастических дифференциальных уравнений (СДУ), запуск задачи на счёт на суперкомпьютере, контроль исполнения запущенных задач, обработка, анализ и визуализация результатов расчётов.

- вычислительного блока («сервер»), который устанавливается на суперкомпьютере и состоит из стека программных модулей задач и библиотеки PARMONC; с его помощью производится расчёт задач, подготовленных в управляющем блоке. Введём определения объектов данных «Задача» и «Расчёт». Под объектом «Задача» понимается описание системы СДУ, численного метода для решения системы СДУ, расчитываемых функционалов. Объекту «Задача» соответствуют файлы с результатами расчётов, т.е. со статистическими оценками. Под объектом «Расчёт» понимается совокупность параметров исполнения параллельной программы на суперкомпьютере: количество реализаций, номер подпоследовательности для параллельного генератора псевдослучайных чисел, количество процессоров (вычислительных ядер) для запуска параллельной программы, максимальное время счёта.

Одному объекту «Задача» может соответствовать несколько объектов «Расчёт» (при каждом запуске на счёт используются данные только одного из объектов «Расчёт»). Вся информация об объектах «Задача» и «Расчёт» сохраняются в управляющем блоке на жёстком диске пользователя. Открытие, просмотр и редактирование сохраненной информации осуществляется в управляющем блоке с помощью графического интерфейса. Задача считается завершённой, если соответствующие объектам «Задача» и «Расчёт» вычисления на суперкомпьютере закончены и их результаты сохранены на компьютере пользователя.

## ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ДВУХФАЗНЫХ ГРАВИТИРУЮЩИХ ДИСКОВ

Снытников Н.В.<sup>1,2</sup>, Маркелова Т.В.<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики,  
Новосибирск

<sup>2</sup>Институт катализа им. Борескова СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет

*nik@ssd.sscu.ru*

Рассматриваемая нами численная модель планетообразования [1] состоит из уравнений газовой динамики, уравнения Власова и уравнения Пуассона для гравитационного потенциала. Она характеризуется возможностью развития гравитационных неустойчивостей и дальнейшей фрагментацией газопылевого диска с образованием сгустков вещества и требует высокого численного разрешения. В связи с этим представляет интерес комбинация бессеточного метода слаженных частиц (SPH) для решения уравнений газодинамики с сеточным методом для решения уравнения Пуассона [2] и методом частиц в ячейках для решения уравнения Власова. Это позволяет отслеживать изменение плотности вещества на малых масштабах и эффективно вычислять гравитационный потенциал на очень подробных сетках.

В данной работе на основе подхода, разработанного в [3], предложен параллельный алгоритм, объединяющий численную модель SPH [2] с методом частиц в ячейках. В ходе проведенных тестовых экспериментов показано, что алгоритм обладает производительностью на сетках среднего размера ( $8192^2$ ) с количеством частиц порядка  $0.1 \div 1$  млрд., достаточной для проведения серийных экспериментов с использованием 128 процессоров: время вычисления одного временного шага составляет менее 20 секунд.

Тестовые эксперименты проводились на суперкомпьютерах ССКЦ, МСКЦ и «Ломоносов» (МГУ). Работа выполнена при поддержке грантами РФФИ №16-07-00916, №16-31-00301 и грантом Президента РФ МК-5915.2016.1.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Снытников В.Н. и др. Трехмерное численное моделирование нестационарной гравитирующей системы многих тел с газом // Письма в астрономический журнал. 2004. 30, N.2. 146-160.
2. Стояновская О.П., Снытников Н.В., Снытников В.Н. Алгоритм для решения нестационарных задач гравитационной газовой динамики: комбинация метода SPH и сеточного метода вычисления гравитационного потенциала // Вычислительные методы и программирование. V.16. P.52-60. 2015.
3. Снытников Н.В. Масштабируемый параллельный алгоритм для моделирования трехмерной динамики гравитирующих систем методом частиц // Труды международной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПавТ-2016)». 2016. С.298-305.

**О СВОЙСТВАХ САМОРЕГУЛЯРИЗАЦИИ ОДНОЙ  
РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

Соловарова Л.С.

*Институт динамики систем и теории управления  
имени В.М. Матросова СО РАН, Иркутск  
soleilu@mail.ru*

В докладе рассмотрена задача

$$A(t)x'(t) + B(t)x(t) = f(t), \quad x(0) = a, \quad t \in [0, 1], \quad (1)$$

где  $A(t)$ ,  $B(t)$  –  $(n \times n)$ -матрицы,  $f(t)$  и  $x(t)$  – заданная и искомая  $n$ -мерные вектор-функции, элементы матриц  $A(t)$ ,  $B(t)$  и  $f(t)$  достаточно гладкие, и  $\det A \equiv 0$ . Такие задачи принято называть дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). Будем полагать, что начальные данные согласованы с правой частью. Характеристикой сложности таких уравнений является понятие индекса – минимального числа дифференцирований и конечных преобразований, необходимых для того, чтобы исходное ДАУ можно было редуцировать к обыкновенному дифференциальному уравнению, разрешенному относительно производной.

Зададим на отрезке  $[0, 1]$  равномерную сетку  $t_l = lh$ ,  $l = 0, 1, \dots, N$ ,  $h = 1/N$ , и обозначим  $A_l = A(t_l)$ ,  $B_l = B(t_l)$ ,  $f_l = f(t_l)$ ,  $x_l \approx x(t_l)$ .

В статье [1] для ДАУ индекса не выше двух обоснована разностная схема

$$A_i(x_{i+1} - x_i) + hB_{i+1}x_{i+1} = hf_{i+1}, \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

Применим данную схему для возмущенной задачи

$$A(t)\tilde{x}'(t) + B(t)\tilde{x}(t) = \tilde{f}(t), \quad \tilde{x}(0) = \tilde{a}, \quad (3)$$

$\left\| \tilde{f}_j(t) - f_j(t) \right\|_C \leq \delta$ ,  $|\tilde{a}_j - a_j| \leq \delta$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $f(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t))^\top$ ,  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)^\top$ .

Сформулированы условия, при выполнении которых схема (2) для задачи (3) обладает саморегуляризующим свойством. Приведены тестовые примеры и их расчеты.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-31-00219 мол-а, 15-01-03228-а, 16-51-540002-Вьет-а.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Булатов, М.В., Минг-Гонг Ли, Соловарова Л.С. О разностных схемах первого и второго порядков для дифференциально-алгебраических уравнений индекса не выше двух //Журнал вычислительной математики и математической физики.– 2010. – Т. 50. – №11 – С. 1909–1918.

## АППРОКСИМАЦИЯ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Соловьёв С.И., Самсонов А.А.

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань*  
*sergei.solovyev@kpfu.ru*

Пусть  $V$  – вещественное бесконечномерное гильбертово пространство с нормой  $\|\cdot\|$ ,  $\mathbb{R}$  – числовая прямая. Введем симметричные билинейные формы  $a : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  и  $b : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ . Предположим, что билинейная форма  $a(\cdot, \cdot)$  является положительно-определенной и ограниченной, т.е. существуют положительные постоянные  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  такие, что  $\alpha_1\|v\|^2 \leq a(v, v) \leq \alpha_2\|v\|^2$  для любого  $v \in V$ . Предположим также, что билинейная форма  $b(\cdot, \cdot)$  является вполне непрерывной, т.е.  $b(v_i, v_i) \rightarrow b(v, v)$  при  $i \rightarrow \infty$  для  $v_i \rightarrow v$  в  $V$  при  $i \rightarrow \infty$ . Символом  $\rightharpoonup$  обозначена слабая сходимость в гильбертовом пространстве  $V$ . Обозначим  $K = \ker b$ ,  $\ker b = \{v : v \in V, b(v, w) = 0 \forall w \in V\}$  и предположим  $\text{codim } K = \infty$ .

Сформулируем задачу на собственные значения: найти  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $u \in V \setminus K$  такие, что

$$a(u, v) = \lambda b(u, v) \quad \forall v \in V.$$

Число  $\lambda$  называется *собственным значением* билинейной формы  $a(\cdot, \cdot)$  относительно билинейной формы  $b(\cdot, \cdot)$ , а элемент  $u$  – отвечающим  $\lambda$  *собственным элементом*. Множество  $U(\lambda)$ , состоящее из собственных элементов, отвечающих собственному значению  $\lambda$ , и нулевого элемента, образует замкнутое подпространство в  $V$ , которое называется *собственным подпространством*, соответствующим собственному значению  $\lambda$ .

