



第三篇 数量关系与资料分析

数量关系与资料分析课程设置

数量关系与资料分析的方法精讲阶段共包括 8 次课，数量关系和资料分析各占 4 次。本阶段主要针对公务员考试中的必考题型和高频考点进行讲解，也是后续阶段学习的基础，请大家认真学完本阶段的课程之后再进行后续阶段的学习。

方法精讲阶段授课安排如下。

课程名称	课程内容	授课时长
方法精讲——数量 1	代入排除法、倍数特性法、方程法	3 小时
方法精讲——数量 2	工程问题、行程问题	3 小时
方法精讲——数量 3	经济利润问题、最值问题	3 小时
方法精讲——数量 4	排列组合与概率、容斥原理	3 小时
方法精讲——资料 1	速算技巧、资料阅读、基期与现期	3 小时
方法精讲——资料 2	一般增长率、增长量	2.5 小时
方法精讲——资料 3	比例相关（比重、平均数、倍数与比值）	3 小时
方法精讲——资料 4	特殊增长率、其他	2.5 小时

注：实际授课进度会根据老师的授课节奏和多数学员的接受情况适度微调，请各位学员根据课程的进度提前做好预习，以保证听课效果。



第一章 | 数量关系



数量关系 方法精讲 1

学习任务：

1. 课程内容：代入排除法、倍数特性法、方程法
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：158 页 ~ 164 页
4. 重点内容：
 - (1) 掌握代入排除法的适用范围及使用方法
 - (2) 掌握倍数特性法的基础知识，以及余数型和比例型的解题思路
 - (3) 掌握设未知数的技巧，熟悉不定方程的解题思路

第一节 代入排除法



【例 1】(2020 江苏) 在统计某高校运动会参赛人数时，第一次汇总的结果是 1742 人，复核的结果是 1796 人，检查发现是第一次计算有误，将某学院参赛人数的个位数字与十位数字颠倒了。已知该学院参赛人数的个位数字与十位数字之和是 10，则该学院的参赛人数可能是：

- A. 64 人 B. 73 人



C. 82 人

D. 91 人

【例 2】(2020 广东) 某部门正在准备会议材料，共有 153 份相同的文件，需要装到大、小两种文件袋里送至会场，大的每个能装 24 份文件，小的每个能装 15 份文件。如果要使每个文件袋都正好装满，则需要多少个大文件袋？

A. 2

B. 3

C. 5

D. 7

【例 3】(2019 青海法检) 小李打算买 38 个梨和苹果。已知苹果每个 3 元，梨每个 2 元，现要求苹果的数量不得少于梨的 3 倍，那么各买多少苹果和梨才能使花费最少？

A. 30 8

B. 28 10

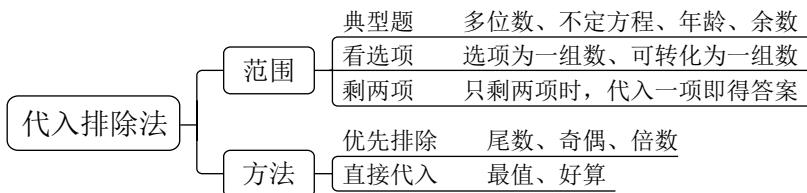
C. 33 5

D. 29 9

【例 4】(2020 上海) 有 A、B 两个水壶，分别装有 a 、 b 升水。现将 B 壶中的一半水倒入 A 壶中，再将 A 壶中的一半水倒回 B 壶中，将上述过程记为一次操作，那么两次操作后 A、B 两壶中的水又回到初始状态。那么 $\frac{a}{b}$ 等于：

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

°○ 思维导图





第二节 倍数特性法

一、基础知识

整除判定方法

1. 常见数：口诀法

(1) 3、9：看各位数字之和

(2) 2、5：看末一位

(3) 4、25：看末两位

(4) 8、125：看末三位

2. 因式分解法

把一个数分解成几个互质的数相乘的形式，例如： $12=3\times 4$

3. 拆分法（通用）

判定 y 是否为 x 的整数倍，把 y 拆分成 $y=ax\pm b$ ，只需判定 b 是否为 x 的整数倍（ a 、 b 、 x 均为整数）



【例】(2018国考)一辆汽车第一天行驶了5个小时，第二天行驶了600公里，第三天比第一天少行驶200公里，三天共行驶了18个小时。已知第一天的平均速度与三天全程的平均速度相同，问三天共行驶了多少公里？

- A. 800
- B. 900
- C. 1000
- D. 1100

二、余数型





【例 1】(2019 江苏) 某机关事务处集中采购了一批打印纸，分发给各职能部门。如果按每个部门 9 包分发，则多 6 包；如果按每个部门 11 包分发，则有 1 个部门只能分到 1 包。这批打印纸的数量是：

- A. 87 包
- B. 78 包
- C. 69 包
- D. 67 包

【例 2】(2017 联考) 某地举办铁人三项比赛，全程为 51.5 千米，游泳、自行车、长跑的路程之比为 3 : 80 : 20。小陈在这三个项目花费的时间之比为 3 : 8 : 4，比赛中他长跑的平均速度是 15 千米 / 小时，且两次换项共耗时 4 分钟，那么他完成比赛共耗时多少？

- A. 2 小时 14 分
- B. 2 小时 24 分
- C. 2 小时 34 分
- D. 2 小时 44 分

三、比例型



【例 1】(2020 江苏) 某企业预计今年营业收入增长 15%，营业支出增长 10%，营业利润增加 600 万元。已知该企业去年的营业利润为 1000 万元，则其今年的预计营业支出是：

- A. 9000 万元
- B. 9900 万元
- C. 10800 万元
- D. 11500 万元

【例 2】(2019 黑龙江边境) 学校买来四种教材，语文教材是其余三种的 $\frac{1}{4}$ ，数学教材是其余三种的 $\frac{3}{7}$ ，英语教材是其余三种的 $\frac{7}{13}$ ，科学教材比数学教材少 30 本，则数学教材有：

- A. 30 本
- B. 60 本
- C. 100 本
- D. 200 本



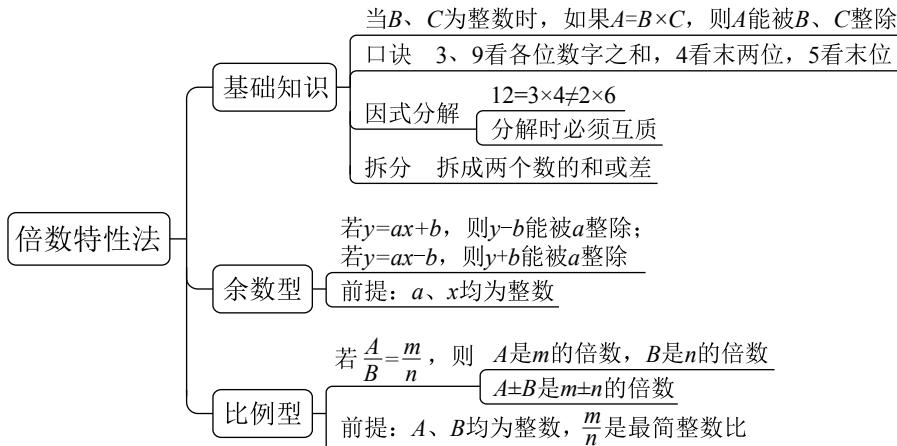
【例3】(2020上海)甲、乙、丙、丁四人一起去踏青，甲带的钱是另外三个人总和的一半，乙带的钱是另外三个人的 $\frac{1}{3}$ ，丙带的钱是另外三个人的 $\frac{1}{4}$ ，丁带了91元，他们一共带了多少元？

- | | |
|--------|--------|
| A. 364 | B. 380 |
| C. 420 | D. 495 |

【例4】(2019联考)某农户饲养有肉兔和宠物兔两种不同用途的兔子共计2200只，所有兔子的毛色分为黑、白两种。肉兔中有87.5%的毛色为黑色，宠物兔中有23%的毛色为白色。据此可知，毛色为白色的肉兔至少有多少只？

- | | |
|--------|--------|
| A. 25 | B. 50 |
| C. 100 | D. 200 |

°○思维导图



第三节 方程法



【例 1】(2020 联考)春节期间,省图书馆邀请多位书法老师免费为读者书写春联。现场书写的春联中有 188 副不是刘老师书写的,有 219 副不是陈老师书写的,刘、陈两位老师今年一共书写了 311 副春联。问陈老师今年一共书写了多少副春联?

- A. 208 B. 171
C. 140 D. 126

【例 2】(2019 黑龙江边境)小肖在某外卖公司做派送员,按公司规定,每派送 1 单外卖,可获得 5 元派送费。但如果外卖没有准时送达,则派送费会扣除 3 元。一天,小肖的派送费结算为 188 元,则他当日最多准时送达了:

- A. 38 单 B. 37 单
C. 36 单 D. 35 单

【例 3】(2020 浙江)某会务组租了 20 多辆车将 2220 名参会者从酒店接到活动现场。大车每次能送 50 人,小车每次能送 36 人,所有车辆送 2 趟,且所有车辆均满员,正好送完。则大车比小车:

- A. 多 5 辆 B. 多 2 辆
C. 少 2 辆 D. 少 5 辆

【例 4】(2018 重庆)某企业的员工参加了一项需缴纳 170 元培训费的培训。同时,该企业允许非内部员工参加培训,但其不能享受员工优惠价。参训的非内部员工,如果是男生需交 350 元;如果是女生需交 300 元。结果,共有 50 人参加培训,整个培训收到的费用总额为 10000 元。由此可知,有多少个不是内部员工的女生参加了培训?

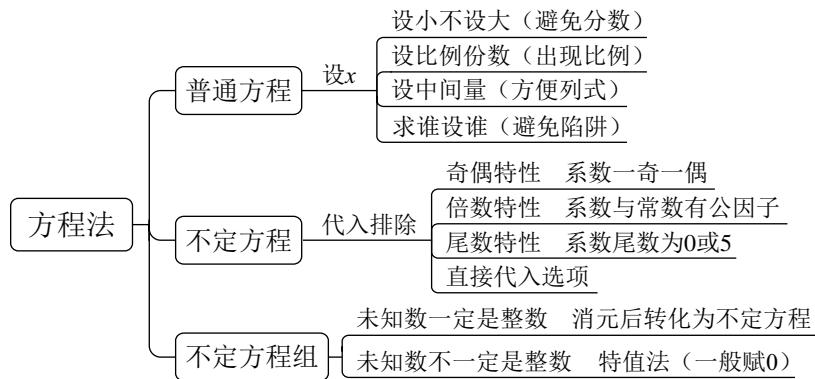
- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7

【例 5】(2018 上海)现有甲、乙、丙三种货物,若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元;若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、乙、丙各 1 件共需多少元?

- A. 50 B. 100
C. 150 D. 200



°∅ 思维导图





数量关系 方法精讲 2

学习任务：

1. 课程内容：工程问题、行程问题
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：165 页 ~ 170 页
4. 重点内容：
 - (1) 掌握工程问题的三种考法与对应解题步骤，以及常用的赋值法
 - (2) 掌握牛吃草问题的题型特征及公式
 - (3) 掌握行程问题的基础公式
 - (4) 掌握直线和环形相遇、追及问题的计算公式，用图示来理解复杂的运动过程
 - (5) 掌握流水行船问题的计算公式

第四节 工程问题



【例 1】(2019 江西法检) 现有一条柏油马路需要铺设，甲、乙两施工队合作铺设 3 天可以完成，而乙施工队单独铺设需要 5 天完成。如果甲、乙合作铺设 1 天，乙施工队另有任务，剩余任务由甲单独完成需要多少天？

- A. 4 B. 5
C. 5.5 D. 6

【例 2】(2019 黑龙江边境) 小李的耳机充满电可通话 6 小时，或者待机 210 小时。某天小李乘坐火车，上车时耳机满电，而当他下车时耳机电量刚好用光。如果小李在火车上有一半的时间在通话，其余时间耳机均为待机状态，则他乘坐火车的时长为：

- A. 9 小时 10 分钟 B. 9 小时 30 分钟



- C. 10 小时 20 分钟 D. 11 小时 40 分钟

【例 3】(2020 联考) 某医疗器械公司为完成一批口罩订单生产任务，先期投产了 A 和 B 两条生产线，A 和 B 的工作效率之比为 2 : 3，计划 8 天可完成订单生产任务，两天后公司又对这批订单投产了生产线 C，A 和 C 的工作效率之比为 2 : 1，问该批口罩订单任务将提前几天完成？

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

【例 4】(2019 黑龙江边境) 某地计划修筑一条道路。如果该道路交由甲施工队先单独施工 6 天，乙施工队再单独施工 15 天即可完工；如果交由乙施工队先单独施工 6 天，那么甲施工队还需要单独施工 24 天才能修筑完成。如果这条道路交由甲施工队单独施工，道路修筑完成需要：

- A. 30 天 B. 32 天
C. 36 天 D. 40 天

【例 5】(2018 辽宁) 某工程 50 人进行施工。如连续施工 20 天，每天工作 10 小时，正好按期完成。但施工过程中遭遇原料短缺，有 5 天时间无法施工。工期还剩 8 天时，工程队增派 15 人并加班施工。若工程队想按期完成，则平均每天需工作多少小时？

- A. 12.5 B. 11
C. 13.5 D. 11.5

【例 6】(2020 江苏) 某装配式建筑企业接到一个生产 1033 套楼板的订单。甲班组生产 5 天后，乙班组再生产 4 天，刚好完成任务。若甲班组比乙班组每天多生产 23 套，则甲班组生产楼板的套数是：

- A. 625 套 B. 645 套
C. 535 套 D. 515 套

【例 7】(2020 浙江) 火车站售票窗口一开始有若干乘客排队购票，且之后每分钟增加排队购票的乘客人数相同。从开始办理购票手续到没有乘客排队，若开放 3 个窗口，需耗时 90 分钟；若开放 5 个窗口，则需耗时 45 分钟。问如果开放 6 个窗口，需耗时多少分钟？

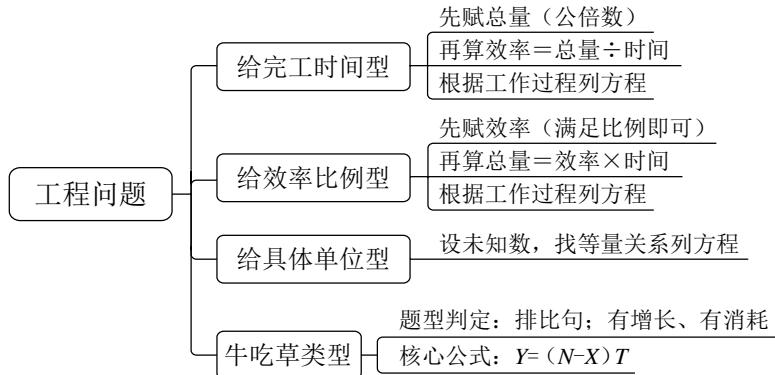
- A. 36 B. 38



C. 40

D. 42

° Ø 思维导图



第五节 行程问题

一、普通行程



【例】(2019 联考) 小林在距家 1.5 公里的工厂上班。一天，小林出发 10 分钟后，父亲老林发现小林的手机没带，立即追出去，并在距离工厂 500 米的地方追上了他。如果老林追赶的速度比小林快 6 公里 / 小时，那么，下列关于小林速度 x ，求值所列方程正确的是：

A. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = 10$

C. $\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x} = 10$



二、相对行程



【例 1】(2019 新疆兵团) 甲、乙两车分别以 30 公里 / 小时和 40 公里 / 小时的速度同时匀速从 A 地开往 B 地，丙车以 50 公里 / 小时的速度匀速从 B 地开往 A 地。A、B 两地距离为 120 公里。问丙车遇到乙车后多久会遇到甲车？

- A. 8 分钟
- B. 10 分钟
- C. 12 分钟
- D. 15 分钟

【例 2】(2019 青海法检) 某环形跑道，两人由同一起点同时出发，异向而行，每隔 10 分钟相遇一次；如果两人由同一起点同时出发，同向而行，每隔 25 分钟相遇一次。已知环形跑道的长度是 1800 米，那么两人的速度分别是多少？

- A. 126 米 / 分 54 米 / 分
- B. 138 米 / 分 42 米 / 分
- C. 110 米 / 分 70 米 / 分
- D. 100 米 / 分 80 米 / 分

【例 3】(2019 黑龙江边境) 小王和小李沿着绿道往返运动，绿道总长度为 6 公里。小王每小时走 4 公里，小李每小时跑 8 公里。如果两人同时从绿道的一端出发，则两人第 7 次相遇时的地点距离出发点：

- A. 0 公里
- B. 2 公里
- C. 3 公里
- D. 4 公里

【例 4】(2019 江西法检) 甲、乙两公司相距 2000 米，某日上午 8:30 小明从甲公司出发到乙公司，小华同时从乙公司出发到甲公司。两人到达对方公司后分别用 8 分钟时间办事，然后原路返回。假设小明的速度为 4km/h，小华的速度为 5km/h，则两人第二次相遇的时间是几点？

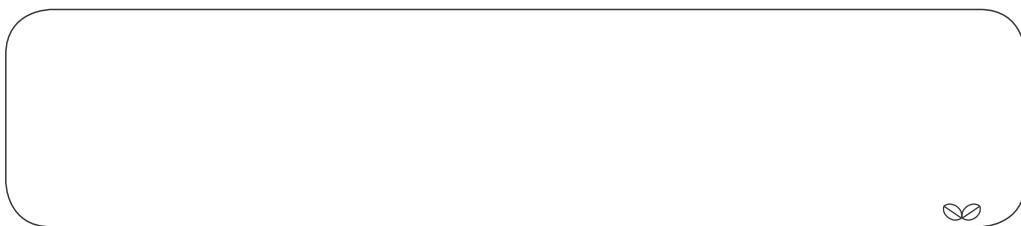
- A. 9: 18
- B. 9: 22
- C. 9: 24
- D. 9: 28



【例 5】(2020 广东) A、B 两座港口相距 300 公里且仅有 1 条固定航道，在某一时刻甲船从 A 港顺流而下前往 B 港，同时乙船从 B 港逆流而上前往 A 港，甲船在 5 小时之后抵达了 B 港，停留 1 小时后开始返回 A 港，又过了 6 小时追上了乙船。则乙船在静水中的时速为多少公里？

- A. 20 B. 25
C. 30 D. 40

三、比例行程



【例 1】(2019 青海法检) A、B 二人开车同时从甲地到乙地，A 到达乙地后立即返回，在距乙地 64 千米处与 B 相遇，已知 A 每小时行驶 40 千米，B 每小时行驶 24 千米，求甲、乙两地相距多少千米？

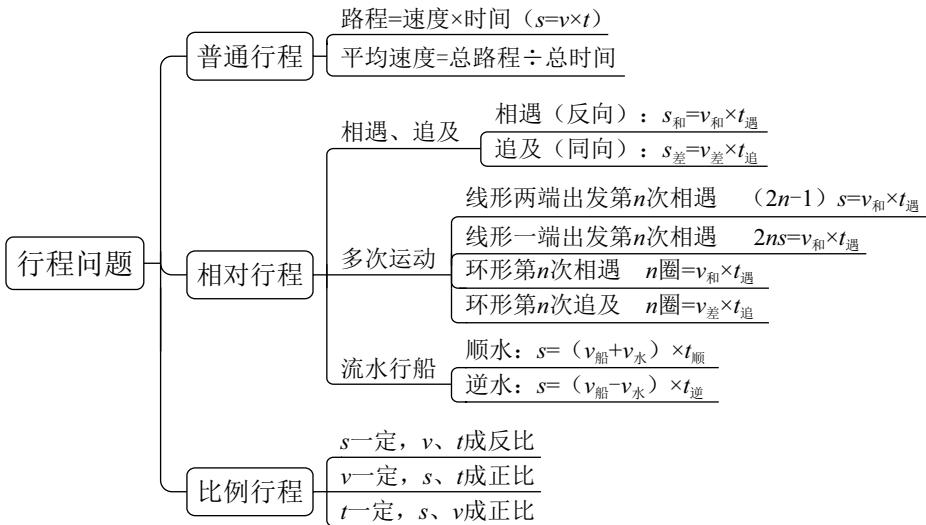
- A. 192 B. 256
C. 320 D. 512

【例 2】(2020 山东) 甲、乙两人在一条 400 米的环形跑道上从相距 200 米的位置出发，同向匀速跑步。当甲第三次追上乙的时候，乙跑了 2000 米。问甲的速度是乙的多少倍？

- A. 1.2 B. 1.5
C. 1.6 D. 2.0



°○ 思维导图





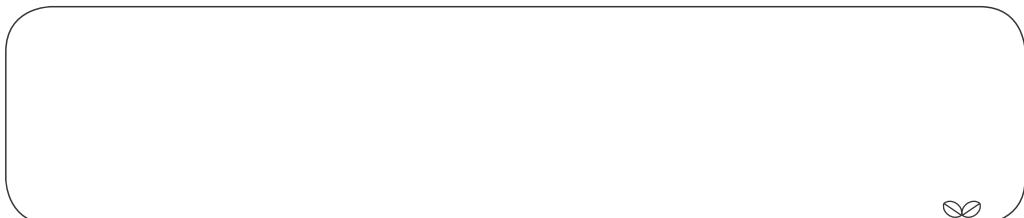
数量关系 方法精讲 3

学习任务：

1. 课程内容：经济利润问题、最值问题
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：171 页 ~ 176 页
4. 重点内容：
(1) 掌握与成本、利润、折扣相关的公式，能准确地计算分段计费和合并付费问题
(2) 掌握函数最值、构造数列、最不利构造问题的题型特征及解题方法

第六节 经济利润问题

一、基础经济



【例 1】(2020 山东) 某集团旗下有量贩式超市和便民小超市两种门店，集团统一采购的 A 商品在量贩式超市和便民小超市的单件售价分别为 12 元和 13.5 元。4 月份 A 商品在两种门店分别售出了 600 件和 400 件，共获利 5000 元。问该商品进价为多少元？

- A. 7.2 B. 7.6
C. 8.0 D. 8.4

【例 2】(2020 浙江选调) 王先生花 30000 元买入 A、B 两只股票若干，两个交易日后，A 股票上涨 8%，B 股票下跌 3%。王先生将股票卖出，共盈利 1300 元，那么王先生在买入 A、B 两只股票时的投资比例为：

- A. 5 : 4 B. 4 : 3



C. 3 : 2

D. 2 : 1

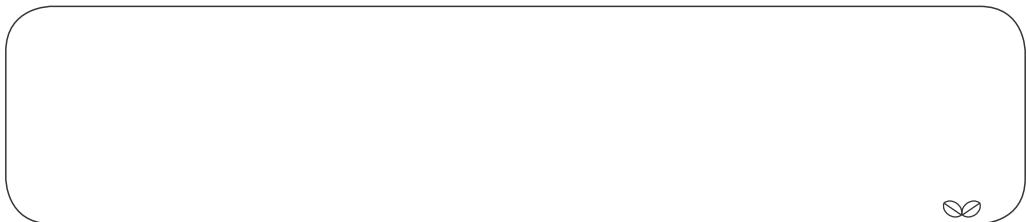
【例3】(2019联考)2016年某电子产品定价为 n 元/台,2017年由于技术升级成本降低,定价降低10%,每台产品利润提升10%,2017年全年销售这种产品的总利润较2016年增加了21%。那么,2017年的销量比2016年:

- | | |
|-------------|--------------|
| A. 提高了不到20% | B. 提高了20%或以上 |
| C. 降低了不到20% | D. 降低了20%或以上 |

【例4】(2019青海法检)某品牌月饼进价比上月提高了4%,某商场仍按上月售价销售该品牌月饼,利润率比上月下降了5个百分点,那么该商场上月销售该品牌月饼的利润率是多少?

