

- $\forall x(\psi) \rightarrow (\psi[x := \alpha])$
 $\forall y \exists x A(x, y) \rightarrow \exists x A(x, x)$
 Если взять предметное множество хотя бы из 2 элементов и определить А как неравенство, данное утверждение будет ложным.
- $(\psi[x := \alpha]) \rightarrow \exists x(\psi)$
 Возьмем формулу $\forall y A(x, y)$
 По данной схеме аксиом подставим у вместо х $\forall y A(y, y) \rightarrow \exists x \forall y A(x, y)$
 Берем предметное множество хотя бы из 2 элементов и определяем А как равенство.
- $\frac{(\varphi) \rightarrow (\psi)}{(\varphi) \rightarrow \forall x(\psi)}$
 Формула $A(x) \rightarrow A(x)$ общезначима и доказуема. Возьмем такой предикат, который принимает значения И и Л хотя бы на одном элементе из предметного множества.
 Тогда формула $(A(x)) \rightarrow \forall x(A(x))$ окажется не общезначимой, т. к. левая часть импликации может быть истинна при такой оценке x , на которой $A(x)$ истинна, а правая часть всегда ложна.
- $\frac{(\psi) \rightarrow (\varphi)}{\exists x(\psi) \rightarrow (\varphi)}$
 Возьмем ту же самую формулу, что в прошлом пункте.
 $\exists x(A(x)) \rightarrow (A(x))$ ложна при оценке x , на которой $A(x)$ ложна.