Исходная задача в бесконечномерном гильбертовом пространстве аппроксируется задачей в конечномерном подпространстве. Исследуется сходимость и погрешность приближенных собственных значений, собственных элементов и собственных подпространств. Общие результаты применяются для исследования схемы метода конечных элементов с численным интегрированием для дифференциальной задачи на собственные значения второго порядка в двумерной области с гладкой границей. Представленные результаты обобщают и развивают результаты, полученные в [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10299).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьёв С.И. Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. – 256 с.
2. Соловьёв С.И. Аппроксимация знаконеопределенных спектральных задач // Дифференц. уравнения. – 2012. – Т. 48, № 7. – С. 1042–1055.

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ В 2D  
ЗАДАЧЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАСКИРОВКИ  
МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ**

Спивак Ю.Э.

*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток*  
*uliyaspivak@gmail.com*

В настоящее время в научных кругах широко обсуждаются и применяются эволюционные методы (ЭМ) моделирования и эволюционные алгоритмы (ЭА) решения задач оптимизации, об этом можно судить по количеству публикаций на указанную тему [1, 2]. В настоящей работе рассматривается приближенная задача маскировки цилиндрического тела с помощью неоднородной анизотропной многослойной маскировочной оболочки, где степень приближения характеризуется параметром  $\delta \geq 0$ , с физической точки зрения он представляет собой радиус маскируемого тела [1]. Решение поставленной задачи получается путем строгого решения уравнения Гельмгольца с сингулярными переменными коэффициентами. Однако техническая реализация полученных решений весьма затруднительна из-за отсутствия в природе соответствующих маскировочных материалов, отвечающих найденным решениям. Существует несколько способов преодоления трудностей с технической реализацией решений [1, 2, 3, 4]. Один из таких способов представляется в этой работе. Он заключается в замене точных решений задачи маскировки, описывающих сингулярные анизотропные параметры маскировочной оболочки, некоторыми приближенными (несингулярными) параметрами, которые вычисляются с помощью применения ЭА, а именно классического генетического алгоритма (КГА). Разработан комплекс программ, реализующий разработанный алгоритм, выполнен цикл вычислительных экспериментов по его реализации в широком диапазоне изменения параметров задачи, проведен сравнительный анализ полученных результатов с результатами других авторов. Проведенный анализ показал эффективность разработанного алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00365-а) и программы фундаментальных исследований ДВО РАН “Дальний Восток” (проект 15-1-4-036).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Wang X., Semouchkina E.A A route for efficient non-resonance cloaking by using multilayer dielectric coating // Appl. Phys. Lett., 2013, V. 102, p. 113506.
2. Mirzaei A., Miroshnichenko A.E., Shadrivov I.V., Kivshar Y.S. All dielectric multilayer cylindrical structures for invisibility cloaking // Scientific Reports, 2015, V. 5, p. 5:9574.
3. Alekseev G.V. Analysis and optimization in problems of cloaking of material bodies for the Maxwell equations // Differential Equations, 2016, V. 52, p.361–372.

4. Alekseev G.V., Spivak Yu.E. Analysis of the 3D acoustic cloaking problems using optimization method // J. Phys. Conf. Ser., 2016, V. 722, p. 012002.

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭПИЗОДИЧЕСКОЙ  
АККРЕЦИИ НА ПРОТОЗВЕЗДУ МЕТОДОМ SPH: СВЯЗЬ  
МЕЖДУ ДИНАМИКОЙ ЗАРОДЫШЕЙ ПЛАНЕТ И  
ВСПЫШКАМИ СВЕТИМОСТИ ЗВЕЗД**

Стояновская О.П.<sup>1</sup>, Снытников Н.В.<sup>2</sup>, Воробьев Э.И.<sup>3</sup>, Стадниченко О.А.<sup>1</sup>,  
Снытников В.Н.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт катализа им. Г.К.Борескова СО РАН, НГУ, stop@catalysis.ru

<sup>2</sup> Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск

*Южный Федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В работе мы рассматриваем численный алгоритм для решения нестационарных задач гравитационной газовой динамики применительно к моделированию протозвездной акреции в гравитационно неустойчивых дисках. Алгоритм представляет собой комбинацию метода слаженных частиц (SPH) с сеточным методом решения уравнения Пуассона и подробно описан в работе [1]. Такое сочетание методов позволяет обрабатывать формирование и миграцию зародышей планет - сгустков высокой плотности - в массивных газовых дисках с приемлемым временным шагом и без введения особого типа частиц-стоков в SPH. Мы обсуждаем практически важную проблему обработки большого количества соседей в методе SPH и способы ее решения.

Мы подтвердили результаты, полученные Воробьевым и Басу [2], что миграция сформировавшихся зародышей планет приводит к кратковременному повышению скорости акреции вещества на протозвезду. Мы также сравнили радиальные скорости сгустков, инициирующих одиночные и множественные вспышки акреции, и обнаружили, что они отличаются в несколько раз. Сгустки, которые генерировали изолированные всплески, обладают радиальной скоростью около 1 AU в год, тогда как скорость сгустков, порождающих множественные всплески, приблизительно равна 0.15 - 0.25 AU в год. Таким образом, дальнейшее изучение вспышечной акреции может установить, в каком случае характеристики внутренней части диска, недоступные для прямых измерений, могут быть определены по измеримым характеристикам вспышек (амплитуда и продолжительность).

Работа поддержана грантами РФФИ №16-07-00916 и грантом Президента РФ МК-5915.2016.1. Расчеты проведены с использованием ресурсов Сибирского суперкомпьютерного центра.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Стояновская О.П., Снытников Н.В., Снытников В.Н. Алгоритм для решения нестационарных задач гравитационной газовой динамики: комбинация метода SPH и сеточного метода вычисления гравитационного потенциала // Вычислительные методы и программирование. 2015. Т. 16 С. 377-383
2. Vorobyov E.I., Basu S. The origin of episodic accretion bursts in the early stages of star formation // The Astrophysical Journal. 2005. V. 633. L137-L140.

**DEVELOPMENT OF THE THEORY OF SPLINE-WAVELETS AND  
OPTIMIZATION OF ALGORITHMS OF PROCESSING OF  
NUMERICAL INFORMATION**

Sulaimanov Z.M.<sup>1</sup>, Shumilov B.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Osh state university, Osh, <sup>2</sup>Tomsk state university of architecture and building,  
Tomsk*  
*szavur1983@mail.ru, sbm@tsuab.ru*

In work the implicit method of decomposition of Hermite splines of the 7th degree on a series of "lazy"wavelets with the displaced supports is investigated. Splitting of algorithm of wavelet-transformation on the parallel decision of four five-diagonal systems of the linear equations with strict diagonal predominance is proved. Results of numerical experiments on exactness on polynomials and to compression of spline-wavelet-decompositions are presented. Ways of calculation of the derivatives necessary in wavelet-Hermite's transformation are discussed. The conclusion that the constructions using derivatives of high orders are applicable for the iterative solution of the nonlinear differential equations on the scheme of the finite element method is drawn. Tasks of transfer of the implicit relations of decomposition offered in article are set on cases: a) "lazy" Hermite spline-wavelets of the 11th degree; b) wavelets of the 7th degree, semi-orthogonal with derivatives of the second order; c) wavelets of the 7th degree, orthogonal to polynomials, with the displaced supports; d) the minimal wavelets like Ryabenky-Demyanovich of the 3rd degree with the divided differences of the first order.

The reported study was funded by RFBR and Tomsk oblast according to the research project # 16-41-700400 r\_a and has been partially supported by grant RFBR 16-31-50031 mol\_nr.

REFERENCES

1. *Shumilov B., Ymanov U.* "Lazy"Wavelets of Hermite Quintic Splines and a Splitting Algorithm // Universal Journal of Computational Mathematics, 2013, V. 1, No. 4. P. 109-117.
2. *Shumilov B., Matanov S.* Supercompact cubic multiwavelets and algorithm with splitting // Proceedings of 2011 International conference on multimedia technology (ICMT 2011, July 26-28, 2011, Hangzhou, China). New York: IEEE Inc, 2011. P. 2636-2639.
3. *Tursunov D., Kuduev A., Tursunov E., Shumilov B.* Multiwavelets of seventh degree, orthogonal with derivatives of the second order // Vestnik of Osh State University. 2012. No. 3, iss. 3. P. 147-152. (In Russian).
4. *Shumilov B.* Cubic multiwavelets orthogonal to polynomials and a splitting algorithm // Numerical Analysis and Applications. 2013. V. 6. № 3. P. 247-259.