- | | |
|--------|--------|
| A. 20% | B. 25% |
| C. 30% | D. 32% |

二、分段计费



【例1】(2018吉林)某市出租车采用分段计价办法:2.5公里及以内收费5元,超过2.5公里按每公里1.5元计价,每次加收1元燃油附加费。某位乘客有22.5元零钱,最多能走的距离是:

- | | |
|---------|-----------|
| A. 14公里 | B. 13.5公里 |
| C. 12公里 | D. 15.5公里 |

【例2】(2020浙江选调)某停车场的收费标准如下:7:00—21:00,每小时6元,不足一小时按一小时计算;21:00—次日7:00,每两小时1元,不足两小时按两小时计算;每日零时为新的计费周期,重新开始计时。小刘某天上午10时将车驶入停车场,待其驶出时缴费70元,则小刘停车时长 t 的范围是:

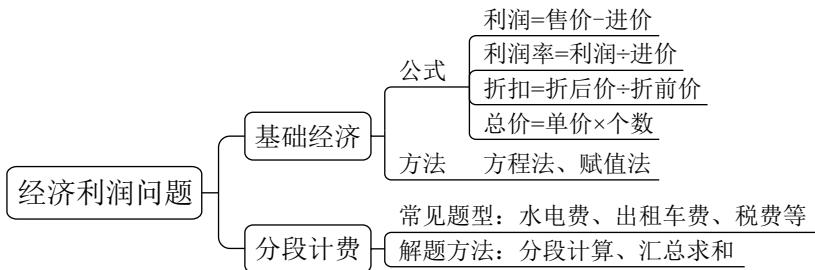
- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| A. 14小时< $t \leqslant$ 16小时 | B. 15小时< $t \leqslant$ 17小时 |
| C. 16小时< $t \leqslant$ 18小时 | D. 17小时< $t \leqslant$ 19小时 |



【例3】(2019四川下)某商场做促销活动，一次性购物不超过500元的打九折优惠；超过500元的，其中500元打九折优惠，超过500元部分打八折优惠。小张购买的商品需付款490元，小李购买的商品比原价优惠了120元。如两人一起结账，比分别结账可节省多少元钱？

- A. 10 B. 20
C. 30 D. 50

°○ 思维导图



第七节 最值问题

一、函数最值



【例1】(2019深圳)某类商品按质量分为8个档次，最低档次商品每件可获利8元，每提高一个档次，则每件商品的利润增加2元。最低档次商品每天可产出60件，每提高一个档次，则日产量减少5件。若只生产其中某一档次的商品，则每天能获得的最大利润是多少元？

- A. 620 B. 630
C. 640 D. 650



【例 2】(2020 江苏) 某商品的进货单价为 80 元，销售单价为 100 元，每天可售出 120 件。已知销售单价每降低 1 元，每天可多售出 20 件。若要实现该商品的销售利润最大化，则销售单价应降低的金额是：

- A. 5 元 B. 6 元
C. 7 元 D. 8 元

【例 3】(2018 广州) 某单位计划在户外举办讲座，计划使用 72 米的隔离带围成一个长方形作为活动场所，其中一边不封闭（即成 L 形），缺口面向讲坛。能围成的场所面积最大是多少平方米？

- A. 324 B. 648
C. 972 D. 1296

二、构造数列



【例 1】(2016 上海) 现有 21 本故事书要分给 5 个人阅读，如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至少可以得到多少本？

- A. 5 B. 7
C. 9 D. 11

【例 2】(2020 联考) 从某物流园区开出 6 辆货车，这 6 辆货车的平均装货量为 62 吨。已知每辆货车载重量各不相同且均为整数，最重的装载了 71 吨，最轻的装载了 54 吨。问这 6 辆货车中装货第三重的卡车最少要装多少吨？

- A. 59 B. 60
C. 61 D. 62

【例 3】(2019 江西法检) 某高校计划招聘 81 名博士，拟分配到 13 个不同的院系，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名？



- A. 6 B. 7
C. 8 D. 9

【例 4】(2018 四川)企业今年从全国 6 所知名大学招聘了 500 名应届生，从其中任意 2 所大学招聘的应届生数量均不相同。其中从 A 大学招聘的应届生数量最少且正好为 B 大学的一半。从 B 大学招聘的应届生数量为 6 所大学中最多的。则该企业今年从 A 大学至少招聘了多少名应届生？

- A. 48 B. 47
C. 46 D. 45

三、最不利构造



【例 1】(2018 天津事业单位)一个箱子中有 30 个大小形状完全相同的小球，其中红球 9 个，蓝球 8 个，白球 10 个，黑球 3 个，则一次性至少取出多少个球，才能保证取出的球中至少有 7 个颜色相同的球？

- A. 18 B. 21
C. 22 D. 24

【例 2】(2019 重庆法检)某地区招聘卫生人才，共接到 600 份不同求职者的简历，其中临床、口腔、公共卫生和护理专业分别有 200 人、160 人、140 人和 100 人。问至少有多少人被录用，才能保证一定有 140 名被录用的人专业相同？

- A. 141 B. 240
C. 379 D. 518

【例 3】(2015 事业单位联考)某公司有 38 名男员工，27 名女员工。现要参加集团组织的羽毛球比赛，如采取自由报名的形式，至少有多少名员工报名才能保证一定能从报名者中选出男女选手各 8 名参赛？

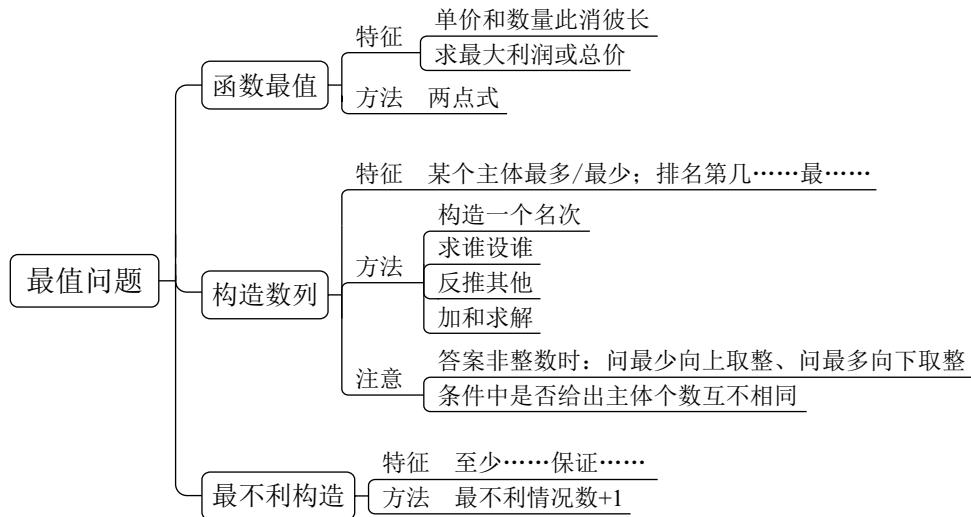
- A. 65 B. 46



C. 35

D. 16

° Ø 思维导图





数量关系 方法精讲 4

学习任务：

1. 课程内容：排列组合与概率、容斥原理
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：177 页 ~ 181 页
4. 重点内容：
 - (1) 掌握常用的排列组合公式，理解分类讨论与分步计算的区别，正难反易则从反面求解
 - (2) 掌握枚举法、捆绑法和插空法的适用范围和操作步骤
 - (3) 掌握概率问题的两种题型——给概率求概率、给情况求概率的求解方法
 - (4) 掌握两集合容斥原理公式、三集合容斥原理的标准型和非标准型公式
 - (5) 掌握图示法在容斥原理中的运用，理解容斥原理结合最值的考法

第八节 排列组合与概率

一、排列组合

(一) 基础概念



【例 1】(2019 河南司法所) 某市从市儿童公园到市科技馆有 6 种不同路线，从市科技馆到市少年宫有 5 种不同路线，从市儿童公园到市少年宫有 4 种不同路线，则从市儿童公园到市少年宫的路线共有：

- A. 24 种 B. 36 种
C. 34 种 D. 38 种



【例2】(2020北京)某家电维修公司的职工每人每天最多完成5次修理任务。维修工小张上个月工作了20天,总计完成修理任务98次。则他上个月每天完成的修理任务次数有多少种不同的可能?

- A. 190 B. 210
C. 380 D. 400

【例3】(2017吉林)罐中有12颗围棋子,其中8颗白子,4颗黑子。从中任取3颗棋子,则至少有一颗黑子的情况有:

- A. 98种 B. 164种
C. 132种 D. 102种

(二) 经典题型



【例1】(2019青海法检)小明计划到商店为自己购买衣服和鞋子,预算不超过800元。已知衣服每套的售价是99元,每双鞋子的售价是67元。如果小明至少要买4套衣服和3双鞋,那么他有多少种不同的购买方式?

- A. 5 B. 7
C. 8 D. 4

【例2】(2019四川)某场科技论坛有5G、人工智能、区块链、大数据和云计算5个主题,每个主题有2位发言嘉宾。如果要求每个主题的嘉宾发言次序必须相邻,则共有多少种不同的发言次序?

- A. 120 B. 240
C. 1200 D. 3840

【例3】(2018浙江事业单位)某地组织9名政协委员负责调研农民工子弟小学教学情况。调研结束合影前有3名委员因紧急工作已经离开,学校决定安排3名小学生代表与委员一起坐在前排。现要求每位小学生的两边都坐着政协委员,一共有多少种不同的方式?



- A. 7200
- B. 29600
- C. 43200
- D. 362880

二、概率问题



【例 1】(2020 上海) 天气预报预测未来 2 天的天气情况如下：第一天晴天 50%、下雨 20%、下雪 30%；第二天晴天 80%、下雨 10%、下雪 10%，则未来两天天气状况不同的概率为：

- A. 45%
- B. 50%
- C. 55%
- D. 60%

【例 2】(2019 河南司法所) 某书法兴趣班有学员 12 人，其中男生 5 人，女生 7 人。从中随机选取 2 名学生参加书法比赛，则选到 1 名男生和 1 名女生的概率为：

- A. $\frac{35}{144}$
- B. $\frac{35}{72}$
- C. $\frac{35}{132}$
- D. $\frac{35}{66}$

【例 3】(2020 浙江) 某公司对 10 个创新项目进行评选，选出最优秀的 3 个项目投入运行。小张随机预测 3 个项目将会入选。问他至少猜对 1 个入选项目的概率在以下哪个范围内？

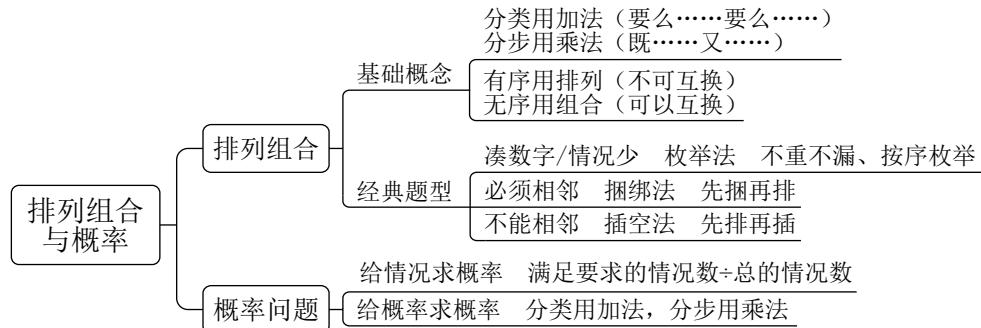
- A. 不到 50%
- B. 50% ~ 60%
- C. 60% ~ 70%
- D. 超过 70%

【例 4】(2018 辽宁) 一张纸上画了 5 排共 30 个格子，每排格子数相同。小王将 1 个红色和 1 个绿色棋子随机放入任意一个格子（2 个棋子不在同一格子），则 2 个棋子在同一排的概率：

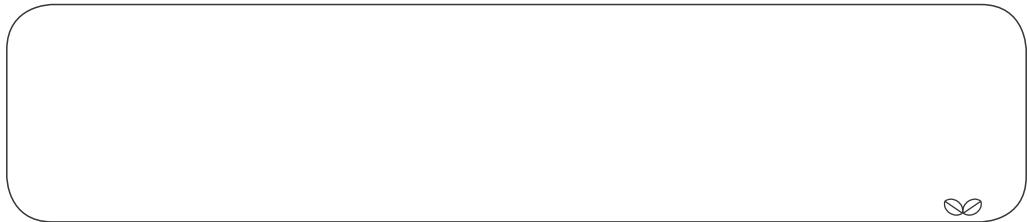
- A. 不高于 15%
- B. 高于 15% 但低于 20%
- C. 正好为 20%
- D. 高于 20%



◦ 思维导图



第九节 容斥原理



【例 1】(2020 联考) 学校有 300 个学生选择参加地理兴趣小组、生物兴趣小组或者两个小组同时参加，如果 80% 的学生参加地理兴趣小组，50% 的学生参加生物兴趣小组。问同时参加地理和生物兴趣小组的学生人数是多少？

- A. 240
- B. 150
- C. 90
- D. 60

【例 2】(2018 联考) 某试验室通过测评 I 和 II 来核定产品的等级：两项测评都不合格的为次品，仅一项测评合格的为中品，两项测评都合格的为优品。某批产品只有测评 I 合格的产品数是优品数的 2 倍，测评 I 合格和测评 II 合格的产品数之比为 6 : 5。若该批产品次品率为 10%，则该批产品的优品率为：

- A. 10%
- B. 15%
- C. 20%
- D. 25%

【例 3】(2018 陕西) 有关部门对 120 种抽样食品进行化验分析，结果显示，抗氧化剂达标的有 68 种，防腐剂达标的有 77 种，漂白剂达标的有 59 种，抗氧化剂和防腐剂都达标的有 54 种，防腐剂和漂白剂都达标的有 43 种，抗氧化剂和漂白剂都达标的有



35 种，三种食品添加剂都达标的有 30 种，那么三种食品添加剂都不达标的有多少种？

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17
E. 18 F. 19 G. 20 H. 21

【例 4】(2019 青海法检) 一次期末考试，某班同学成绩统计如下表：

数学 90 分以上	语文 90 分以上	英语 90 分以上	数学和英语 90 分以上	数学和语文 90 分以上	语文和英语 90 分以上	三门功课没有一门 90 分以上
23 人	21 人	20 人	8 人	6 人	10 人	5 人

求：这个班最多有多少人？

- A. 45 B. 51
C. 53 D. 55

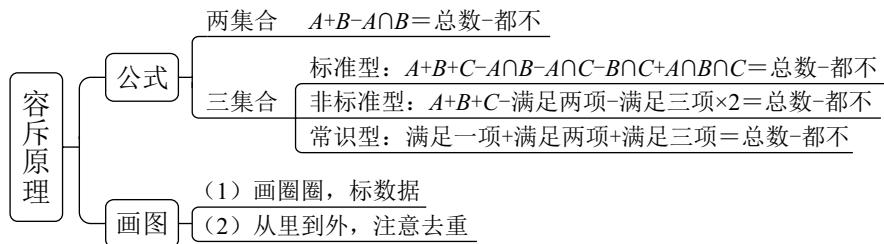
【例 5】(2019 新疆兵团) 某机关开展红色教育月活动，三个时间段分别安排了三场讲座。该机关共有 139 人，有 42 人报名参加第一场讲座，51 人报名参加第二场讲座，88 人报名参加第三场讲座，三场讲座都报名的有 12 人，只报名参加两场讲座的有 30 人。问没有报名参加其中任何一场讲座的有多少人？

- A. 12 B. 14
C. 24 D. 28

【例 6】(2018 联考) 联欢会上，有 24 人吃冰激凌、30 人吃蛋糕、38 人吃水果，其中既吃冰激凌又吃蛋糕的有 12 人，既吃冰激凌又吃水果的有 16 人，既吃蛋糕又吃水果的有 18 人，三样都吃的则有 6 人。假设所有人都吃了东西，那么只吃一样东西的人数是多少？

- A. 12 B. 18
C. 24 D. 32

°○ 思维导图





第二章 | 资料分析



资料分析 方法精讲 1

学习任务：

1. 课程内容：速算技巧、资料阅读、基期与现期
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：182 页 ~ 194 页
4. 重点内容：
 - (1) 截位直除速算规则
 - (2) 分数比较规则
 - (3) 文字资料的结构阅读法、图表资料的识别要点
 - (4) 掌握基期的题型识别与计算公式
 - (5) 掌握现期的题型识别与计算公式

第一节 速算技巧

一、截位直除



$$[\text{例 1}] \frac{2572.34}{5120.47} \approx$$



- A. 30% B. 50%
C. 70% D. 90%

【例 2】 $\frac{89591}{14\%} \approx$

A. 200 万 B. 640 万
C. 20 万 D. 64 万

【例 3】 $\frac{2817.1}{1+13.1\%} \approx$

A. 2362.1 B. 2490.8
C. 2561.0 D. 2694.6

【例 4】 $\frac{13.39}{41.61-13.39} \approx$

A. 15% B. 20%
C. 32% D. 47%

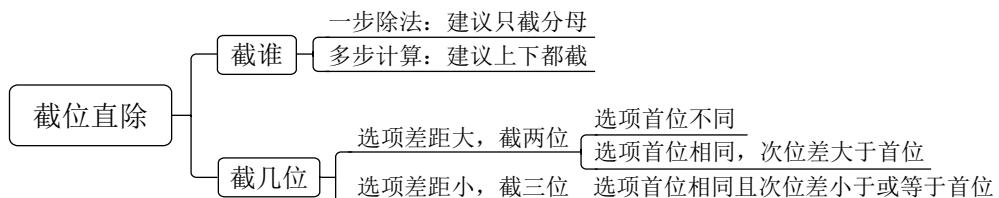
【例 5】 $\frac{17778}{1+18.9\%} \div \frac{522002.45}{1+11.8\%} \approx$

A. 3% B. 5%
C. 7% D. 9%

【例 6】 $\frac{26352.1}{32161.9} \div \frac{2254.7}{6946.7} \approx$

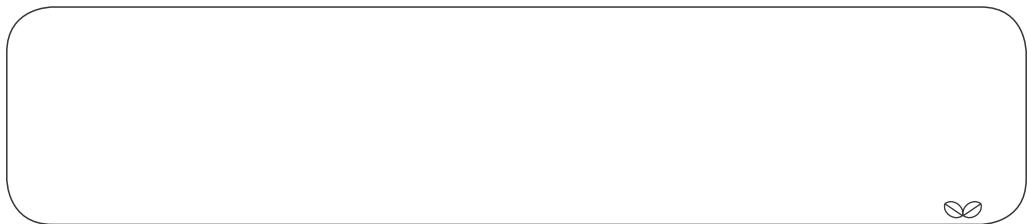
A. 2.5 B. 3.6
C. 5.3 D. 11.7

°○ 思维导图





二、分数比较



【例 1】比较分数: $\frac{77.2}{393.6}$ 和 $\frac{66.1}{458.8}$ 。

【例 2】比较分数: $\frac{2434.7}{542}$ 和 $\frac{1276.3}{270}$ 。

【例 3】比较分数: $\frac{252}{5560}$ 和 $\frac{1613}{32470}$ 。

【例 4】 $\frac{896}{11823}$ 、 $\frac{925}{12519}$ 、 $\frac{245}{14347}$ 、 $\frac{120}{13763}$ 四个分数中最小的是:

A. $\frac{896}{11823}$ B. $\frac{925}{12519}$

C. $\frac{245}{14347}$ D. $\frac{120}{13763}$

【例 5】 $\frac{8281}{367.7}$ 、 $\frac{22732}{994.8}$ 、 $\frac{26524}{886.8}$ 、 $\frac{8981}{603.0}$ 四个分数中最大的是:

A. $\frac{8281}{367.7}$ B. $\frac{22732}{994.8}$

C. $\frac{26524}{886.8}$ D. $\frac{8981}{603.0}$

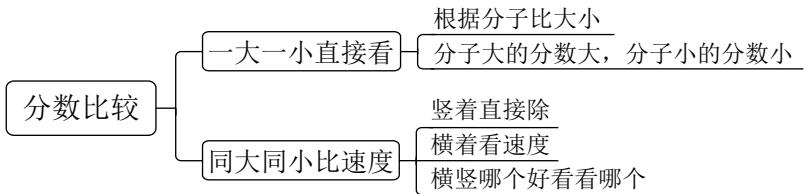
【例 6】 $\frac{448}{10317}$ 、 $\frac{1153}{10765}$ 、 $\frac{714}{11918}$ 、 $\frac{1883}{12632}$ 四个分数中最大的是:

A. $\frac{448}{10317}$ B. $\frac{1153}{10765}$

C. $\frac{714}{11918}$ D. $\frac{1883}{12632}$



°○ 思维导图



第二节 资料阅读

一、文字资料



【例】(2019国考)2017年,A省完成邮电业务总量6065.71亿元。其中,电信业务总量3575.86亿元,同比增长75.8%;邮政业务总量2489.85亿元,增长32.0%。

2017年,A省移动电话期末用户1.48亿户,比上年末增长3.1%。其中,4G期末用户达1.18亿户,比上年末增长29.3%。互联网宽带接入期末用户3128万户,比上年末增长9.9%。移动互联网期末用户1.31亿户,比上年末增长13.9%,移动互联网接入流量同比增长158.8%。

2017年,全省全年完成快递业务量100.51亿件,同比增长31.0%。其中,同城快递业务量增长29.3%,异地快递业务量增长33.0%,国际和港澳台地区快递业务量增长33.1%。

2017年,A省完成客运总量148339万人次,同比增长5.4%,增幅比前三季度提高0.2个百分点,比上年提高0.5个百分点;完成旅客周转总量4143.84亿人公里,增长7.7%,增幅比前三季度提高0.7个百分点,比上年提高1.8个百分点。

2017年,A省完成高铁客运量17872万人次,旅客周转量474.64亿人公里,同比分别增长20.3%和18.1%。高铁客运量和旅客周转量分别占铁路旅客运输总量的62.7%和54.3%,比重比上年分别提高4.3个和3.9个百分点。



二、图表资料



【例 1】(2019 山东)

2018 年社会消费品零售总额主要数据

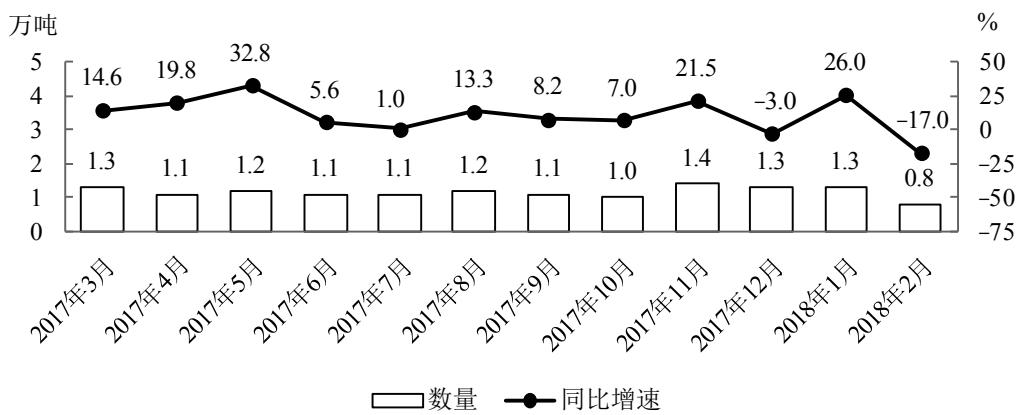
指标	12 月		1—12 月	
	绝对量 (亿元)	同比增长 (%)	绝对量 (亿元)	同比增长 (%)
社会消费品零售总额	35893	8.2	380987	9.0
其中：限额以上单位消费品零售额	15084	2.4	145311	5.7
其中：实物商品网上零售额			70198	25.4
按经营地分				
城镇	30329	8.0	325637	8.8
乡村	5565	9.3	55350	10.1
按消费类型分				
餐饮收入	4422	9.0	42716	9.5
其中：限额以上单位餐饮收入	909	5.5	9236	6.4
商品零售	31472	8.0	338271	8.9
其中：限额以上单位商品零售	14175	2.2	136075	5.7
粮油、食品类	1403	11.3	13776	10.2
饮料类	187	9.2	2040	9.0
烟酒类	394	8.4	3873	7.4
服装鞋帽、针纺织品类	1541	7.4	13707	8.0
化妆品类	247	1.9	2619	9.6
金银珠宝类	276	2.3	2758	7.4
日用品类	545	16.8	5392	13.7
家用电器和音像器材类	936	13.9	8863	8.9
中西药品类	574	10.6	5593	9.4



文化办公用品类	386	-4.0	3264	3.0
家具类	251	12.7	2250	10.1
通讯器材类	406	-0.9	4371	7.1
石油及制品类	1736	5.8	19541	13.3
汽车类	4268	-8.5	38948	-2.4
建筑及装潢材料类	280	8.6	2498	8.1

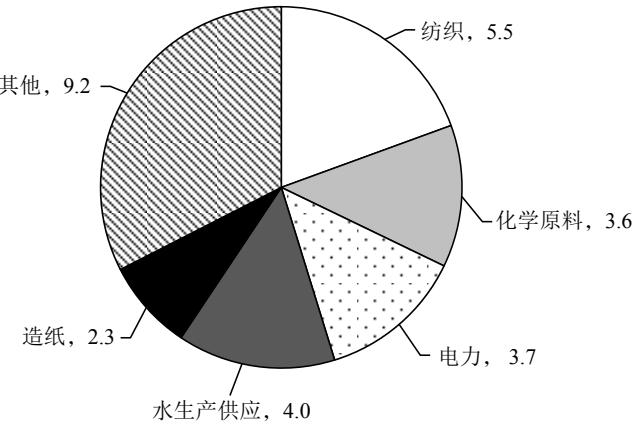
注：1. 此表格均为未扣除价格因素的名义增速；
2. 此表中部分数据因四舍五入的原因，存在总计与分项合计不等的情况。

