

2018 级计算机学院《数值分析》期末试卷 B 卷

座位号_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。
③ 请将所有答案答在答题纸上, 不要在试卷上答题。

一、填空题(每空 2 分, 共 40 分)

1. $\cos x = 0.6\dots$, 要使 $\cos x$ 的相对误差不大于 0.01%, 则 $\cos x$ 要取【 】位有效数字。
2. 用最小刻度为米的测量工具测得某长方形场地的长 $a=1000$ 米, 宽 $b=500$ 米, 则根据测量数据计算出的场地面积有【 】位有效数字, 相对误差为【 】%。
3. 计算 $y = \frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{n^3} + \dots$, 总误差要求为 10^{-5} , 则计算中的最后一项为 $\frac{1}{\text{【 】}^3}$, 计算的每一项保留到小数点后【 】位。
4. 用迭代法求方程 $x^3 + 2x^2 - 4 = 0$ 的正数解, 取初值 $x_0 = 1.1$, 有
迭代公式 A: $x = 2\sqrt{\frac{1}{x+2}}$;
迭代公式 B: $x = x - \frac{x^3 + 2x^2 - 4}{3x^2 + 4x}$
迭代公式 C: $x = x^3 + 2x^2 + x - 4$
其中最好的迭代计算公式是迭代公式【】, 要使迭代解有 5 位有效数字, 预计需要迭代【 】次。
5. 用牛顿迭代法求解方程组 $\begin{cases} 2x^2 - 4y - 2 = 0 \\ 3xy + 2x - 2 = 0 \end{cases}$ 的根, 选取初值 $(x_0, y_0) = (0, 0)$, 第一次迭代后的值 $(x_1, y_1) = \text{【 】}$ 。
6. 选取了初值 $X^{(0)}$ 的线性方程组 $F(X) = 0$, 其同伦方程组 $H(X, t) (t \in [0, 1])$ 满足的两个条件是:
(1) $H(X^{(0)}, t) = 0$
(2) 【】。
7. 用平方根消元法解线性方程组 $\begin{cases} 4x + 2y + 5z = 12 \\ 2x + 2y + 2z = 10 \\ 5x + 2y + 10z = 1 \end{cases}$, 则消元后 $l_{21} = \text{【 】}$, $u_{23} = \text{【 】}$ 。
8. 线性方程组 $AX = B$ 的系数矩阵 $A = \begin{bmatrix} 10 & a & 0 \\ 4 & 10 & 2 \\ 0 & a & 5 \end{bmatrix}$, $|A| \neq 0$, 用雅克比迭代法计算该线性方程组的解, 迭代收敛的充分必要条件是 $a \in \text{【 】}$ 。
9. 设 10 维向量 $X = (-3, -2, \dots, 5, 6)$, $Y = (1, 2, \dots, 9, 10)$, 则 $\|X^T Y\|_1 = \text{【 】}$, $\|X^T Y\|_\infty = \text{【 】}$ 。
10. 已知 $n=5$ 时的牛顿-科特斯系数 $c_0^{(5)} = \frac{19}{288}$, $c_3^{(5)} = \frac{25}{144}$, 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的一些数值如下:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$f(x)$	0	0.00017	0.00040	0.00260	0.00995	0.01005

则用 $n=5$ 的牛顿-科特斯求积公式计算的 $\int_0^1 f(x) dx \approx \text{【 】}$ 。

11. 计算积分 $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$, 要求截断误差不超过 0.5×10^{-5} , 若用复化辛卜生公式, 区间 $[0, 1]$

应分【】等分。注：辛卜生公式 $R = -\frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$

12. 要使求积公式 $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx [4f(-1) - 2f(0) + Af(1)]$ 具有较高的代数精确度，参数 $A = \text{【】}$ ，

此时该求积公式具有【】次代数精确度。

13. 下表是每隔 5 年的美国人口数量统计，

年	1980	1985	1990	1995	2000
人口数量(万)	22723	23792	24962	26623	28216

用等距节点下的牛顿基本差商公式估算 1982 年的人口数量，最好用牛顿【】（填前或后）插公式。

14. 设 $f(x) = 6x^5 + 8x^3 - 16x + 1$ ，则差商 $f[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14] = \text{【】}$ 。

注：以下计算题每题 10 分

二、计算题（共 60 分）

1. 用 Newton 法求解方程 $x - \ln x = 2$ 在实数范围内的所有解。（计算过程和结果均保留到小数点后 4 位）。

2. 用全主元素法解方程组 $AX=B$ ，其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ 。

3. 用带松弛因子 $\omega=1.05$ 的逐次松弛法解下面的线性方程组，要求初值取 $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$ ，计算过程中保留到小数点后 4 位，计算到相邻两次迭代值的误差 $\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\|_{\infty} < 0.01$ 为止。

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

4. 已知函数 $f(x)$ 在下列点的函数值，求 $f(x) = 0$ 在区间 $[100, 500]$ 上的解。（要求用二次拉格朗日插值计算，并估计方法误差，计算结果保留小数点后 2 位）

x	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$f(x)$	-60	-40	-20	-10	20	40	60	120	200

5. 某汽车从甲地行驶到乙地，不同时刻 t 的总油耗（ L ）以及瞬时油耗（ L/h ）如下表：

时刻 $t(h)$	0	3	5
总油耗 (L)	0	18	36
瞬时油耗 (L/h)	6.5	7	

根据上表的所有数据信息估算 $t=4h$ 时的总油耗和瞬时油耗（计算过程保留小数点后 3 位）。

6. 用龙贝格求积方法计算积分 $\int_0^1 \frac{2}{x^2+1} dx$ ，要求稳定到小数点后 4 位。

2018 级计算机学院《数值分析》期末试卷 B 卷答题纸

座位号_____班级_____学号_____姓名_____成绩_____

一、填空题

1. 【_____】。
2. 【_____】; 【_____】。
3. 【_____】; 【_____】。
4. 【_____】; 【_____】。
5. 【_____】。
6. 【_____】。
7. 【_____】; 【_____】。
8. 【_____】。
9. 【_____】; 【_____】。
10. 【_____】。
11. 【_____】。
12. 【_____】; 【_____】。
13. 【_____】。
14. 【_____】。

二、计算题: