

Processament Digital de Senyals ECG

Autor: Daniel Donate

Professor: Antoni Grau

PDS – Curs Q1 2020-21

1 -Introducció

L'electrocardiograma és la representació gràfica de l'activitat bioelèctrica del cor en funció del temps.

Al cos humà es produeixen una gran quantitat de senyals elèctriques provocades per activitats que tenen lloc en els músculs i en els nervis que l'integren. El cor, en particular, és conductor d'un patró característic de les variacions de voltatge. L'enregistrament i l'anàlisi d'aquests esdeveniments bioelèctrics constitueixen la base de la electrofisiologia i són fonamentals en el diagnòstic de malalties com les arrítmies, la cardiopatia isquèmica o les alteracions de la conducció. A més, l'electrocardiograma, pot ser d'utilitat en el diagnòstic d'altres malalties com el tromboembolisme pulmonar o les alteracions electrolítiques.

1.1- Anatomia i sistema de conducció elèctrica del cor

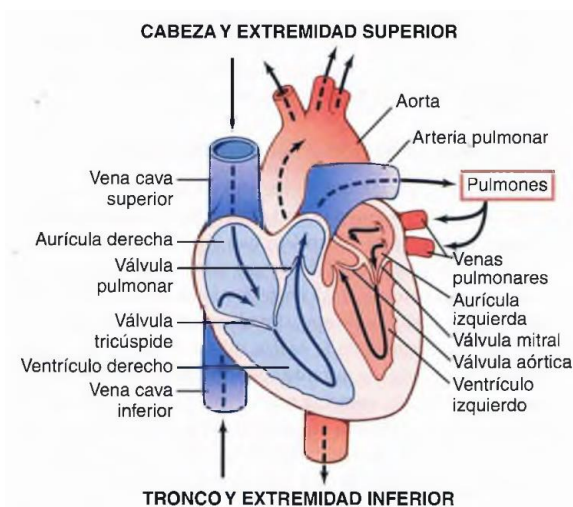


Figura 1: Estructura del cor

El cor és un òrgan muscular buit situat a la regió central del tòrax, la funció del qual és bombar la sang a través dels vasos sanguinis de l'organisme. Consta de quatre cavitats: dos aurícules i dos ventricles, esquerres i drets. L'aurícula dreta rep la sang venosa del cos i l'envia al ventricle dret, el qual la bomba als pulmons, lloc en el qual s'oxigena, abans de passar a l'aurícula esquerra. D'aquí la sang es deriva al ventricle esquerre, d'on es

distribueix a tot el cos i torna a l'aurícula dreta, tancant el cicle cardíac.

Per a què la contracció cíclica del cor es porti a terme de forma sincrònica i ordenada, existeix un sistema d'estimulació i conducció elèctrica compost per fibres de múscul *cardioespecialitzades* en la transmissió d'impulsos elèctrics.

El sistema de conducció elèctrica del cor consta de quatre elements: el nòdul sinoauricular, el nòdul auriculoventricular, el feix de His i les fibres de Purkinje.

L'impuls cardíac s'origina de forma espontània en el nòdul sinusal.

Des d'allà, l'impuls elèctric es desplaça, disseminant-se per les aurícules a través de les vies internodals, produint la despolarització auricular i la seva conseqüent contracció. En adults sans, el node sinusal descarrega a una velocitat de 60 impulsos per minut, definint així el ritme sinusal normal, que es tradueix en contraccions per minut.

L'ona elèctrica arriba després al nòdul auriculoventricular. Aquí, l'ona elèctrica pateix una pausa d'aproximadament 0,1 segons.

Després, l'impuls cardíac es dissemina a través del feix de His, un feix de fibres que serveix com a pont entre el nòdul auriculoventricular i les branques ventriculars. Es divideix en 4 branques: les branques dreta i esquerra. Aquesta última, igualment, es divideix en el fascicle esquerre anterior i el fascicle esquerre posterior, des d'on l'impuls elèctric és distribuït als ventricles mitjançant una xarxa de fibres (les fibres de Purkinje) que ocasionen la contracció ventricular [1].

A la *Figura 3*, es mostra la relació dels senyals elèctrics del cor (ECG) amb els fenòmens mecànics respectius (contracció i relaxació), la qual cosa inclou canvis de les pressions auricular, ventricular i aòrtica, així com del volum ventricular, durant el cicle cardíac [2].

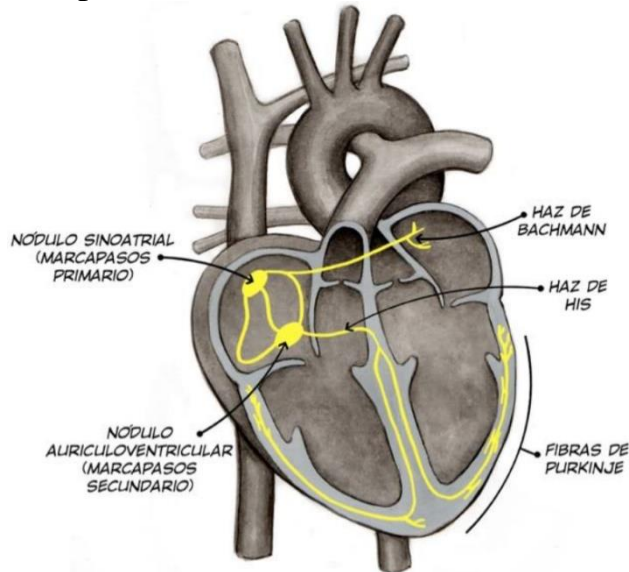


Figura 2: Sistema de conducció elèctrica del cor

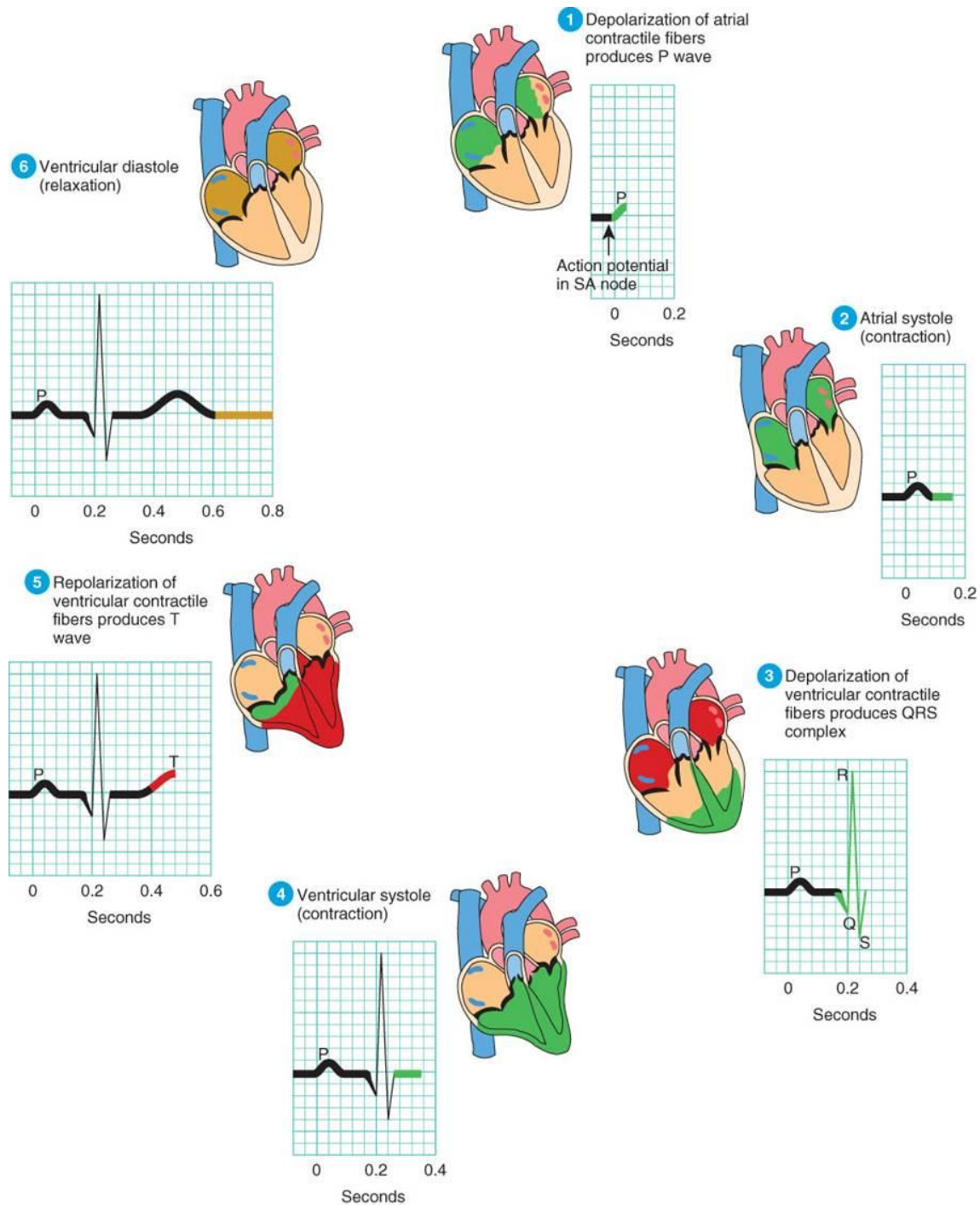


Figura 3: Formació del senyal ECG

1.2- Components de l'electrocardiograma

Un traç normal d'un cycle cardíac consta d'un conjunt específic d'ones identificades en el domini del temps del senyal ECG: una ona P, un complex QRS i una ona T. En més d'un 50% dels casos, també és possible que sigui visible una petita ona U. D'aquesta llista, el complex QRS, com comentarem

a continuació, és la forma d'ona més rellevant, ja que la freqüència cardíaca pot identificar-se localitzant dos complexos QRS successius.