【例 2】(2019 国考)



2017 年 3 月—2018 年 2 月全国进口药品数量及同比增速

【例 3】(2018 山东)

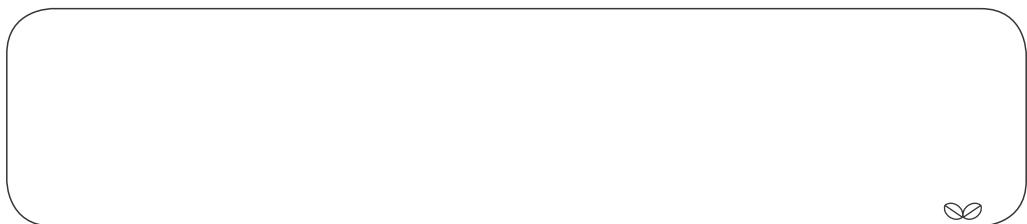


2016 年规模以上工业用新水量行业结构 (单位: 亿立方米)

(注: “其他”为用新水量不足 2 亿立方米所有行业用新水量之和)



三、综合资料



【例】(2018 联考) 2017年上半年，全国居民人均可支配收入 12932 元，比上年同期名义增长 8.8%，其中，城镇居民人均可支配收入 18332 元，增长 8.1% (以下如无特别说明，均为同比名义增长)；农村居民人均可支配收入 6562 元，增长 8.5%。

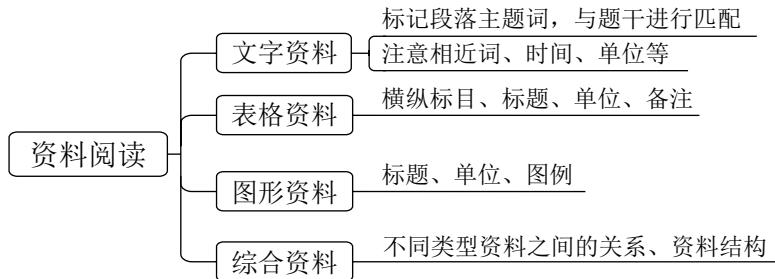
按收入来源分，2017年上半年，全国居民人均工资性收入 7435 元，增长 8.6%，占全国居民人均可支配收入的比重为 57.5%；人均经营净收入 2117 元，增长 5.9%，占全国居民人均可支配收入的比重为 16.4%；人均财产净收入 1056 元，增长 9.6%，占全国居民人均可支配收入的比重为 8.2%；人均转移净收入 2324 元，增长 11.9%，占全国居民人均可支配收入的比重为 18.0%。

2017年上半年全国居民消费支出主要数据

指标	水平(元)	增长率(%)
全国居民人均消费支出	8834	7.6
按消费类别分：		
食品烟酒	2678	5.6
衣着	668	2.4
居住	1919	8.3
生活用品及服务	535	6.5
交通通信	1211	9.6
教育文化娱乐	869	10
医疗保健	718	11.9
其他用品和服务	236	11.9



°○ 思维导图



第三节 基期与现期

基本术语：

◆ 基期量与现期量

资料分析中常涉及两个量的比较，作为对比参照的时期称为基期，对应的量称为基期量；而相对于基期的时期称为现期，所对应的量称为现期量。

◆ 增长量与增长率

增长量是用来表述基期量与现期量变化的绝对量。

增长率是用来表述基期量与现期量变化的相对量。

◆ 同比与环比

同比：一般与上年同一时期相比较。

环比：与相邻的上一个时期相比较。

一、基期量





【例 1】(2019 河南司法所)

2017 年中国内地对主要国家和地区货物进出口额及其增长速度

国家和地区	出口额 (亿元)	比上年增 长 (%)	占全部出 口比重 (%)	进口额 (亿元)	比上年增 长 (%)	占全部进口 比重 (%)
欧盟	25199	12.6	16.4	16543	20.2	13.3
美国	29103	14.5	19	10430	17.3	8.4
东盟	18902	11.9	12.3	15942	22.8	12.8
日本	9301	8.9	6.1	11204	16.3	9
中国香港	18899	-0.4	12.3	495	-54.9	0.4
韩国	6965	12.6	4.5	12013	14.4	9.6
中国台湾	2979	12.2	1.9	10512	14.5	8.4
巴西	1962	35.2	1.3	3974	31.4	3.2
印度	4615	19.8	3	1107	42.4	0.9
俄罗斯	2906	17.8	1.9	2790	31	2.2
南非	1004	18.4	0.7	1649	12.1	1.3

2016 年中国内地对日本的进口额约为：

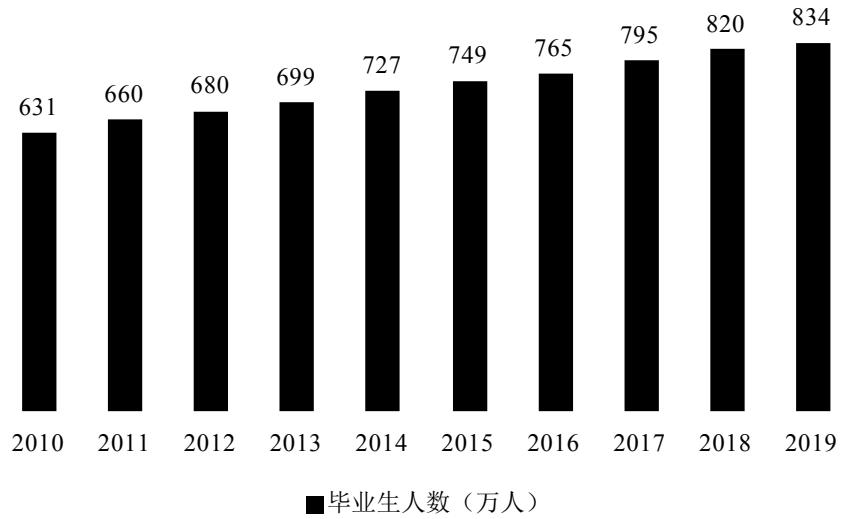
- A. 8546 亿元 B. 6185 亿元
 C. 9634 亿元 D. 10501 亿元

【例 2】(2020 江苏) 2019 年 6 月，国家邮政局和各省（区、市）邮政管理局接到消费者对快递服务问题申诉 42840 件，环比下降 0.3%，同比下降 10.1%；处理的申诉中，有效申诉量 1479 件，环比下降 5.7%，同比下降 68.5%。

2018 年 6 月，国家邮政局和各省（区、市）邮政管理局处理的快递服务有效申诉量为：

- A. 1479 件 B. 2568 件
 C. 3159 件 D. 4695 件

【例 3】(2019 青海) 1979 年全国普通高校毕业生人数为 8.5 万人，1980 年为 14.7 万人，2001 年为 114 万人，2002 年为 145 万人，2010 年较上一年同比增长 3.4%，2018 年首次突破了 800 万人，2019 年预计达到 834 万人，毕业生就业创业面临严峻形势。



2009 年全国普通高校毕业生人数约为：

- A. 600 万人 B. 610 万人
C. 620 万人 D. 630 万人

【例 4】(2019 河北)

2019 年一季度社会消费品零售总额主要数据

指标	3月份		1—3月份	
	绝对量 (亿元)	同比增长 (%)	绝对量 (亿元)	同比增长 (%)
社会消费品零售总额	31726	8.7	97790	8.3
其中：限额以上单位消费品零售额	11953	5.1	35078	4.1
其中：实物商品网上零售额	—	—	17772	21.0
按经营地分				
城镇	27192	8.5	83402	8.2
乡村	4534	9.4	14388	9.2
按消费类型分				
餐饮收入	3393	9.5	10644	9.6
其中：限额以上单位餐饮收入	726	7.5	2226	7.9
商品零售	28333	8.6	87146	8.2
其中：限额以上单位商品零售额	11227	5.0	32852	3.8



粮油、食品类	1081	11.8	3628	10.6
烟酒类	287	9.5	1061	5.9
金银珠宝类	218	-1.2	725	2.6
日用品类	471	16.6	1410	16.1
中西药品类	502	11.8	1440	10.8
文化办公用品类	249	-4.0	692	3.8
通讯器材类	365	13.8	1093	10.0

- 注：1. 此表速度均为未扣除价格因素的名义增速；
 2. 此表中部分数据因四舍五入的原因，存在总计与分项合计不等的情况。

2018年1—3月，限额以上单位烟酒类、日用品类、中西药品类及通讯器材类零售总额最高的是：

- A. 烟酒类 B. 日用品类
 C. 中西药品类 D. 通讯器材类

拓展术语：

顺差：在一个时期内，一个国家（或地区）的出口商品额大于进口商品额，叫做对外贸易顺差（又称出超）。

逆差：在一个时期内，一个国家（或地区）的出口商品额小于进口商品额，叫做对外贸易逆差（又称入超）。



【例5】（2014北京）据统计，2012年1—10月我国农产品进出口总额1414.48亿美元，较上年同期增长16.27%。其中，出口500.52亿美元，增长4.49%，进口913.96亿美元，增长23.92%。

2011年1—10月我国农产品约实现：

- A. 贸易逆差413亿美元 B. 贸易逆差259亿美元
 C. 贸易顺差413亿美元 D. 贸易顺差259亿美元

【例6】（2017国考）某市2015年全年粮食总产量4.16万吨，同比下降2.3%；甘蔗产量0.57万吨，下降23.6%；油料产量0.12万吨，增长32.4%；蔬菜产量15.79万



吨，下降 3.4%；水果产量 7.84 万吨，增长 7.4%。

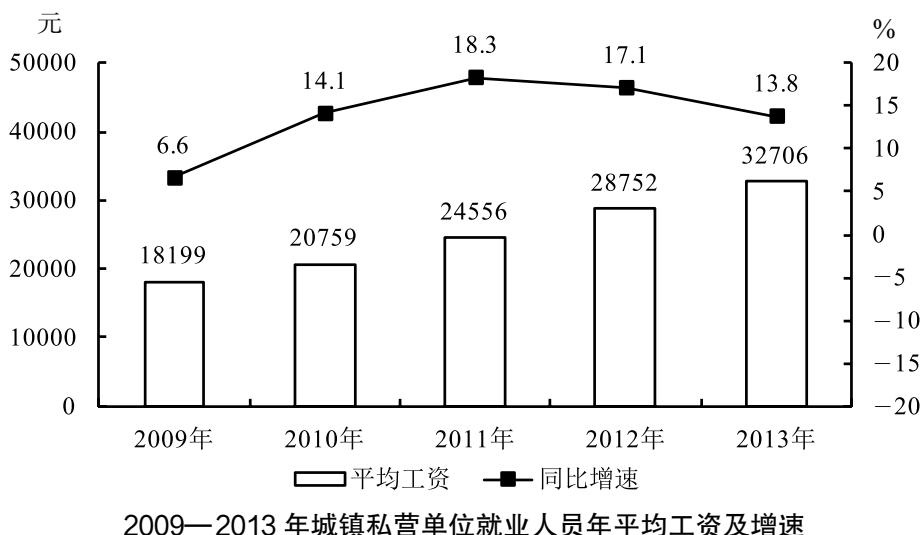
2014 年该市蔬菜产量比水果产量约高多少万吨？

- A. 9 B. 8
C. 7 D. 6

二、现期量



【例 1】(2015 山东)



2009—2013 年城镇私营单位就业人员年平均工资及增速

如果按照 2013 年的同比增量计算，城镇私营单位就业人员年平均工资在哪一年超过 5 万元？

- A. 2017 年 B. 2018 年
C. 2019 年 D. 2020 年

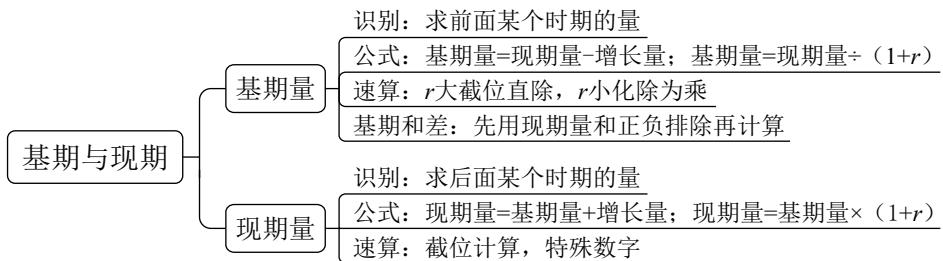
【例 2】(2017 联考) 2016 年 6 月份，城镇消费品零售额 23082 亿元，同比增长 10.5%；乡村消费品零售额 3775 亿元，同比增长 11.2%。1—6 月份，城镇消费品零售额 134249 亿元，同比增长 10.2%；乡村消费品零售额 21889 亿元，同比增长 11.0%。



按 2016 年 1—6 月份的同比增速，2017 年 1—6 月份城镇消费品零售额约为：

- A. 25506 亿元 B. 172220 亿元
C. 147942 亿元 D. 153679 亿元

° Ø 思维导图





资料分析 方法精讲 2

学习任务：

1. 课程内容：一般增长率、增长量
2. 授课时长：2.5 小时
3. 对应讲义：195 页 ~ 206 页
4. 重点内容：
 - (1) 增长率相关术语的联系与区别
 - (2) 一般增长率的题型识别及计算公式
 - (3) 一般增长率的比较技巧
 - (4) 增长量的计算与比较技巧

第四节 一般增长率

基本术语：

◆ 增长率

增长率是用来表述基期量与现期量变化的相对量。增长率又称增速、增幅或者增长幅度、增值率等。增长率为负时表示下降，下降率也可直接写成负的增长率。

◆ 百分数与百分点

百分数：用来反映量之间的比例关系。

百分点：用来反映百分数的变化。

◆ 增长率与倍数

增长率指比基数多出的比率；倍数指两数的直接比值。

若 A 是 B 的 n 倍，则 $n=r+1$ (r 指 A 与 B 相比的增长率)。

◆ 成数与翻番

成数：几成相当于十分之几。

翻番：翻一番为原来的 2 倍；翻两番为原来的 4 倍；依此类推，翻 n 番为原来的 2^n 倍。

◆ 增幅、降幅与变化幅度

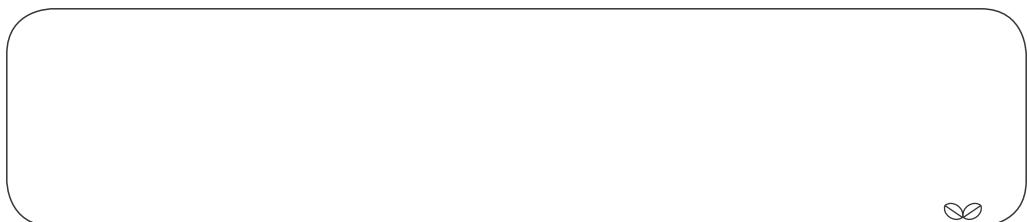
增幅一般就是指增长率，有正有负。

降幅指下降的幅度，降幅比较大时只比较绝对值（正增长率不参与降幅的比较）。



变化幅度指增长或下降的绝对比率，变化幅度比较小时，用增长率的绝对值。

一、计算



【例 1】(2020 广东) 2019 年全国农村网络零售额从 2014 年的 1800 亿元增加至逾 1.7 万亿元，占全国网络零售总额的 16.1%，较上年略有提升，同比增长 19.1%，高于全国网络零售总额增长率 2.6 个百分点。

2019 年，电子商务进农村综合示范工作聚焦脱贫攻坚和乡村振兴，取得了阶段性成果。全国 832 个贫困县实现网络零售额 1489.9 亿元，同比增长 18.5%；全国农产品网络零售额高达 3975 亿元，同比增长 27%，其中，水果、肉禽蛋、奶类同比增速排名前三，分别为 53.2%、39.4% 和 37.5%，生鲜农产品网络零售额持续高速增长，潜力不断释放。

2019 年，全国农产品网络零售额同比增长率较全国网络零售总额同比增长率高约多少个百分点？

- | | |
|---------|---------|
| A. 7.9 | B. 10.5 |
| C. 11.9 | D. 13.5 |

【例 2】(2020 浙江选调) 2018 年 1—11 月，互联网企业完成互联网接入业务收入 129 亿元，同比下降 17.8%，降幅较上半年和前三季度分别收窄 6.9 个和 5 个百分点。

2018 年前三季度，互联网企业完成互联网接入业务收入降幅较上半年：

- | | |
|----------------|-----------------|
| A. 收窄 1.9 个百分点 | B. 收窄 11.9 个百分点 |
| C. 扩大 1.9 个百分点 | D. 扩大 11.9 个百分点 |

【例 3】(2019 广东)

2014—2017 年 A 省无公害农产品生产情况

项目	2017 年	2016 年	2015 年	2014 年
农药使用总量（万吨）	5.80	6.15	6.28	6.51
单位耕地面积农药使用量（千克 / 亩）	1.47	1.56	1.59	1.66



“三品一标”总数(个)	2570	2561	2113	1905
新增申报无公害农产品产地认定(个)	221	235	194	270
无公害农产品产地(个)	—	1740	1895	1701
无公害农产品种植面积(万亩)	1050	650	380	332

2017年,A省单位耕地面积农药使用量比2015年约:

- A. 增加7.5% B. 下降7.5%
C. 增加13.5% D. 下降13.5%

【例4】(2018浙江)

2016年某市本级财政预算收入及增收状况

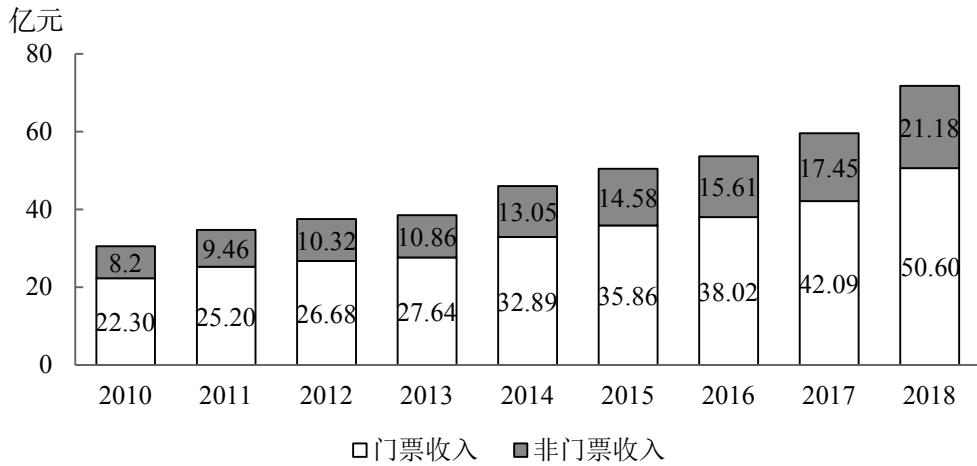
收入项目	收入金额(亿元)	预算完成率(%)	同比增收(亿元)
财政预算总收入	109.16	99.2	30.15
其中:一般预算收入	26.26	102.2	7.13
上划中央收入	47.57	100.8	16.02
基金收入	35.33	95.1	?

注:预算完成率=收入金额÷预算收入金额。

2016年该市上划中央收入同比约增长了:

- A. 37% B. 44%
C. 51% D. 58%

【例5】(2020国考)





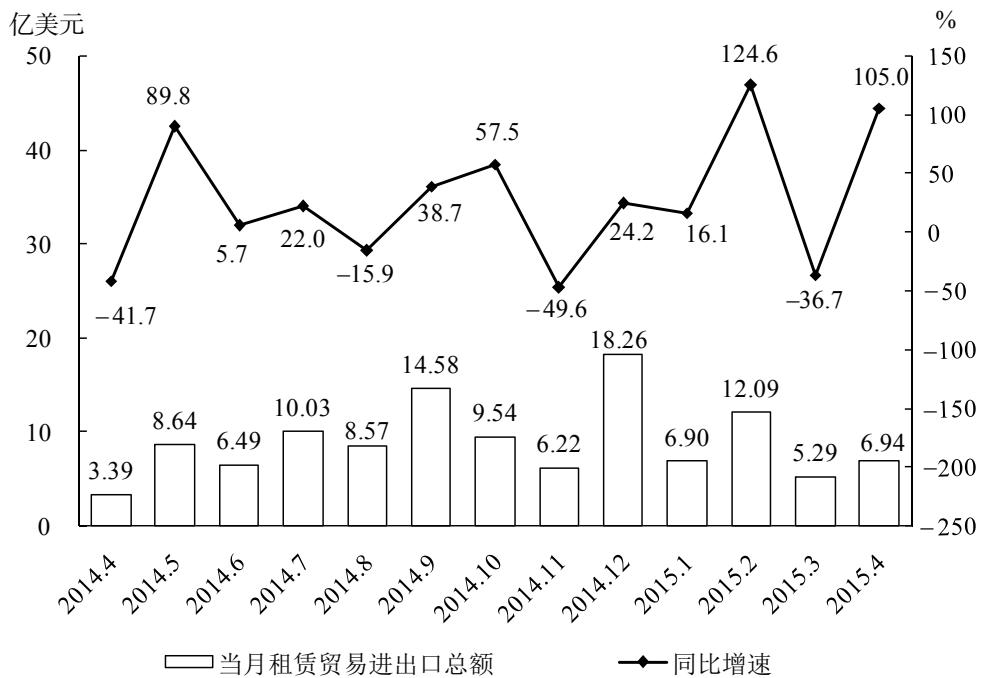
2011—2018年间，我国海洋主题公园非门票收入同比增速超过10%的年份有几个？

- | | |
|------|------|
| A. 5 | B. 6 |
| C. 3 | D. 4 |

二、比较



【例1】(2016联考)



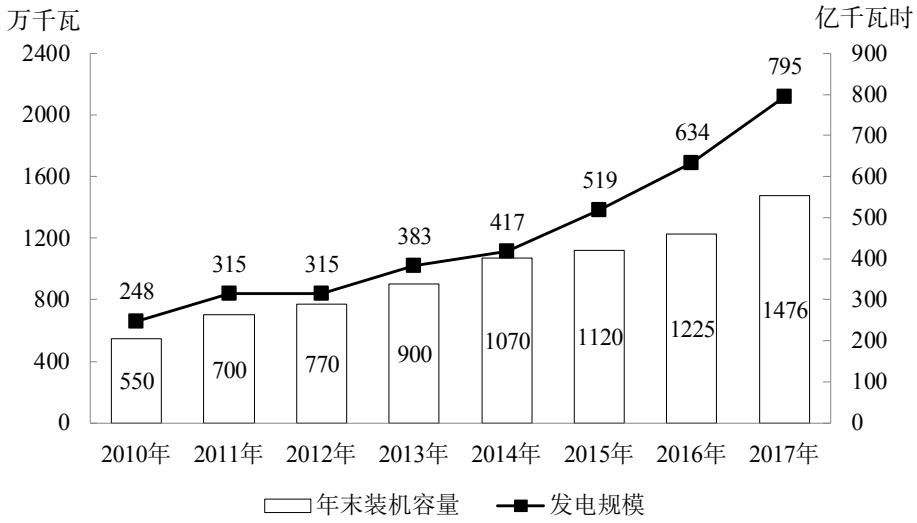
2014年4月—2015年4月全国租赁贸易进出口总额及增速统计

下列月份中，全国租赁贸易进出口总额环比增速最快的是：

- | | |
|-------------|------------|
| A. 2014年5月 | B. 2014年9月 |
| C. 2014年12月 | D. 2015年2月 |



【例 2】(2020 山东)

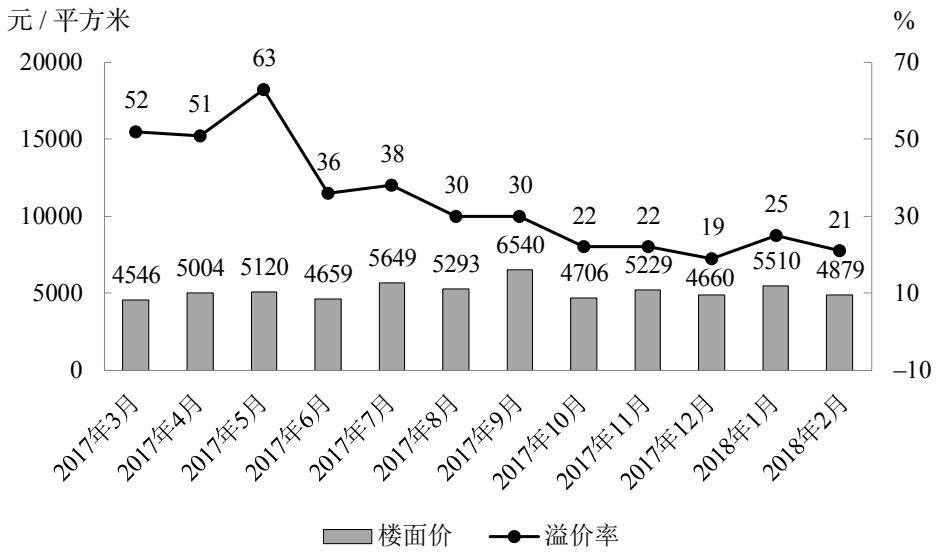


2010—2017 年我国生物质发电年末装机容量及发电规模

2011—2017 年间，我国生物质发电年末装机容量同比增速最快的年份是：

- A. 2011 年 B. 2013 年
C. 2014 年 D. 2017 年

【例 3】(2019 四川)



2017 年 3 月—2018 年 2 月全国住宅用地楼面价及溢价率

注：楼面价 = 成交土地总价 / 成交土地规划建筑面积

溢价率 = (住宅销售价格 - 楼面价) / 楼面价



下列折线图中，能准确反映 2017 年第四季度各月全国住宅用地楼面价环比增长率变化趋势的是：

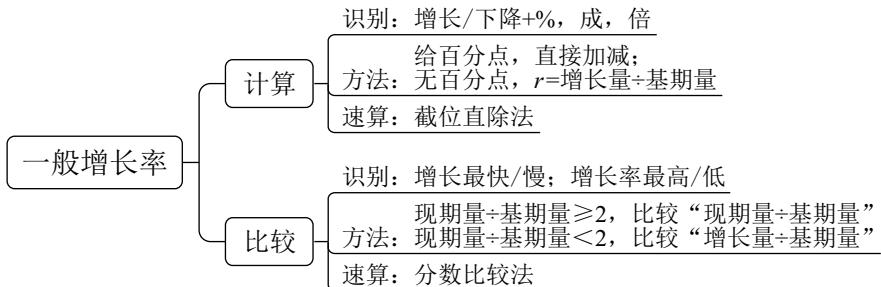


【例 4】(2019 山东) 2017 年末，全国医疗卫生机构床位 794.0 万张，其中：医院 612.0 万张（占 77.1%），基层医疗卫生机构 152.9 万张（占 19.3%）。医院中，公立医院床位占 75.7%，民营医院床位占 24.3%。与上年比较，床位增加 53.0 万张，其中：医院床位增加 43.1 万张，基层医疗卫生机构床位增加 8.7 万张。每千人口医疗卫生机构床位数由 2016 年 5.37 张增加到 2017 年 5.72 张。

下列说法正确的是：

- A. 略
- B. 略
- C. 略
- D. 2017 年，床位增加率基层医疗卫生机构大于医院

°∅ 思维导图





第五节 增长量

基本术语：

◆ 增长量和年均增长量

增长量是用来表述基期量与现期量变化的绝对量，其数值可正可负。

年均增长量 = (现期量 - 基期量) ÷ 年份差。

一、计算



【例 1】(2019 陕西)

2014—2018 年我国软件行业各地区收入

单位：亿元

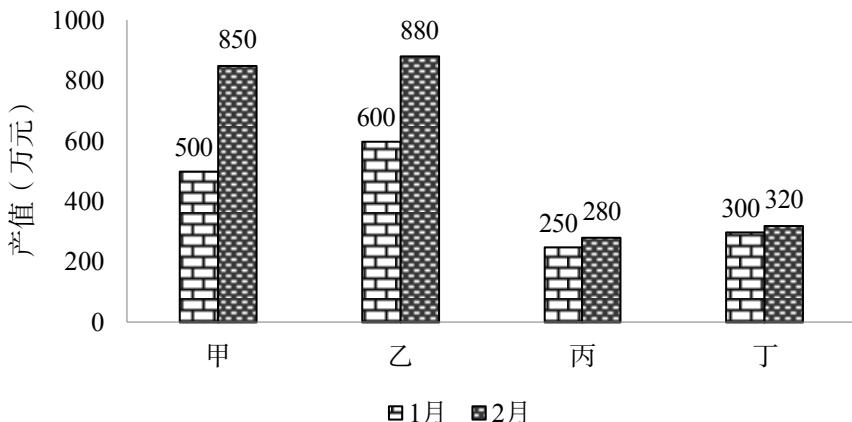
	2018	2017	2016	2015	2014
东部	49795	43575	38119	32917	28086
中部	3163	2497	2303	1978	1658
西部	7189	6187	5288	4410	3782
东北	2914	2778	2801	3943	3562
合计	63061	55037	48511	43248	37088

我国西部地区的软件行业总收入 2018 年比 2014 年的增长额较同期中部地区的增长额多达约：

- A. 1800 亿元
- B. 1900 亿元
- C. 2000 亿元
- D. 2100 亿元



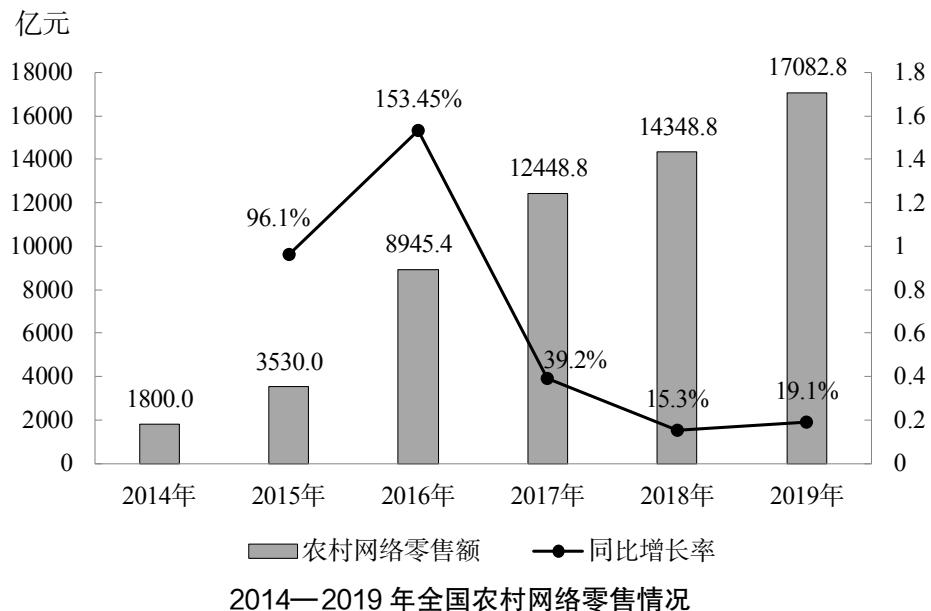
【例2】(2020河南)



与上个月相比较，C 集团公司 2月份的总产值增长额是：

- A. 520 万元 B. 650 万元
C. 680 万元 D. 710 万元

【例3】(2020广东)

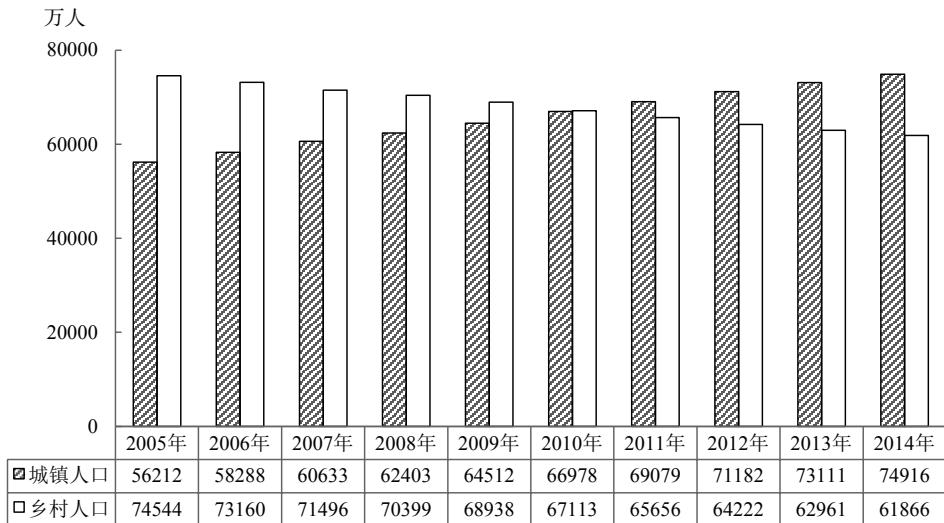


2014—2019年间，全国农村网络零售额平均每年增长约多少亿元？

- A. 2183.3 B. 2547.1
C. 3056.6 D. 3820.7



【例4】(2016上海)



2005—2014年我国城镇和乡村人口数量

如所有数据均为年末数据，则“十一五”期间（2006—2010年），我国平均每年约新增多少人口？

- A. 不到500万 B. 500多万
C. 600多万 D. 700万以上

【例5】(2019四川下) 2016年4月，保监会机关及各保监局共接收各类涉及保险消费者权益的有效投诉总量为2989件，同比上升43.15%，环比上升24.44%。其中，接收保险公司投诉2980件，其他非保险公司投诉9件。接收保险公司投诉中，涉及保险公司合同纠纷类投诉2721件；涉嫌保险公司违法违规类投诉259件。

2016年4月，保监会机关及各保监局接收各类涉及保险消费者权益的有效投诉总件数较上月增加的数量最接近以下哪个数字？

- A. 384 B. 451
C. 587 D. 756

【例6】(2020山东) 2016年国产工业机器人销量继续增长，全年累计销售29144台，较上年增长16.8%，增速较上年提升。

2016年国产工业机器人累计销售量较上年约增加了多少万台？

- A. 0.20 B. 0.31
C. 0.42 D. 0.53



【例 7】(2018 辽宁) 2018 年 1—7 月份，全国网上零售额 47863 亿元，同比增长 29.3%。其中，实物商品网上零售额 36461 亿元，同比增长 29.1%，占社会消费品零售总额的比重为 17.3%。

2018 年 1—7 月份，实物商品网上零售额同比增长约多少亿元？

- | | |
|---------|---------|
| A. 8218 | B. 7256 |
| C. 9133 | D. 8977 |

【例 8】(2017 联考) 2015 年全国共建立社会捐助工作站、点和慈善超市 3.0 万个，比上一年减少 0.2 万个，其中：慈善超市 9654 个，同比下降 5.1%。

2015 年，全国建立的慈善超市较 2014 年约：

- | | |
|-------------|-------------|
| A. 增加 519 个 | B. 减少 519 个 |
| C. 增加 686 个 | D. 减少 686 个 |

【例 9】(2018 浙江)

2016 年某市本级主要预算支出项目完成情况

支出项目	支出金额(亿元)	同比增速(%)
一般公共服务	6.37	31.0
公共安全	4.77	37.3
教育	6.03	51.7
科学技术	1.11	181.0
文化体育与传媒	1.29	35.8
社会保障和就业	2.63	26.7
医疗卫生	2.28	14.4
节能环保	6.68	567.0
城乡社区事务	2.57	48.7
农林水事务	4.02	34.5
交通运输	2.58	10.8
资源勘探电力信息等事务	4.70	67.8

2016 年该市教育支出同比增量约是医疗卫生的多少倍？

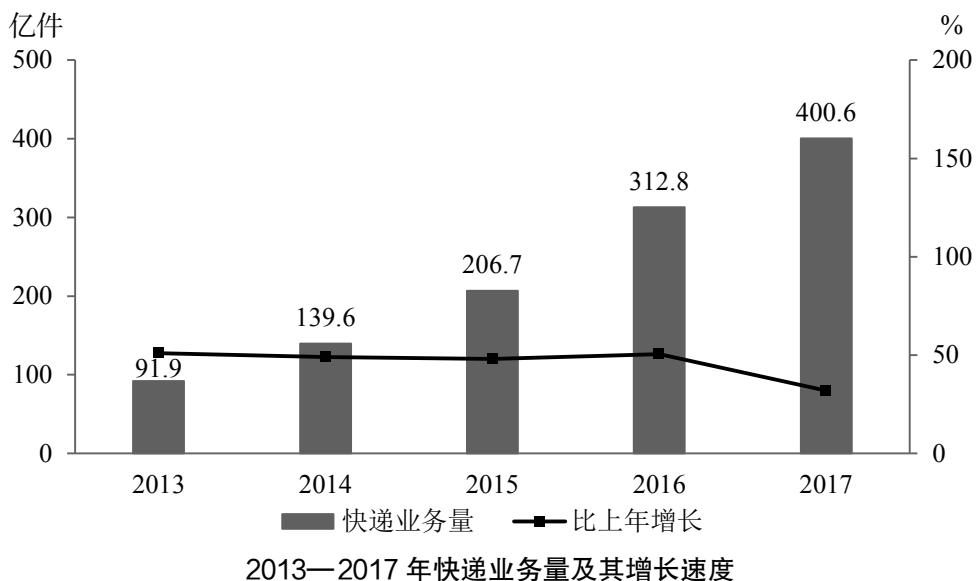
- | | |
|-------|-------|
| A. 4 | B. 7 |
| C. 10 | D. 14 |



二、比较



【例 1】(2019 河南司法所)



快递业务量与上年相比增长量最大的年份是：

- A. 2017 年
- B. 2016 年
- C. 2014 年
- D. 2015 年

【例 2】(2020 北京) 2017 年全国共有各级各类民办学校 17.76 万所，占全国学校总数的 34.57%；各类民办教育在校生达 5120.47 万人，比上年增长 6.12%。其中：民办幼儿园 16.04 万所，比上年增长 4.00%；在园儿童 2572.34 万人，比上年增长 5.53%。民办普通小学 6107 所，比上年增长 2.21%；在校生 814.17 万人，比上年增长 7.65%。民办初中 5277 所，比上年增长 3.78%；在校生 577.68 万人，比上年增长 8.42%。民办普通高中 3002 所，比上年增长 7.71%；在校生 306.26 万人，比上年增长 9.74%。民办中等职业学校 2069 所，比上年下降 2.17%；在校生 197.33 万人，比上年增长 7.16%。



以下民办学校类型中，2017年学校数量同比增长最多的是：

- A. 民办普通高中
- B. 民办普通小学
- C. 民办初中
- D. 民办幼儿园

【例3】(2020浙江)

2017年1—4月T地区限额以上商品销售额分类统计

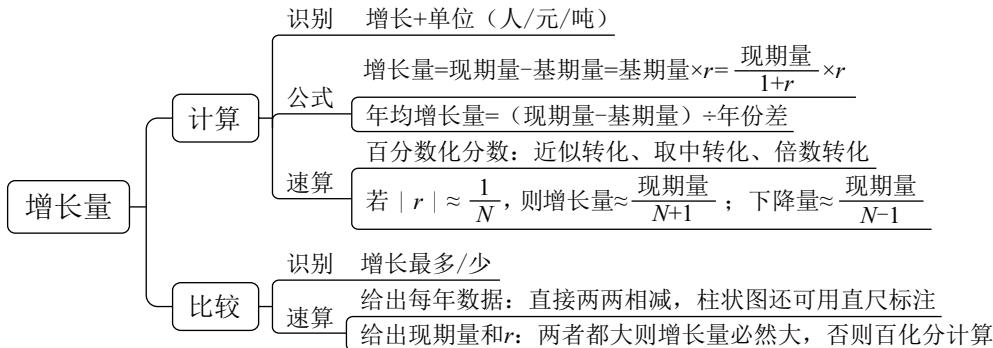
单位：亿元

		1—3月		1—4月	
		销售额	同比增速	销售额	同比增速
按业务类型分	批发业	7913	12%	10251	11.8%
	零售业	640	-7.5%	856	-8.1%
按所有制分	国有企业	3934	2.3%	4964	1.3%
	民营企业	4005	18.2%	5333	17.8%
	外商及港澳台商企业	614	16.7%	810	21.1%
按规模分	大型企业	1381	8.4%	1811	12.3%
	中型企业	3533	6.1%	4498	4.4%
	小微型企业	3639	15.3%	4798	14.8%

2017年1—4月，不同所有制企业限额以上商品销售额同比增量由小到大排序正确的是：

- A. 国有企业、外商及港澳台商企业、民营企业
- B. 外商及港澳台商企业、国有企业、民营企业
- C. 国有企业、民营企业、外商及港澳台商企业
- D. 外商及港澳台商企业、民营企业、国有企业

°○思维导图





资料分析 方法精讲 3

学习任务：

1. 课程内容：比例相关（比重、平均数、倍数与比值）
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：207 页～220 页
4. 重点内容：
 - (1) 现期比重的计算公式及拓展
 - (2) 两期比重的升降判断及数值计算
 - (3) 不同条件下的现期平均数计算及两期平均数问题
 - (4) 倍数与增长率的相互转化

第六节 比重

基本术语：

◆ 比重与增长贡献率

比重：指部分在总体中所占的比率，有时也用贡献率、利润率等表述方式。

增长贡献率：指部分增量在总体增量中所占的比例。

资料分析中的利润率特指利润在收入中的占比。

一、现期比重





【例 1】(2020 国考)

2013—2018 年中国在线旅游收入状况

	旅游业总收入 (万亿元)	在线旅游收入(亿元)		
		交通预订	住宿预订	度假旅游预订
2013 年	2.95	1519.67	412.10	244.20
2014 年	3.38	2271.57	547.45	347.58
2015 年	4.13	3325.15	862.57	549.97
2016 年	4.69	5385.42	1251.42	757.40
2017 年	5.40	6389.65	1586.19	947.47
2018 年	5.97	6820.95	1881.49	1051.81

2018 年中国在线旅游收入约占旅游业总收入的：

- A. 20% B. 25%
- C. 12% D. 16%

【例 2】(2020 北京) 2017 年全国共有各级各类民办学校 17.76 万所，占全国学校总数的 34.57%；各类民办教育在校生达 5120.47 万人，比上年增长 6.12%。

2017 年全国学校总数在以下哪个范围内？

- A. 不到 50 万所 B. 50 ~ 60 万所之间
- C. 60 ~ 70 万所之间 D. 超过 70 万所

【例 3】(2019 重庆法检) 2018 年全国农村网络零售额为 13700 亿元。其中，农村实物商品网络零售额为 10900 亿元，同比增长 30.9%；农村非实物商品网络零售额 2800 亿元，同比增长 28.4%。分品类看，农村实物商品零售额前三位的品类分别为服装鞋帽针纺织品、日用品、粮油食品及饮料烟酒，分别占农村实物商品零售额的 37.3%、19.3% 和 13.3%，同比增速分别为 30%、28% 和 35%。

2018 年全国农村实物商品零售额前三位品类的总零售额约为多少亿元？

- A. 1960 B. 7400
- C. 7600 D. 9600

【例 4】(2020 江苏) 2019 年 2 月中下旬，某市统计局随机抽取 2000 名在该市居住半年以上的 18 ~ 65 周岁居民，就其 2019 年春节期间的消费情况进行了调查。调查结果显示：与上年春节相比，28.3% 的受访居民消费支出有所增加，58.0% 的受访



居民消费支出基本持平。

受访居民中，2019年春节期间消费支出多于上年人数与少于上年人数相差：

- A. 274人 B. 292人
C. 594人 D. 886人

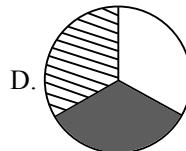
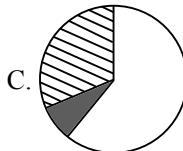
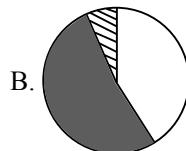
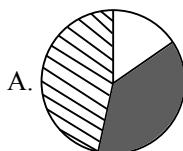
【例5】(2020浙江)

2017年1—4月T地区限额以上商品销售额分类统计

单位：亿元

		1—3月		1—4月	
		销售额	同比增速	销售额	同比增速
按业务类型分	批发业	7913	12%	10251	11.8%
	零售业	640	-7.5%	856	-8.1%
按所有制分	国有企业	3934	2.3%	4964	1.3%
	民营企业	4005	18.2%	5333	17.8%
	外商及港澳台商企业	614	16.7%	810	21.1%
按规模分	大型企业	1381	8.4%	1811	12.3%
	中型企业	3533	6.1%	4498	4.4%
	小微型企业	3639	15.3%	4798	14.8%

以下哪个饼图最符合2017年4月T地区限额以上商品销售额中不同规模的企业销售额占比关系？





二、基期比重



【例 1】(2020 广东) 2019 年全国农村网络零售额从 2014 年的 1800 亿元增加至逾 1.7 万亿元，占全国网络零售总额的 16.1%，较上年略有提升，同比增长 19.1%，高于全国网络零售总额增长率 2.6 个百分点。

分地区看，东、中、西部和东北地区农村网络零售额分别占全国农村网络零售额的 76.6%、12.0%、9.4% 和 2.0%，同比增长分别为 19.8%、17.1%、17.6% 和 10.2%。

2018 年，东、中、西部和东北地区农村网络零售额占全国农村网络零售额的比重分别为：

- A. 76.1%，12.2%，9.5%，2.2%
- B. 76.6%，12.0%，9.4%，2.0%
- C. 77.1%，11.8%，9.3%，1.8%
- D. 无法判断

【例 2】(2019 辽宁) 2019 年 1—8 月，全国房地产开发投资 84589 亿元，同比增长 10.5%，增速比 1—7 月回落 0.1 个百分点。其中，住宅投资 65187 亿元，增长 14.9%，增速回落 0.2 个百分点。

2018 年 1—8 月，住宅投资占全国房地产开发投资比重约为：

- A. 65%
- B. 69%
- C. 74%
- D. 77%

三、两期比重





【例1】(2017重庆)2015年,我国出口纺织品、服装2912亿美元,同比下降4.8%。按出口商品类型看,纺织品出口1153亿美元,同比下降2.3%;服装出口1759亿美元,同比下降6.4%。按出口对象看,对美国出口额同比增长6.7%,对欧盟出口额同比下降9.3%,对日本出口额同比下降11.6%,对东盟出口额同比下降0.8%。

在美国、欧盟、日本和东盟四大主要贸易伙伴中,2015年我国纺织品、服装对其出口额占当年我国纺织品、服装出口总额比重低于2014年水平的有:

- A. 仅东盟
- B. 美国和东盟
- C. 欧盟和日本
- D. 欧盟、日本和东盟

【例2】(2018联考)

2017年5月我国银行业金融机构资产负债表情况(境内)

金融机构	总资产		总负债	
	金额(亿元)	同比增速(%)	金额(亿元)	同比增速(%)
银行业金融机构	2328934	12.5	2147187	12.6
其中:大型商业银行	839329	9.7	770521	9.8
股份制商业银行	431150	11.5	402922	11.5
城市商业银行	293063	19.7	273812	20
农村金融机构	314519	12.3	291766	12.1
其他类金融机构	450873	14.8	408166	14.8

2017年5月,股份制商业银行总资产占银行业金融机构的比重与上年相比约:

- A. 增加了2个百分点
- B. 减少了2个百分点
- C. 增加了0.2个百分点
- D. 减少了0.2个百分点

【例3】(2020山东)2017年全国海洋生产总值77611亿元,比上年增长6.9%,海洋生产总值占国内生产总值的9.4%。

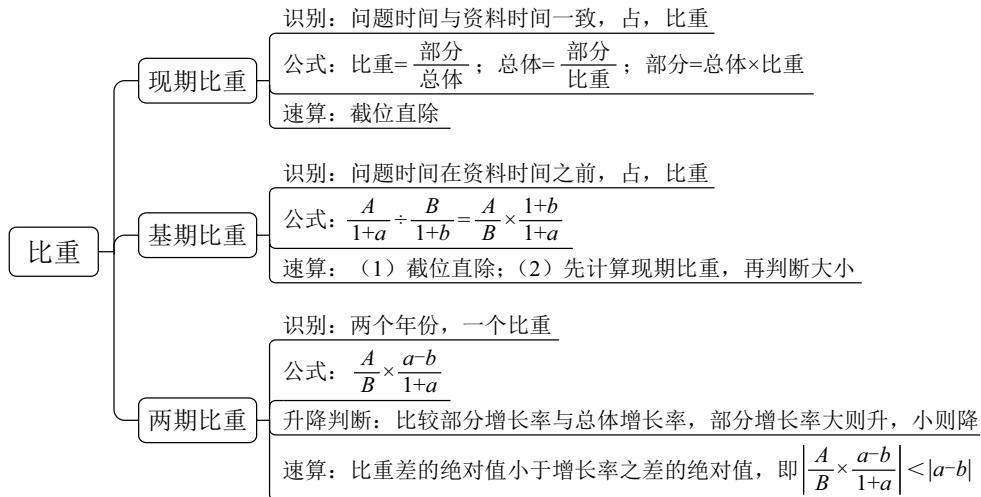
2017年,J省海洋生产总值为7217亿元,比上年增长9.2%,海洋生产总值占地区生产总值的8.4%。2017年,全省沿海沿江港口完成货物吞吐量20.4亿吨,同比增长8.3%;集装箱吞吐量1698.8万标箱,同比增长5.5%。

2017年J省海洋生产总值占全国的比重比上年:

- A. 上升了约0.2个百分点
- B. 上升了约2个百分点
- C. 下降了约0.2个百分点
- D. 下降了约2个百分点



°○ 思维导图



第七节 平均数

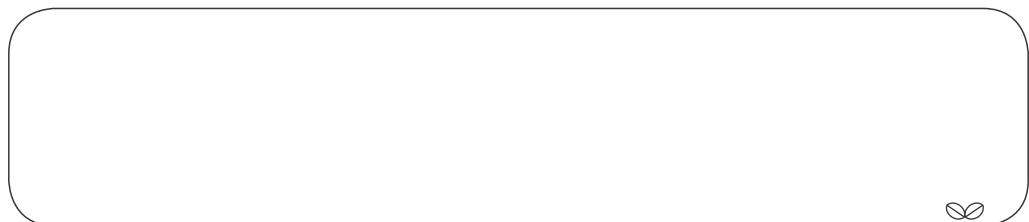
基本术语：

◆ 平均数

平均数指多个数的平均值，即 $\frac{\text{多个数的总和}}{\text{数的个数}}$ ，也可以指两者的比例，例如，人均

$$\text{收入} = \frac{\text{收入}}{\text{人数}}$$

一、现期平均数



【例 1】(2020 浙江) 2017 年 1—4 月，T 地区批发和零售业商品销售总额为 15220 亿元，同比增长 10.5%，其中，限额以上商品销售额达到 11107 亿元，同比增长 10%；4 月份，T 地区批发和零售业商品销售总额和限额以上商品销售额分别为 3339



亿元和 2554 亿元。

2017 年一季度，T 地区月均批发和零售业商品销售额约为多少亿元？

- A. 2851 B. 3960
C. 4591 D. 11881

【例 2】(2018 山东) 2016 年，我国境内民用航空（颁证）机场共 218 个（不含香港、澳门和台湾地区，以下简称境内机场）。

全年完成飞机起降 923.8 万架次，比上年增长 7.9%；其中运输架次为 793.5 万架次，增长 8.8%。分航线看，国内航线完成 842.8 万架次，增长 7.1%；其中内地至香港、澳门和台湾地区航线完成 20.3 万架次，下降 2.8%。国际航线完成 81.0 万架次，增长 16.9%。

2016 年我国平均每个境内民用航空机场日均完成国内航线飞机起降约多少架次？

- A. 75 B. 91
C. 106 D. 124

【例 3】(2019 事业单位联考)

2016—2017 年某海关进口矿砂量值表

单位：万吨、亿元

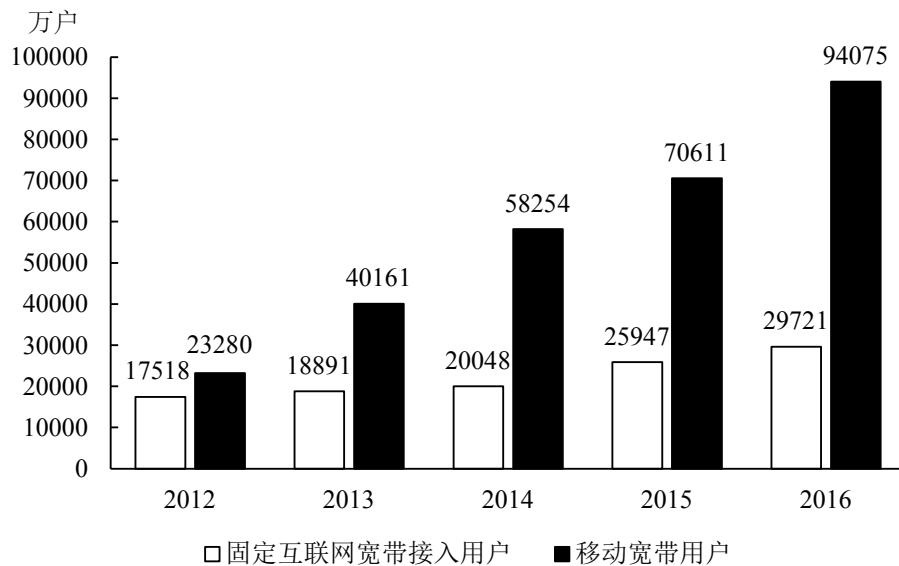
项目	2017 年 12 月		2017 年 1 至 12 月		2016 年 1 至 12 月	
	数量	金额	数量	金额	数量	金额
进口贸易总值		194.4		2011.1		1636.7
其中：矿砂	251.4	32.0	2838.1	368.5	2288.2	223.7
其中：铁矿砂及其精矿	205.0	8.2	2002.0	103.9	1622.0	63.4
锰矿砂及其精矿	11.9	1.7	233.5	27.5	225.9	17.6
铜矿砂及其精矿	17.0	18.8	179.6	183.8	147.7	112.3
铬矿砂及其精矿	5.5	0.8	104.6	17.1	38.0	3.7
铅矿砂及其精矿	0.6	0.7	7.0	8.2	6.5	4.3
锌矿砂及其精矿	1.2	0.9	21.4	15.7	28.5	12.1
钛矿砂及其精矿	3.7	0.5	33.3	4.0	26.9	2.0

2017 年 12 月表中所列矿砂及其精矿种类中，有几类的进口均价超过 5000 元 / 吨？

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5



【例4】(2018联考)



2012—2016年期间，我国固定互联网宽带接入用户的平均数是：

- A. 18425万户 B. 22425万户
 C. 25425万户 D. 27425万户

二、基期平均数

【例1】(2018广东)2016年，该市有研究与试验发展(R&D)活动的单位172家，比2012年增加26家，R&D经费内部支出19.55亿元，比2012年增加11.65亿元，增长147.5%，年均增长率为25.4%。

2012年，该市平均每家研究与试验发展(R&D)活动单位的R&D经费内部支出约为多少亿元？

- A. 0.023 B. 0.054
 C. 0.163 D. 0.242



【例2】(2019浙江)2017年1—12月,全国内燃机累计销量5645.38万台,同比增长4.11%,累计完成功率266879.47万千瓦,同比增长9.15%,其中柴油内燃机功率同比增长34%。

2016年,我国销售的内燃机平均功率约为:

- A. 35千瓦 B. 45千瓦
C. 55千瓦 D. 65千瓦

三、两期平均数



【例1】(2019国考)

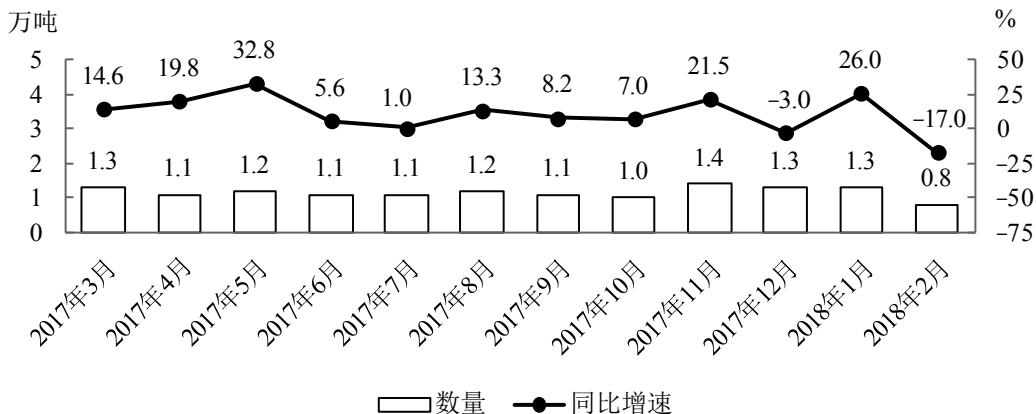


图1 2017年3月—2018年2月全国进口药品数量及同比增速

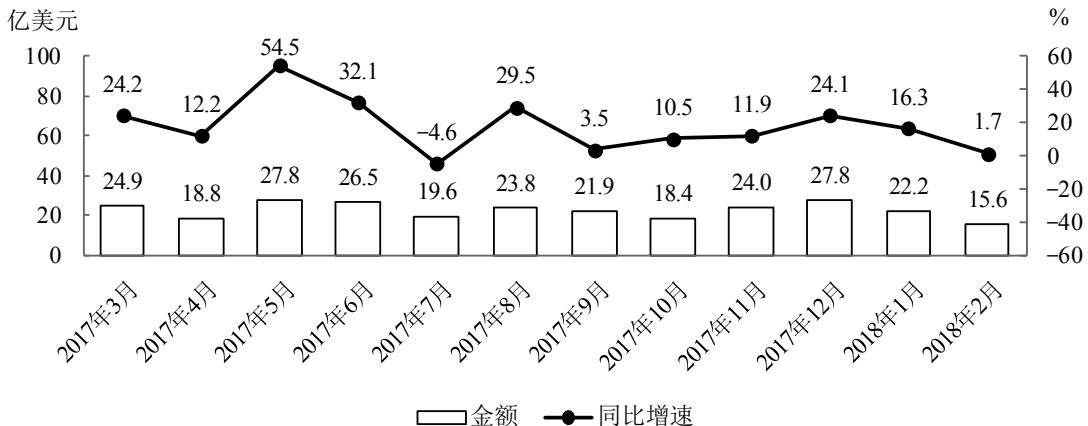


图 2 2017 年 3 月—2018 年 2 月全国进口药品金额及同比增速

能够从上述资料中推出的是：

- A. 略
- B. 2017 年 11 月，全国平均每吨进口药品单价低于上年同期水平
- C. 略
- D. 略

【例 2】(2019 北京) 2016 年全国餐饮收入 35799 亿元，同比增长 10.8%，餐饮收入占社会消费品零售总额的比重为 10.8%。2016 年全社会餐饮业经营单位为 365.5 万个，同比下降 8.2%；从业人数为 1846.0 万人，同比增长 5.7%。

2016 年全社会餐饮业平均每个经营单位的从业人数比上年约：

- A. 减少了 2%
- B. 减少了 15%
- C. 增加了 2%
- D. 增加了 15%

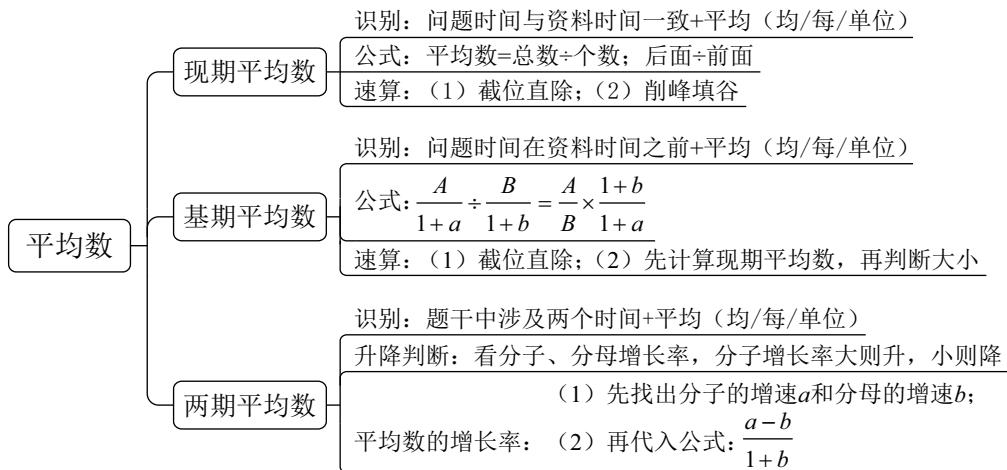
【例 3】(2019 江苏) 2017 年某市调查总队对全市服务业小微企业的抽样调查显示，2017 年全市服务业小微企业总资产 938.6 亿元，销售总收入 105.4 亿元，销售总费用 6.8 亿元；人员薪酬 19.3 亿元，比上年增长 9.3%；从业人员 29028 人，与上年持平；营业税金及附加 1.1 亿元，比上年下降 29.5%；缴纳增值税 2.3 亿元，比上年增长 11.6%。

2017 年该市服务业小微企业从业人员人均薪酬比上年增长：

- A. 8.6%
- B. 9.3%
- C. 10.5%
- D. 11.3%



°○ 思维导图



第八节 倍数与比值

基本术语：

◆ 倍数

倍数：用来表示两者的相对关系。

A 是 B 的 n 倍，则 $A=nB$ 。

A 比 B 高（多） n 倍，则 $A-B=nB$ 。

◆ 比值

比值用来表示两者之间的比例关系。

A 与 B 的比值即 $A : B = \frac{A}{B}$ 。

一、现期倍数与比值





【例 1】(2018 广西)

2017 年 1—2 月副省级城市软件业务收入情况

	软件企业(个)	软件业务收入(亿元)	同比增速(%)
大连市	610	204.5	4.4
宁波市	694	75.8	17.4
厦门市	1455	143.1	18.3
青岛市	1595	247.1	16.1
深圳市	1530	875.1	10.4
沈阳市	1349	123.0	2.1
长春市	417	13.1	16.1
哈尔滨市	238	11.3	8.5
南京市	1455	404.7	10.9
杭州市	810	326.6	19.2
济南市	1730	235.1	12.0
武汉市	2420	210.6	17.5
广州市	1561	442.6	14.1
成都市	1438	340.1	12.4
西安市	2050	220.0	21.3

2017 年 1—2 月，软件企业数量最多的副省级城市软件业务收入约是软件企业数量最少的副省级城市的多少倍?

- A. 5 B. 8 C. 10 D. 19

【例 2】(2020 北京)

2015 年北京市文化及相关产业各行业企业数量及同比增速

	年末企业总数		全年新设企业数	
	数量(户)	增速(%)	数量(户)	增速(%)
文化艺术服务	95928	22.87	18586	14.50
文化休闲娱乐服务	2456	9.84	244	-10.95
文化信息传输服务	2013	12.52	197	337.78
文化创意和设计服务	39139	11.30	4850	-14.05
文化专用设备的生产	13100	1.12	512	-17.95

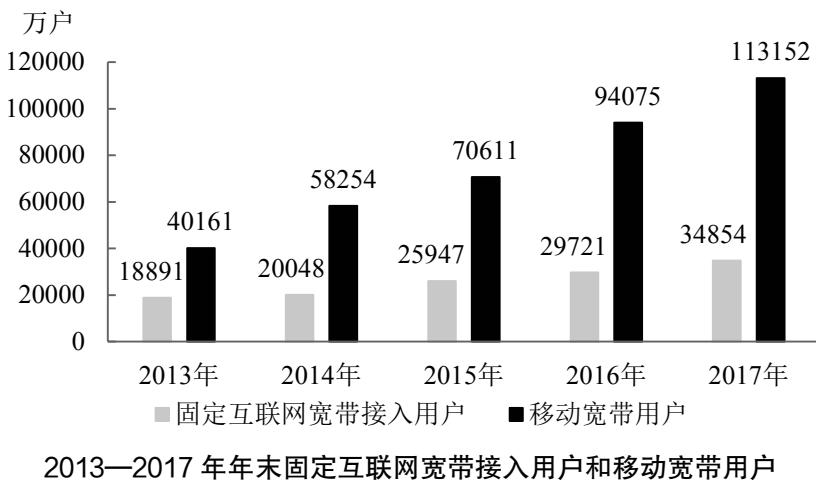


文化用品的生产	12773	12.16	1522	-32.65
工艺美术品的生产	9916	20.38	1651	-9.29
新闻出版发行服务	5604	4.96	253	22.22
文化产品生产的辅助生产	16042	9.97	1710	-11.54
广播电影电视服务	1977	94.40	798	454.17

截至 2015 年 12 月底北京市文化及相关产业各行业中，企业数量最多的行业的企业户数比企业数量最少的行业多多少倍？

- A. 5.6 B. 22.7
C. 47.5 D. 93.3

【例 3】(2018 江西)



2013—2017 年年末固定互联网宽带接入用户和移动宽带用户

移动宽带用户数超过固定互联网宽带接入用户数三倍的有几年？

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

【例 4】(2017 联考) 在购买渠道方面，74% 的被访问者选择综合电商平台，选择线下综合商店或专卖店者为 53.3%，选择宠物类垂直电商平台的占 33.6%，但其复购率更高。值得注意的是，目前宠物主人对购物类 O2O 服务有选择意向的不足 4.0%。

问卷中，选择综合电商平台和选择购物类 O2O 服务的消费者人数之比为：

- A. 小于 2.2 : 1 B. 大于 2.2 : 1
C. 小于 18.5 : 1 D. 大于 18.5 : 1



二、基期倍数与比值



【例 1】(2017 辽宁公安) 2016 年末金融机构境内住户人民币消费贷款余额 250472 亿元，增加 60998 亿元。其中，短期消费贷款余额 49313 亿元，增加 8347 亿元；中长期消费贷款余额 201159 亿元，增加 52651 亿元。

2015 年末金融机构境内住户人民币中长期消费贷款余额比短期消费贷款余额约多多少倍？

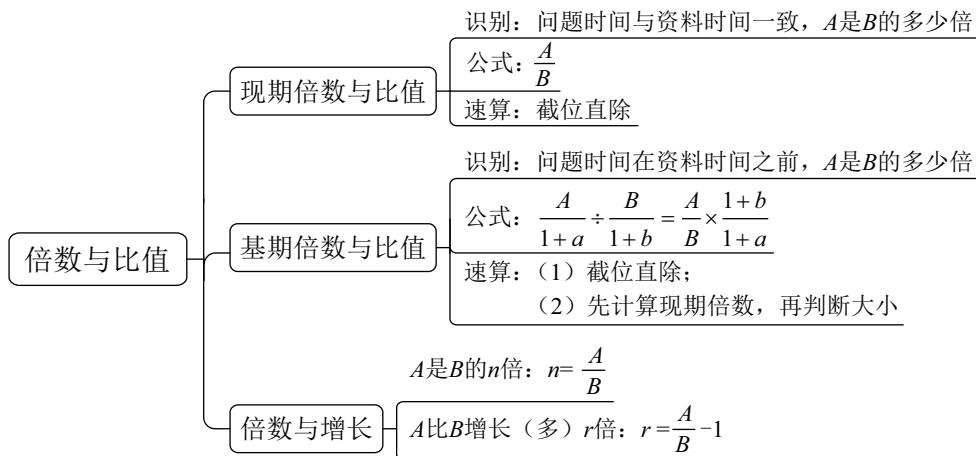
- | | |
|--------|--------|
| A. 3.8 | B. 3.6 |
| C. 2.6 | D. 2.2 |

【例 2】(2020 山东) 2017 年，J 省实现海水养殖产量 93.1 万吨，同比增长 3%；海洋捕捞产量 53 万吨，同比下降 3.4%；远洋渔业产量 2.9 万吨，同比增长 43.3%。

2016 年 J 省海水养殖产量约为海洋捕捞产量的：

- | | |
|----------|----------|
| A. 0.6 倍 | B. 0.8 倍 |
| C. 1.6 倍 | D. 1.8 倍 |

°○ 思维导图





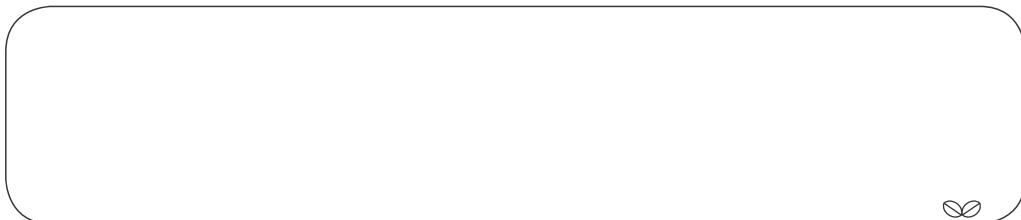
资料分析 方法精讲 4

学习任务：

1. 课程内容：特殊增长率、其他
2. 授课时长：2.5 小时
3. 对应讲义：221 页 ~ 233 页
4. 重点内容：
 - (1) 间隔增长率的对应公式
 - (2) 年均增长率的比较技巧
 - (3) 混合增长率的常用结论
 - (4) 简单计算中的常见陷阱
 - (5) 资料分析中加减法的计算技巧
 - (6) 综合分析的应试策略

第九节 特殊增长率

一、间隔增长率



【例 1】(2019 事业单位联考) 2018 年 12 月末，本外币存款余额 182.52 万亿元，同比增长 7.8%。月末人民币存款余额 177.52 万亿元，同比增长 8.2%，增速比上月末高 0.6 个百分点，比上年同期低 0.8 个百分点。

2018 年 12 月末，人民币存款余额约比 2016 年 12 月末增长：

- A. 14% B. 16%
- C. 18% D. 20%



【例 2】(2015 北京) 2014 年 1—5 月，我国软件和信息技术服务业实现软件业务收入 13254 亿元，同比增长 20.9%；5 月份完成收入 2968 亿元，同比增长 20.6%。1—5 月，软件业实现出口 182 亿美元，同比增长 14.8%，增速比去年同期高 4.7 个百分点。

2014 年 1—5 月，软件业出口额比两年前增长的比例在以下哪个范围之内？

- | | |
|-----------------|-----------------|
| A. 低于 20% | B. 20% ~ 30% 之间 |
| C. 30% ~ 40% 之间 | D. 高于 40% |

【例 3】(2017 新疆兵团) 2017 年上半年医药工业规模以上企业实现主营业务收入 15314.40 亿元，同比增长 12.39%，增速较上年同期提高 2.25 个百分点。

在医药工业规模以上企业实现主营业务收入上，2017 年上半年约是 2015 年上半年的：

- | | |
|-----------|-----------|
| A. 1.13 倍 | B. 0.13 倍 |
| C. 1.24 倍 | D. 0.24 倍 |

【例 4】(2019 广东选调) 分区域看，2018 年上半年东部地区规模以上文化及相关产业企业实现营业收入 32443 亿元；中部、西部和东北地区分别为 5828 亿元、3509 亿元和 447 亿元。从增长速度看，西部地区比上年同期增长 13.4%；东部地区增长 9.7%；中部地区增长 9.6%；东北地区增长 2.4%，与上年同期下降 2.5% 相比，实现了正增长。

2016 年上半年，东北地区规模以上文化及相关产业企业实现营业收入约多少亿元？

- | | |
|----------|----------|
| A. 425.9 | B. 435.9 |
| C. 437.7 | D. 447.7 |

【例 5】(2019 辽宁)

辽宁省各类市场主体部分数据表

2018 年 12 月末				2018 年			
项目	绝对量	同比增长率 (%)	同比增速(百分点)	项目	绝对量	同比增长率 (%)	同比增速(百分点)
市场主体(万户)	343.8	8.2	1.1	生产总值(亿元)	25315.4	5.7	—
其中： 企业(万户)	90.7	12	-2.9	年人均生产总值(元)	58008	5.9	—
个体工商户(万户)	246.5	6.9	—	规模以上工业主营业务收入(亿元)	26489.9	15.8	6.9



农民专业合作社(万户)	66.2	5.8	—	规模以上工业利税总额(亿元)	2925.1	20.7	-7.5
注册资本(万亿元)	129.23	27.7	-2.9	其中: 利润总额(亿元)	1460.3	41.8	-51.9
新登记市场主体(万户)	66.1	5.1	-25.5	税收总额(亿元)	1464.8	5.1	—

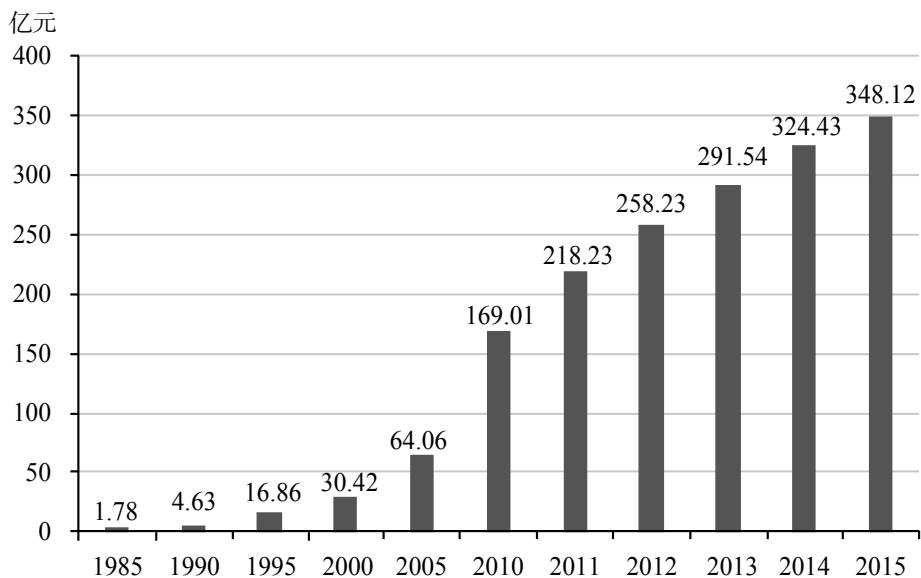
2018年比2016年新登记市场主体约增加多少万户?

