

Aufgaben zu „S2: Modellieren, Simulieren und Optimieren komplexer Systeme“ WS2015

Aufgabe 0: verbessertes Räuber-Beute Modell

(2 Punkte)

Das Räuber-Beute Modell von Lotka-Volterra

$$du/dt = a \cdot u - \alpha \cdot u \cdot v$$

$$dv/dt = \gamma \cdot u \cdot v - c \cdot v$$

u Beute, v Räuber, hat einige wesentliche Mängel. Ohne Räuber vermehrt sich die Beute exponentiell mit der Geburtenrate a , obwohl die beschränkten Ressourcen zu einer Sättigung der Beutepopulation führen sollte.

Die Räuber haben andererseits eine unbeschränkte Fresslust α , was unwahrscheinlich ist: sie steigt proportional ins Unendliche für ein einziges Beutetier, d.h. ein Räuber frisst pro Zeiteinheit $\alpha \cdot u$ Beutetiere.

Diese beiden Mängel werden im folgenden Holling-Tanner Modell verbessert.

Dieses Modell ist gegeben durch folgendes Differentialgleichungssystem:

$$du/dt = r \cdot (1 - u/U_k) \cdot u - w \cdot u \cdot v / (u + k_U)$$

$$dv/dt = s \cdot (1 - J \cdot v/u) \cdot v$$

mit $r, s, w, J, U_k, k_U > 0$. Dabei sind

$r=2.5$, eine Geburtenrate der Beutetiere,

$U_k=300$, die maximale Anzahl Beutetiere, die deren Habitat als Ressourcenträger hergibt,

$w=5, k_U=50$, Konstanten, die die Fresslust der Räuber beschreibt: bei einer Anfangsbeutepopulation von 50 beträgt sie $5 \cdot 50 / 100 = 2.5$ Beutetiere pro Räuber und Zeiteinheit, und wächst für wachsende Beutepopulation gegen 5 Beutetiere pro Räuber und Zeiteinheit, welcher Wert nie überschritten wird, egal wie hoch die Beutepopulation ist.

$s=0.225, J=2$, Konstanten die die Räuberpopulation beschreiben. Auch hier ist dafür gesorgt, dass die Räuberpopulation nicht grösser als halb so gross wie die Beutepopulation werden kann (wieso?).

Anfangswerte: $u^0=50, v^0=60$

Aufgabe:

Modellieren Sie das System nach Holling-Tanner in AnyLogic. Beobachten Sie auf einem Zeit- und einem (Phasen-)Plot die Systemdynamik.

- berechnen Sie das (nichttriviale) Systemgleichgewicht. Wann wird dieses erreicht?
- was für ein Typ von Steady State besitzt das System bei den angegebenen Anfangswerten? wann wird er erreicht?
- wie stabil ist der Steady State? Untersuchen Sie die Stabilität analog zu der in der Veranstaltung gezeigten Technik.

Abgabe: am 30.9.2015

- das Anylogic Modell
- für a), b) und c): Antworten auf max. 1 Seite Text