

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

PROCESSAMENT DIGITAL DEL SENYAL

GRAU EN ENGINYERIA INFORMÀTICA

---

**PRÀCTICA 4**  
**TRANSFORMADA Z**

---

*Autor:*

Daniel DONATE

*Professor:*

Antoni GRAU

Q1 Curs 2020-2021



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

---

Facultat d'Informàtica de Barcelona



**Exercici 6:** Donat el sistema causal següent

$$y(n) = 0.9 y(n-1) + x(n)$$

a) Trobeu  $H(z)$  i mostreu el diagrama de pols i zeros. (useu: `zplane`).

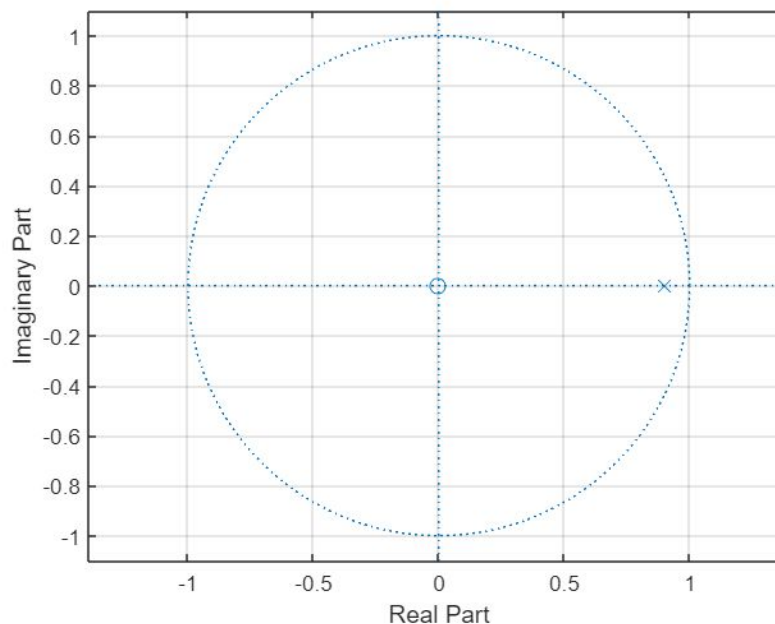
**Resposta:** Reescribint l'equació en diferències del sistema:  $y(n) - 0.9y(n-1) = x(n)$ , veiem que la funció de transferència del sistema és la següent:

$$H(z) = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1}}$$

Observem que la funció no té zeros i té un únic pol, que es pot trobar igualant a zero el denominador, de manera que:

$$1 - 0.9z^{-1} = 0 \leftrightarrow 0.9z^{-1} = 1 \leftrightarrow z = 0.9 + 0j$$

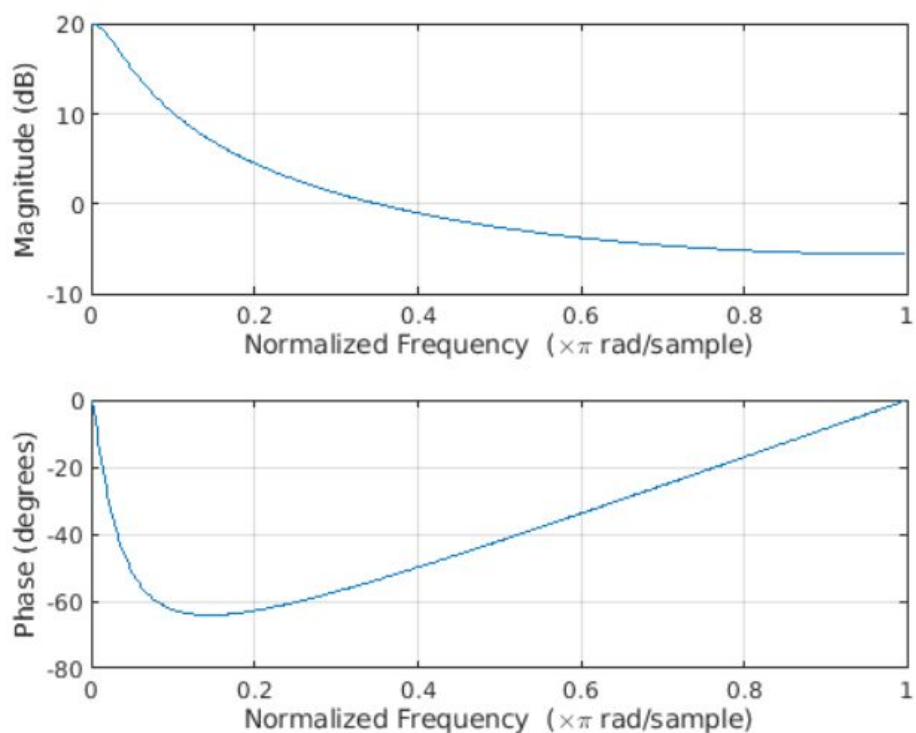
Així, veiem que el pol de la funció de transferència es troba al punt 0.9 de l'eix real, com es mostra a la següent representació del  $z$ -plane.



Per tant, com el pol està dins del cercle unitari del pla, el sistema és estable.

b) Feu la gràfica de  $|H(e^{j\omega})|$  i la resposta de fase de  $H(e^{j\omega})$ . Useu: `freqz`

**Resposta:** Les dues imatges següents mostren la magnitud de la funció de transferència trobada a l'apartat anterior  $|H(e^{j\omega})|$ , així com  $\angle |H(e^{j\omega})|$ , respectivament, fent ús de la funció `freqz` de MATLAB.



c) Determineu la resposta impulsional  $h(n)$ .

**Resposta:** A partir de l'equació en diferències del sistema de l'enunciat  $y[n] = 0.9 \cdot y[n-1] + x[n]$ , tenim que la resposta a l'impuls,  $h[n]$  és la següent:

$$h[n] = 0.9 h[n-1] + \delta[n]$$

La gràfica de  $h[n]$  es mostra a la següent figura. Notem que, com tots els pols de la funció de transferència estan dins el cercle unitari del  $z$ -plane, la resposta impulsional s'acaba reduint a zero.

