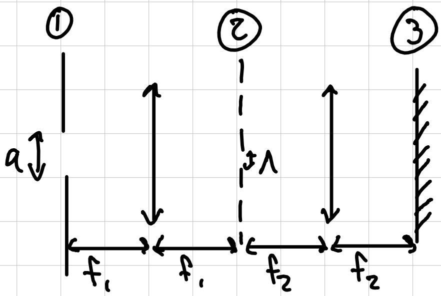
# Spectro avec réseau blazé




réseau blazé:

$$\underbrace{\left(\mathrm{comb}\left(\frac{x}{\Lambda}\right) * \mathrm{rect}\left(\frac{x}{\Lambda}\right) e^{i\beta x}\right) \mathrm{rect}\left(\frac{x}{N\Lambda}\right)}_{\mathrm{blaze}(x)}$$

$$U_1(x) = \mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$U_2(x) = \mathcal{F}\left\{\mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\right\}\left(\frac{x}{\lambda f_1}\right) \cdot \mathrm{blaze}(x)$$

$$U_2(x) \propto \mathrm{sinc}\left(\frac{xa}{\lambda f_1}\right) \cdot \mathrm{blaze}(x)$$

$$U_3(x) = \mathcal{F}\left\{\mathrm{sinc}\left(\frac{xa}{\lambda f_1}\right) \cdot \mathrm{blaze}(x)\right\}\left(\frac{x}{\lambda f_2}\right)$$

$$\propto \mathcal{F}\left\{\mathrm{sinc}\left(\frac{xa}{\lambda f_1}\right) \mathrm{rect}\left(\frac{x}{N\Lambda}\right)\left(\mathrm{comb}\left(\frac{x}{\Lambda}\right) * \mathrm{rect}\left(\frac{x}{\Lambda}\right) e^{i\beta x}\right)\right\}\left(\frac{x}{\lambda f_2}\right)$$

$$\propto \left(\mathrm{rect}\left(\frac{x f_1}{a f_2}\right) * \mathrm{sinc}\left(\frac{x N\Lambda}{\lambda f_2}\right)\right) * \left(\mathrm{comb}\left(\frac{x\Lambda}{\lambda f_2}\right) \mathrm{sinc}\left(\left(\frac{x}{\lambda f_2} - \frac{\beta}{2\pi}\right)\Lambda\right)\right)$$

$$\frac{a f_2}{f_1} \gg \frac{\lambda f_2}{N\Lambda} \Rightarrow \mathrm{sinc}(x) \sim \delta(x)$$

$$\Rightarrow \mathrm{rect} * \mathrm{sinc} \simeq \mathrm{rect}$$

$$U_3(x) \propto \text{rect}\left(\frac{x f_1}{a f_2}\right) * \left(\text{comb}\left(\frac{x \Lambda}{\lambda f_2}\right) \text{sinc}\left(\left(\frac{x}{\lambda f_2} - \frac{\beta}{2\pi}\right)\Lambda\right)\right)$$

$$\propto \text{rect}\left(\frac{x f_1}{a f_2}\right) * \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(x - \frac{n\lambda f_2}{\Lambda}\right) \text{sinc}\left(\frac{x\Lambda}{\lambda f_2} - \frac{\beta\Lambda}{2\pi}\right)\right)$$

$$\propto \text{rect}\left(\frac{x f_1}{a f_2}\right) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(x - \frac{n\lambda f_2}{\Lambda}\right) \text{sinc}\left(n - \frac{\beta\Lambda}{2\pi}\right)$$

$$U_3(x) \propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{f_1}{a f_2}\left(x - \frac{n\lambda f_2}{\Lambda}\right)\right) \text{sinc}\left(n - \frac{\beta\Lambda}{2\pi}\right)$$

$n$ : ordre (pour notre spectro $n=1$)

Chaque $\lambda$ donne un rect de largeur $a f_2/f_1$ sur la caméra et la position du rect est donnée par $n\lambda f_2/\Lambda$.
Le sinc affecte seulement l'amplitude (intensité)