La *Figura 4* mostra les ones típiques en un senyal ECG.

El voltatge de la línia base de l'ECG també és conegut com a línia isoelectrica o línia basal. Normalment, la línia isoelectrica és la porció de traç que segueix a l'ona T i precedeix a la següent ona P.

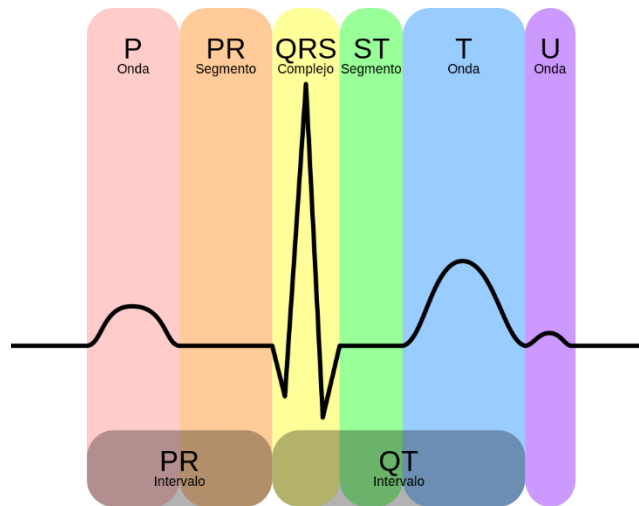


Figura 4: ECG amb etiquetes d'ones i intervals

A la pràctica, el senyal electrocardiogràfic capturat és tan feble que es troba molt contaminat pel soroll (50 Hz o 60 Hz) acoblat com a interferència i procedent de la xarxa elèctrica, sense ser totalment eliminat per l'amplificador diferencial d'instrumentació.

Amb tot, els valors de freqüència d'un senyal ECG varien des de 0 Hz fins a 100 Hz (estan concentrats, principalment, en el rang 0,05~35 Hz) mentre que els valors d'amplitud associats varien des de 10 μ V fins a 4 mV, essent 1 mV el valor més típic [3].

Com s'aprecia, els valors d'amplitud dels senyals elèctrics del cos humà són de l'ordre dels microvolts (μ V) o milivolts (mV), de manera que els valors d'amplitud d'aquests senyals són molt petits. Aquesta és una característica que s'ha de tenir en compte a l'hora d'implementar un dispositiu electrònic per obtenir aquests senyals.

Hi ha diferents fonts de soroll a considerar en el procés de captació d'un senyal del cos humà. El domini de la freqüència ens ajuda a saber com les fonts addicionals afecten el senyal estudiat en el domini del temps.

1.2.1- El complex QRS

El complex QRS correspon al corrent elèctric que provoca la contracció dels ventricles dret i esquerre (despolarització ventricular), la qual és molt més potent que la de les aurícules i afecta a més massa muscular, produint d'aquesta manera una major deflexió a l'electrocardiograma.

Des d'una perspectiva diagnòstica, tenim que les ones Q que són massa amples i profundes indiquen un infart de miocardi, mentre que les ones R i S indiquen contracció del miocardi. Les anormalitats en el complex QRS poden indicar bloqueig de branca, taquicàrdia d'origen ventricular,

hipertròfia ventricular o altres anormalitats ventriculars. Els complexos són sovint petits en les pericarditis.

La durada normal és de 60 a 100 mil·lisegons.

La *Figura 5* mostra el rang de freqüències del complex QRS d'un senyal ECG al costat del rang de freqüències de fonts de soroll habituals [4].

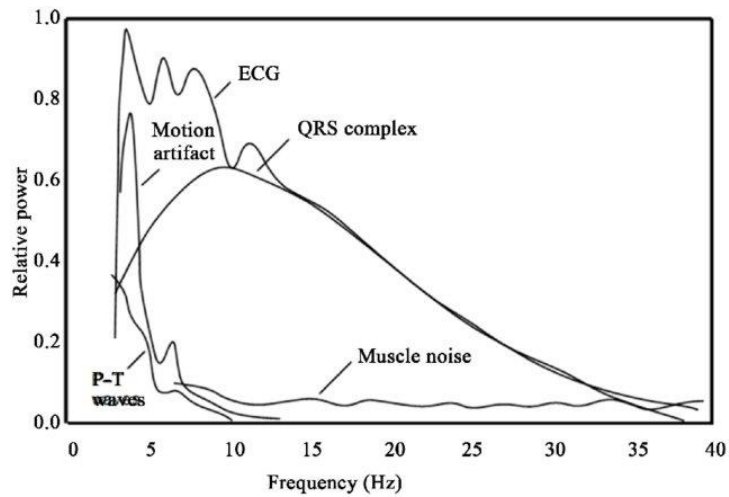


Figura 5: Rang de freqüències del QRS amb fonts de soroll

2 -ECG digital

Després d'introduir breument aspectes fonamentals sobre l'anatomia i la fisiologia del cor humà, així com de les senyals ECG, intentarem presentar ara el procés que comprèn la captació i, sobretot, el filtrat d'aquests senyals.

Com hem dit abans, els senyals ECG tenen una amplitud molt baixa i, a més, estan exposats a múltiples pertorbacions que afegeixen soroll al senyal original. És imprescindible corregir aquestes pertorbacions, aïllant la part *útil* del senyal captat de cara a fer-ne un ús mèdic d'aquesta informació. Amb aquest propòsit, es fa un tractament en cascada, fent passar el senyal analògic original per filtres analògics previs al mostreig, permetent-ne el posterior filtrat digital.

Aquest procés de filtrat en cascada dona lloc a un senyal lliure de pertorbacions (tret dels marges d'error que incorporen, inevitablement, els components electrònics del nostre dispositiu) que ha de servir al personal mèdic per realitzar el diagnòstic del pacient.

La *Figura 6* esquematitza el procés de conversió analògic-digital i la *Figura 7* mostra un diagrama de blocs d'un ECG digital bàsic. Notem que el *bloc* més *important* és, probablement, el mòdul amplificador, ja que els senyals amb els què treballem tenen un potencial tan baix que requereixen un amplificador sofisticat per captar-les i enregistrar-les.

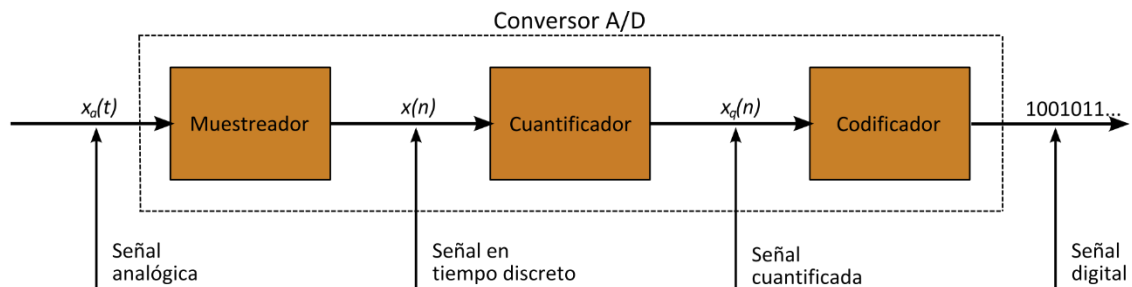


Figura 6: Conversor analògic-digital

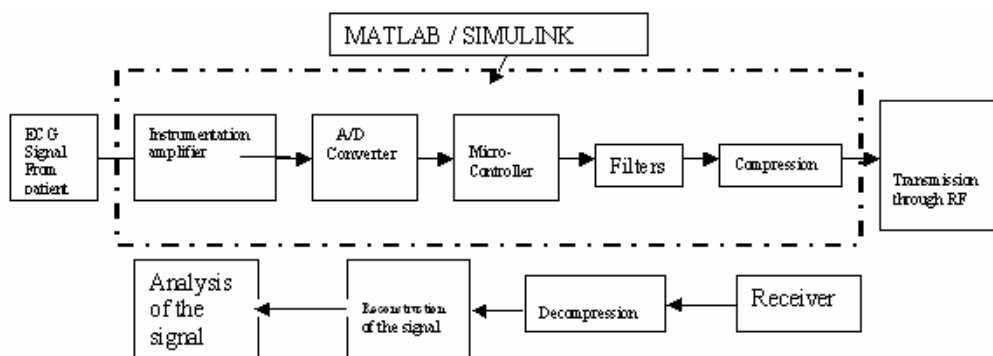


Figura 7: Diagrama de blocs d'un ECG digital bàsic

En les següents seccions discutirem diferents models de filtrat que són d'utilitat amb els senyals ECG. Revisarem, també, amb l'ajuda d'altres treballs que s'han escrit sobre aquesta temàtica, la construcció de senyals ECG amb i sense pertorbacions a través del software MATLAB.