- A. 16 B. 18
C. 20 D. 22

二、年均增长率



【例1】(2016四川)



建市以来某市主要年份非公有制经济总量示意图

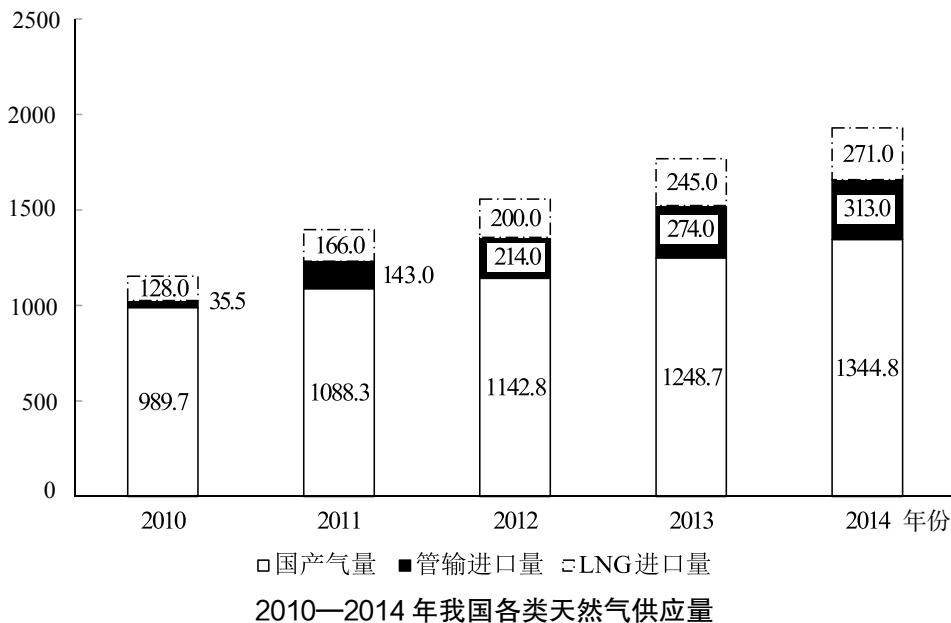


以下各时间段中，该市非公有制经济增加值年均增速最快的是：

- A. 1990—1995 年
- B. 1995—2000 年
- C. 2000—2005 年
- D. 2005—2010 年

【例 2】(2017 广州)

亿立方米

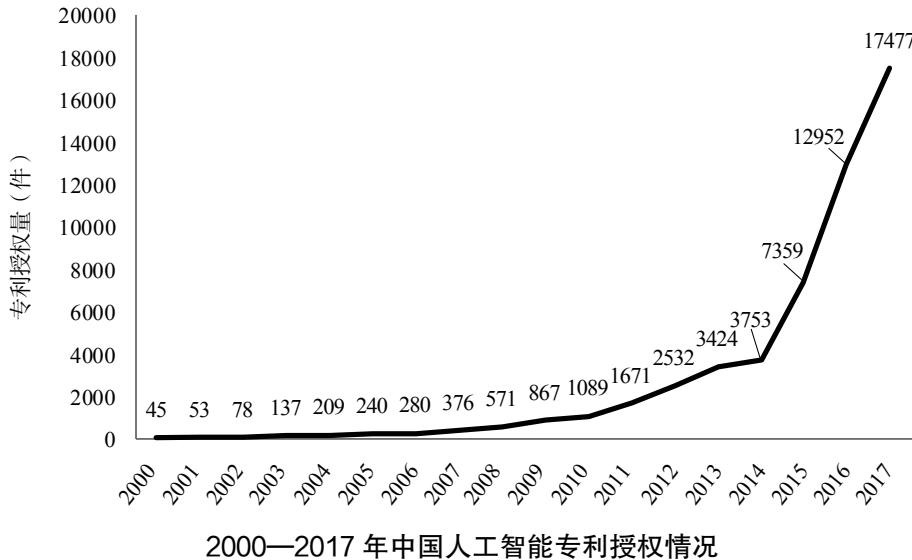


2010—2014 年，我国各类天然气供应量年均增速由高到低排列正确的是：

- A. 管输进口量、LNG 进口量、国产气量
- B. 国产气量、LNG 进口量、管输进口量
- C. 国产气量、管输进口量、LNG 进口量
- D. LNG 进口量、国产气量、管输进口量



【例3】(2019河南)



根据资料，下列关于我国2000—2017年相关信息说法正确的是：

- A. 略
- B. 2014年至2017年人工智能领域专利授权量年均增速为120%
- C. 略
- D. 略

【例4】(2018上海)

2012—2016年我国单银幕产出情况

	2012年	2013年	2014年	2015年	2016年
总票房(亿元)	170.7	217.7	296.4	440.7	457.1
城市院线票房(亿元)	166.3	215.3	295.1	438.6	455.0
观影人次(亿人次)	4.7	6.2	8.3	12.6	13.7
影院数(家)	3026	3849	4340	6148	7730
影院银幕数(块)	13118	18195	23592	31627	41179

2012—2016年，我国单银幕总票房平均每年较上年增长约：

- A. 13%
- B. 28%
- C. 54%
- D. 67%



三、混合增长率



【例 1】(2017 江西) 江西省 2015 年财政总收入 3021.5 亿元，比上年增长 12.7%，财政总收入占生产总值的比重为 18.1%，比上年提高 1.0 个百分点。其中，税收收入 2373.0 亿元，增长 8.9%，占财政总收入比重为 78.5%，其他收入 648.5 亿元。

2015 年江西省财政总收入中的其他收入比上年：

- | | |
|-------------|--------------|
| A. 减少了 2.9% | B. 减少了 29.2% |
| C. 增加了 2.9% | D. 增加了 29.2% |

【例 2】(2018 联考)

2017 年全国规模以上文化及相关产业企业营业收入情况

	1—12 月		1—9 月		1—6 月		1—3 月	
	绝对额(亿元)	比上年增长(%)	绝对额(亿元)	比上年增长(%)	绝对额(亿元)	比上年增长(%)	绝对额(亿元)	比上年增长(%)
新闻出版发行服务	3566	7.2	2301	8.1	1521	5.9	681	4.8
广播电影电视服务	1749	6.1	1186	1.1	762	0.3	323	-4.0
文化艺术服务	434	17.1	283	16.3	169	14.7	76	15.8
文化信息传输服务	7990	34.6	5503	36.0	3397	32.7	1506	29.4
文化创意和设计服务	11891	8.6	8046	7.9	5171	6.3	2287	5.8
文化休闲娱乐服务	1545	14.7	1070	13.0	640	16.8	276	16.8
工艺美术品的生产	16544	7.5	12756	8.5	8503	10.5	3976	9.2
文化产品生产的辅助生产	9399	6.4	7084	8.8	4593	10.5	2039	9.0
文化用品的生产	33665	11.4	25556	13.4	16626	13.2	7733	13.0
文化专用设备的生产	5168	3.7	3834	-2.2	2492	2.2	1028	5.7
合计	91950	10.8	67618	11.4	43874	11.7	19926	11.0



2017年哪一个季度的全国规模以上文化及相关产业企业营业收入合计数的同比增速最高?

- A. 第一季度 B. 第二季度
C. 第三季度 C. 第四季度

【例3】(2019国考)2017年,A省完成邮电业务总量6065.71亿元。其中,电信业务总量3575.86亿元,同比增长75.8%;邮政业务总量2489.85亿元,增长32.0%。

2017年A省邮电业务总量同比增速在以下哪个范围之内?

- A. 低于25% B. 25%~50%之间
C. 50%~75%之间 D. 超过75%

【例4】(2017联考)

2015年全国及部分省(市)一般公共预算收入与GDP相关关系

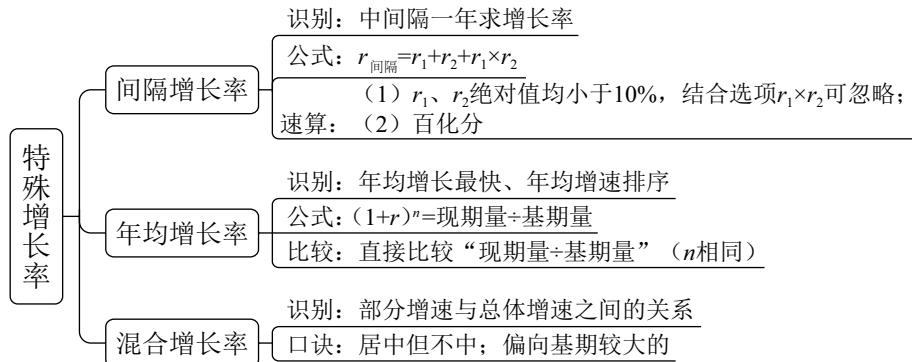
地区	一般公共预算收入			GDP	
	数值 (亿元)	同比增长 (%)	税收收入		数值 (亿元)
			数值 (亿元)	同比增长 (%)	
全国	152217	8.4	124892	4.8	676708
上海	5519.5	20.4	4858.2	15.1	24965
江苏	8028.6	11	6610.1	10.1	70116.4
浙江	4809.5	16.7	4167.7	8.1	42886
安徽	2454.2	10.6	1799.8	6.3	22005.6
福建	2544.1	7.7	1938.6	2.4	25979.8
江西	2165.5	15.1	1516.9	9.8	16723.8
山东	5529.3	10	4203.1	6	63002.3

2015年江苏、浙江、江西三省的税收收入平均增速是:

- A. 8.0% B. 8.5%
C. 9.4% D. 10.2%



°○ 思维导图

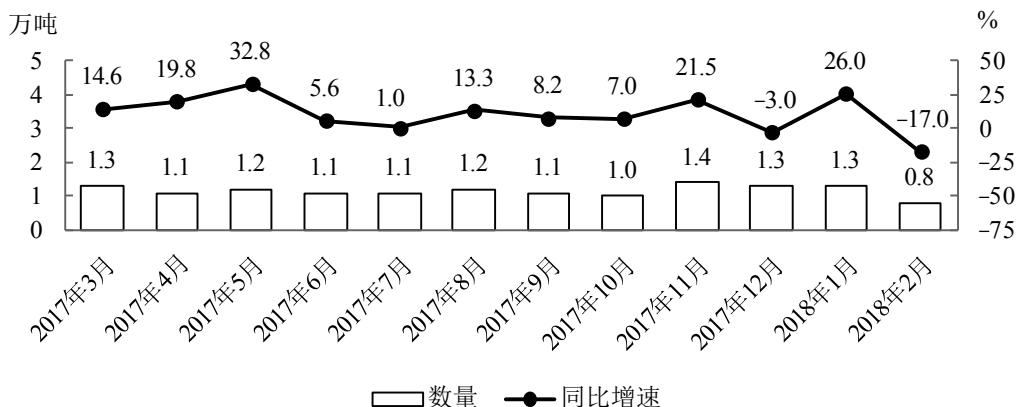


第十节 其他

一、简单计算



【例 1】(2019 国考)



2017 年 3 月—2018 年 2 月全国进口药品数量及同比增速

2017年下半年，全国进口药品数量同比增速低于上月水平的月份有几个？



- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

【例 2】(2020 国考)

2018 年全国产茶省份茶园面积及茶叶产量

单位：万公顷、万吨

省份	面积	产量	省份	面积	产量
江苏	3.37	1.46	广东	6.20	9.65
浙江	19.92	18.60	广西	7.71	7.30
安徽	16.97	13.49	海南	0.24	0.06
福建	20.72	40.16	重庆	4.49	3.96
江西	11.42	7.09	四川	36.34	29.50
山东	2.20	2.88	贵州	45.62	19.93
河南	11.63	7.40	云南	44.45	39.81
湖北	29.93	31.45	陕西	13.80	7.35
湖南	16.89	21.36	甘肃	1.15	0.14

2018 年茶园面积最大的 4 个省份中，茶叶产量也是全国前 4 名的省份有几个？

- A. 3 B. 4 C. 1 D. 2

【例 3】(2020 河南)

2019 年全国（东、中、西部和东北地区）房地产销售情况

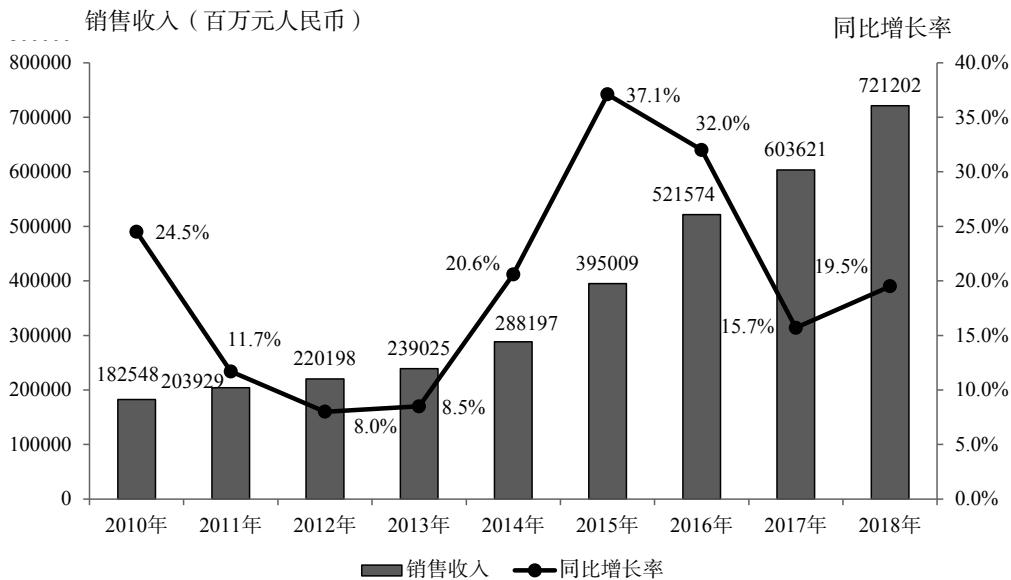
地区	商品房销售面积		商品房销售额	
	绝对数 (万平方米)	比上年增长 (%)	绝对数 (亿元)	比上年增长 (%)
全国总计	171558	-0.1	159725	6.5
东部地区	66607	-1.5	83833	5.8
中部地区	50037	-1.3	35505	4.9
西部地区	47410	4.4	34488	10.8
东北地区	7504	-5.3	5899	2.8

2019 年全国商品房销售面积同比下降幅度最大的地区是：

- A. 东部地区 B. 中部地区
C. 西部地区 D. 东北地区



【例4】(2019辽宁)

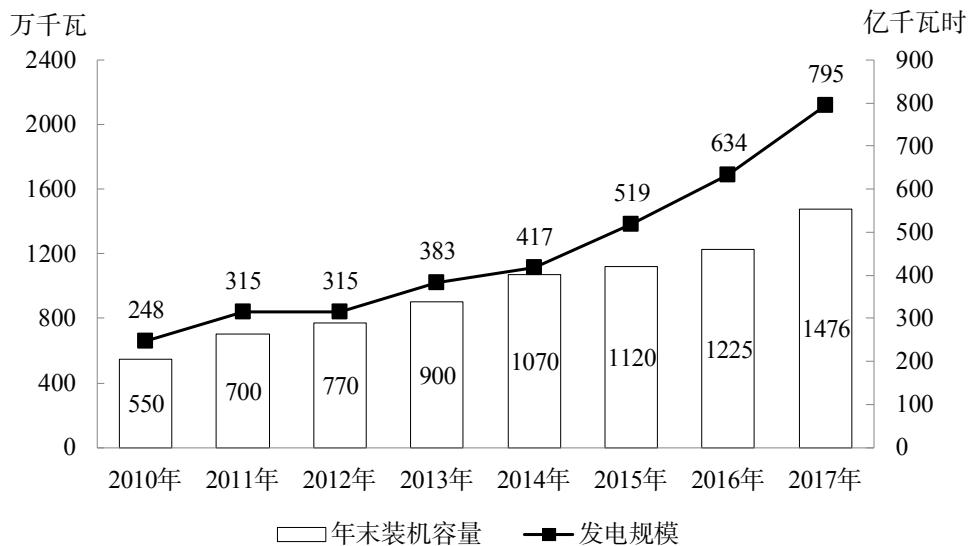


2010—2018年华为公司销售收入与同比增长率

“十二五”期间华为销售收入总计达到多少百万元?

- A. 1344565 B. 1346358
 C. 1348467 D. 1350118

【例5】(2020山东)



2010—2017年我国生物质发电年末装机容量及发电规模



“十二五”（2011—2015年）期间，我国生物质发电总量在以下哪个范围内？

- A. 小于1700亿千瓦时 B. 1700~2000亿千瓦时
C. 2000~2300亿千瓦时 D. 大于2300亿千瓦时

【例6】（2019江西）2017年我国成年国民数字化阅读方式（网络在线阅读、手机阅读、电子阅读器阅读、平板电脑阅读等）的接触率为73.0%。其中，网络在线阅读接触率为59.7%，比上年增加4.4个百分点；手机阅读接触率为71.0%，比上年增加4.9个百分点；电子阅读器阅读接触率为14.3%，比上年增加6.5个百分点；平板电脑阅读接触率为12.8%，比上年增加2.2个百分点。

2016年我国成年国民数字化阅读四个方式的接触率按从高到低排列正确的是：

- A. 网络在线阅读>手机阅读>电子阅读器阅读>平板电脑阅读
B. 手机阅读>网络在线阅读>电子阅读器阅读>平板电脑阅读
C. 网络在线阅读>手机阅读>平板电脑阅读>电子阅读器阅读
D. 手机阅读>网络在线阅读>平板电脑阅读>电子阅读器阅读

【例7】（2019四川）

2016年全国农户住房数量与住房结构构成

单位：%

		全国	东部	中部	西部	东北
按拥有住房数量划分	拥有1处住房	87.0	82.7	87.9	89.5	93.9
	拥有2处住房	11.6	15.6	11.0	9.2	5.0
	拥有3处及以上住房	0.9	1.4	0.7	0.5	0.3
	没有住房	0.5	0.3	0.4	0.9	0.8
按住房结构划分	钢筋混凝土	12.5	15.7	13.5	9.5	5.3
	砖混	57.2	57.9	65.3	50.6	47.8
	砖（石）木	26.0	25.1	18.9	30.9	42.5
	竹草土坯	2.8	0.9	1.5	5.9	3.6
	其他	1.4	0.5	0.8	3.1	0.9

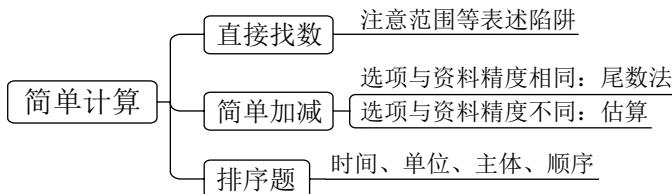
注：“按住房结构划分”统计的农户当前居住的住房状况。没有住房的农户计入“其他”项中。

将全国不同地区按照拥有2处及以上住房的农户占该地区农户总数比重从高到低的次序排列，以下正确的是：

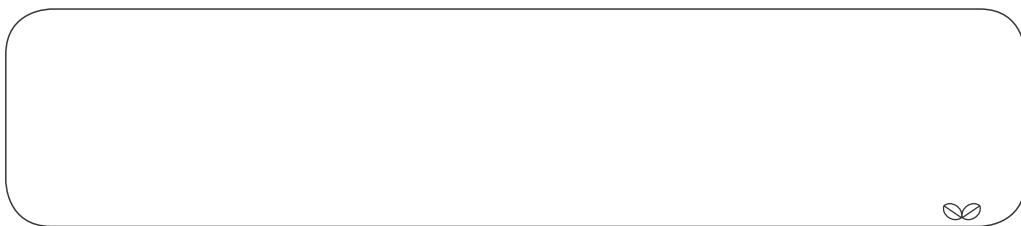


- A. 东部、西部、中部、东北
 B. 东部、中部、西部、东北
 C. 中部、东部、东北、西部
 D. 中部、东北、东部、西部

° Ø 思维导图



二、综合分析



【例】(2019 广东) 2018 年，我国全社会用电量 68449 亿千瓦时，同比增长 8.5%，增幅同比提高 1.9 个百分点。具体来看，第一产业用电量 728 亿千瓦时，同比增长 9.8%；第二产业用电量 47235 亿千瓦时，同比增长 7.2%；第三产业用电量 10801 亿千瓦时，同比增长 12.7%；城乡居民生活用电量 9685 亿千瓦时，同比增长 10.4%。

2018 年，我国可再生能源发电量达 1.87 万亿千瓦时，同比增长约 1700 亿千瓦时；可再生能源发电量占全年发电总量比重为 26.7%，同比上升 0.2 个百分点。

2016—2018 年全国电力工业统计数据（部分）

指标名称	2018 年	2017 年	2016 年
可再生能源发电量（亿千瓦时）	18700	17000	15500
其中：水电发电量（亿千瓦时）	12000	11945	11745
风电发电量（亿千瓦时）	3660	3057	2420
光伏发电发电量（亿千瓦时）	1775	1182	662
生物质发电发电量（亿千瓦时）	906	794	647
全口径发电设备容量（万千瓦）	189967	177703	165151



根据以上资料，下列说法不正确的是：

- A. 2018 年，我国第二产业用电量是第三产业用电量的 4 倍多
- B. 2017 年和 2018 年，我国风电发电量同比增幅均超过 20%
- C. 2017 年，我国可再生能源发电量占全年发电总量的 26.5%
- D. 2018 年，我国全口径发电设备容量较 2016 年增加约 2.48 亿千瓦

方法精讲-数量 1

(全部讲义+本节课笔记)

主讲教师：杜岩

授课时间：2020.09.30



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 1（笔记）

学习任务：

1. 课程内容：代入排除法、倍数特性法、方程法。

2. 授课时长：3 小时。

3. 对应讲义：158 页～164 页。

4. 重点内容：

(1) 掌握代入排除法的适用范围及使用方法。

(2) 掌握倍数特性法的基础知识，以及余数型和比例型的解题思路。

(3) 掌握设未知数的技巧，熟悉不定方程的解题思路。

【注意】

1. 据公屏统计，90%以上的同学不做数量关系，说明你的对手不在乎数量关系，如果你可以挑出几道题目做，就会建立差距，就会比你的对手多得几分，所以数量关系一定不能全盘放弃。

2. 分析大家不做数量关系的原因：有同学做题慢、读题慢，思考方式慢，万事都用方程法，很多同学拿到一道题目，不管题目说的是什么，一定是找等量关系列方程解方程，整个解题步骤造成速度慢，需要思考有没有其它更好的技巧解决问题，对题型进行分类，总结套路。方程法不是不能用，个别题目可以用方程法，但是所有的题目都用方程法得不偿失。

3. 数学运算：

(1) 三大方法：代入排除法、倍数特性法、方程法。数量关系不是不会，而是思维固化了，要打开思维。

(2) 六大题型：后三节课每节课讲解两个题型。

①工程问题、行程问题。

②经济利润、最值问题。

③容斥原理、排列组合与概率。

(3) 方法课讲解高频的考点，对于很多年不考的或者 2、3 年考一道的（如几何问题、周期问题、浓度混合问题等），会在真题刷题课、后期补充课程包、

模考大赛中讲解。

第一节 代入排除法

【知识点】代入排除法：把选项的数据代入题干条件验证，然后排除不符合的选项。一共四个选项，如果可以排除三个选项，剩下的就是正确选项。小学、中学、高中往往是填空题、解答题居多，所以不用代入排除法，但是行测考试都是选择题，每道题目都有选项，可以用代入排除。模拟考试场景，大多数同学在考场上会做完题目后会剩下 10 分钟，最后的 10 分钟一定是手足无措的，哪道题都想做，利用效率不高，注意力是不够的，此时用代入排除法，不需要很多的思维逻辑。

1. 什么时候用？——看题型。特定题型：年龄、余数、多位数、不定方程。

(1) 年龄：涉及到年龄的问题，题干围绕着年龄变化进行分析。

(2) 余数：出现“剩”、“余”、“缺”等关键字。

例：一个数，除以 7 余 3，除以 8 余 4，除以 9 余 5，问：这个数可能是几？

答：正面求解比较困难，如果给出选项 A. 10、B. 11、C. 12、D. 500，A 项： $10/8$ 不是余 4，排除；B 项： $11/8$ 不是余 4，排除；C 项： $12/9$ 不是余 5，排除，答案选择 D 项。

(3) 不定方程：未知数个数多于方程个数。

例： $3x+2y=10$ ，求：x、y 的值。

答：两个未知数一个方程，方程不好求解， $x=1$ 时， y 有对应的解， $x=2$ 时， y 也有对应的解，有无数组解。把四个选项分别代入，验证等式是否成立即可。

(4) 多位数：出现位数的变化。

例：一个三位数，十位和个位对调，比原来大 9，问：这个三位数可能是几？

答：出现位数变化，属于多位数问题。

2. 什么时候用？——看选项。

(1) 选项信息充分：选项为一组数（问法：分别/各）。

(2) 例: 甲乙共有 100 个, 甲比乙多 70 个。甲、乙分别为:

- | | |
|-----------|-----------|
| A. 90, 10 | B. 85, 15 |
| C. 80, 20 | D. 75, 25 |

答: 每个选项后都有两个数字, 选项为一组数, 属于选项信息充分, 代入验证即可。有同学会条件反射列方程求解, 设甲为 x 、乙为 y , $x+y=100$ 、 $x-y=70$, 但是没必要用方程, 验证选项, 选项的两个数加和都为 100, 只有 B 项 $85+15=100$, 满足题意。

【注意】什么时候可以用代入排除法:

1. 题型: 年龄、余数、多位数、不定方程。
2. 选项: 选项为一组数。

【例 1】(2020 江苏) 在统计某高校运动会参赛人数时, 第一次汇总的结果是 1742 人, 复核的结果是 1796 人, 检查发现是第一次计算有误, 将某学院参赛人数的个位数字与十位数字颠倒了。已知该学院参赛人数的个位数字与十位数字之和是 10, 则该学院的参赛人数可能是:

- | | |
|---------|---------|
| A. 64 人 | B. 73 人 |
| C. 82 人 | D. 91 人 |

【解析】例 1. 找题目的切入点, 切入点可能是题型、选项、问法, 题中涉及位数的变化, 多位数问题, 考虑代入排除法, 代入选项验证。已知“第一次汇总的结果是 1742 人, 复核的结果是 1796 人”, 人数有变化, 两次结果相差 $1796-1742=54$ 人。验证选项, A 项: 64 的个位数字与十位数字颠倒之后为 46, $64-46=18 \neq 54$, 排除; B 项: 73 的个位数字与十位数字颠倒之后为 37, $73-37=36 \neq 54$, 排除; C 项: 82 的个位数字与十位数字颠倒之后为 28, $82-28=54$, 满足题干条件, 答案选择 C 项。**【选 C】**

【注意】

1. 答案是唯一的, 只要有一个选项满足题干所有条件, 这个选项就是正确答案。

2. 更快的解题思路：

(1) 第一种：用尾数，两次结果相差 $1796 - 1742 = 54$ 人，差值的尾数为 4。验证选项，A 项： $64 \rightarrow 46$ ，看尾数，尾数 4 - 尾数 6 = 尾数 8，不是尾数 4，排除。
(1) 第二种：数字敏感度，要想差值为 54，看选项。A 项：64 和 46 差不到 50，排除；B 项：73 和 37 差不到 50，排除；D 项：91 和 19 相差比 50 多很多，排除，答案选择 C 项。

【例 2】(2020 广东) 某部门正在准备会议材料，共有 153 份相同的文件，需要装到大、小两种文件袋里送至会场，大的每个能装 24 份文件，小的每个能装 15 份文件。如果要使每个文件袋都正好装满，则需要多少个大文件袋？

- A. 2 B. 3
C. 5 D. 7

【解析】例 2. 目的是装完 153 份文件，大文件袋每个能装 24 份文件，小文件袋每个能装 15 份文件，问每个文件袋都正好装满的情况下，需要多少个大文件袋。读完题目，感觉没有好的切入点，要么放弃、要么列方程。设需要 x 个大文件袋、 y 个小文件袋，根据题意列式： $24x + 15y = 153$ ， x 、 y 有无数组解，一个方程两个未知数，不定方程，考虑代入。代入 A 项： $x=2$ ， $24*2 + 15y = 153$ ，解得 $y=7$ ， x 、 y 均为整数，满足题干所有条件，答案选择 A 项。**【选 A】**

【注意】问题改为“如果要使每个文件袋都正好装满，则最多需要多少个大文件袋”。代入 A 项可以满足条件，但是不能直接就选择 A 项，有可能 D 项也满足条件，而题目前提问的是最多，所以就要选择 D 项。代入验证时，如果题目问法有最值倾向，问最多，从最大的选项开始代；问最小，从最小的选项开始代。

【例 3】(2019 青海法检) 小李打算买 38 个梨和苹果。已知苹果每个 3 元，梨每个 2 元，现要求苹果的数量不得少于梨的 3 倍，那么各买多少苹果和梨才能使花费最少？

- A. 30 8 B. 28 10
C. 33 5 D. 29 9

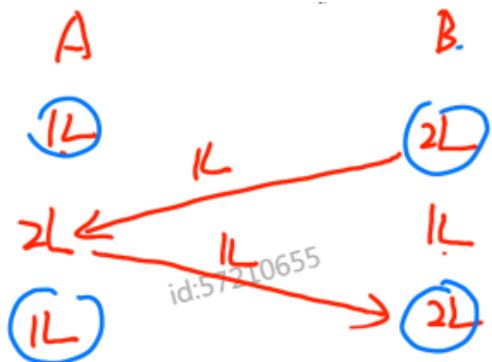
【解析】例 3. 方法一：选项是一组数，选项信息充分，考虑代入排除。“不得少于”即大于等于，代入选项，算出每个选项的总花费，选一个总花费最少的即可。A 项：总花费=30*3+8*2；B 项： $28 < 10*3$ ，不满足“苹果的数量 \geq 梨的 3 倍”，排除；C 项：总花费=33*3+5*2；D 项：总花费=29*3+9*2，算出总花费之后，选择花费最少的 D 项即可。

方法二：要使总花费最少，苹果和梨的总量一定，梨的单价便宜，所以要尽量多买梨。看选项，B 项不满足“苹果的数量 \geq 梨的 3 倍”，剩下 A、C、D 项中梨的数量最多的是 D 项。**【选 D】**

【例 4】(2020 上海) 有 A、B 两个水壶，分别装有 a、b 升水。现将 B 壶中的一半水倒入 A 壶中，再将 A 壶中的一半水倒回 B 壶中，将上述过程记为一次操作，那么两次操作后 A、B 两壶中的水又回到初始状态。那么 a/b 等于：

- | | |
|--------|--------|
| A. 1/2 | B. 2/3 |
| C. 3/4 | D. 4/5 |

【解析】例 4. 题干过程比较复杂，很多同学会选择放弃，抓住题目本质，问的是 a/b ，即 $a: b$ ，A 项为 1: 2，B 项为 2: 3，C 项为 3: 4，D 项为 4: 5，等价于一组数的形式，往往比例类的形式，是特殊的一组数，考虑代入验证。代入 A 项： $a/b=1/2$ ，假设 A 水壶有 1 升水、B 水壶有 2 升水，“将 B 壶中的一半水倒入 A 壶中”，此时 A 水壶有 2 升水、B 水壶有 1 升水，“再将 A 壶中的一半水倒回 B 壶中”，此时 B 水壶有 2 升水、A 水壶有 1 升水，一次操作之后，A 水壶仍是 1 升，B 水壶仍是 2 升，再次操作后，水壶中的水仍不变，满足题干条件，答案选择 A 项。**【选 A】**



【注意】

1. 如果一次操作之后有变化，可以继续验证第二次操作后的结果是否满足要求。如果一次操作之后没有变化，两次操作后一定也没有变化。
2. 四个选项中，如果有—个选项满足题干所有条件，这个选项一定是正确答案。



【注意】代入排除法：

1. 适用范围：
 - (1) 典型题：多位数、年龄、不定方程、余数。
 - (2) 看选项：选项为一组数。
 - (3) 剩两项：只剩两项时，代入一项即得答案。如给出甲是偶数，求甲是多少。选项给了 2、3、4、5，由于甲是偶数，可以排除 3、5，剩下两个选项，代入一个验证即可，如果代入 2 正确，则选 2；如果代入 2 不正确，则选 4。
2. 方法：代入排除最笨重的地方在于运气不好时，可能会代入三次才能确定答案，为了减少计算量，可以优先排除一些选项，剩下的选项再代入。
 - (1) 优先排除：尾数、奇偶、倍数，第二节课内容中讲解。
 - (2) 直接代入：最值（问最大，从最大的选项开始代；问最小，从最小的选项开始代）、好算（如 100、120、131、147，优先验证好算的 100 或 120）。

第二节 倍数特性法

【注意】倍数特性法：

1. 基础知识。
2. 余数型。
3. 比例型。

一、基础知识

【知识点】基础知识：

1. 若 $A=B*C$ (B 、 C 均为整数)，则： A 既能被 B 整除，又能被 C 整除。如 $100=4*25$ ， 100 能被 4 整除， 100 能被 25 整除， 4 和 25 是 100 的约数。

2. 题型：

(1) 平均分配物品、平均数。

①如老师给大家买苹果，每人分 3 个，刚好分完，则苹果总数= $\text{人数}*\text{人均}3$ 个，苹果总数一定是 3 的倍数。如选项为 100 、 101 、 104 、 120 ，只有 120 是 3 的倍数，则苹果总数为 120 。

②平均数：如 5 个人的平均分为整数， $\text{总分}=5*\text{平均分}$ ，则总分是 5 的倍数。

(2) 三量关系。如老师去搬砖，每天搬 7 块，问一共搬多少砖， $\text{总数}=7*\text{天数}$ ，总数是 7 的倍数。

【例】(2018 国考) 一辆汽车第一天行驶了 5 个小时，第二天行驶了 600 公里，第三天比第一天少行驶 200 公里，三天共行驶了 18 个小时。已知第一天的平均速度与三天全程的平均速度相同，问三天共行驶了多少公里？

- A. 800 B. 900
C. 1000 D. 1100

【解析】例. 行程问题，题干很复杂，从问法入手， $\text{总路程}(S)=\text{路程}(V)*\text{时间}(t)$ ，三量关系，考虑倍数特性。已知“三天共行驶了 18 个小时”，即 $t=18$ ， $S=18*V$ ， S 是 18 的倍数，验证一个数是否是 18 的倍数，因式分解， $18=9*2$ ，如果一个数既满足 2 的倍数又满足 9 的倍数，则这个数一定是 18 的倍数。选项都是偶数，都满足 2 的倍数；验证 9 的倍数，只有 B 项满足。**【选 B】**

【注意】

1. 本题速度不一定是整数，但是在考试中，大部分情况下速度都是整数，出题人不会在计算量上难为你，往往可以把速度当成整数对待。近几年，只有 2018 年山东出现过一次例外，可以大胆猜测，正确率在 70% 以上。

2. 代入 B 项验证, $V=900/18=50$, 第一天行驶的路程= $50*5=250$, 第二天行驶的路程= 600 , 第三天行驶的路程= $250-200=50$, $250+600+50=900$, 满足题干条件。

3. 列方程, 设三天全程的平均速度为 V , 第一天行驶的路程= $5V$, 第三天行驶的路程= $5V-200$, 列式: $5V+600+5V-200=18V$ 。

【知识点】整除判定技巧:

1. 口诀法:

(1) 3、9 看各位数字之和。

①判断 21345 是否是 3 的倍数: 各位数加和= $2+1+3+4+5=15$, 15 是 3 的倍数, 则 21345 是 3 的倍数。

②判断 21345 是否是 9 的倍数: 各位数加和= $2+1+3+4+5=15$, 15 不是 9 的倍数 ($15/9$, 除不尽), 则 21345 不是 9 的倍数。

③判断 1234567 是否是 3 的倍数: 各位数加和= $1+2+3+4+5+6+7=28$, $28/3$, 除不尽, 则 1234567 不是 3 的倍数。

(2) 5 看末位。5 的 1 倍为 5、5 的 2 倍为 10、5 的 3 倍为 15……, 满足 5 的倍数的数字末位为 5 或 0。

(3) 4 看末两位。

①判断 512 是否是 4 的倍数: $512=500+12$, 500 是 4 的倍数, 12 也是 4 的倍数, 所以 512 是 4 的倍数。

②判断 2016 是否是 4 的倍数: 末两位为 16, $16/4=4$, 可以除尽, 16 是 4 的倍数, 则 2016 是 4 的整数倍。原理: $2016=2000+16$, 2000 是 4 的倍数, 16 是 4 的倍数, 则 2016 是 4 的倍数。

2. 因式分解:

(1) 判断 $X/18$: $18=2*9$, 判断 $X/9$ 且 $X/2$ 。

①因式分解后的 2 个数必须互质 (互质: 两个数之间没有公约数)。

②18 不能分解成 $3*6$, 如果一个数既满足 3 的倍数, 又满足 6 的倍数, 不一定能满足是 18 的倍数, 如 12 既是 3 的倍数又是 6 的倍数, 但是 12 不是 18 的倍数。

(2) 判断一个数是 12 的倍数, 12 不能分解成 $2*6$, 因为 2、6 有公约数 2,

所以将 12 分解成 $3*4$ 。

(3) 判断一个数是 45 的倍数，不能分解成 $3*15$ ，因为 3、15 有公约数 3，所以将 45 分解成 $5*9$ 。

3. 拆分法：

(1) 判断 $X/7$ ：把 X 拆成 7 的倍数+零头，只看零头能否被 7 整除。

(2) 判断 602 是否是 7 的倍数， $602=630-28$ ，630 是 7 的倍数，28 是 7 的倍数，则 602 是 7 的倍数。

(3) 判断 623 是否是 7 的倍数， $623=630-7$ ，630 是 7 的倍数，7 是 7 的倍数，则 623 是 7 的倍数。

二、余数型

【知识点】余数型：多退少补。

1. 一堆苹果分给每人 10 个，剩余 3 个，问苹果总数。

答：假设有 n 个人，苹果总数= $10n+3$ 。若选项为 A. 77、B. 83，只有 83 满足“ $10n+3$ ”的形式，答案选择 B 项。

2. 一堆苹果分给每人 10 个，还缺 3 个，问苹果总数。

答：假设有 n 个人，苹果总数= $10n-3$ ，苹果总数+3= $10n$ 。若选项为 A. 77、B. 83，只有 A 项满足“ $77+3=10$ 的倍数”，答案选择 A 项。

【例 1】(2019 江苏) 某机关事务处集中采购了一批打印纸，分发给各职能部门。如果按每个部门 9 包分发，则多 6 包；如果按每个部门 11 包分发，则有一个部门只能分到 1 包。这批打印纸的数量是：

A. 87 包 B. 78 包

C. 69 包 D. 67 包

【解析】例 1. 江苏真题。按照笨方法，余数问题，可直接代入验证。假设选项正确，验证 $87/9$ 、 $78/9$ 、 $69/9$ 、 $67/9$ 余数是否为 6，但弊端可能会有点麻烦（如果运气好，A 项为正确答案，代入一个选项就可以得到答案；如果运气差，D 项为正确答案，需要排除 A、B、C 项），因此先排除再代入。排除：由题干“如果按每个部门 9 包分发，则多 6 包”可设部门数为 n，则总数= $9n+6$ ①；由题干

“如果按每个部门 11 包分发，则有 1 个部门只能分到 1 包”可设部门数为 m ，则总数= $11m+1$ ②。答案都是两位数，验证②更简单（11 的倍数为叠词，验证答案-1 为叠词），即 $87-1=86$ 、 $69-1=68$ 都不能被 11 整除，不符合题意，排除 A、C 项；剩下 B、D 项，剩二代一，代入 B 项到①：总数= $9n+6 \rightarrow$ 总数-6 是 9 的整数倍， $78-6=72=8*9$ ，符合，当选；代入 D 项到①：总数= $9n+6 \rightarrow$ 总数-6 是 9 的倍数， $67-6=61 \neq 9n$ ，错误，只有 B 项符合。【选 B】

【例 2】(2017 联考) 某地举办铁人三项比赛，全程为 51.5 千米，游泳、自行车、长跑的路程之比为 3: 80: 20。小陈在这三个项目花费的时间之比为 3: 8: 4，比赛中他长跑的平均速度是 15 千米/小时，且两次换项共耗时 4 分钟，那么他完成比赛共耗时多少？

- A. 2 小时 14 分
- B. 2 小时 24 分
- C. 2 小时 34 分
- D. 2 小时 44 分

【解析】例 2. 梳理题干：要求三项比赛：游泳、自行车、长跑，问的是总耗时为多少，总时间分为换项耗时和运动时间，换项耗时为固定值 4 分钟（换项耗时：比如从游泳到自行车，需要换衣服换鞋；从自行车到长跑，需要换鞋等，此时所花的就是换项耗时），重点在于如何计算运动时间。

行程问题感觉比较复杂，由题干“全程为 51.5 千米，游泳、自行车、长跑的路程之比为 3: 80: 20”可知，三个项目的单独路程分别为 3 份、80 份和 20 份；由题干“比赛中他长跑的平均速度是 15 千米/小时”可知，长跑的速度为 15 千米/时，则可求出长跑的时间 ($t_{\text{长跑}}$ 占 4 份)；由题干“三个项目花费的时间之比为 3: 8: 4”可求出，自行车的时间 $t_{\text{自行车}}$ 占 8 份，游泳的时间 $t_{\text{游泳}}$ 占 3 份，因此所求= $t_{\text{自行车}}+t_{\text{游泳}}+t_{\text{长跑}}+4$ ，但太复杂，想想其他方法：由题干“三个项目花费的时间之比为 3: 8: 4”可设，游泳、自行车、长跑的时间分别为 $3n$ 、 $8n$ 、 $4n$ ，则总运动时间= $3n+8n+4n=15n$ ，换项时间为 4 分钟，总时间= $15n+4$ ，验证选项-4 剩下时间是否为 15 的倍数即可。

方法一：单位化统一。A 项：2 小时 10 分=130 分钟（去掉 4 分的结果）；B 项：2 小时 20 分=140 分；C 项：2 小时 30 分=150 分；D 项：2 小时 40 分=160 分，只有 150 满足 15 的倍数，对应 C 项。

那么他完成比赛共耗时多少?

- A. 2 小时 14 分
- B. 2 小时 24 分
- C. 2 小时 34 分
- D. 2 小时 44 分

$$3n + 8n + 4n = 15n$$

方法二: 1 小时为 60 分钟 (15×4), 所以整小时一定是 15 的倍数, 则 2 小时也符合 15 的倍数, 选项去掉 2 小时和 4 分钟后转化为 10、20、30、40, 只有 30 是 15 的倍数, 对应 C 项。【选 C】

$$15 \mid 30$$

【注意】设游泳、自行车、长跑的时间分别为 A、B、C, 则 $A: B: C = 3: 8: 4$, 则可设时间为 $3n: 8n: 4n$, 只是等比例缩放, 与速度没有关系, 总(运动)时间为 $15n$ 。

三、比例型

【知识点】比例型: 考查最多, 最容易识别(出现比例条件)。

1. 已知某班: 男/女=3/5, 问:
 - (1) 男生人数是 3 的倍数。
 - (2) 女生人数是 5 的倍数。
 - (3) 全班人数是 8 的倍数。要有份数的概念, 假设男生有 3 份, 则女生有 5 份, 那么男生和女生(全班人数)有 $3+5=8$ 份。
 - (4) 男女生人数差是 2 的倍数。要有份数的概念, 假设男生有 3 份, 则女生有 5 份, 那么男生和女生相差 $5-3=2$ 份。
2. $A/B=m/n$ (m, n 互质)。遇到比例型, 需要将分数转化为最简形式(互质)。
 - (1) A 是 m 的倍数。
 - (2) B 是 n 的倍数。
 - (3) $A+B$ 是 $m+n$ 的倍数。

(4) $A-B$ 是 $m-n$ 的倍数。

【注意】互质：两个数之间没有公因子，比如 2 和 4 不是互质，有公因子 2；3 和 4 是互质，没有公因子。

【知识点】比例的常见形式（遇到优先做，可进行秒杀）：

1. 男生是女生的 $3/5$ (分数)。
2. 男生与女生之比为 $3: 5$ ($3/5$)。
3. 男生是女生的 60% (百分数)， $60\% = 3/5$ 。
4. 男生是女生的 0.6 倍 (倍数)， $0.6 = 6/10 = 3/5$ 。

【例 1】(2020 江苏)某企业预计今年营业收入增长 15% ，营业支出增长 10% ，营业利润增加 600 万元。已知该企业去年的营业利润为 1000 万元，则其今年的预计营业支出是：

- A. 9000 万元 B. 9900 万元
C. 10800 万元 D. 11500 万元

【解析】例 1. 方法一：出现“收入、支出、利润”，收入-支出=利润，假设去年的收入为 x ，去年的支出为 y ，去年的利润为 1000，列式： $x-y=1000$ 。由题干“某企业预计今年营业收入增长 15% ，营业支出增长 10% ，营业利润增加 600 万元”可知，今年的收入为 $x*(1+15\%)=1.15x$ ，今年的支出为 $y*(1+10\%)=1.1y$ ，今年的利润为 $1000+600=1600$ ，列式： $1.15x-1.1y=1600$ ，联立可求解出答案，B 项正确。但方程法计算较为复杂，换一种思路。

方法二：比例、分数、倍数、百分数是最优质的条件，从此处入手。解题要从题型或问法入手，本题看问法，问今年的预计营业支出，由题干“今年营业收入增长 15% ”可知，今年支出=去年支出* $(1+10\%) \rightarrow$ 今年支出/去年支出 = $1.1 = 11/10$ ，即今年的支出为 11 的倍数，只有 9900 符合，对应 B 项。**【选 B】**

【注意】

1. 男生/女生= $3/5$ ，则男生是 3 的倍数，女生是 5 的倍数（分子找分子的倍

数关系，分母找分母的倍数关系)。

2. 改题：问今年的收入为多少？由题干“某企业预计今年营业收入增长 15%”可知，今年收入 $=1000 * (1+15\%) = 1000 * 1.15 = 11500$ ，对应 D 项，为主体坑； $9000 * (1+10\%) = 9900$ ，则 A 项为去年的支出，为时间坑。

【例 2】(2019 黑龙江边境)学校买来四种教材，语文教材是其余三种的 $1/4$ ，数学教材是其余三种的 $3/7$ ，英语教材是其余三种的 $7/13$ ，科学教材比数学教材少 30 本，则数学教材有：

- A. 30 本 B. 60 本
C. 100 本 D. 200 本

【解析】例 2. 摒弃以前的思路，出现分数(亲人)，考虑倍数特性。从问题问法入手，问“数学教材”，优先看与“数学”有关的条件，由题干“数学教材是其余三种的 $3/7$ ”可知，数学/其他三种 $=3/7$ ，为最简分数，分子和分子有倍数关系，分母和分母有倍数关系，即数学是 3 的倍数，其他三种是 7 的倍数，排除 C、D 项，剩下 A、B 项。

方法一：剩二代一，可先不代入，由题干“科学教材比数学教材少 30 本”可知，若数学为 30，则科学为 0，不符合“学校买来四种教材”，因此数学 >30 ，排除 A 项，只有 B 项符合。

方法二：由题干“数学教材是其余三种的 $3/7$ ”可知，数学/其他三种 $=3/7$ ，则数学占 3 份，其他三种占 7 份，总数占 10 份。根据“A 占其他总数的 $1/N$ ，则 A 占所有总数的 $1/(N+1)$ ”，则语文/总数 $=1/5$ ；英语/总数 $=7/20$ ，代入 A 项：若数学为 30，则其他三种为 70，总数为 100，语文为 $100 * 1/5 = 20$ ，英语为 $100 * 7/20 = 35$ 本，科学为 $100 - 20 - 30 - 35 = 15$ ，不符合“科学教材比数学教材少 30 本”，排除，只有 B 项符合。**【选 B】**

【注意】

1. 以前(初、高中)做题时，老师要求按步骤列式求解，是因为按步骤得分，而现在是结果论，答案不对就是错，因此代入排除选项。

2. 技巧：

(1) A 占其他总数的 $1/N$, 则 A 占所有总数的 $1/(N+1)$ 。比如: 语文教材是其余三种的 $1/4$, 语文/其他三种= $1/4$, 则总数=语文(1份)+其他三种(4份), 因此语文/总数= $1/5$ 。

(2) A 占其他总数的 M/N , 则 A 占所有总数的 $M/(N+M)$ 。

【例 3】(2020 上海) 甲、乙、丙、丁四人一起去踏青, 甲带的钱是另外三个人总和的一半, 乙带的钱是另外三个人的 $1/3$, 丙带的钱是另外三个人的 $1/4$, 丁带了 91 元, 他们一共带了多少元?

