

readme

Voronoi-based Coverage Algorithms

问题描述：

对于给定的封闭的凸多边形，在凸多边形内随机生成若干点。

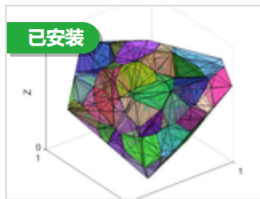
1. 基于给定点，实现对凸多边形的Voronoi划分。
2. 设计控制算法，使随机生成的点，能够移动到最优Voronoi划分的位置上。

voronoi coverage文件夹中的m文件实现了上述两个功能。

对凸多边形的Voronoi划分

参考了Matlab中的一个工具包：

Polytope bounded Voronoi diagram in 2D and 3D



Polytope bounded Voronoi diagram in 2D and 3D

版本 1.15 (12.6 KB) 作者: [Hyongju Park](#)

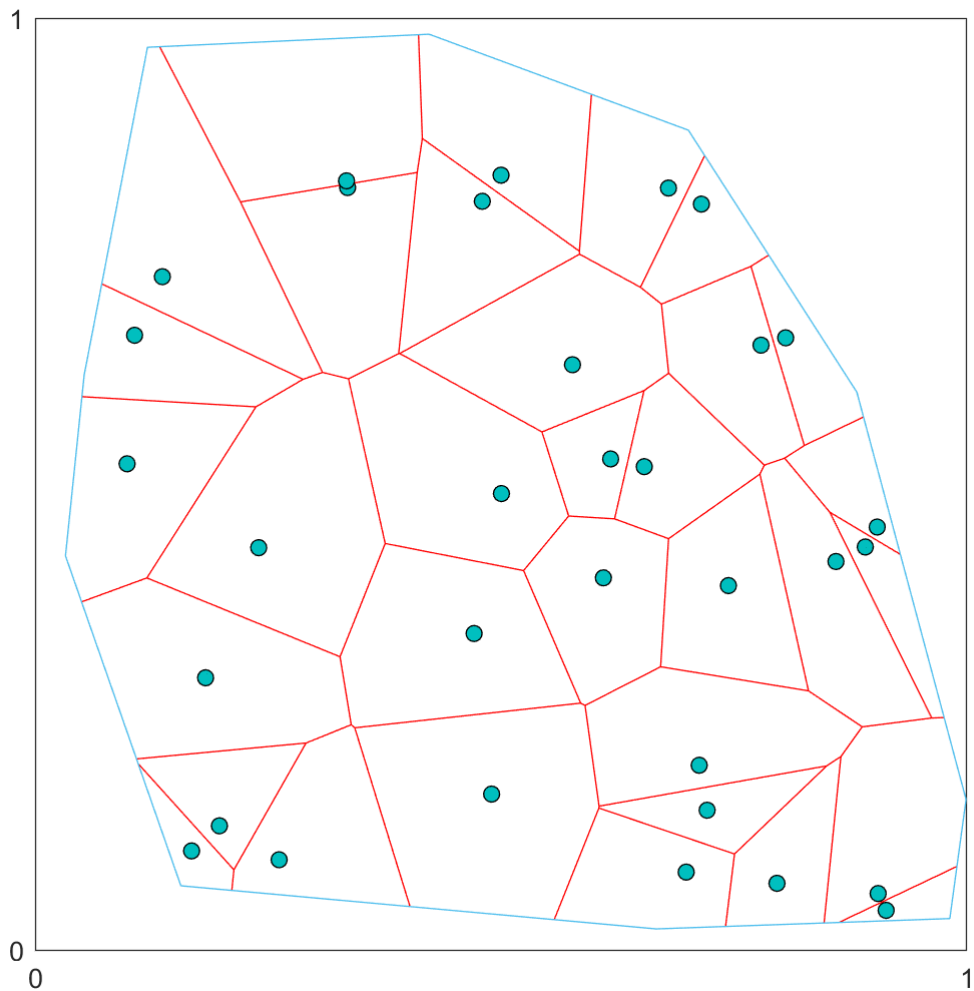
The function cacluates arbitrary polytope bounded Voronoi diagram in 2D/3D
<https://github.com/hyongju/Polytope-bounded-Voronoi-diagram>