2.1- Amplificació de senyals ECG

La finalitat principal de l'amplificador és incrementar el nivell mesurable del senyal obtingut mitjançant elèctrodes, procurant evitar qualsevol tipus d'interferència, com la interferència capacitiva del cos del pacient, els camps elèctrics de les instal·lacions o altres dispositius electrònics del voltant.

Proakis i Manolakis [5] indiquen que la quantificació es pot fer mitjançant configuracions monopolars o bipolars. En la quantificació amb un sol pol, es mesura la diferència entre el senyal i una base, mentre que en la quantificació bipolar es mesura la diferència de dos fonts de voltatge (dos elèctrodes) respecte una base comuna. Qualsevol interferència generada en el procés de quantificació apareix a l'entrada de l'amplificador com a interferència de mode comú. La següent figura il·lustra aquest fenomen en una quantificació bipolar.

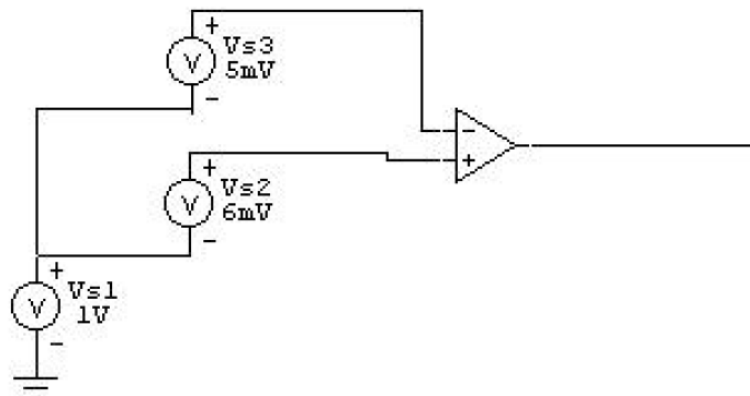


Figura 8: Interferències de mode comú en una quantificació bipolar

Un altre problema que es dona a la pràctica durant la captació de senyals ECG és el que es coneix com a *desequilibri del contacte d'impedància*, que té lloc quan hi ha diferents impedàncies entre la pell i els elèctrodes, de manera que el potencial en mode comú és més gran en una de les fonts de voltatge que en l'altre. En conseqüència, part del voltatge en mode comú és tractat com a voltatge diferencial [6] i amplificat d'acord amb el guany diferencial de l'amplificador. En conseqüència, el voltatge de sortida de l'amplificador diferencial pot *separar-se* en tres components: sortida desitjada deguda a l'amplificació diferencial del senyal ECG, senyal en

mode comú no desitjada a causa del CMRR de l'amplificador, i senyal en mode comú no desitjada a causa del *desequilibri del contacte d'impedància*.

A la *Figura 9* es mostra l'esquema electrònic d'un mòdul d'amplificació de senyals ECG presentat per Vidal i Pavesi [7] que fa ús del INA131 de la Texas Instruments, un amplificador d'instrumentació amb un CMRR de 100 dB que és adequat per aplicacions d'instrumentació biomèdica.

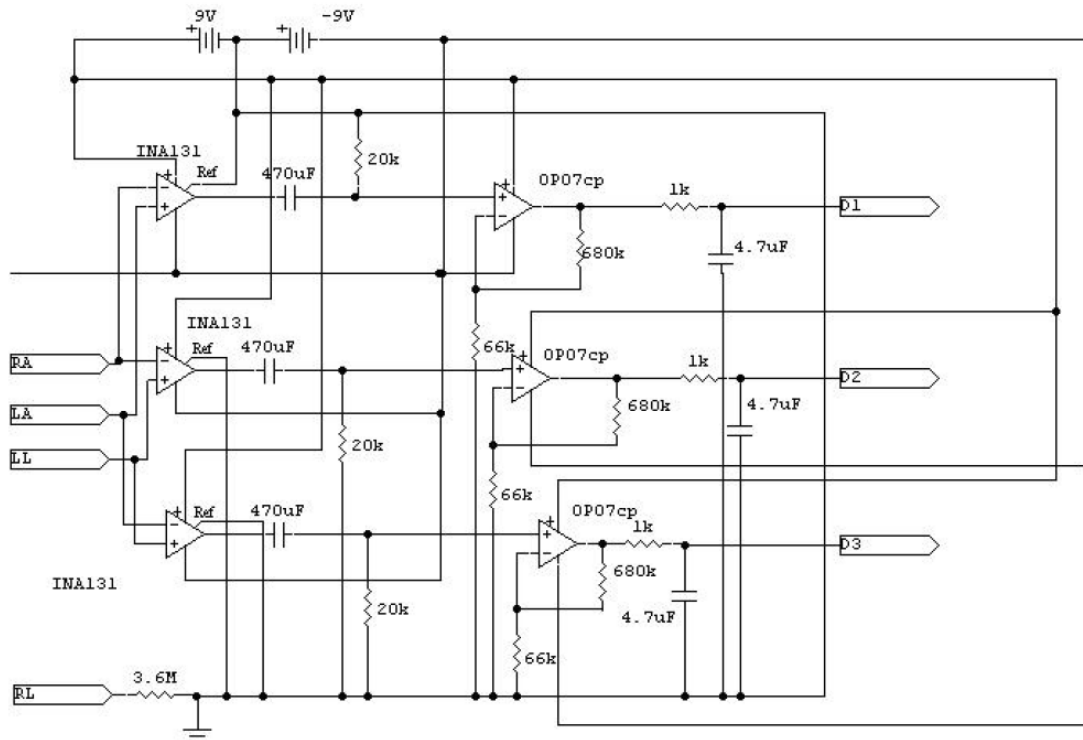


Figura 9: Mòdul d'amplificació de senyals ECG

2.2- Processament i filtrat dels senyals ECG

Després de passar pel convertor A/D, el senyal discret adquirit presenta, com sabem, una sèrie d'elements aliens a ella, com el soroll, les interferències de la xarxa elèctrica i les variacions de la línia base, que s'han de minimitzar. Podem expressar aquest senyal mitjançant la següent equació:

$$x[n] = ECG[n] + r[n] + b[n]$$

on $ECG[n]$ és el senyal electrocardiogràfic *real* que es desitja enregistrar, $r[n]$ és el soroll (en termes generals) i $b[n]$ són les variacions de la línia base. L'objectiu és utilitzar tècniques de filtrat digital per minimitzar $r[n]$ i $b[n]$ i aconseguir que $x[n]$ s'assembli a $ECG[n]$ tant com sigui possible.

Una proposta habitual [8] consisteix en fer un preprocesament del senyal aplicant un filtre clàssic (generalment, un filtre passa-baixos, tot i que també és comú fer servir filtres *notch*) per a què, posteriorment, es torni a processar el senyal, aplicant tècniques de filtrat digital que continuaran eliminant components no desitjats de soroll i variacions de la línia base, com la *transformada de Wavelet*, de la qual parlarem després.

2.2.1- Filtre basa-baixos digital

Com hem comentat abans, una de les tècniques de filtrat clàssic més utilitzades és la que representa l'ús de filtres passa-baixos. Aquesta tècnica *assumeix* que el soroll té components freqüencials alts, per sobre del senyal. Un dels filtres més coneguts és el filtre de Butterworth, dissenyat per produir la resposta més plana que sigui possible fins a la freqüència de tall, F . Després, disminueix a raó de $20n$ dB per dècada $-10F$, escala logarítmica - ($\sim 6n$ dB per octava), on n és el nombre de pols per filtre.

El filtre Butterworth més bàsic és el típic filtre passa-baixos de primer ordre, el qual pot ser modificat a un filtre passa-alts o afegir en sèrie altres, formant un filtre passa-banda o elimina-banda o un filtre de major ordre.

Únicament posseeix pols i el quadrat de la magnitud de la seva funció de transferència és:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2N}}$$

on ω_c és la freqüència de tall i N és l'ordre del filtre.

La representació de la resposta en freqüència del filtre s'il·lustra en el següent diagrama de Bode (*Figura 10*) en escala logarítmica, per diferents ordres, entre dos i quatre.

El *problema* que presenten aquests filtres (almenys en l'objecte que estem analitzant) és la seva poca selectivitat¹, essent un inconvenient en aplicacions d'instrumentació biomèdica.

A continuació parlarem d'un filtre més adequat per eliminar el soroll en senyals ECG: el filtre de Lynn.

¹ En un filtre, la selectivitat es mesura com el quocient entre la freqüència de la banda de pas i la freqüència de la banda atenuada, de manera que quan el quocient s'apropa a 1, el filtre és molt selectiu, mentre que quan s'apropa a 0, és poc selectiu.

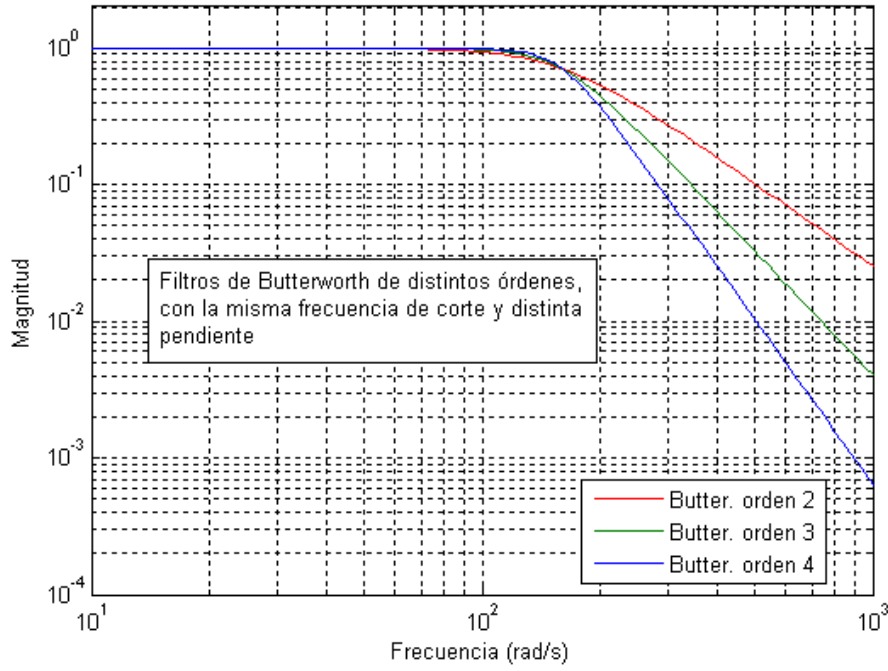


Figura 10: Resposta en freqüència del filtre de Butterworth

2.2.1.1- Filtre de Lynn

Els filtres de Lynn representen una forma *simple* i eficaç d'aplicar un filtre passa-baixos en senyals ECG. Aquests filtres obeeixen la següent funció de transferència, donada en zetes:

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-\alpha})^2}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{(1 - 2z^{-\alpha} + z^{-2\alpha})}{(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}$$

El filtre pot implementar-se mitjançant la següent equació en diferències:

$$y[n] = 2y[n - 1] - y[n - 2] + x[n] - 2x[n - \alpha] + x[n - 2\alpha]$$

La resposta en amplitud del filtre es calcula de la següent manera:

$$H(\omega) = \frac{1 - 2\cos\alpha\omega + \cos\alpha\omega + j(2\sin\alpha\omega - \sin2\alpha\omega)}{1 - 2\cos\omega + \cos2\omega + j(2\sin\omega - \sin2\omega)} =$$

$$\frac{|\cos\alpha\omega - 1|}{|\cos\omega - 1|} = \frac{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\omega\right)}{\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

La següent taula mostra, per una freqüència de mostreig de 430 Hz, possibles valors de α amb la seva freqüència de tall associada $(-3 \text{ dB})^2$.

² Recordem que per una atenuació de 3 dB cal calcular una freqüència de tall, ω_c , que satisfaci que el mòdul de la funció de transferència, $|H(\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$, ja que $20 \log|H(\omega_c)| = -3 \text{ dB}$

α	Freqüència de tall
3	48 Hz
4	35 Hz
5	14.85Hz

Les següents tres figures mostren la resposta en amplitud associada als diferents valors de la taula per aquest filtre [7].

* Notem que incrementar el valor de α implica augmentar l'ordre del filtre.



Figura 11: Resposta en amplitud del filtre de Lynn, amb $\alpha=3$

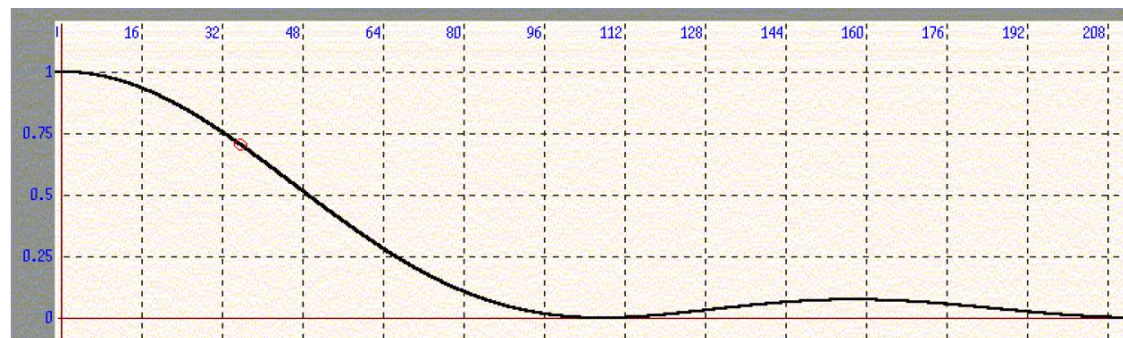


Figura 12: Resposta en amplitud del filtre de Lynn, amb $\alpha=4$

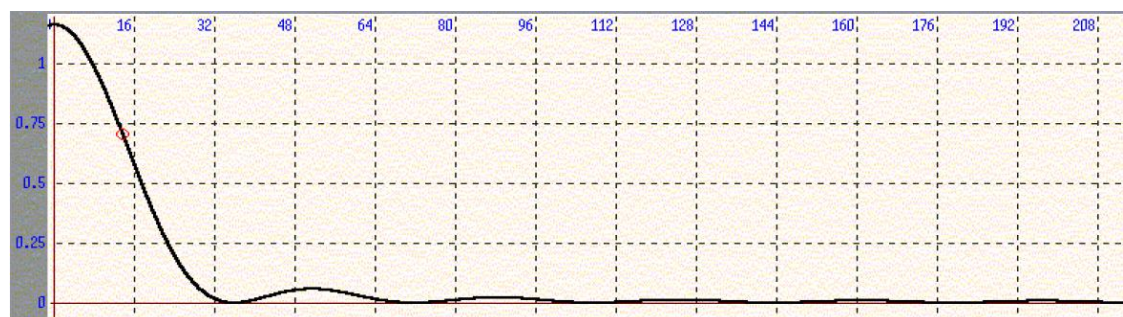


Figura 13: Resposta en amplitud del filtre de Lynn, amb $\alpha=5$

L'aplicació d'aquest filtre passa-baixos permet millorar la qualitat del senyal ECG enregistrat de manera notable. Com a *prova visual*, podem comparar la Figura 14 - que mostra una captació real d'un senyal ECG sense filtrar - amb

la *Figura 15*, on es mostra el senyal ECG després d'haver-se passat per un filtre passa-baixos de Lynn amb freqüència de tall de 48 Hz, o amb la *Figura 16*, on es fa servir una freqüència de tall de 35 Hz³.

