场的概念和几何表示

- 本节的研究目的

什么叫场?

如何直观形象的描绘场的分布?

- 本节的研究内容

一、场的概念

二、源点与场点

三、场的几何表示

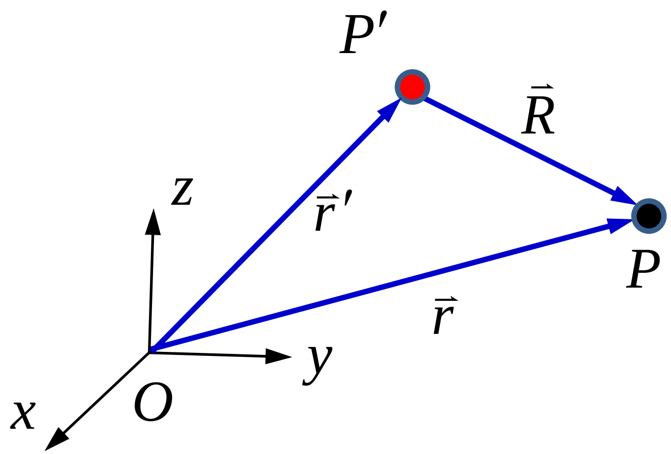
一、场的概念

场的概念：分布着某种物理量的空间区域称为该物理量的场。

标量场$\varphi(x, y, z; t)$：温度场、压力场等

矢量场$\vec{A}(x, y, z; t)$：速度场、电场、磁场等

二、源点与场点



源点：场源所在的空间位置称为源点。

$$P'(x',y',z') \qquad P'(\vec{r}\,')$$

场点：需要确定场量的点称为场点。

$$P(x,y,z) \qquad P(\vec{r})$$

三、场的几何表示

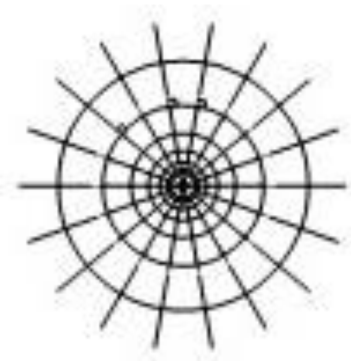
1.标量场的等值面：曲面上任一点的函数值相等

$$\varphi(x,y,z)=C$$

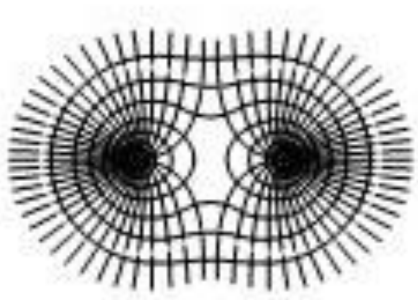
三、场的几何表示

1.标量场的等值面：曲面上任一点的函数值相等

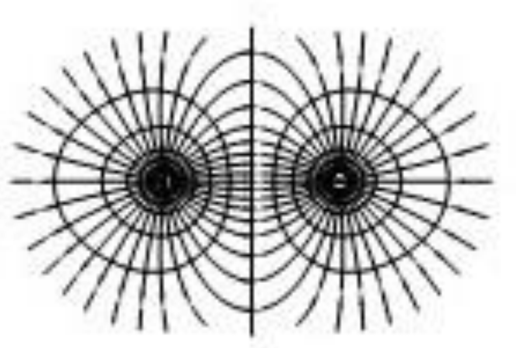
$$\varphi(x,y,z)=C$$



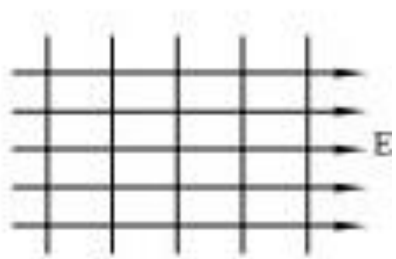
点电荷等位面



等量同种点电荷等位面



等量异种点电荷等位面



匀强电场等位面

题1. 求下列标量场的等值面：

$$(1)\ \ u=\ln(x^2+y^2+z^2);\qquad (2)\ \ u=z-\sqrt{x^2+y^2};$$

解： $(1)\ \ u=\ln(x^2+y^2+z^2)=C' \quad\Rightarrow\quad x^2+y^2+z^2=\mathrm{e}^{C'}=C$

