

Mathematical Models for Security



Contrôle de zone et théorie des graphes

Emmanuel BAUDVIN
Lucien CASSAGNES
Lucas LAVILLE
Antoine PUISSANT

Enseignant : M. FILIOL

2015 - 2016

Résumé

L'objectif de ce mini-projet est de découvrir une application de la théorie des graphes dans le domaine de la sécurité. Vous allez étudier le problème MCS (Minimum Cut Set ou coupure minimale d'un graphe) dans le contexte du contrôle de zone. Ce dernier peut être envisagé de manière duale :

- dans le cas défensif, il s'agit de protéger optimalement une zone donnée et ce, avec des ressources les plus limitées possibles,
- dans le cas offensif, par exemple, retarder, dans les mêmes conditions (optimalement et avec des ressources limitées), l'arrivée des forces d'intervention face à une attaque sur une zone donnée (point sensible)

Table des matières

1	Question 1	3
2	Question 2	4
3	Question 3	5
4	Question 4	6
	Références	8
A	Annexes	9
A.1	Liste des villes étudiées	9

1 Question 1

Expliquez ce qu'est le problème du Minimum Cut Set (MCS) en théorie des graphes.

2 Question 2

Etudiez l'algorithme de Ford-Fulkerson pour résoudre le problème du flot maximal. Décrivez-en le principe et les principales étapes algorithmiques.

3 Question 3

Expliquez le principe de résolution du problème MCS par l'algorithme de Ford-Fulkerson.

On peut résoudre le Minimum Cut Set Problem par l'algorithme de Ford Fulkerson grâce au théorème suivant :

Si f est un flot dans un graphe G , les trois propositions suivantes sont équivalentes :

- f est un flot maximum (à fortiori, il le sera si on le calcule avec l'algorithme de Ford Fulkerson)
- Le réseau résiduel du graphe G ne contient pas de chemin améliorant (puisqu'on aura appliqué Ford Fulkerson)
- Il existe une coupe du graphe G séparant s et t dans deux sous graphes, dont la capacité vaut $|f|$

4 Question 4

Décrivez et expliquez les principaux résultats de la référence [1] et comment les auteurs ont résolu le problème du contrôle de zone via l'algorithme de Ford-Fulkerson.

L'article donné en référence pour ce projet est à propos d'une étude réalisée par cinq chercheurs aux Etats-Unis. Cette dernière consiste en l'identification de postes de contrôles afin de protéger les grandes villes américaines.

Afin de trouver les localisations optimales des points de contrôle, les chercheurs ont trouvés plusieurs approches. Cependant, celle retenue consiste à chercher les points de contrôles minimum permettant de sécuriser la région choisie. Cet ensemble de points de contrôle est le appelé Minimum Cut Set (MCS) en théorie des graphes. En effet, nous pouvons représenter la ville à protéger par un graphe. Les liens seraient alors la représentation des axes de circulation et les nœuds les intersections entre plusieurs axes (un un changement d'état pour un axe). Ainsi, le MCS permet de réaliser une coupe du graphe en deux parties disjointes.

Dans notre cas, nous souhaitons avoir le moins de liens à couper afin de ne mettre en place que des points de contrôles stratégiques. Ce problème peut être résolu par l'algorithme de flux maximum de Ford-Fulkerson.

Dans le cadre de cette étude, il ne sera pas pris en compte le coût des points de contrôle qui pourront être mis en place.

Tout au long de cet articles, les chercheurs se sont focalisés sur les 50 plus grandes villes américaines (c.f. annexe A.1).

Dans un premier temps, il est nécessaire de définir deux variables que nous allons réutiliser tout au long de cette explication :

- r_i , le rayon interne. Celui-ci définit la zone que nous souhaitons protéger. Si un acteur malveillant parvient à rentrer au sein de cette zone, alors nous devons considérer cette dernière comme perdue.
- r_o , le rayon externe. Celui-ci va correspondre à la zone au sein de laquelle nous allons effectuer nos contrôles.

Nous avons ici un système de cercles concentriques. Le cercle interne doit avoir un rayon r_i inférieur ou égal à celui du cercle externe, r_o comme le montre l'image 1. On a ici un rayon interne r_i de 15 miles ($\approx 24km$) et in rayon externe r_o de 25 miles ($\approx 40km$).

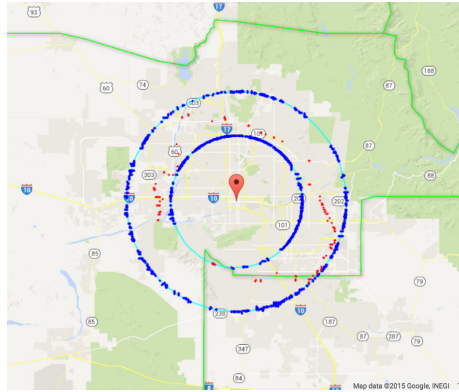


FIGURE 1: Représentation des cercles interne et externe pour la ville de Phoenix

Ainsi, la zone présente entre les deux cercles peut être qualifiée de « zone tampon ». C'est au sein de cette dernière que nous allons placer les points de contrôle.

Sur l'image 1, nous pouvons retrouver différentes notations :

- En bleu clair sont représentés les cercles internes et externes.
- En bleu foncé sont représentés les axes et routes s'intersectant avec les cercles.
- En rouge sont représentés les routes appartenant à la MCS.

Dans notre exemple, nous avons la taille de la MCS, $M(15, 25) = 64$. Ainsi, nous savons qu'il faudra, en suivant cette configuration 64 points de contrôle afin de pouvoir protéger la zone interne.

Si nous prenons un cercle externe plus grand, nous pouvons constater que le nombre de points de contrôle va alors varier :

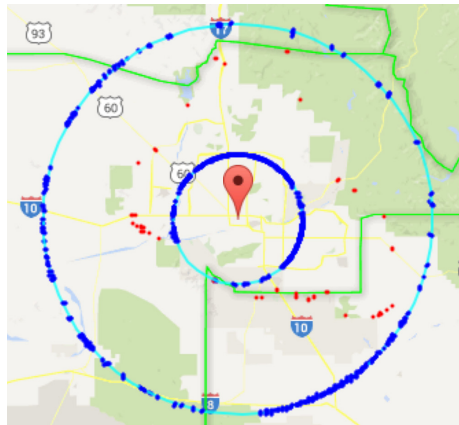


FIGURE 2: Représentation des cercles interne et externe pour la ville de Phoenix avec $M(15, 45)$

Références

- [1] Daniel M. Watkins ; Leticia Cuellar ; Deborah A. Kubicek ; Erick Rodriguez ; Phillip D. STROUD. « Identifying Security checkpoints Locations to Protect the Major US Urban Areas ». In : *Homeland Security Affairs* (2015).

A Annexes

A.1 Liste des villes étudiées

San Francisco	Washington DC
San Diego	Boston
Las Vegas	Detroit
Virginia Beach	Phoenix
Jacksonville	Seattle
Salt Lake City	Denver
New Orleans	St. Louis
Miami	Cleveland
Tampa	San Antonio
Baltimore	Cincinnati
Riverside	Milwaukee
Portland	Columbus
Sacramento	Providence
San Jose	Hartford
Orlando	Los Angeles
Austin	Chicago
Charlotte	Philadelphia
Memphis	Dallas
Louisville	Houston
Nashville	Atlanta
Richmond	Minneapolis
Buffalo	Pittsburgh
Bridgeport	Kansas City
Raleigh	Indianapolis
New York City	Oklahoma City