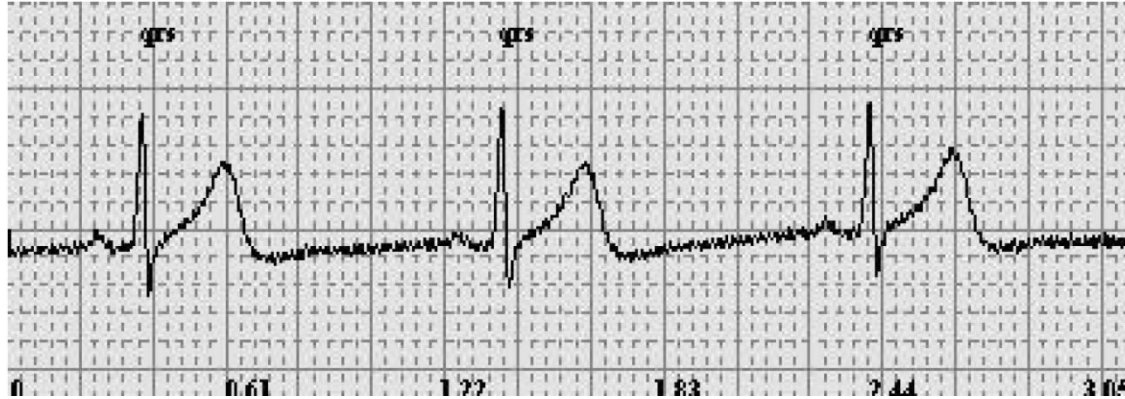


Figura 14: Senyal ECG real, sense filtrar

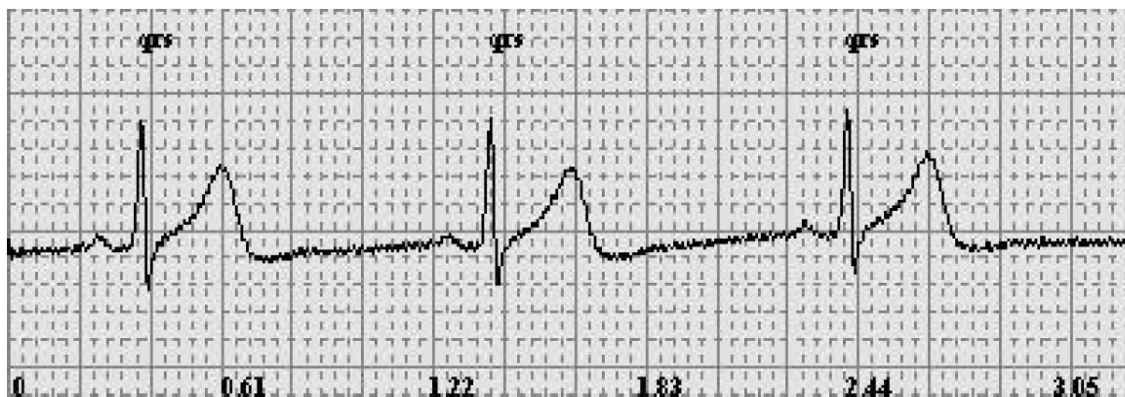


Figura 15: Senyal ECG filtrada amb el filtre de Lynn de 48 Hz

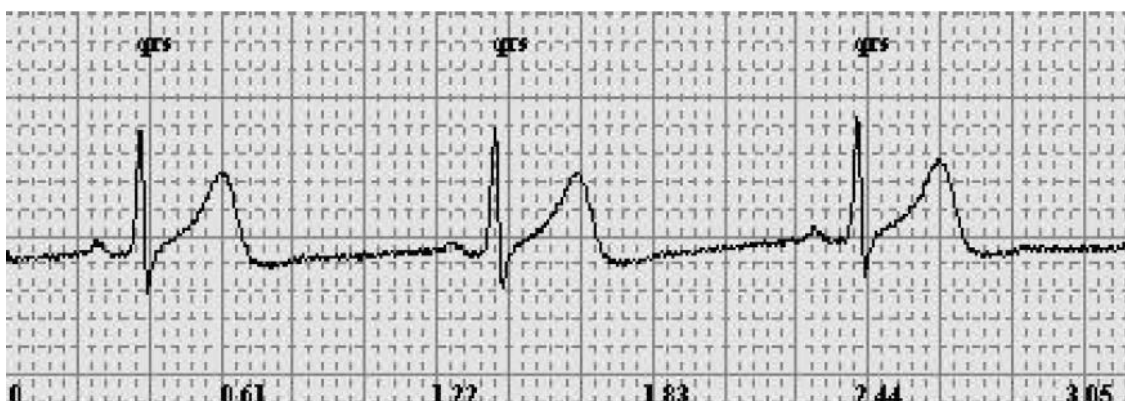


Figura 16: Senyal ECG filtrada amb el filtre de Lynn de 35 Hz

³ Notem que la reducció de la freqüència de tall resulta en senyals ECG més *nitides*, ja que es limiten les interferències que es produeixen a components de freqüència alta, que són les més habituals

2.2.2- La transformada de Wavelet

La reducció de soroll mitjançant la transformada de Wavelet és una tècnica que, generalment, filtra pitjor a altes freqüències que els filtres digitals, però millor a baixes freqüències. Així, la transformada de Wavelet s'aplica després d'haver-se passat el senyal ECG per un filtre clàssic (passa-baixos o para-banda) per filtrar el soroll a baixes freqüències.

2.2.2.1- Introducció i formalització

Com sabem, els senyals poden ser estacionàries o no estacionàries. Les primeres es poden analitzar mitjançant Fourier, que permet descompondre-les en termes de sinusoides, podent passar del domini de la freqüència al domini del temps i viceversa. Però en processos no estacionaris – com els que produeixen biosenyals, com les ECG – no és possible passar entre aquests dos dominis sense perdre informació. És davant d'aquest problema que neix l'anàlisi de Wavelet, que permet analitzar un senyal amb canvis abruptes en els seus components, analitzant el senyal a través de *windows* de mida variable, adaptant-les al canvi de freqüència.

L'element principal de l'anàlisi de Wavelet són funcions variables en escala i temps: una *ondícula* de duració limitada en el temps, sotmesa a diferents restriccions [9], que permet fer un anàlisi adequat de fenòmens transitoris no estacionaris, variables en el temps i amb presència de discontinuïtats.

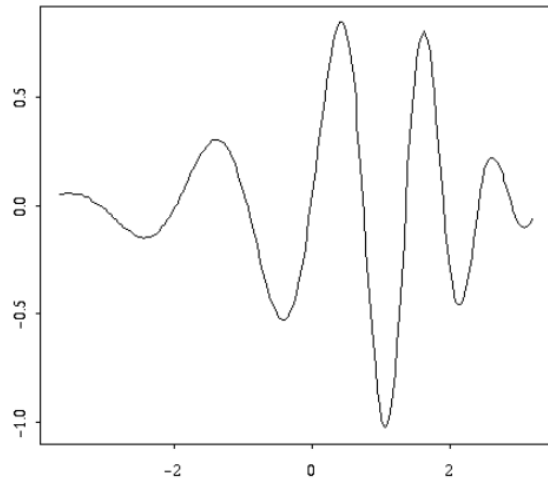


Figura 17: Wavelet de la família Daubechies

Mitjançant la transformada contínua de Wavelet (CWT) es pot expressar un senyal continu com una expansió de termes del producte entre la pròpia funció i una *funció de Wavelet mare*, $\Psi(t)$, que ha de satisfer la *condició d'admissibilitat*:

$$\int_0^{\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{w} dw < \infty$$

A partir de la funció Wavelet *mare* es generen Wavelet *filles* mitjançant dilatacions, contraccions i translacions en el temps:

$$\Psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-u}{s}\right)$$

I la transformada de Wavelet contínua, CWT, queda⁴:

$$CWT f(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi_{u,s}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt$$

La complexitat en el tractament numèric de la CWT ha motivat una discretització d'aquesta: la Transformada Discreta de Wavelet (DWT). Així, es representa un senyal $f(t)$ com una suma de funcions de Wavelet, $\Psi(t)$, per a detalls *fins*, i funcions d'escala, $\Phi(t)$, per a realitzar una aproximació:

$$f(t) = \sum_k \sum_j c_{j,k} \Phi(t) + \sum_k \sum_j d_{j,k} \Psi(t)$$

Es defineix un paràmetre a mitjançant el qual pot expressar-se s i u de la següent manera:

$$s = a^{-j} \quad u = ka^{-j}$$

Substituint en l'expressió de la Wavelet *filla*, tenim:

$$\Psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^{-j}}} \Psi\left(\frac{t - ka^{-j}}{a^{-j}}\right) = a^{\frac{j}{2}} \Psi(a^j t - k)$$

Una bona solució s'obté fent $a=2$, obtenint el que es coneix com a *Transformada de Wavelet Discreta Diàdica* [10].

$$\Psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \Psi(2^j t - k) \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

$$DWT f(j, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) 2^{\frac{j}{2}} \Psi(2^j t - k) dt$$

I es defineix la funció d'escala com:

$$\Phi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \Phi(2^j t - k) \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

⁴ En el camp de la informàtica i l'enginyeria, és més habitual utilitzar una versió discreta de la CWT, mentre que en el marc de la física i la matemàtica, és més comú l'ús de la versió contínua

$$DWT f(j, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) 2^{\frac{j}{2}} \Phi(2^j t - k) dt$$

Així, resulta la representació general de $f(t)$ de la següent forma:

$$f(t) = \sum_k \sum_j c_{j,k} 2^{\frac{j}{2}} \Phi(2^j t - k) + \sum_k \sum_j d_{j,k} 2^{\frac{j}{2}} \Psi(2^j t - k)$$

Podem trobar els coeficients a través del producte vectorial de $f(t)$ i la funció d'escala i de Wavelet.

$$c_{j,k} = \int_{t_1}^{t_2} f(t) \Phi_{j,k}(2^j t - k) dt$$

$$d_{j,k} = \int_{t_1}^{t_2} f(t) \Psi_{j,k}(2^j t - k) dt$$

2.2.2.2- Filtrat mitjançant Wavelet

El filtrat de senyals mitjançant Wavelet és una tècnica força recent, originada als anys 90 del segle passat per Donoho i Johnstone [11]. Els algorismes que es fan servir poden classificar-se en mètodes de reducció lineals i no lineals.

