•  $\forall x(\psi) \to (\psi[x := \alpha])$  $\forall y \exists x A(x, y) \to \exists x A(x, x)$ 

Если взять предметное множество хотя бы из 2 элементов и определить А как неравенство, данное утверждение будет ложным.

- $(\psi[x:=\alpha]) \to \exists x(\psi)$ Возьмем формулу  $\forall y A(x,y)$ По данной схеме аксиом подставим у вместо х  $\forall y A(y,y) \to \exists x \forall y A(x,y)$ Берем предметное множество хотя бы из 2 элементов и определяем A как равенство.
- $\frac{(\varphi) \to (\psi)}{(\varphi) \to \forall x(\psi)}$  Формула  $A(x) \to A(x)$  общезначима и доказуема. Возьмем такой предикат, который принимает значения И и Л хотя бы на одном элементе из предметного множества. Тогда формула  $(A(x)) \to \forall x(A(x))$  окажется не общезначимой, т. к. левая часть импликации может быть истинна при такой оценке x, на которой A(x) истинна, а правая часть всегда ложна.
- $\frac{(\psi) \to (\varphi)}{\exists x(\psi) \to (\varphi)}$  Возьмем ту же самую формулу, что в прошлом пункте.  $\exists x(A(x)) \to (A(x))$  ложна при оценке x, на которой A(x) ложна.