等值面为球心在坐标原点的球面族。

$(2).\ u=z-\sqrt{x^2+y^2}=C \quad\Rightarrow\quad x^2+y^2=(z-C)^2$

等值面为顶点在(0,0,*C*)的圆锥面族。

本题考察对等值面概念的理解

三、场的几何表示

2.矢量场的矢量线： 矢量线上每一点的切线方向都与矢量场在该点的方向相同。

$$\vec{A}\times\mathrm{d}\vec{l}=0$$

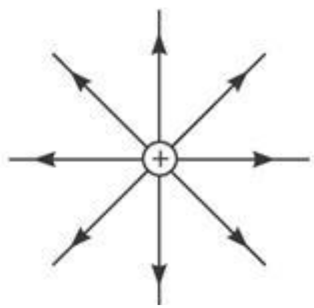
$$\vec{A}\times\mathrm{d}\vec{l}=\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ A_x & A_y & A_z\\ \mathrm{d}x & \mathrm{d}y & \mathrm{d}z\end{vmatrix}=0$$

$$\boxed{\Rightarrow\frac{A_x}{\mathrm{d}x}=\frac{A_y}{\mathrm{d}y}=\frac{A_z}{\mathrm{d}z}}$$

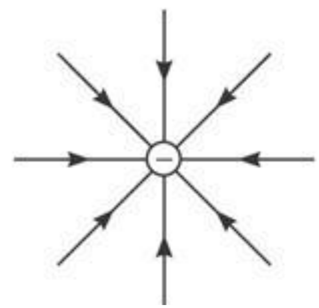
二、场的几何表示

2.矢量场的矢量线： 矢量线上每一点的切线方向都与矢量场在该点的方向相同。

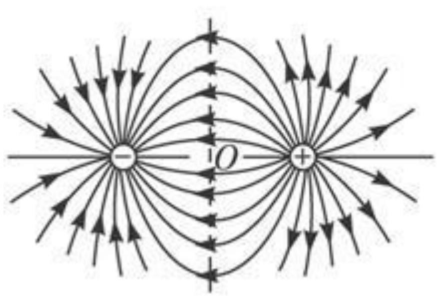
$$\vec{A}\times \mathrm{d}\vec{l}=0$$



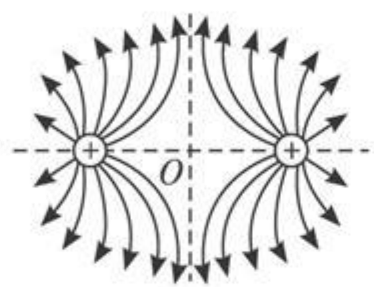
正点电荷



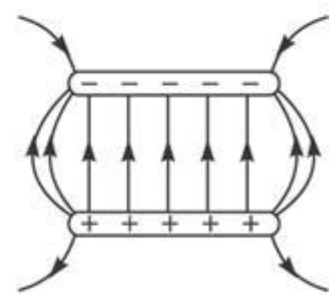
负点电荷



等量异种电荷



等量同种电荷



带电平行金属板

题2. **求矢量场** $\vec{A}=x\vec{e}_x+y\vec{e}_y+2z\vec{e}_z$ **经过点**M(1,2,3)**的矢量线方程。**

解：矢量线方程为： $\dfrac{A_x}{\mathrm{d}x}=\dfrac{A_y}{\mathrm{d}y}=\dfrac{A_z}{\mathrm{d}z}$

$$\frac{x}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{\mathrm{d}y} \quad\Rightarrow\quad \ln y=\ln x+C \quad\Rightarrow\quad y=C_1x$$

$$\frac{x}{\mathrm{d}x}=\frac{2z}{\mathrm{d}z} \quad\Rightarrow\quad \ln z=\ln x^2+C' \quad\Rightarrow\quad z=C_2x^2$$

$$y=C_1x\Big|_{(1,2,3)} \quad\Rightarrow\quad C_1=2$$

$$z=C_2x^2\Big|_{(1,2,3)} \quad\Rightarrow\quad C_2=3$$

所以矢量线方程为： $\begin{cases} y=2x \\ z=3x^2 \end{cases}$

本题考察对矢量场矢量线概念的理解，注意矢量物理量与相应矢量线的关系。

本 节 要 点

- **本节的研究目的**

什么叫场？如何直观形象的描绘场的分布？

1. 标量场等值面的计算与几何表示;

2. 矢量线矢量线的计算与几何表示;

3. 矢量本身与其矢量线的区别;