**THE ANALYSIS AND PLANNING OF REPAIRS OF HIGHWAYS  
WITH USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES OF PROCESSING  
OF LARGE VOLUMES OF LASER MEASUREMENTS**

Sulaimanov Z.M.<sup>1</sup>, Shumilov B.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Osh state university, Osh, <sup>2</sup>Tomsk state university of architecture and building,  
Tomsk*  
*szavur1983@mail.ru, sbm@tsuab.ru*

In work the system of the multiwavelets of Hermite of any odd degree meeting orthogonality conditions to polynomials of the same degree is presented. Construction and the inverse of the block of filters in problems of processing of regular signals and two-dimensional fields are considered. New approach to calculation of multiwavelet-transformation on the basis of algorithm of the decision of systems of the linear algebraic equations with a block and three-diagonal matrix by the matrix sweep method is proved. Results of numerical experiments for multiwavelets of the fifth degree are presented. Problems of modeling of surfaces of highways with use of data of laser scanning are described. The algorithm of detection of cracks and damages of a roadbed based on Hermite's wavelet transformation is offered. Examples of imposing of the designed road on previously processed laser measurements are shown. The numbers and figures following from experiments show that Hermite's wavelet-transformation – the powerful tool of the analysis and planning of repairs of highways with use of information technologies of processing of large volumes of laser measurements.

The reported study was funded by RFBR and Tomsk oblast according to the research project # 16-41-700400 r\_a and has been partially supported by grant RFBR 16-31-50031 mol\_nr.

REFERENCES

1. *Tursunov D., Shumilov B., Baigulov A., Kolupaeva S.* Preliminary data processing of roads laser scanning // Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2011. No. 3. P. 184-191. (In Russian).
2. *Bekmuratov A., Onopenko G., Kuduev A., Shumilov B., Esharov E.* Wavelet-transform and data compression of road laser scanning // Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2011. No. 4. P. 228-238. (In Russian).
3. *Shumilov B.* Multiwavelets of the third degree Hermitian splines, orthogonal to cubic polynomials // Mathematical models and computer simulations. 2013. V. 5, No. 6. P. 511-519.
4. *Shumilov B., Baigulov A., Abdykalyk kyzy Zh.* Algorithm and Wavelet-Modeling Program for Road Pavements // Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building. 2014. No. 1 (42). P. 142-152. (In Russian).
5. *Shumilov B.* Matrix sweep algorithm for computing multiwavelets of odd order orthogonal to polynomials // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, 2015. V. 51. No. 2. P. 175-183.

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ С РАСПЩЕПЛЕНИЕМ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЛАЙН-ВЕЙВЛЕТОВ

Сулайманов З.М.<sup>1</sup>, Шумилов Б.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Ошский государственный университет, Ош,* <sup>2</sup>*Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск*  
*szavur1983@mail.ru, sbm@tsuab.ru*

Пусть на интервале  $[a, b]$  задана сетка  $\Delta^L : x_i = a + hi, i = 0, 1, \dots, 2^L$ ,  $h = (b - a)/2^L$ ,  $L \geq 1$ . Добавим к сетке  $\Delta^L$  фиктивные узлы  $a = x_{-1}, x_{2^L+1} = b$ , и определим систему базисных функций  $N_k^L(x), k = 1, 2, \dots, 2^L - 1$ , с носителями  $[x_{k-2}, x_{k+2}]$ , вида:  $N_k^L(x) = 4h\varphi_3[x; x_{k-2}, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, x_{k+2}]$ , где функция  $\varphi_3(x, t) = (\max\{x - t, 0\})^3$  и использовано обозначение разделенной разности 4-го порядка по значениям аргумента  $t = x_{k-2}, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}, x_{k+2}$ .

Для любой сетки  $\Delta^L$ ,  $L \geq 1$  сплайн третьей степени  $S^L(x) \in V_L$  может быть представлен на интервале  $[a, b]$  изменения параметра как  $S^L(x) = \sum_{i=1}^{2^L-1} C_i^L N_i^L(x)$ ,  $a \leq x \leq b$ . Заметим, что введенные функции удовлетворяют однородным краевым условиям  $S^L(a) = (S^L)'(a) = S^L(b) = (S^L)'(b) = 0$ .

Поскольку сетка  $\Delta^{L-1}$ ,  $L \geq 2$ , получена из  $\Delta^L$  посредством удаления каждого второго узла, то соответствующее пространство  $V_{L-1}$  с базисными функциями  $N_i^{L-1}(x)$ , не равными нулю на удвоенных носителях  $[x_{2i-4}, x_{2i+4}]$ , вложено в  $V_L$ . Двухмасштабные калибровочные соотношения между базисными функциями в  $V_L$  и  $V_{L-1}$  были получены в [1].

Пространство вейвлетов  $W_{L-1}$  [1] определяется как ортогональное дополнение  $V_{L-1}$  до  $V_L$  в гильбертовом пространстве  $H_0^2[a, b] = \{f \in C[a, b]; f'' \in L^2[a, b], f(a) = f'(a) = f(b) = f'(b) = 0\}$ , в котором скалярное произведение определяется как  $\langle f, g \rangle = \int_a^b f''g''$ . Носитель данных вейвлетов весьма невелик  $[x_{2k-4}, x_{2k+2}] \cap [a, b]$ , что меньше носителя соответствующего  $B$ -сплайна.

В докладе обсуждаются вычислительные аспекты построения устойчивого метода обработки временных сигналов и случайных полей на основе идеи расщепления алгоритма обращения блока вейвлет-фильтров по четным и нечетным узлам твк, чтобы получить трехдиагональную систему линейных уравнений со строгим диагональным преобладанием. Описаны проблемы моделирования поверхности автомобильных дорог с использованием данных лазерного сканирования. Представлены результаты численных экспериментов и наложения запроектированной дороги на обработанные лазерные значения.

Работа проводилась при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16-31-50031 мол\_пр), РФФИ и Администрации Томской области (код проекта 16-41-700400 р\_а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wang J. Cubic spline wavelet bases of sobolev spaces and multilevel interpolation // Appl. Comput. Harmon. Anal., 1996, **3**, P. 154-163.

## РАДИАЦИОННЫЙ ФОРСИНГ НА КЛИМАТ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

Сушкевич Т.А.

*ФИЦ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва  
tamaras@keldysh.ru*

Работа посвящается 55-летию первого полета человека в космос и это был гражданин Советского Союза Юрий Алексеевич Гагарин (09.03.1934 – 27.03.1968) и дань памяти Главного Теоретика космонавтики, трижды Героя Социалистического Труда, Президента Академии наук СССР в 1961–1976 гг., математика Мстислава Всеволодовича Келдыша (10.02.1911 – 24.06.1978) в год 105-летия со дня его рождения, который в 1955 г. дал ответ на вопрос "Зачем нужен космос?": наблюдение Земли и разведка. За прошедшие более 60 лет человечество уже не мыслит жизни без космоса, но указанные М.В. Келдышем задачи и ныне не только актуальны, а по факту "кто господствует в космосе, тот правит миром".

21-й Международный климатический саммит в Париже 12 декабря 2015 года принял "Парижское соглашение согласно Рамочной конвенции Организации Объединенных Наций об изменении климата" ("Парижское соглашение") [1], которое после подписания в ООН всеми 196 сторонами вступит в силу вместо Киотского протокола. "Парижское соглашение" имеет широкомасштабный, динамичный и всеобщий характер и является вызовом столетия. Оно охватывает все страны и все выбросы и это четкий сигнал о готовности правительств к осуществлению **Повестки дня в области устойчивого развития на период до 2030 года**. Это соглашение определяет на длительную перспективу вектор развития фундаментальных и прикладных исследований, которые по сути своей междисциплинарные и международные, а по масштабности проблемы настолько грандиозны и сложны, что надежды на достоверные результаты и прогнозы можно оправдать только с помощью "сценарного" моделирования воздействия разных факторов на климатическую систему Земли (КСЗ) на суперкомпьютерах и создания международных информационных ресурсов big data.

