Возьмем формулу  $(A \to P(y)) \to (A \to \forall x P(x))$ 

Она не общезначима: пусть не общезначима P(y), и  $\exists x P(x)$  истинна. Возьмем в качестве оценки A истину, для y — такое значение, на котором P(y) истинна.

При такой оценке формула ложна, при этом ее можно вывести, если игнорировать ограничения в теореме о дедукции.

Введем допущение  $(A \to P(y))$ .

- 1.  $\forall y P(y) \rightarrow P(x)$  (схема аксиом 11)
- 2.  $\forall y P(y) \rightarrow \forall x P(x)$  (правило вывода, 1)
- 3.  $A \to P(y)$  (допущение)
- 4.  $A \rightarrow \forall y P(y)$  (правило вывода, 3)
- 5.  $(\forall y P(y) \to \forall x P(x)) \to (A \to (\forall y P(y) \to \forall x P(x)))$  (схема аксиом 1)
- 6.  $A \to (\forall y P(y) \to \forall x P(x)) \text{ (MP 3, 5)}$
- 7.  $(A \to \forall y P(y)) \to (A \to \forall y P(y) \to \forall x P(x)) \to (A \to \forall x P(x))$  (схема аксиом 2)
- 8.  $(A \to \forall y P(y) \to \forall x P(x)) \to (A \to \forall x P(x))$  (MP 4, 7)
- 9.  $A \rightarrow \forall x P(x) \text{ (MP 6, 8)}$

В этом выводе в 4 пункте используется правило для квантора, использующее свободное вхождение y.