---

$b$ : hauteur fente

$$U_1(y) = \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$$

$$U_2(y) = \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{y}{b}\right)\right\}\left(\frac{y}{\lambda f_1}\right) \propto \text{sinc}\left(\frac{yb}{\lambda f_1}\right)$$

$$U_3(y) = \mathcal{F}\left\{\text{sinc}\left(\frac{yb}{\lambda f_1}\right)\right\}\left(\frac{y}{\lambda f_2}\right) \propto \text{rect}\left(\frac{y f_1}{b f_2}\right)$$

---

$$U_3(x,y) \propto \text{rect}\left(\frac{y f_1}{b f_2}\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{f_1}{a f_2}\left(x - \frac{n\lambda f_2}{\Lambda}\right)\right) \text{sinc}\left(n - \frac{\beta\Lambda}{2\pi}\right)$$

## Article sur moodle (équation (51) à (53))

$$\theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{h}{d}\right) \Rightarrow h = d\tan\theta \quad , \theta : \text{angle de blaze}$$

$$h = \frac{n_B \lambda_B}{2}$$

$$\beta x = \frac{2\pi n_B \lambda_B x}{\lambda d} = \frac{4\pi h x}{\lambda d} = \frac{4\pi \tan\theta}{\lambda} x$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta = \frac{4\pi \tan\theta}{\lambda}}$$

---

## Superposition ordre 1 rouge et ordre 2 mauve

$\lambda_1 = 400$ nm , $\lambda_2 = 700$ nm

On veut éviter la superposition des 2 ordres

$$\frac{2\lambda_1 f_2}{\Lambda} - \frac{1\lambda_2 f_2}{\Lambda} > \frac{a f_2}{f_1}$$

$$2\lambda_1 - \lambda_2 > \frac{a\Lambda}{f_1}$$

$$100\cdot 10^{-9} > \frac{a\Lambda}{f_1}$$

, Posons $a = 0{,}5\cdot 10^{-3}$ m, $\Lambda = \frac{1}{600\cdot 10^{3}}$ m

$$\Rightarrow \boxed{f_1 > 8{,}33\cdot 10^{-3}\ \text{m}}$$

Resolution : $\frac{\lambda_2 f_2}{\Lambda} - \frac{\lambda_1 f_2}{\Lambda} > \frac{a f_2}{f_1}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\lambda > \frac{a\Lambda}{f_1}} \quad , \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$$

largeur ordre 1 : $L = \frac{\lambda_2 f_2}{\Lambda} - \frac{\lambda_1 f_2}{\Lambda} + \frac{a f_2}{f_1}$

$$\boxed{L = \frac{f_2}{\Lambda} \cdot 300\,\text{nm} + \frac{a f_2}{f_1} < L_{\text{caméra}}}$$

$$L_{\text{caméra}} = 6{,}66 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

$$\Rightarrow \frac{f_2}{\Lambda} \cdot 300\,\text{nm} + \frac{a f_2}{f_1} < 6{,}66 \cdot 10^{-3}$$

Posons $f_1 = 50 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$, $a = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$

$$\Rightarrow f_2 < 6{,}66 \cdot 10^{-3} \left( 300 \cdot 10^{-9} \cdot 600 \cdot 10^{3} + \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3}} \right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{f_2 < 35{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}$$

Avec $f_2 = 35 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$, on utilise la pleine largeur de la caméra.

$\Rightarrow$ Choix : $f_2 = 30 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$

## Position du centre du spectre (ordre 1)

$$\bar{x} = \left(\frac{\lambda_2 f_2}{\Lambda} + \frac{\lambda_1 f_2}{\Lambda}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\bar{x} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 600 \cdot 10^{3} \cdot 1100 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\bar{x} = 9{,}9 \text{ mm}}$$

Distance entre le centre du spectre ordre 1 et le centre de l'axe optique.