Ведущими специалистами из Главной геофизической обсерватории им. А.И. Войцкова написана книга "О климате по существу и всерьез" [2]. Во многом благодаря прорывам в космических системах дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) и "computer sciences" появились возможности всесторонне изучать процессы формирования погоды и климата, причины их изменений и перспективы влияния на них антропогенной деятельности и естественно-природных факторов. КСЗ – это природная среда, включающая атмосферу, гидросферу (океаны, моря, озера, реки), криосферу (поверхность суши, снег, морской и горный лед и т.д.), биосферу, объединяющую всё живое.

Для количественных оценок значимости разных климатообразующих факторов, зависящих от солнечного и собственного излучения, ввели специальную характеристику КСЗ – радиационное воздействие (*форсинг*). По экспертным оценкам Межправительственной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК,

или IPCC — Intergovernmental Panel on Climate Change) последнего времени от 40% до 60% приходится на радиационный форсинг на эволюцию климата. Радиационный форсинг — это изменение притока радиации (солнечной коротковолновой и длинноволновой лучистой энергии) в глобальной системе "атмосфера - земная поверхность - океан" под влиянием радиационно-активных факторов: альbedo и отражающие характеристики земной поверхности; облачность; океаны и моря; снежный и ледовый покров; загрязнения и газовый состав атмосферы; загрязнения и аэрозольный состав атмосферы; спектральные характеристики рассеяния и поглощения компонент природной среды; изотропная и анизотропная (при осадках и низких температурах) среда; радиационно-конвективная фотохимия и фотолиз; оптико-метеорологическая "погода" (температура, давление, влажность); биофизические, биогеофизические и биогеохимические процессы, круговорот веществ в биосфере и экосистеме.

Дистанционное зондирование радиационно-активных компонент и метеорологических параметров атмосферы, поверхности и океана — актуальная перспективная сложнейшая задача будущего, без решения которой все модели климата будут недостоверными. Объективно оценивать и контролировать выбросы газов и загрязнения окружающей среды сложно, поскольку КСЗ — это нелинейная динамическая система и локальные выбросы тут же распространяются в воздушной и водной средах в зависимости от метеорологической ситуации и взаимодействуют с биосферой. Необходимы междисциплинарные исследования для анализа и прогноза их влияния на региональный и глобальный климат на основе "сценарного" подхода и широкого использования компьютерного моделирования при контролируемых входных данных модели через коэффициенты уравнений, граничные условия, функции источников излучения.

Теоретической основой оценки радиационного форсинга являются решения прямых и обратных задач теории переноса излучения с учетом поляризации и рефракции, аэрозольного и молекулярного рассеяния и поглощения солнечного и собственного излучения, анизотропии, пространственной неоднородности и стохастичности атмосферы, суши, океана, облачности, гидрометеоров, используя гиперспектральные подходы в диапазоне длин волн от ультрафиолета до миллиметровых волн, содержащем миллионы спектральных линий поглощения компонентами и загрязнениями атмосферы [3].

Работа поддерживается грантами РФФИ (проекты 15-01-00783, 14-01-00197) и проектом Программы фундаментальных исследований РАН (ОМН-3(3.5)).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Парижское соглашение согласно Рамочной конвенции Организации Объединенных Наций об изменении климата. ООН. 2016. 19 с.
2. Кароль И.Л., Катцов В.М., Киселев А.А., Кобышева Н.В. О климате по существу и всерьез. Санкт-Петербург: ГГО им. А.И. Воейкова, 2008. 55 с.
3. Сушкевич Т.А. Математические модели переноса излучения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с.

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО И ОБЪЕМНОГО РАССЕЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ГИДРОЛОКАЦИИ МОРСКОГО ДНА

Сущенко А.А.<sup>1,2</sup>, Зиньков С.Ю.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток*

<sup>2</sup>*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток*

*sushchenko\_aa@dvfu.ru*

С начала XX-го века исследования в области картографирования морского дна набирают все большую актуальность. При этом предметом исследования может выступать рельеф морского дна [1] или же степень неоднородности коэффициента донного рассеяния [2]. В основе разработанных методов нахождения коэффициента донного рассеяния лежит принцип излучения и детектирования сигнала. В работе [3] авторами исследовано решение задачи картографирования морского дна с учетом объемного рассеяния в среде. Однако в современной литературе не отведено внимание поверхностному рассеянию. В данной работе авторы решили восполнить этот пробел.

Процесс распространения эхосигналов происходит в области  $G = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : -l < r_3 < h\}$ , которая представляет собой часть пространства, ограниченную снизу поверхностью  $\gamma_d = \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^3 : y_3 = -l\}$ , интерпретируемой как дно, сверху  $\gamma_o = \{\xi \in \mathbb{R}^3 : \xi_3 = h\}$ , интерпретируемой как поверхность океана. Распространения акустических волн в случайно-неоднородной среде описывается нестационарным уравнением переноса излучения [2]. На поверхностях  $\gamma_d$  и  $\gamma_o$  задаются граничные условия диффузного отражения. Источник звука предполагается точечный, изотропный, перемещающийся в пространстве с постоянной скоростью  $V$  вдоль оси  $r_2$  и излучающий импульсные посылки через равные интервалы времени. В работе получено решение обратной задачи, заключающейся в определении коэффициента донного рассеяния на основе сигнала принятого гидролокатором бокового обзора при наличии описанных выше условий. На основе серии вычислительных экспериментов проведен анализ влияния объемного и поверхностного рассеяния на распространяемый сигнал.

Работа проводилась при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-11-00079).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prokhorov I. V., Sushchenko A. A., Kan V. A. On the Problem of Reconstructing the Floor Topography of a Fluctuating Ocean // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2015, **9**(3), pp. 412–422.
2. Prokhorov I. V., Sushchenko A. A. Studying the Problem of Acoustic Sounding of the Seabed Using Methods of Radiative Transfer Theory // Acoustical Physics, 2015, **61**(3), pp. 368–375.
3. Prokhorov I., Sushchenko A. Analysis of the impact of volume scattering and radiation pattern on the side-scan sonar images // Proceedings of Meetings on Acoustics, 2015, **24**, 005007.

**ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
НАИТОЧНЕЙШЕГО НАГРЕВА СТЕРЖНЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ  
ИСТОЧНИКАМИ**

Табаринцева Е.В.

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск*  
*eltab@rambler.ru*

Рассматривается нелинейная постановка задачи наиточнейшего нагрева стержня. Соответствующая линейная задача была исследована в [1] Требуется определить функцию  $h(t) \in L_2[0; l]$ , такую, что решение смешанной краевой задачи

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + a^2 v + f(v(x, t)); \quad t \in (0; T), \quad x \in (0; l) \quad (1)$$

$$v(0, x) = 0, v_x(l, r) = \alpha(h(t) - u(l, t))$$

удовлетворяет условию

$$v(x, T) = g(x), \quad (2)$$

где  $g(x) \in L_2[0; l]$  - заданная функция, отображение  $f : L_2[0; l] \rightarrow L_2[0; l]$ , заданное с помощью непрерывной числовой функции, удовлетворяет условию Липшица. Предположим, что нелинейная обратная задача (1)-(2) имеет точное решение  $h(t)$ , принадлежащее множеству равномерной регуляризации

$$M = \{h(t) \in W_2^1[0; T] : \|h'(t)\|_{L_2[0; T]} \leq r\},$$

Рассмотрим также соответствующую обратную задачу для линейного параболического уравнения. Рассмотрим величины

$\omega(M, \delta) = \sup\{\|h_1 - h_2\| : h_1, h_2 \in M, \|g_1 - g_2\| \leq \delta\}$  — модуль непрерывности для нелинейной обратной задачи (1)-(2);

$\hat{\omega}(M, \delta) = \sup\{\|h_1 - h_2\| : h_1, h_2 \in M, \|\hat{g}_1 - \hat{g}_2\| \leq \delta\}$  — модуль непрерывности для линейной обратной задачи . Выполняется следующая теорема,

**Теорема.** Существует постоянная  $\delta_0 > 0$ , такая, что для любого  $0 < \delta < \delta_0$

$$\omega(M, e^{-LT}\delta) \leq \omega(M, \delta) \leq \hat{\omega}(M, e^{LT}\delta).$$

Для построения устойчивых приближенных решений нелинейной обратной задачи используется метод вспомогательных граничных условий. Получена оценка погрешности метода вспомогательных граничных условий на множестве  $M$ . Приводятся результаты численного решения рассмотренной задачи.