Els mètodes lineals assumeixen que el soroll es troba sobretot en els coeficients *fins* d'escala, de manera que s'eliminen els coeficients amb una escala per sota d'un cert llindar λ :

$$d_{j,k} = \begin{cases} 0, & \text{si } j \geq \lambda \\ d_{j,k}, & \text{si } j < \lambda \end{cases}$$

Els mètodes no lineals assumeixen que el soroll es reparteix entre tots els coeficients i està distribuït sobre totes les escales. Hi ha dos versions: el *soft threshold* i el *hard threshold*.

El *soft threshold* elimina els coeficients que es troben per sota del llindar λ escollit i resta el valor del llindar a la resta de coeficients, mentre que el *hard threshold* simplement elimina els coeficients per sota de λ .

El procediment per l'eliminació de soroll mitjançant Wavelet requereix de tres etapes (és conceptualment similar al de la transformada de Fourier):

- 1- Càlcul de la transformada de Wavelet del senyal. Per això, cal escollir una funció de Wavelet [9] i un nombre de nivells de descomposició.
- 2- Aplicació d'un llindar, λ , i càlcul dels coeficients per determinar els que representen el soroll. Per cada nivell, s'escull un λ i s'aplica un llindar *hard/soft threshold*, eliminant els de més baixa energia.
- 3- Càlcul de la transformada inversa de Wavelet per recuperar el senyal, a partir dels coeficients modificats.

En les següents dos imatges, podem veure l'efecte de filtrar un senyal ECG amb Wavelet, mitjançant el paquet NMath [12].

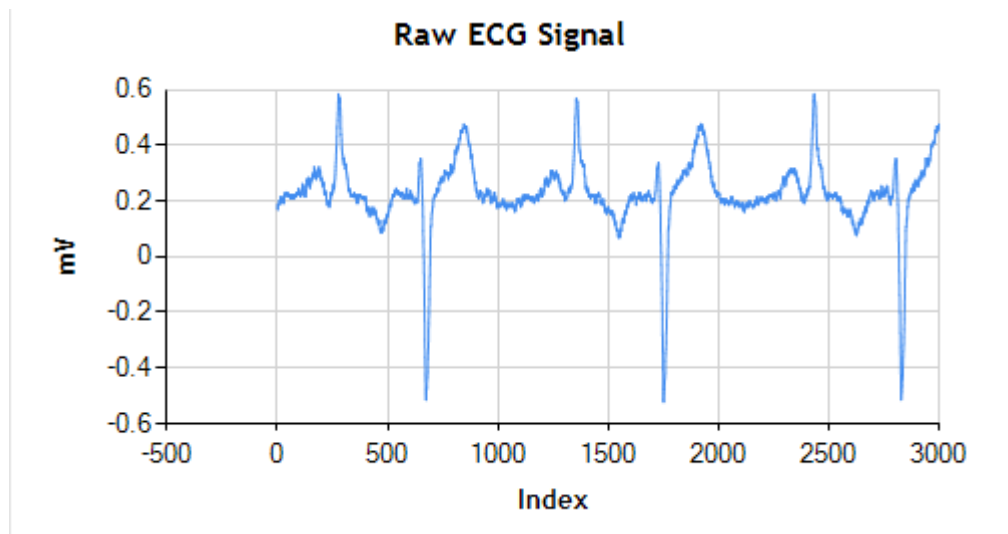


Figura 18: Senyal ECG sense filtrar

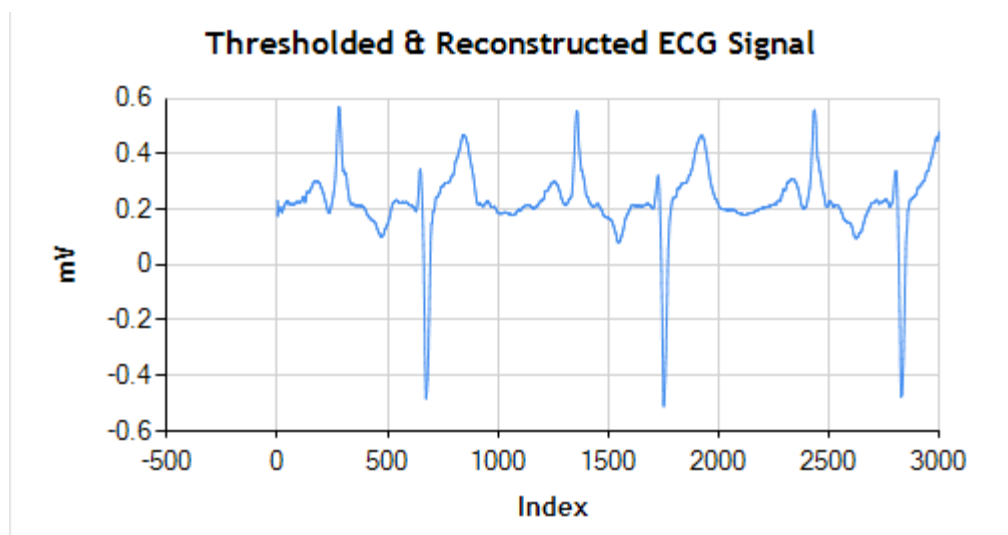


Figura 19: Senyal ECG filtrada amb Wavelet

3 -Experimentant amb MATLAB

En aquesta última secció farem unes petites proves per simular l'efecte d'aplicar tècniques de filtrat sobre senyals ECG generades amb MATLAB.

3.1- Simulació de l'ona

La primera part del procediment consisteix en fer la captura del núvol de punts que representen el senyal ECG. La generació és força simple, només consta de 250 punts, però permet veure tots els elements essencials d'un senyal ECG: ona T, ona P, complex QRS...

Un cop construït el senyal, s'altera mitjançant soroll simulat. Aquestes pertorbacions intenten imitar l'efecte d'aparells elèctrics (entre 100 kHz i 1Mhz), interferències de la xarxa elèctrica (50 Hz o 60 Hz), l'efecte capacitiu entre l'elèctrode i la pell (0,05 Hz), les variacions de la línia base (0,3 Hz) els moviments dels elèctrodes (0,07 Hz i amplitud del 20% del pic màxim)...

El que introduïm com a interferències és soroll blanc gaussià. El soroll blanc és un senyal que es caracteritza perquè els valors del senyal en dos instants diferents no tenen correlació estadística. S'anomena gaussià perquè la seva funció de densitat espectral respon a una distribució normal gaussiana.

Així, per generar aquestes interferències, podem sumar al senyal original sorolls amb relacions SNR⁵ diferents, de manera que quan la potència del senyal i la potència del soroll es mesuren a través de la mateixa impedància, l'expressió SNR pot calcular-se com el quocient del quadrat de les amplituds del senyal principal i el senyal amb soroll. És a dir:

$$SNR = \frac{P_S}{P_R} = \left(\frac{R_S}{R_N}\right)^2$$

on R_S i R_N és el valor eficaç de les dues senyals. D'aquesta forma, per un percentatge p de l'amplitud de l'ona original, tenim sorolls amb la següent relació SNR:

$$SNR = 10 \log \left(\frac{1}{p}\right)^2$$

A la *Figura 20* es mostra el codi MATLAB que es fa servir per carregar el senyal ECG i afegir-li soroll blanc gaussià.

⁵ La relació senyal/soroll (SNR) és la proporció existent entre la potència del senyal que es transmet i la potència del soroll que la corromp. Es mesura en dB.

```

1 -   carrega_dades('C:\Users\danie\Desktop\UPC\PDS\ECG\MATLAB\ECG.ods');
2
3 -   function carrega_dades(filename)
4 -       temps = xlsread(filename, 1, 'A2:A251');
5 -       tensio = xlsread(filename, 1, 'B2:B251');
6 -       subplot(1,2,1);
7 -       plot(temps, tensio);
8 -       title('ECG simulada');
9 -       grid;
10 -      subplot(1,2,2);
11 -      rsn = 10*log10((1/0.2)^2);
12 -      tensio=awgn(tensio, rsn);
13 -      plot(temps, tensio);
14 -      title('ECG simulada amb soroll gaussià (snr de 20 dB)');
15 -      grid;
16 -   end

```

Figura 20: Càrrega de dades i generació de soroll blanc amb MATLAB

Com s'observa al codi, s'ha generat soroll gaussià amb un SNR del 20% de l'amplitud de l'ona principal. La *Figura 21* mostra l'ona ECG simulada abans i després d'afegir el soroll blanc.