- A. 364 B. 380
C. 420 D. 495

【解析】例 3. 一半就是 $1/2$, 很多同学列方程, 由题干“甲带的钱是另外三个人总和的一半, 乙带的钱是另外三个人的 $1/3$, 丙带的钱是另外三个人的 $1/4$, 丁带了 91 元”可列式: $\text{甲}/(\text{乙}+\text{丙}+\text{丁}) = 1/2$; $\text{乙}/(\text{甲}+\text{丙}+\text{丁}) = 1/3$; $\text{丙}/(\text{甲}+\text{乙}+\text{丁}) = 1/4$; $\text{丁}=91$, 联立可求解, 但可以抓住核心点, 看到分数 ($1/2$ 、 $1/3$ 、 $1/4$), 想倍数特性, 问一共带了多少元, 就是计算总数。由 A 占其他总数的 $1/N$, 则 A 占所有总数的 $1/(N+1)$, “甲带的钱是另外三个人总和的一半”, 则甲占其他三人的 $1/2$, 总数为 3 份; “乙带的钱是另外三个人的 $1/3$ ”, 则乙占其他三人的 $1/3$, 总数为 4 份; “丙带的钱是另外三个人的 $1/4$ ”, 则丙占其他三人的 $1/4$, 总数为 5 份。总数一定, 既是 3 的倍数, 又是 4 的倍数, 至少是 12 的倍数, 还要兼顾 5 的倍数, 则总数为 3、4、5 公倍数 60 ($3*4*5$) 的倍数, 排除 A、B、D 项, 只有 C 项符合。**【选 C】**

【例3】(2020上海) 甲、乙、丙、丁四人一起去踏青，甲带的钱是另外三个人总和的一半。乙带的钱是另外三个人的 $\frac{1}{3}$ 。丙带的钱是另外三个人的 $\frac{1}{4}$ 。丁带了91元，他们一共带了多少元？

A. 364
B. 380
C. 420
D. 496

$$\begin{aligned} \text{甲} &= \frac{1}{2} \times (\text{乙} + \text{丙} + \text{丁}) \\ \text{乙} &= \frac{1}{3} \times (\text{甲} + \text{丙} + \text{丁}) \\ \text{丙} &= \frac{1}{4} \times (\text{甲} + \text{乙} + \text{丁}) \end{aligned}$$

id:50410202

技巧：A占其它数总和的 $\frac{1}{N}$ ，则A占所有数总和的 $\frac{1}{N+1}$

总：3份 ✓
总：4份 ✓
总：5份 ✓
60倍数

【注意】

- 技巧：A占其他总数的 $1/N$ ，则A占所有总数的 $1/(N+1)$ 。
- 问钱数要满足3的倍数、4的倍数、5的倍数，可一一验证，比如验证3的倍数，可排除A、B、C项，则可直接选择D项，或者直接验证3、4、5公倍数60的倍数，一步验证答案。
- B项改为480：代入法。代入总钱数为420，计算出甲、乙、丙，再加上91，验证 $\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} + \text{丁} = 420$ 是否成立，若满足条件，则选择。

【例4】(2019联考) 某农户饲养有肉兔和宠物兔两种不同用途的兔子共计2200只，所有兔子的毛色分为黑、白两种。肉兔中有87.5%的毛色为黑色，宠物兔中有23%的毛色为白色。据此可知，毛色为白色的肉兔至少有多少只？

- A. 25 B. 50
C. 100 D. 200

【解析】例4. 已知 $87.5\% = 7/8$, $23\% = 23/100$ 。梳理题干：问的是“毛色为白色的肉兔至少有多少只”，已知肉兔=白色肉兔+黑色肉兔，由题干“肉兔中有87.5%的毛色为黑色”可知，黑色占比为 $7/8$ (87.5%)，则白色占比为 $1/8$ (12.5%)。已知占比，想结合占比计算部分量，需要知道总量，即需要计算肉兔的总数。由题干“肉兔和宠物兔两种不同用途的兔子共计2200只”可知，肉兔+宠物兔=2200，若想毛色为白色的肉兔至少，即需要保证肉兔最少，则要保证宠物兔(23%)

为白色，即白色宠物兔/宠物兔=23/100) 最多，所以宠物兔是 100 的倍数，最多为 2100 只，那么肉兔为 $2200 - 2100 = 100$ 只，白色肉兔为 $100 * 1/8 = 12.5$ ，不符合题意（数量为整数，不可能为半只兔子、半个人）；若宠物兔为 2000 只，那么肉兔为 $2200 - 2000 = 200$ 只，白色肉兔为 $200 * 1/8 = 25$ 只，对应 A 项。【选 A】

【注意】

1. 常见的百分数： $12.5\% = 1/8$, $87.5\% = 7/8$ 。
2. 问“至少”，找最少。

【拓展】(2019 联考) 调酒师调配鸡尾酒，先在调酒杯中倒入 120 毫升柠檬汁，再用伏特加补满，摇匀后倒出 80 毫升混合液备用，再往杯中加满番茄汁并摇匀，一杯鸡尾酒就调好了。若此时鸡尾酒中伏特加的比例是 24%，问调酒杯的容量是多少毫升？

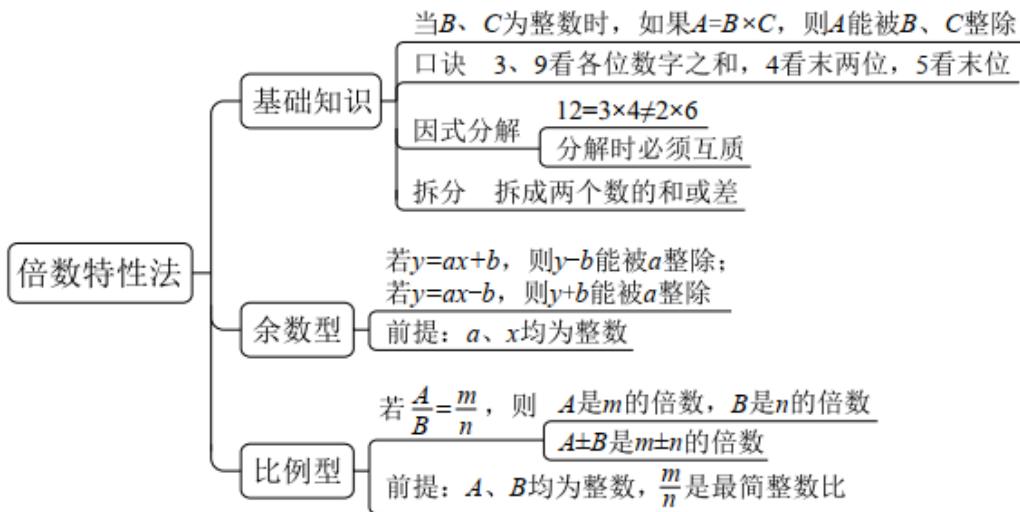
- A. 160 B. 180
C. 200 D. 220

【解析】拓展. 有一个空杯子，先倒入 120 毫升柠檬汁，用伏特加补满，摇匀，然后倒出 80 毫升，再用番茄汁加满。问酒杯容量，正面做比较麻烦，找一些有提示的条件，从其它角度解题。题干中出现百分数 (24%)，当题干中出现分数、比例、倍数、百分数时，重点关注。此时鸡尾酒中伏特加的比例是 24%，浓度=溶质/溶液，伏特加量/整个烧杯溶液量= $24/100 = 6/25$ 。最后是满杯的状态，溶液的量即为杯子的量，所以杯子容量为 25 的倍数，只有 C 项满足。【选 C】

【注意】

1. 本题猜 25 的倍数只是一种思路，但不保证一定正确，因为容量可以是整数也可以是非整数。考试中，出题人一般不会在这种数据上“坑”我们，最好的题目是将每一步都设置成整数，但每一步都很复杂，这才会体现出题人的能力。
2. 所有的分数、比例、倍数、百分数，一定要转化为最简分数才能用。

° Ø 思维导图



【注意】倍数特性：

1. 基础知识：

- (1) 当 B、C 为整数时，如果 $A=B\times C$ ，则 A 能被 B、C 整除。
- (2) 口诀：3、9 看各位数字之和，4 看末两位，5 看末位。
- (3) 因式分解： $12=3\times 4\neq 2\times 6$ ；分解时必须互质。
- (4) 拆分：拆成两个数的和或差。

2. 余数型：

- (1) 若答案= $ax+b$ ，则答案- b 能被 a 整除；若答案= $ax-b$ ，则答案+ b 能被 a 整数。

- (2) 前提：a、x 均为整数。

3. 比例型：比例、倍数、分数、百分数为突破点。

- (1) 若 $A/B=m/n$ ，则：

① A 是 m 的倍数，B 是 n 的倍数。

② $A \pm B$ 是 $m \pm n$ 的倍数。

- (2) 前提：A、B 均为整数， m/n 是最简整数比。

第三节 方程法

【知识点】方程法：普通方程设未知数技巧。

- 1. 设小不设大（较少分数计算）。例：已知甲是乙的 $1/3$ ，如果设乙为 x，

则甲为 $1/3*x$ ，出现分数，不好计算，所以推荐设甲为 x ，则乙为 $3x$ ，方便计算。

2. 设中间量（方便列式）。例：有甲乙丙丁四个人春游，计算外出所带的钱数，如果分别设甲乙丙丁分别带 x 、 y 、 z 、 n 元，四个未知量的方程会非常复杂。当题干中已知甲乙丙丁所带钱数都与中间量有关系，可以设中间量为 x ，比如甲比中间量多多少，乙比中间量少多少，丙是中间量的几分之几，丁是中间量的几倍，可以设中间量为 x ，反推出甲乙丙丁，将原来四个未知量转化为一个未知量。

3. 问谁设谁（避免陷阱）。例：有甲乙两个人，甲和乙有等量关系（甲比乙多多少，甲是乙的几倍），最后问甲为多少？如果设乙为 x ，最后求甲，最后求出的 x 为乙，要反推出甲，此时容易掉坑。比如前面的例 1（2020 江苏）：题干中有收入和支出，B 项为支出，D 项为收入，如果设收入为 x ，求出 x 后一定不要直接选 D 项。

【例 1】（2020 联考）春节期间，省图书馆邀请多位书法老师免费为读者书写春联。现场书写的春联中有 188 副不是刘老师书写的，有 219 副不是陈老师书写的，刘、陈两位老师今年一共书写了 311 副春联。问陈老师今年一共书写了多少副春联？

- A. 208
- B. 171
- C. 140
- D. 126

【解析】例 1. 当题干中有明显的等量关系时用方程法。已知“刘、陈两位老师今年一共书写了 311 副春联”， $R+M=311$ 。题目中间陈老师今年一共书写了多少副春联，设陈老师书写了 x 副春联。“现场书写的春联中有 188 副不是刘老师书写的，有 219 副不是陈老师书写的”，总数=陈老师写的+不是陈老师写的 = $x+219$ 。总数=刘+陈= $(x+219-188) +x=311$ ，解得 $x=140$ ，对应 C 项。**【选 C】**

【例 2】（2019 黑龙江边境）小肖在某外卖公司做派送员，按公司规定，每派送 1 单外卖，可获得 5 元派送费。但如果外卖没有准时送达，则派送费会扣除 3 元。一天，小肖的派送费结算为 188 元，则他当日最多准时送达了：

- A. 38 单 B. 37 单
C. 36 单 D. 35 单

【解析】例 2. 读题分析，准时送达能得到 5 元，迟到只能得到 2 元。“一天，小肖的派送费结算为 188 元”，题干中出现明显的等量关系，准时送达报酬（每单 5 元）+迟到报酬（每单 2 元）=188 元。假设单日最多准时送达 x 单，所以准时送达报酬=5 x ， $188/5$ 除不尽，所以一定有迟到的情况，设迟到 y 单，迟到报酬=2 y 。列式为： $5x+2y=188$ 。

方法一：有两个未知数，一个方程，未知数个数>方程个数，为不定方程，用代入排除法。问最多，从最大的开始代入。A 项： $x=38$ ， $38*5>188$ ，排除；B 项： $x=37$ ， $37*5=185$ ，则 $2y=188-185=3$ ，解得 $y=1.5$ ，不可能出现 0.5 单，排除；C 项： $x=36$ ， $36*5=180$ ，则 $2y=188-180=8$ ，解得 $y=4$ ，满足题干所有条件，当选。

方法二： $5x+2y=188$ ，188 为偶数，2 y 也是偶数，所以 5 x 一定为偶数，5 是奇数，所以 x 一定为偶数，排除 B、D 项。剩余两个选项，剩二代一，结果为 C 项。**【选 C】**

【知识点】 不定方程解题技巧：

1. 方法：分析奇偶、倍数、尾数等数字特性，结合选项排除。

2. 奇偶（重点）：

(1) $ax+by=M$ ，当 a 、 b 恰好一奇一偶时，考虑奇偶特性。

(2) 引例 1： $3x+4y=25$ ， $x=?$ (x 、 y 均为正整数)。

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

答： x 的系数为 3，奇数； y 的系数为 4，偶数。系数一奇一偶，分析奇偶特性。25 为奇数，4 y 一定是偶数（4 含有 2 因子，乘以任何一个正整数，结果一定是偶数）， $3x+偶数=奇数$ ，因为“偶数+偶数”结果一定是偶数，只有奇数+偶数=奇数，所以 $3x$ 为奇数。3 为奇数，只有奇数*奇数=奇数，则 x 一定是奇数，排除 A、C 项。剩余两个选项，剩二代一。

方法一：代入 B 项： $x=3$ ， $3*3+4y=25$ ， $4y=16$ ，解得 $y=4$ ，满足都是正整数，当选。

方法二：代入 D 项： $x=5$, $3*5+4y=25$, $4y=10$, 解得 $y=2.5$, 不是正整数，排除。

3. 倍数（新）：

- (1) $ax+by=M$, 当 a 或 b 与 M 有公因子时, 考虑倍数特性。
(2) 引例 2: $7x+3y=60$, $x+y$ 最大为多少? (x 、 y 均为正整数)。

- A. 12 B. 13
C. 16 D. 18

答：60 有 3 因子，所以 60 是 3 的倍数； $3y$ 有 3 因子，3 乘以正整数，结果一定是 3 的倍数。因为 $7x+3y=60$, 移项, $7x=60-3y=3*(20-y)$, y 是正整数，所以 $7x$ 一定是 3 的倍数。 $7*x=3$ 的倍数，7 不是 3 的倍数，则 x 一定是 3 的倍数，则 $x=3, 6, 9, 12, \dots$ 。问 $x+y$ 的最大值，代入排除。

方法一： $7x+3y=60$, 如果 $x=9$, $7*9=63>60$, 所以 x 只能为 3 或者 6。当 $x=3$ 时, $7x+3y=21+3y=60$, $y=13$, $x+y=16$; 当 $x=6$ 时, $7x+3y=42+3y=60$, $y=6$, $x+y=12$ 。 $x+y$ 最大值为 16, 对应 C 项。

方法二：相当于一个苹果 7 元，一个梨 3 元，如果要买尽可能多的水果，则要尽量多买梨，所以 y 要尽量大， x 尽量小，即 $x=3$, $y=13$ 时最大。

4. 尾数（少）：

- (1) $ax+by=M$, 当 a 或 b 尾数是 0 或 5 时, 考虑尾数。
(2) 引例 3: $37x+20y=271$, $x=?$ (x 、 y 均为正整数)。

- A. 1 B. 3
C. 2 D. 4

答：方法一：奇偶特性。271 为奇数， $20y$ 为偶数，则 $37x$ 为奇数，因为 37 为奇数，则 x 也一定为奇数，排除 C、D 项，剩二代一，代入 $x=1$ 或 3 进行验证。当 $x=1$ 时, $37*1+20y=271$, 如果 y 为正整数, 选 A 项, 否则选 B 项。

方法二：尾数特性。271 尾数为 1, $20y$ 尾数为 0, 所以 $37x$ 尾数一定为 1。结合选项, $37*1$ 尾数为 7, 排除; $37*3$ 尾数为 1, 保留; $37*2$ 尾数为 4, 排除; $37*4$ 尾数为 8, 排除。只有 B 项满足。

【例 3】(2020 浙江) 某会务组租了 20 多辆车将 2220 名参会者从酒店接到

活动现场。大车每次能送 50 人，小车每次能送 36 人，所有车辆送 2 趟，且所有车辆均满员，正好送完。则大车比小车：

- A. 多 5 辆
- B. 多 2 辆
- C. 少 2 辆
- D. 少 5 辆

【解析】例 3. 题目中有大车和小车，“将 2220 名参会者从酒店接到活动现场”，即大车承载量+小车承载量=2220。设大车有 x 辆，小车有 y 辆，“大车每次能送 50 人，小车每次能送 36 人，所有车辆送 2 趟”，大车承载量+小车承载量 = $2*50x+2*36y=2220$, $100x+72y=2220$, 未知数个数>方程个数，为不定方程。考虑奇偶、倍数、尾数法。系数 100 尾数为 0，考虑尾数法， $100x$ 和 2220 尾数均为 0，则 $72y$ 尾数一定为 0，则 y 一定是 5 的整数倍，即 $y=5, 10, 15, 20\cdots\cdots$ 。当 $y=5$ 时， $72y=360$, $100x=2220-360$, x 不为整数，排除；当 $y=10$ 时， $72y=720$, $100x=2220-720=1500$, 解得 $x=15$ ，此时 $x+y=15+10=25$ ，满足“20 多辆”，大车-小车= $15-10=5$ 辆，即大车比小车多 5 辆。**【选 A】**

【知识点】不定方程组： $a_1X+b_1Y+c_1Z=M$, $a_2X+b_2Y+c_2Z=N$ 。两个不定方程合在一起就是不定方程组，比如 $x+2y+3z=M$, $2x+3y+5z=N$ ，三个未知量两个方程，为不定方程组。

1. 第一类：未知数一定是整数。
2. 方法：先消元转化为不定方程，再按不定方程求解。例： x 、 y 、 z 指的是人数， x 是语文及格的人数， y 是数学及格的人数， z 是英语及格的人数，如果 x 为 1.5 证明自己算错了，因为人数不可能为小数。
3. 消元法解题思路： $x+2y+3z=M$ ①, $2x+3y+5z=N$ ②。①*2-②得： $y+z=2M-N$ ，解不定方程。

【例 4】(2018 重庆)某企业的员工参加了一项需缴纳 170 元培训费的培训。同时，该企业允许非内部员工参加培训，但其不能享受员工优惠价。参训的非内部员工，如果是男生需交 350 元；如果是女生需交 300 元。结果，共有 50 人参加培训，整个培训收到的费用总额为 10000 元。由此可知，有多少个不是内部员工的女生参加了培训？

- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7

【解析】例 4. 读题分析，内部员工缴纳 170 元培训费，外来男生交 350 元，外来女生交 300 元，将所有人分为三类。设内部员工有 x 人，外来男生 y 人，外来女生 z 人。“共有 50 人参加培训，整个培训收到的费用总额为 10000 元”，列式： $x+y+z=50$ ①； $170x+350y+300z=10000$ ②。出现三个未知量、两个等量关系，为不定方程组。未知数是人数，必须是整数，用消元法解题。题目问“有多少个不是内部员工的女生参加了培训”，求的是 z ，可以消掉 x 或者 y 。消 x ：②-① *170 得， $180y+130z=10000-50*170=10000-8500=1500$ ，化简得， $18y+13z=150$ 。出现不定方程，考虑奇偶、倍数、尾数特性，奇偶特性相当于 2 的倍数，所以奇偶的验证更多一点，推荐用倍数特性。18 和 150 均为 3 的倍数，则 $13z$ 也是 3 的倍数，13 与 3 没有任何关系，则 z 一定是 3 的倍数，排除 A、B、D 项。**【选 C】**

【注意】

1. 奇偶特性只能确定结果是奇是偶，排除两个选项，而倍数特性可以直接排除三个选项，秒杀答案。
2. 也可以根据 6 的倍数解题，18 和 150 都是 6 的倍数，则 y 一定是 6 的倍数，只有 C 项满足。

【知识点】不定方程组第二类：

1. 未知数不一定是整数。例： $x+2y+3z=M$ ， $2x+3y+5z=N$ 。这里 x 、 y 、 z 都是价格，价格不一定是整数，要求比较宽松。
2. 方法：特值法（一般赋零）。可以赋值 $z=0$ ，转化为 $x+2y=M$ ， $2x+3y=N$ ，解二元一次方程组即可。
3. 对于未知数不一定是整数的不定方程组，可以赋其中 1 个未知数为零，进而快速计算出其他未知数。

【例 5】(2018 上海) 现有甲、乙、丙三种货物，若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元；若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、

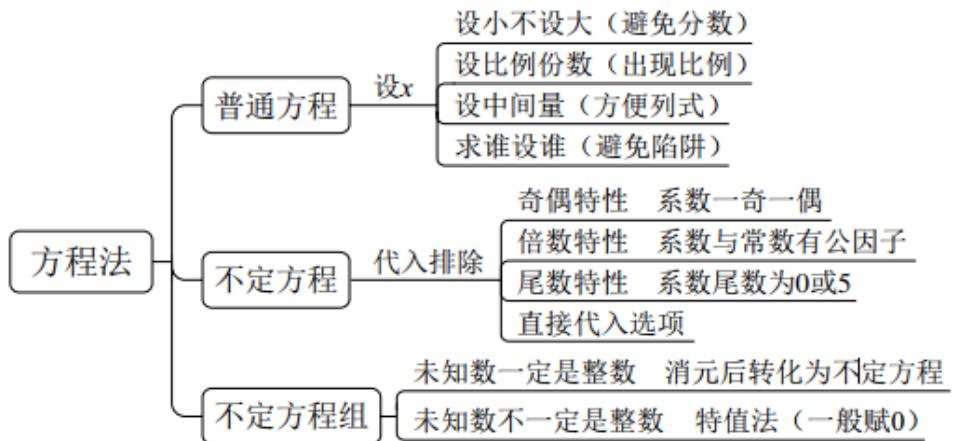
乙、丙各 1 件共需多少元？

- | | |
|--------|--------|
| A. 50 | B. 100 |
| C. 150 | D. 200 |

【解析】例 5. 有甲、乙、丙三种货物，设甲、乙、丙三种货物的价格分别为 x 、 y 、 z 。存在两组等量关系：“购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元”， $x+3y+7z=200$ ；“若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元”， $2x+5y+11z=350$ 。三个未知数两个方程，为不定方程组。未知数都是价格，价格不一定是整数，用特值法（赋零法）。 z 的系数最大，赋值 $z=0$ ，转化为 $x+3y=200$ ①， $2x+5y=350$ ②。
①*2-②，得到 $y=50$ ，代回原式，解得 $x=50$ ，要购买甲、乙、丙各 1 件， $x+y+z=50+50+0=100$ 元。**【选 B】**

【注意】赋零法考试中考得特别多，考场中一定不要放弃。

° Ø 思维导图



【注意】方程法：

1. 普通方程：设 x 。
 - (1) 设小不设大（避免分数）。
 - (2) 设比例份数（出现比例）。
 - (3) 设中间量（方便列式）。
 - (4) 求谁设谁（避免陷阱）。
2. 不定方程：代入排除。

- (1) 奇偶特性：系数一奇一偶。
- (2) 倍数特性：系数与常数有公因子。
- (3) 尾数特性：系数尾数为 0 或 5。
- (4) 直接代入选项。

3. 不定方程组：

- (1) 未知数一定是整数：消元后转化为不定方程。
- (2) 未知数不一定是整数：特值法（一般赋 0）。

【答案汇总】代入排除法：1-4：CADA

倍数特性法：基础知识：B

余数型：1-2：BC

比例型：1-4：BBCA

方程法：1-5：CCACB



遇见不一样的自己

Be your better self