Работа проводилась при частичной поддержке .РФФИ..

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М.: Наука, 1978.
2. Хенри Д. Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений.. М.: Мир, 1985.

**ОБ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ  
ВЫРОЖДЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО  
РОДА**

Танана В.П.

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск*  
*tvp@usu.ac.ru*

Достаточно широкий класс обратных граничных задач теплопроводности, обратные задачи компьютерной томографии сводятся к вырожденным интегральным уравнениям первого рода.

При ограничениях на гладкость точного решения вырожденного интегрального уравнения, решая это уравнение методом регуляризации А.Н. Тихонова, получаем равномерную сходимость приближенных решений к классу нормальных решений этого уравнения.

Заметим, что серьезной проблемой при этом является оценка скорости сходимости регуляризованных решений уравнения к нормальному решению. В настоящем докладе предложен подход к получению такой оценки.

## **SYSTEM OF LAUNCHING RESISTIVITY DATA ANALYSIS SOFTWARE ON HIGH PERFORMANCE CLUSTERS**

Tropin N.M.

*Baker Hughes, Novosibirsk*

*nikita.tropin@bakerhughes.com*

Electromagnetic tools that are used in the oil and gas industry to identify the boundaries of geological layers and the direction of drilling produce resistivity data. Drilling engineers use resistivity data analysis software implemented in Baker Hughes [1] to analyze data in real time. That software is parallelized with OpenMP and can use up to 16-32 threads at once, so maximum benefit from parallelization can be achieved on high performance computations (HPC) cluster with multiple compute nodes.

The goal of the work was to organize process of launching resistivity data analysis software on local Windows HPC cluster. The "client-server" architecture is used, where client is on local computer and Microsoft Windows HPC Cluster with job management system acts as server. First we transfer input data to shared directory on cluster, then we submit computational job and monitor job progress from output files. After the end of computation the data is transferred back to local computer.

Main features of the implemented system are

- Computation of multiple inputs on multiple data at the same time
- Support of client disconnection and reconnection
- The status of the computation can be checked at any moment
- Computation data is saved in shared directory and can be accessed from any authorized computer

The system can be used for automatic testing of the software in the development process and to speed up the work process for drilling engineer by running software on HPC cluster and getting data back to local computer.

### REFERENCES

1. *Sviridov, M., Mosin, A., Antonov, Y., Nikitenko, M., Martakov, S., Rabinovich, M.* New Software for Processing of LWD Extradep Resistivity and Azimuthal Resistivity Data // SPE Reservoir Evaluation and Engineering, Vol. 17 (2), SPE160257-PA, 2014.

**РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОДАВЛЕНИЯ КРАТНЫХ И  
ОДНОКРАТНЫХ ВОЛН, ПОЗВОЛЯЮЩАЯ ПРОВОДИТЬ  
ОБРАБОТКУ ДЛЯ ДАННЫХ С РЕДКОЙ СЕТЬЮ  
НАБЛЮДЕНИЙ БЕЗ ПОТЕРИ ТОЧНОСТИ**

Фатянов А.Г.

*ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск*

*fat@nmsf.ssc.ru*

Хорошо известно, что в силу дискретности данных по пространственным координатам результат обработки содержит так называемый алиасинг (aliasing) - шум. Причем он возникает независимо от того используется ли в обработке спектральное разложение по пространственным координатам, или нет. Этот эффект особенно заметен при обработке материалов, полученных с редкой сетью наблюдений, что, как правило, характерно для площадной сейсморазведки (3D) и может приводить в итоге к ложным горизонтам [1,2]. Для решения данной задачи (преодоления алиасинга) используются различные методы так называемого “восстановления отсутствующих трасс”. Или говоря “простым” языком производится интерполяция. В работе [3] развит метод интерполяции по двум трассам одной сейсмограммы в средней точке, расположенной между трассами. Или, иначе говоря, сделана попытка преодоления критерия Найквиста в 2 раза. Но он имеет ограниченную область применимости. Он не работает в случае сложной среды, когда есть наложение нескольких волн. У практиков встречается следующий прием восполнения в половинных узлах: просто берется полусумма соседних трасс. И это объясняется восстановлением поля на более мелкой сетке. Не нужно быть специалистом, чтобы понять, что это неверно для сколь-нибудь сложной модели среды.

В данной работе для преодоления алиасинга используется принципиально другая идея. А именно, не проводить интерполяцию (восстановление отсутствующих трасс). А сделать так, чтобы обработка сейсмического материала могла проводиться с тем шагом, который есть. И неважно, с какой сетью наблюдений, редкой и неравномерной. Главное, чтобы при обработке не было потери точности. Эта задача в этой работе решена на основе теории регуляризации, разработанной А.Н. Тихоновым, М.М. Лаврентьевым и другими учеными [4].

В работе приводятся результаты обработки для реальных данных с редкой сетью наблюдений, показывающие отсутствие потери точности.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *K. Aki, P. Richeardc.* Количествоенная сейсмология. 1983.
2. *O. Yilmaz.* Seismic Data Processing. 1991.
3. *S. Spitz.* Spitz Seismic trace interpolation in the f-x domain //Geophysics, vol.56, N 6(june 1991), p. 785-794. 11 Figs.
4. *C.I. Кабанихин.* Обратные и некорректные задачи, Новосибирск, 2009, 458с.

**ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОРРЕКТНОЙ КРАЕВОЙ  
ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА  
ВТОРОГО ПОРЯДКА**

Фаязов К.С., Хажиев И.О.

*Национальный университет Узбекистана, Ташкент*  
*kfayazov@yahoo.com, h.ikrom@mail.ru*

Пусть пара функций  $((u(x, t), v(x, t)))$  является решением системы уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{sgn} x v_{tt}(x, t) + v_{xx}(x, t) = 0, \\ \operatorname{sgn} x u_{tt}(x, t) + u_{xx}(x, t) = v(x, t), \end{cases} \quad (1)$$

в области  $\Omega = \{-1 < x < 1, x \neq 0, 0 < t < T\}$ , удовлетворяющее условиям начальным

$$u(x, 0) = f(x), \quad u_t(x, 0) = g(x), \quad v(x, 0) = h(x), \quad v_t(x, 0) = s(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

границчным

$$u(-1, t) = u(1, t) = 0, \quad v(-1, t) = v(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

и условиям склеивания

$$\begin{aligned} u(-0, t) &= u(+0, t), \quad u_x(-0, t) = u_x(+0, t), \quad 0 \leq t \leq T, \\ v(-0, t) &= v(+0, t), \quad v_x(-0, t) = v_x(+0, t), \end{aligned} \quad (4)$$

Система уравнений (1) является уравнением смешанного типа. Систематическое исследование таких уравнений началось с работ Ф.Трикоми и С. Геллерстедта. О практическом применением таких уравнений см.[2].

Исследуемая задача относиться к классу некорректно поставленных задач математической физики, а именно в данной задаче отсутствует непрерывная зависимость решения от начальных данных. Некорректная задача для подобных уравнений были рассмотрены в работах Н. Levine [1], А.Л. Бухгейм, К.С.Фаязов [3], К.С.Фаязов и И.О. Хажиев [4].

В данной работе установлено условная корректность данной задачи и построено приближенное решение методами регуляризации и квазиобращения. Приведены численные результаты в виде таблиц и графиков.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Levine H. A. Logarithmic Convexity and the Cauchy Problem for some Abstract Second order Differential Inequalities.// Journal of DE 1970, v.8, pp. 34-55.
2. Терсенов С.А. Параболические уравнения с меняющимся направлением времени. Новосибирск, 1985 г., 105 с.
3. Фаязов К.С. Некорректная краевая задача для одного уравнения смешанного типа второго порядка. УзМЖ, 1995г., 2.
4. Фаязов К.С., Хажиев И.О. Условная корректность краевой задачи для составного дифференциального уравнения четвертого порядка. Известия вузов, Математика. 2015, 4, с. 65 -74, РАН.

## ВЫБОР МОДЕЛИ ИСТОЧНИКОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Фирсова А.А.

*Крыловский государственный научный центр, Санкт-Петербург  
nurka100@mail.ru*

Рассматривается задача определения характеристик стационарного электрического и магнитного поля технических объектов по данным измерений в ограниченной области пространства. При этом уровень погрешности измерений неизвестен, а априорная информация об источниках поля ограничена областью их распределения. Требуется определить интегральные характеристики источников, такие как дипольный момент и распределение поля в некоторых фиксированных точках пространства (экстраполяция поля). В такой постановке задачи нет необходимости определять непосредственно реальные источники поля, а удобнее использовать модель эквивалентных источников. Разнообразие возможных вариантов моделей порождает проблему выбора оптимальной модели.

Основное внимание уделяется трем моделям:

- поверхностные магнитные/электрические заряды, распределенные на некоторой поверхности, охватывающей реальные источники поля,
- распределенные по отрезку мультипольные моменты,
- представление поля в виде разложения по сфероидальным гармоникам, неизвестными при этом являются коэффициенты разложения.

Во всех случаях решение задачи сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)  $Au = f$ , где  $u$  — неизвестные эквивалентные источники,  $f$  — измеренные значения поля,  $A$  — соответствующая модели источников матрица. Задача определения характеристик поля формулируется как задача вычисления значений  $g = Cu$ , где  $g$  — значение дипольного момента или поля в заданных точках,  $C$  — соответствующий функционалу линейный оператор.

Сравнение моделей производится с точки зрения свойств получаемой СЛАУ и точности вычисления линейных функционалов на полученном решении. В отсутствие информации о погрешности измерений устойчивое решение СЛАУ осуществлялось алгоритмами [1]. Оценка точности результатов расчета производилась на основе статистического подхода [2].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vishnevskiy A.M., Firsova A.A.*. Выбор параметра регуляризации в задаче пересчета магнитного поля. // Труды ЦНИИ им. А.Н.Крылова, вып. 36(320), СПб, 2008, с.107-122.
2. *Alexander M. Vishnevsky, Anna A. Firsova.* Statistical analysis of solution accuracy for inverse problems in electrodynamics. // Journal of Computational and Applied Mathematics. DOI 10.1016/j.cam.2016.03.015.

**$C^1$ -РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙКОНАЛА**

Царьков И.Г.

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва  
igtsarkov@yandex.ru*

Методами геометрической теории приближения для широкого класса областей удается полностью описать класс всех  $C^1$ -решений уравнения эйконала. На этом пути оказывается полезным следующее утверждение.

**Теорема 1.** Пусть  $X$  — конечномерное гладкое строгое выпуклое пространство, на области  $\Omega \subset X$  задано  $C^1$ -решение  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  уравнения эйконала  $\|\nabla u\| = 1$ . И пусть для некоторой поверхности уровня  $M_c = \{x \in \Omega \mid u(x) = c\}$  найдется такое всюду плотное в ней множество, в точках которого все нормальные прямые к  $M_c$  разделяются (этими точками) на два луча, один из которых не пересекается с  $\partial\Omega$ . Тогда  $M_c$  — граница некоторого выпуклого замкнутого тела  $G \subset X$ , пересеченного с  $\Omega$ .

Для области  $\Omega = \mathbb{R}^n \setminus (O \cup l)$  опишем все допустимые значения решений уравнения эйконала  $u \in C^1(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$  на  $\partial\Omega$ . Рассмотрим сначала 1-ый случай: когда часть особых точек, представляющих собой замыкание точек неединственности линий уровня функции  $u$  лежит на  $l$ . Любое такое решение  $u(x)$  принимает постоянные значения на  $O$ , равные  $k$ . И на прямой  $l$  имеет вид  $\psi(x) = c \pm \varphi(x)$ , где  $\varphi$  — некоторая выпуклая вверх неотрицательная функция на некотором (необязательно ограниченном) интервале  $(a, b) \subset l$ , равная нулю в конечных концах этого интервала и равная  $-\varrho(x, (a, b))$  на  $l \setminus (a, b)$ . При этом  $k = c \pm \inf \{\varphi(x) - \varrho(x, O) \mid x \in (a, b)\}$ . Рассмотрим 2-ой случай: когда непустое особое множество содержится в окружности  $O$ . В этом случае особое множество представляет собой дугу  $\gamma$  окружности  $O$ , угловой меры  $\leq \pi$ . Пусть  $D$  — хорда этой дуги,  $P$  — ортогоночный проектор дуги  $\gamma$  на  $D$ , а  $\varphi_0$  — произвольная неотрицательная вогнутая функция на  $D$ . Определим функцию  $\varphi_1(x) = \varphi_0(P^{-1}(x)) + |x - P(x)|$  ( $x \in \gamma$ ). Для всех точек  $x \in \partial\Omega \setminus \gamma$  определим функцию  $\varphi_2(x) = \inf_{y \in \gamma} (\varphi_1(y) - |x - y|)$ . Тогда искомая

функция значений решения  $u(x)$  на  $\partial\Omega$  совпадает с функцией  $c \pm \begin{cases} \varphi_1(x), & x \in \gamma \\ \varphi_2(x), & x \in O \setminus \gamma. \end{cases}$

Рассмотрим последний — 3-ий случай: когда особое множество пусто. Тогда решение на  $\Omega$  имеет вид:  $u(x) = c \pm (a, x)$ , где  $a \in \mathbb{R}^n : |a| = 1$ . Отсюда легко получается значения этой функции на  $\partial\Omega$ . Отметим, что в последнем случае, если вектор  $a$  не лежит в пространстве, натянутом на  $O \cup l$ , то решение эйконала не определяется однозначно по своим значениям на  $O \cup l$ . В остальных же случаях решение определяется единственным образом по своим значениям на  $O \cup l$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 16-01-00295-а.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алимов А.Р., Царьков И. Г. Связность и солнечность в задачах наилучшего и почти наилучшего приближения // Успехи математических наук. 2016. Т. 71, № 1 (427). С. 3–84.

## РАЗРАБОТКА НОВЫХ МЕТОДОВ ПРОВЕРКИ КОРРЕКТНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ В СОК ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОБЛАЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Червяков Н.И., Бабенко М.Г., Кучеров Н.Н.

ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет», Ставрополь  
*k-fmf-primath@stavsu.ru, tgbabenko@ncfu.ru, nkucherov@ncfu.ru*

Повсеместное использование облачных вычислений становится современной парадигмой распределенных вычислений, которые обеспечивают сохранность информации при хранении и масштабируемость вычислительных мощностей. Концепция облачных вычислений была предложена в 2007 году [2] и получила широкое применение во многих областях науки и техники. Системы облачных вычислений предлагают новый способ развертывания вычислений и приложений с интенсивной обработкой данных. Использование облачных технологий ведет к большим рискам, и необходимости обеспечивать конфиденциальность, целостность и корректность полученных результатов, так же они требуют особых подходов к построению системы защиты от сбоев в работе облачных сервисов.

Гомоморфное шифрование позволяет трансформировать шифр тексты  $C(m)$  от сообщения  $m$ , в шифр тексты  $C(f(m))$ , из вычислительного сообщения  $m$ , не раскрывая сообщения. Первую гомоморфную схему шифрования предложил Rivest, Alderman и Dertouzos [1] в 1978 году известную, как конфиденциальный гомоморфизм.

Основной теоретико-числовой базой системы остаточных классов (СОК) является теория сравнений. Один из методов выполнения арифметических операций над длинными целыми числами основан на простых положениях теории чисел. Представление чисел в СОК позволяет заменить операции с большими числами на операции с малыми числами, которые представлены в виде остатков от деления больших чисел на заранее выбранные взаимно-простые модули  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

В статье исследуются современные подходы к построению гомоморфных шифров с использованием СОК. Показано, что применение в гомоморфных шифрах СОК, позволяет построить полностью гомоморфную систему защиты информации в облачной среде. Предложена гомоморфная схема шифрования в СОК, позволяющая проверять результаты вычисления на корректность. Моделирование предложенной модифицированной схемы гомоморфного шифрования в СОК показало, что увеличении времени обработки информации в среднем на 10% позволяет проектировать надежные системы защиты облачных данных с заданным уровнем обеспечения безопасности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dean J, Ghemawat S. MapReduce Simplified data processing on large clusters. Commun ACM 2008;51:107 – 13
2. Weiss A. Computing in the cloud. ACM Networker 2007;11:18 – 25

## ГРУППОВЫЕ СВОЙСТВА И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ С НАКЛОННЫМ ДНОМ

Чиркунов Ю. А., Пикмуллина Е. О.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*  
*chr101@mail.ru*

С помощью методов группового анализа [1,2] установлено, что однопараметрическое семейство уравнений, описывающих в рамках одномерной модели мелкой воды распространение поверхностных волн над наклонным дном имеет бесконечное множество нетривиальных законов сохранения нулевого порядка, порождаемых системой линейных дифференциальных уравнений. Применение к этим решениям формул производства ("размножения") решений, полученных из группового свойства системы, дает дополнительные невырожденные точные решения этой системы. Найдены: основная группа Ли преобразований, оптимальная система подгрупп и их универсальные инварианты. Получены некоторые точные решения (инвариантные и частично инвариантные). Указан физический смысл полученных решений [3].