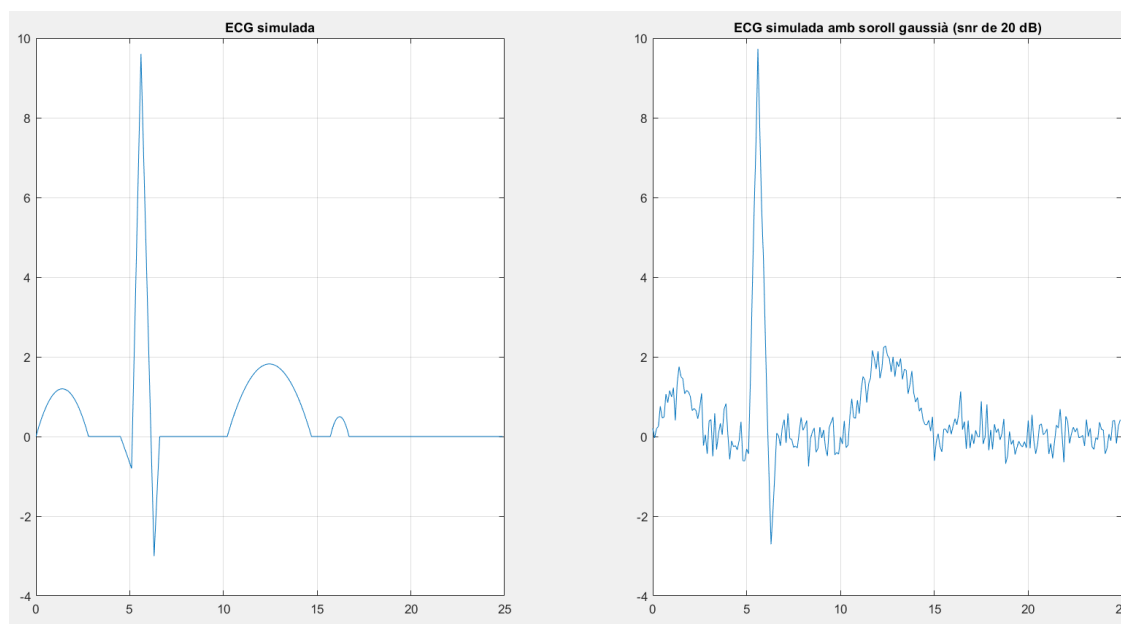


Figura 21: Senyal ECG simulada (esquerra) i senyal ECG amb soroll SNR de 20 dB (dreta)

3.2- Afegint interferències de la xarxa elèctrica

A continuació afegirem també soroll produït per una font sinusoidal amb una freqüència de 50 Hz, intentant simular les interferències que es produeixen amb la xarxa elèctrica. La següent figura mostra l'efecte d'afegir aquesta font de soroll al senyal original.

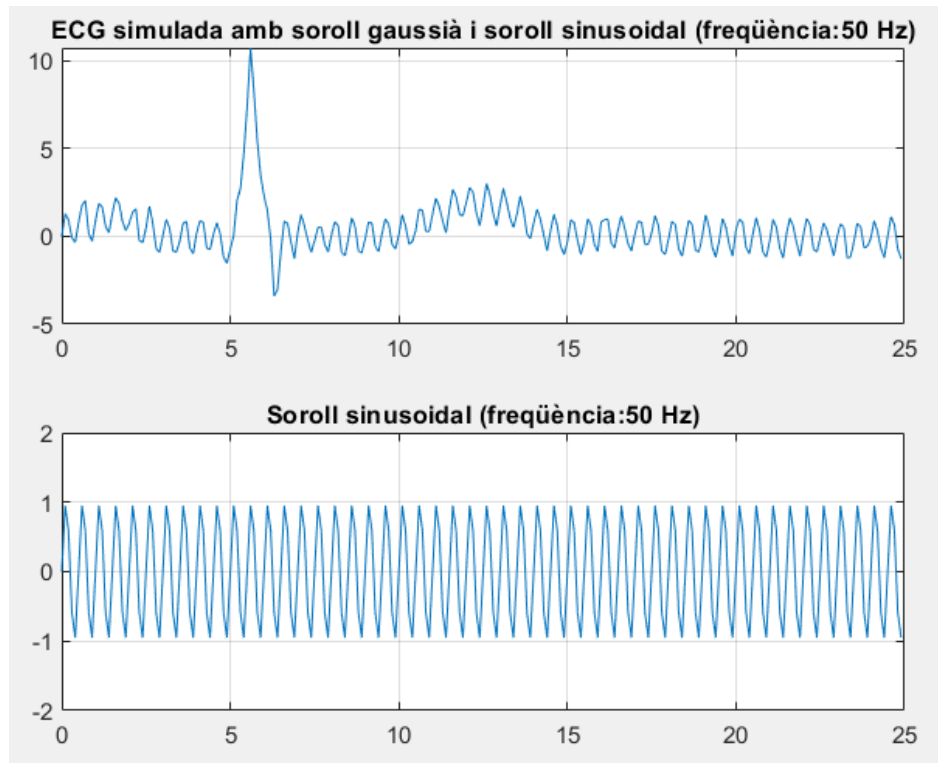


Figura 22: Senyal ECG simulada amb soroll sinusoidal d'una font a 50 Hz

3.3- Transformada Ràpida de Fourier

L'objectiu que ens proposem ara és eliminar el soroll que hem introduït, mantenint les característiques del senyal ECG simulat. El que farem serà dissenyar un filtre passa-baixos per filtrar el soroll amb components de freqüència altes.

Mitjançant la Transformada Ràpida de Fourier (FFT) mostrarem com el senyal que hem simulat en l'apartat anterior té una freqüència de 50 Hz que desitgem eliminar mitjançant el filtre passa-baixos. Podríem haver utilitzat un filtre para-banda, però com el rang de freqüència habitual dels senyals ECG és 0,05~35 Hz, he optat per fer la prova amb el passa-baixos. A la pràctica, és habitual utilitzar un filtre notch [13] per eliminar les interferències de la xarxa elèctrica produïdes a 50 Hz o 60 Hz.

La Figura 23 mostra un codi en MATLAB on s'implementa el procediment que hem descrit. La Figura 24 mostra l'espectre freqüencial del senyal simulat amb soroll sinusoidal de 50 Hz (i amb soroll blanc gaussià). Com era d'esperar, observem un soroll amb una freqüència dominant de 50 Hz.

En la següent subsecció dissenyarem un filtre passa-baixos per eliminar aquest harmònic.

```

3  function fourier(tensio)
4      Fs = 250; L = 250; NFFT = 2^n;  extpow2(L);
5
6      % Soroll gaussià
7      rsn = 10*log10((1/0.2))^2;
8      tensio=awgn(tensio, rsn);
9
10     % Soroll sinusoidal
11     freq = 50;
12     sinus = calcul_frequencia(freq);
13     sinus = sinus';
14     tensioR = sinus + tensio;
15
16     Y = fft(tensioR,NFFT)/L;
17     f = Fs/2*linspace(0, 1, NFFT/2+1);
18
19     plot(f,2*abs(Y(1:NFFT/2+1)));
20     title('Espectre freqüencial de l'ona simulada amb soroll sinusoidal de 50 Hz');
21     xlabel('Freqüència (Hz) ');
22     ylabel('|Y(f)| ');
23
24     % Càlcul de la freqüència
25     function sinus=calcul_frequencia(fmax)
26         l=0:0.1:24.9;
27         sinus = sin(2*pi*fmax*l*0.04);
28     end
29 end