Полученные решения могут быть использованы при исследовании волн цунами, а также при исследовании распространения жидкости в каналах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chirkunov Yu. A. Method of A-operators and Conservation Laws for the Equations of Gas Dynamics.* J. of Appl. Mech. and Techn. Phys. 2009. Vol. 50. No. 2. P. 213 - 219. DOI:10.1007/s10808-009-0029-7.
2. *Chirkunov Yu. A. Conservation Laws and Group Properties of Equations of isentropic Gas Motion.* J. of Appl. Mech. and Techn.Physics. 2010. Vol. 51. No. 1. P. 1 - 3. DOI:10.1007/s10808-010-0001-6
3. *Chirkunov Yu. A., Pikmullina E. O. Symmetry Properties and Solutions of Shallow Water Equations.* Universal J. of Appl. Math. HRPUB (USA). 2014. Vol. 2, No 1, pp. 10 - 23. DOI: 10.13189/ujam.2014.020103.

**О СРАВНЕНИИ МЕТОДОВ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ  
АППРОКСИМАЦИИ И РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПО А. Н. ТИХОНОВУ  
В ЗАДАЧЕ МОНИТОРИНГА ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ  
АТМОСФЕРЫ**

Чубатов А.А.<sup>1</sup>, Кармазин В.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Армавирский государственный педагогический университет, Армавир

<sup>2</sup> Кубанский государственный университет, Краснодар

<sup>1</sup> chaa@inbox.ru, <sup>2</sup> karmazin@kubsu.ru

Работа продолжает исследования представленные в [1, 2, 3, 4]. Математическая модель описана в статье [1]. В работах [2, 3] описано применение метода функциональной аппроксимации — последовательного future-time метода, использующего  $r$  последующих шагов по времени. Число  $r$  является дискретным параметром регуляризации. В [4] задача идентификации интенсивности решалась методом регуляризации по А. Н. Тихонову.

В данной работе произведен анализ решений (оценок интенсивности) полученных методами: функциональной аппроксимации (ФА), локальной (последовательной) регуляризации А.Н. Тихонова (ТР), и методом регуляризации на основе расширенных нормальных систем (РРНС) [5].

В методе локальной регуляризации (ТР) помимо параметра  $r$  необходимо подобрать параметр регуляризации Тихонова  $\alpha$ . Подход основанный на использовании регуляризованных расширенных нормальных систем (РРНС), позволяет снять проблему выбора параметра регуляризации: необходимо только согласовать  $\alpha$  с погрешностью входных данных (матрицы и правой части).

Проведены вычислительные эксперименты, построены устойчивые численные приближения искомой интенсивности при наличии погрешностей в замерах концентрации и коэффициентах чувствительности. Отметим, что, несмотря на свою простоту, метод функциональной аппроксимации дает погрешности оценки интенсивности сопоставимые с методом РРНС.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Чубатов А.А., Кармазин В.Н. О математической модели задачи идентификации интенсивности источника загрязнения атмосферы // Сб. трудов XV Межд. семин. Физико-матем. моделир. систем (ФММС-15), Воронеж, 27-28 ноя 2015. - Воронеж, 2015, с. 183-190.
2. Чубатов А.А., Темердашев М.З., Кармазин В.Н. Экспрессный метод мониторинга источника загрязнения атмосферы // Наука Кубани, № 3, 2013. С. 11-16.
3. Chubatov A.A., Karmazin V.N. About regularization method for the intensity identification problem of atmospheric pollution source // NUMERICAL ALGEBRA WITH APPLICATIONS Proceedings of Fourth China-Russia Conference, Rostov-on-Don, June 26–29, 2015. — Rostov-on-Don: Southern Federal University Publishing. 2015, 192 p. — p. 88-91.

4. Чубатов А.А., Кармазин В.Н. О последовательном алгоритме усвоения данных в задаче экспресс-мониторинга источника загрязнения атмосферы // Сб. тез. 7-ой междунар. молодёжн. научн. школы-конф. «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», посвящ. 90-л. со дня рожд. акад. Г. И. Марчука, Новосибирск, Академгородок, 19-24 окт 2015. — Новосибирск, 2015, с. 97.
5. Чубатов А.А Об одном алгоритме решения плохообусловленной переопределенной системы линейных уравнений // XIV Всерос. конф. мол. уч. по матем. моделир. и инф. технол., Томск, 15-17 окт 2013, с. 32-33.

**СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СВОЙСТВ  
ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ  
ПО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПОТЕНЦИАЛА**

Шалимова И.А., Сабельфельд К.К.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск*  
*ias@osmf.ssc.ru, karl@osmf.ssc.ru*

В работе формулируется стохастическая задача об определении свойств гидравлической проницаемости пористой среды по корреляционной функции потенциала. На основе результатов, полученных нами ранее в работе [1], где был предложен подход полиномиального разложения хаоса, численно продемонстрирована возможность однозначного соответствия между параметрами гидравлической проницаемости среды и корреляционной функцией потенциала. Точность результатов решения стохастического уравнения Дарси оказалась достаточной для численного разделения корреляционных функций, соответствующих различным свойствам среды. В настоящей работе также решается обратная задача о зависимостях и других статистических характеристиках решения от свойств коэффициента гидравлической проницаемости.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект РНФ 14-11-0083

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *I.Shalimova and K.Sabelfeld Stochastic polynomial chaos based algorithm for solving PDS with random coefficients. Monte Carlo Methods and Applications, vol.20 (2014), issue 4, 279-289.*

**О ПОСТАНОВКЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ АКУСТИЧЕСКОГО  
КАРОТАЖА ДЛЯ СКВАЖИН С НЕКРУГОВЫМ СЕЧЕНИЕМ  
СТВОЛА В АНИЗОТРОПНЫХ ПОРОДАХ**

Щелик Г.С., Софронов И.Л.

*Московский физико-технический институт, Москва;*

*Московский научный центр Шлюмберже, Москва;*

*german.schelik@phystech.edu*

Инверсия волнового поля (FWI) является широко используемым в сейсмике методом для уточнения геофизической модели недр. Аналогичный подход может быть применен и для определения упругих свойств горной породы при обработке данных акустического каротажа. Целью является решение обратной задачи в породах с сильной анизотропией и с нарушением геометрии ствола скважины на основе анализа информации с приемников, расположенных как по азимуту скважины, так и вдоль оси.

В предположении отсутствия зависимости геометрии и свойств породы вдоль ствола, прямая задача распространения упругих волн в породе сводится к набору двумерных задач в плоскости поперечного сечения скважины. Для её решения использован полуаналитический метод конечных элементов [1, 2]. Полученный с его помощью набор собственных значений и векторов, соответствующих различным скважинным волнам (модам), используется для аппроксимации исходного сигнала измерений.

Следуя [3], сформулирован алгоритм решения обратной задачи определения упругих постоянных породы и вычислены значения градиента целевого функционала. В качестве целевого функционала взята невязка построенного аппроксимирующего решения и вектора каротажных измерений, полученного в результате полного 3D моделирования методом спектральных элементов [4] для скважин в различных породах. Проведённые численные оценки показали достаточную точность аппроксимации решения небольшим количеством элементарных мод, а также хорошую чувствительность функционала к изменению скоростей продольных и поперечных волн, а также анизотропных параметров Томсена ( $\epsilon, \delta$ ).

Работа выполнена при частичной поддержке РНФ, проект 15-11-00015.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. *Treyssede, F., Laquerre, L.* Numerical and analytical calculation of modal excitability for elastic wave generation in lossy waveguides. // The Journal of the Acoustical Society of America, 2013, V. 133(6), P. 3827–3837.
2. *Zharnikov, T. V., Syresin, D. E.* Repulsion of dispersion curves of quasidipole modes of anisotropic waveguides studied by finite element method. // The Journal of the Acoustical Society of America, 2015, V. 137(6), P. EL396–EL402.
3. *Plessix, R.-E.* A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications // Geophysical Journal International, 2006, V. 167(2), P. 495–503.