```

Figura 23: Detecció de la freqüència dominant a filtrar

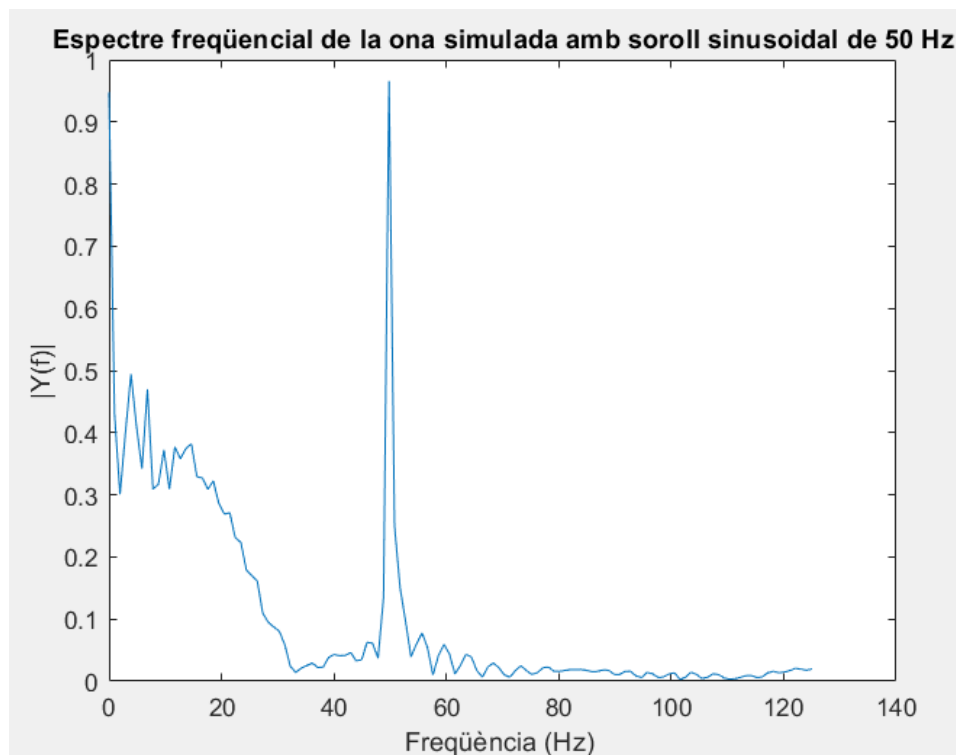


Figura 24: Espectre freqüencial del senyal amb soroll sinusoidal de 50 Hz

3.4- Filtre passa-baixos

Per dissenyar el nostre filtre passa-baixos farem servir la funció *fdesign.lowpass* de MATLAB, que s'encarrega de parametritzar el filtre a través dels següents paràmetres:

`fdesign.lowpass(Fp, Fst, Ap, Ast)`, on:

- *Fp*: és la freqüència (normalitzada) al començament de la banda de pas
- *Fst*: és la freqüència (normalitzada) al final de la banda de pas
- *Ap*: és la quantitat de *ripple* permès en la banda de pas (en dB)
- *Ast*: és l'atenuació al final de la banda de pas (en dB)

Donat que la freqüència a partir de la qual filtrar és 50 Hz, tenim que la freqüència normalitzada al començament de la banda de pas és el quocient entre aquest valor i la freqüència de mostreig: 250 Hz. De manera que:

$$Fp = \frac{50}{250} = 0.2$$

Amb tot, els paràmetres que s'han fet servir són:

Fp=0.2, *Fst*=0.4, *Ap*=0.1, *Ast*=80

Altra elecció de paràmetres pot resultar en un millor filtrat, lògicament.

La següent figura mostra una funció en MATLAB on es dissenya un filtre passa-baixos (de Butterworth) fent ús de la funció i els paràmetres anteriors.

```

16 % Filtrat del senyal amb un passa-baixos
17 function filtrar_senyal(senyal)
18     % Paràmetres del filtrat
19     d = fdesign.lowpass('Fp,Fst,Ap,Ast', 0.2, 0.4, 0.1, 80);
20     % Dissenyem el filtre (Butterworth)
21     f = design(d, 'butter');
22     % Filtrem el senyal
23     filtered = filter(f, senyal);
24     % Dibuixem el senyal amb soroll i el senyal filtrat
25     figure(1);
26     subplot(3,1,1); plot(tensio); title('Senyal original');
27     subplot(3,1,2); plot(senyal); title('Senyal amb soroll sinusoidal de 50 Hz');
28     subplot(3,1,3); plot(filtered); title('Senyal filtrada amb filtre passa-baixos');
29 end

```

Figura 25: Filtrat del senyal ECG amb un passa-baixos

La Figura 26 mostra el resultat d'aplicar l'anterior filtre al senyal amb soroll generat en l'anterior subsecció. Com observem, el senyal obtingut és considerablement similar a l'original. No obstant, recordem que el filtre de Butterworth, com havíem discutit anteriorment, no és el filtre més ideal per aplicar sobre senyals ECG, ni és el passa-baixos l'únic filtre que s'aplica, de manera que no ens ha de sorprendre que el resultat sigui molt millorable.

Cal a dir, però, que la qualitat del senyal recuperat podria augmentar notablement si apliquéssim un filtrat de Wavelet després d'haver passat pel Butterworth, però crec que amb aquestes proves realitzades ja donem per satisfet l'objectiu d'aquest petit treball, que és simplement presentar una aplicació real del processament digital del senyal.

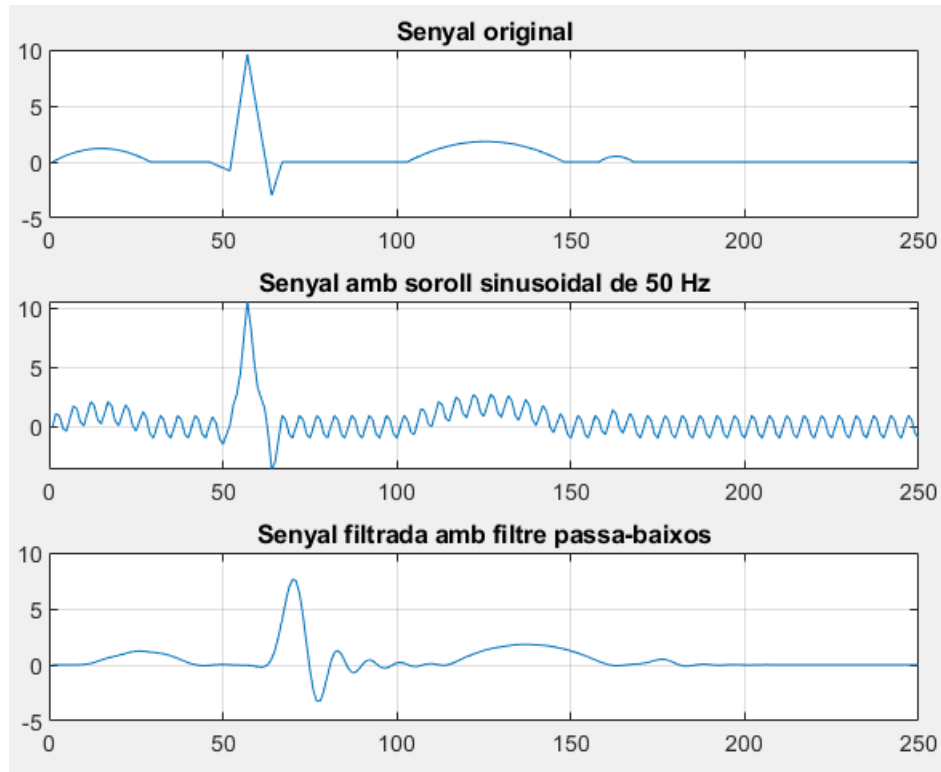


Figura 26: Senyal ECG simulat original, senyal amb soroll i senyal després de passar pel filtre passa-baixos (Butterworth)

Referències

- [1] Guyton-Hall: *Tratado de fisiología médica*, 12^a edició, 2000
- [2] G. J. Tortora, B. Derrickson: *Principles of Anatomy and Physiology*, 11^a edició, 2006
- [3] P. Sánchez Rodríguez: *Manifestaciones electrocardiográficas en la hipotermia*. Medicina Intensiva, Vol. 28, 2004
- [4] M. Abo-Zahad, A. Hussein, A. Mohamed: *Compression of ECG Signal Based on Compressive Sensing and the Extraction of Significant Features*, International Journal of Communications, Network and Syst. Sciences, 2015
- [5] J. Proakis, D. Manolakis: *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications*, 3^a edició, 2007
- [6] C. Pinkle: “The Why and How of Differential Signaling”, 2016. Recuperat de: <<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/the-why-and-how-of-differential-signaling/>>
- [7] C. Vidal, L. Pavesi: *Implementación de un Electrocardiógrafo Digital y Desarrollo de Algoritmos Relevantes al Diagnóstico Médico*. Bachelor Thesis, Computer Engineering, Catholic University of Maule, Chile, 2004
- [8] P. Poorni, E. Kamalvathi: *Execution Analysis of Lynn Wavelet Filter Algorithms for Removal of Low Frequencies Noise from ECG Signal*, Indo-Iranian Journal of Scientific Research, 2018
- [9] B. Vidakovic, P. Mueller: *Wavelet for kids: A tutorial introduction*, Duke University, 1991
- [10] L. R. Castro, S. M. Castro: *Wavelet y sus Aplicaciones*, 1er Congreso Argentino de Ciencias de la Computacion, 1995
- [11] D. Donoho, I. M. Johnstone: *Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage*, Biometrika, Vol. 81, 1994
- [12] *Filtering with Wavelet Transforms*, CenterSpace Software. Recuperat de: <<https://www.centerspace.net/wavelet-transforms>>
- [13] K.Wang, S.Ma, J.Feng, W.Zhang, M.Fang, D.Zhao: *Design of ECG Digital Acquisition System Based on DSP*, International Workshop of Information and Electronics Engineering, 2012