4. *Komatitsch, D., Tromp, J.* Introduction to the spectral element method for three dimensional seismic wave propagation. // Geophysical Journal International, 1999, V. 139, P. 806–822.

**ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТНОГО  
РАЗРЕЗА ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН ПО  
ДИСПЕРСИОННЫМ КРИВЫМ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ  
РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН**

Яблоков А.В., Сердюков А.С., Азаров А.В., Чернышов Г.С.

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск*

*AleksanderSerdyukov@yandex.ru*

В работе рассматривается задача восстановления параметров слоистой среды по данным поверхностных волн. Эти волны хороши тем, что амплитуда колебаний в них самая сильная. Известно, например, что при землетрясениях именно поверхностные волны вызывают самые большие разрушения. Для наших задач эта особенность, наоборот, очень полезна. Сейсмограммы всегда содержат помехи и шумы. Даже просто ветер может оказаться проблемой. Поэтому чем волны “сильнее”, тем лучше. Одним из основных двигателей прогресса в области использования поверхностных волн является развитие измерительной аппаратуры. В последние десятилетия стали доступны такие вещи, как GPS, беспроводные системы обмена данными. Раньше одной из проблем была синхронизация записей приемников. Сейчас можно одновременно записывать много сигналов от разных сейсмоприемников, так называемых “каналов”, с помощью относительно недорогой аппаратуры.

В результате такого технического прогресса в последние 10-15 лет появился и активно развивается целый ряд методов под общим названием “многоканальный анализ поверхностных волн” [1]. Методами спектрального анализа удается выделить кривые фазовых скоростей поверхностных волн. В данной работе рассматриваются данные вертикальных колебаний и, соответственно, волны Рэлея. Построение слоистой модели среды происходит путем минимизации невязки между наблюдаемыми и расчетными фазовыми кривыми.

В ходе наших исследований выяснилось, что данная задача минимизации, вообще говоря, имеет множество решений. Есть зависимость от выбора начального приближения. Особенно сложен случай, когда априорно не известны расположения границ слоев с различными скоростями. В работе предлагаются некоторые способы и подходы к решению данных проблем, а также приводятся примеры обработки реальных данных малоглубинной сейсморазведки.

Работа выполнена при поддержке Гранта Президента России для молодых ученых №МК-7778.2016.5.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Park, C. B., Miller, R. D., Xia, J., Ivanov, J. Multichannel analysis of surface waves (MASW)—active and passive methods. // The Leading Edge, 2007, 26(1), P. 60-64.

**ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ  
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА, ВОЗНИКАЮЩАЯ В ПОРИСТОЙ  
СРЕДЕ**

Янгибаев З.Ш., Имомназаров Х.Х., Жиан-Ган Тан

*Каршинский госуниверситет, Карши*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики*

*Сибирского отделения РАН, Новосибирск*

*Илийский педагогический университет, Китай*

*zoyiry@mail.ru*

В докладе рассматривается задача Дирихле для одномерного гиперболического уравнения в прямоугольной области:

$$u_{tt} = u_{xx} - b u_t, \quad t \in (0, \alpha\pi), \quad x \in (0, \pi),$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad u|_{t=\alpha\pi} = \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{Sink} x,$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = 0,$$

где  $b$  - малый параметр. Задача такого типа возникает при исследовании задачи Дирихле для одномерной динамической системы уравнений пороупругости SH волн, в случае малой пористости и слабой проницаемости [1]-[2]. При этом коэффициент связан с проницаемостью пористой среды и отвечает за диссиацию энергии.

Показана некорректность рассмотренной задачи.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (грант №.16-01-00729а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Имомназаров Х.Х. Численное моделирование некоторых задач теории фильтрации для пористых сред // Сиб. журн. индустр. матем., 2001, №. 4:2, с. 154–165.
2. Yangiboev Z. The first Darboux problem for second order hyperbolic equations with memory // Bull. Nov. Comp. Center, Math.Model. in Geoph., 2015, No. 18, pp. 49-52.

**Тезисы восьмой международной молодежной  
научной школы-конференции  
"ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ  
ЗАДАЧ"**

Ответственные за выпуск:  
А.В. Пененко, А.А.Гришина

Подписано к печати 24.08.2016



## Международный программный комитет



**Председатели:** член-корр. РАН С.И. Кабанихин,  
профессор А.Г. Ягола

О.Л. Бандман (ИВМиМГ), М.А. Бектемесов (КазНУ, Алматы, Казахстан),  
М.И. Белишев (ПОМИ, Санкт-Петербург), В.С. Белоносов (ИМ), В.И. Васильев  
(СВФУ, Якутск), В.В. Васин (ИММ, Екатеринбург), А.Ф. Воеводин (ИГиЛ),  
А.В. Войтишек (ИВМиМГ), Ю.М. Волчков (ИГиЛ), В.А. Вшивков (ИВМиМГ),  
Б.М. Глинский (ИВМиМГ), С.К. Годунов (ИМ), Е.Н. Голубева (ИВМиМГ),  
В.М. Головизнин (МГУ, Москва), В.П. Голубятников (ИМ), С.К. Голушко (КТИ ВТ),  
С.С. Гончаров (ИМ), В.К. Гусяков (ИВМиМГ), В.А. Дебелов (ИВМиМГ),  
И.Е. Егоров (НИИМ, Якутск), И.Н. Ельцов (ИНГГ), Г.Н. Ерохин (ЮНИИИТ,  
Калининград), Ю.Л. Ершов (ИМ), А.И. Ильин (РГП "НЦПП", Казахстан), В.П. Ильин  
(ИВМиМГ), К.Т. Исаков (ЕНУ, Астана, Казахстан), Б.А. Каргин (ИВМиМГ),  
А.Л. Карчевский (ИМ), В.В. Ковалевский (ИВМиМГ), А.И. Кожанов (ИМ),  
М.Ю. Коурин (МарГУ, Йошкар-Ола), Н.А. Колчанов (ИЦиГ), А.Н. Коновалов  
(ИВМиМГ), И.В. Коптюг (МТЦ), О.И. Криворотько (ИВМиМГ), В.Н. Крупчатников  
(ИВМиМГ), В.И. Кузин (ИВМиМГ), М.М. Лаврентьев (НГУ), В.А. Лихошвай  
(ИЦиГ), Ан.Г. Марчук (ИВМиМГ), Г.А. Михайлова (ИВМиМГ), Ю.Л. Орлов (ИЦиГ),  
В.В. Пененко (ИВМиМГ), А.В. Пененко (ИВМиМГ), И.Б. Петров (МФТИ, Москва),  
В.В. Пикалов (ИТПМ), В.П. Пяткин (ИВМиМГ), С.В. Рогазинский (ИВМиМГ),  
В.Г. Романов (ИМ), Р.З. Сагдеев (МТЦ), К.К. Сабельфельд (ИВМиМГ),  
Т.А. Сушкиевич (ИПМ, Москва), Е.Е. Тыртышников (ИВМ, Москва), С.А. Ухинов  
(ИВМиМГ), М.П. Федорук (НГУ), М.В. Фокин (ИМ), В.А. Чеверда (ИНГГ),  
А.П. Чупахин (ИГиЛ), Д.А. Шapiro (ИАиЭ), М.А. Шишленин (ИМ), Ю.И. Шокин  
(ИВТ), А.М. Федотов (ИВТ), М.И. Эпов (ИНГГ), А.Л. Buhgeim (Kansas, USA),  
J. Cheng (Shanghai, China), A. Hasanoglu (Izmir, Turkey), A. Louis (Saarbrücken,  
Germany), O. Scherzer (Vienna, Austria), S. Tordeux (France), Y.F. Wang  
(Beijing, China).

## Организационный комитет

**Председатель:** С.И. Кабанихин

**Заместители председателя:** А.В. Пененко, М.А. Шишленин.

Д.А. Воронов, Е.И. Вострикова, А.А. Гришина, А.А. Гродзь, А.А. Дучков,  
Д.В. Ермоленко, Х.Х. Имомназаров, А.Л. Карчевский, В.Н. Каштанова,  
О.И. Криворотько, И.М. Куликов, В.А. Латышенко, Д.В. Нечаев, Н.С. Новиков,  
А.С. Плаксиенко, Н.Л. Подколодный, Э.А. Пьянова, А.Г. Усов, И.Г. Черных,  
Е.С. Кабанихина (дизайнер).