 集合

给定凸多边形，给定多边形内的点，能够对多边形进行Voronoi划分。

执行**generator.m**

效果如图：



浅蓝色的线代表所指定的多边形bound

绿色的点代表在多边形内部随机生成的点

红色的线代表生成的voronoi划分

采用的算法：

The Voronoi diagram is obtained using linear inequalities formed with perpendicular bisectors between any two connected points in the Deluanay triangulation.

控制算法实现最优划分

根据*Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*

定义每个区域的势能为：

$$\int_{W_i} \|q - x_i\|^2 dq$$

凸多边形上的总势能为：

$$H(x, W) = \sum_{i=1}^n \int_{W_i} \|q - x_i\|^2 dq$$

目标：使整个多边形上的能量最低。

力是势能的负梯度，受此启发，定义虚拟力：

$$\dot{x}_i(t) = -\frac{\partial H_V(x)}{\partial x_i} = -2 \int_{V_i} (x_i(t) - q) dq.$$

根据每个区域的面积来调整虚拟力的大小，进一步得到：

$$\dot{x}_i(t) = -\frac{1}{2 \int_{V_i} dq} \frac{\partial H_V(x)}{\partial x_i}$$

$$\dot{x}_i(t) = \rho_i(x(t)) - x_i(t)$$

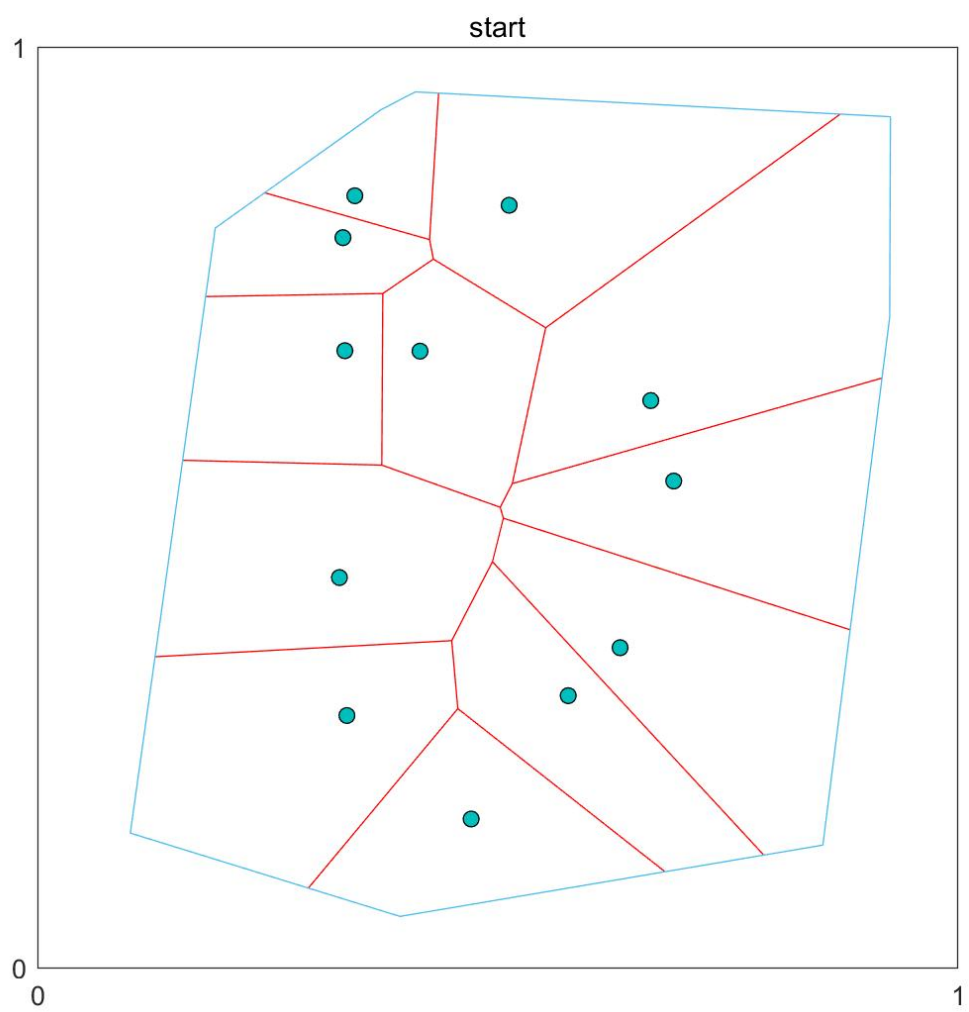
对此控制算法进行仿真，本质上是求解常微分方程的初值问题。

常微分方程的求解使用四阶龙格-库塔算法，见**RK4.m**

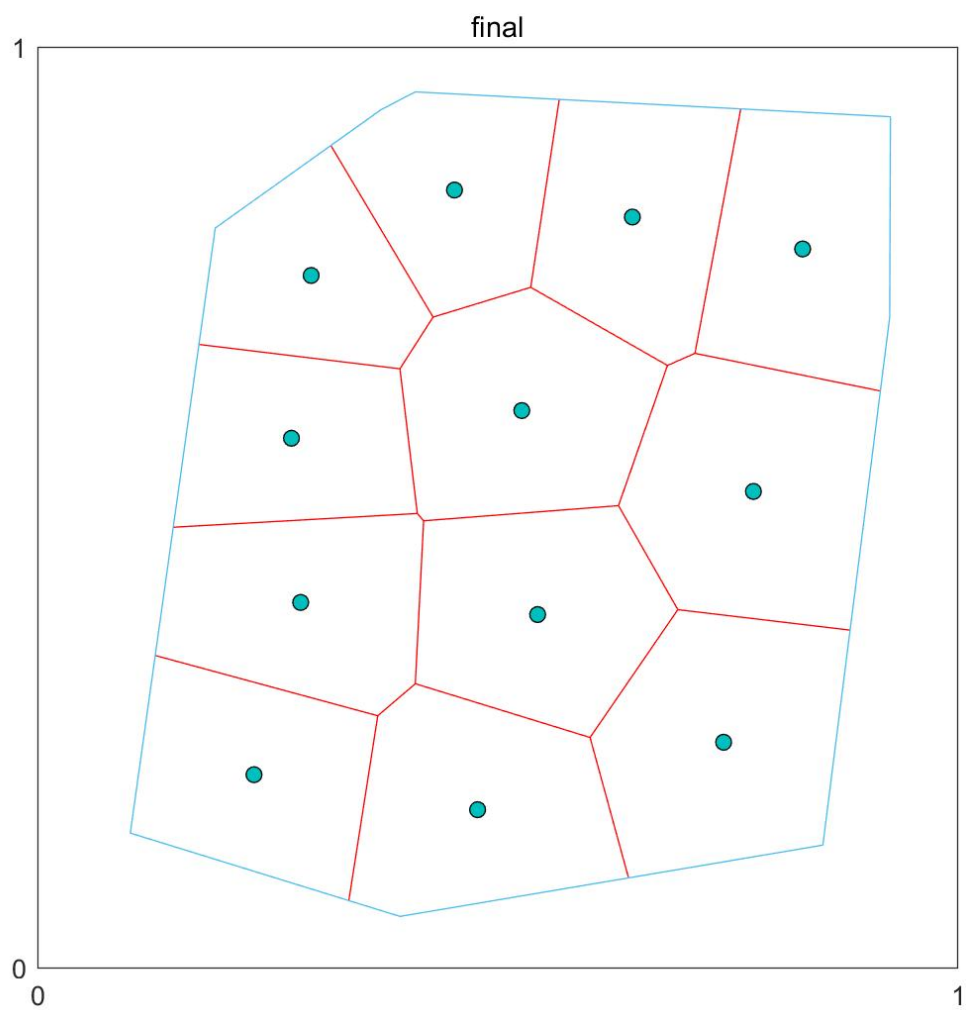
voronoi coverage文件夹中共有3个demo文件，均可执行。

demo1.m

初始状态：



最终状态:

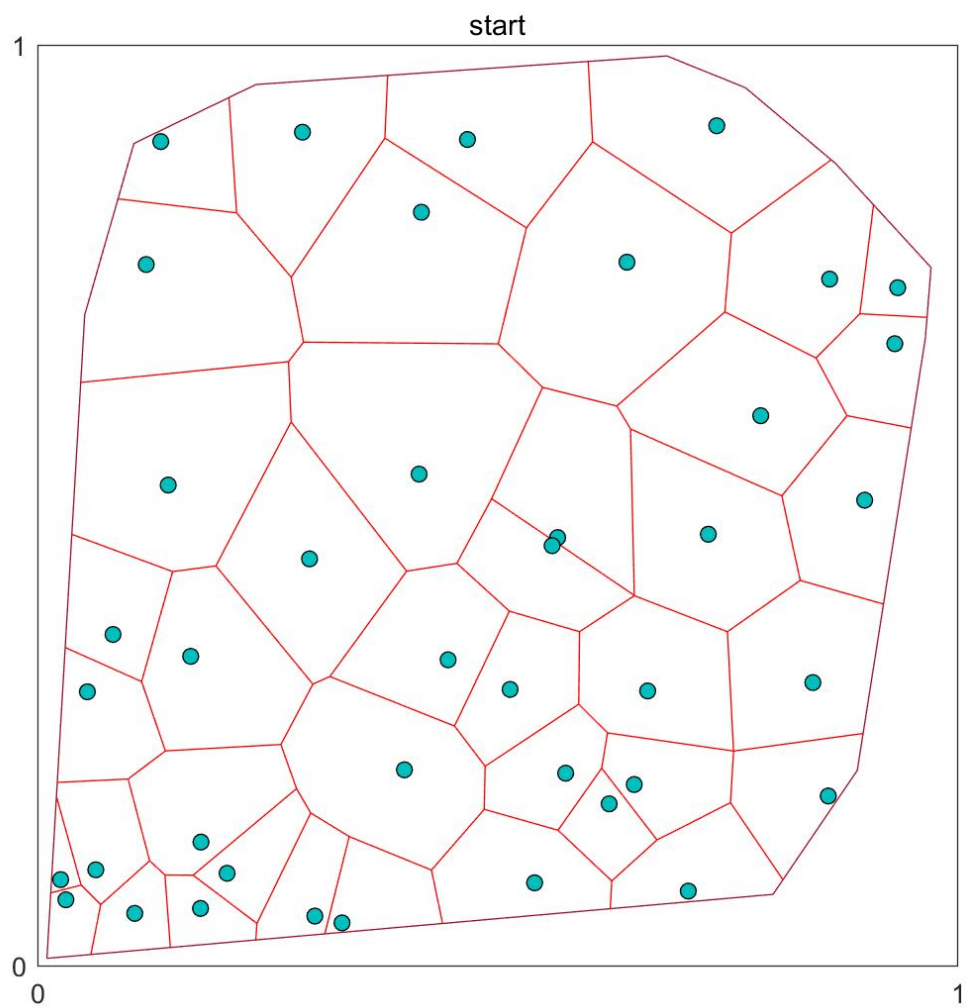


可见这些点的空间分布显著均匀，控制器效果很好。

demo2.m

初始状态：

点的数量很多，且空间分布很不均匀

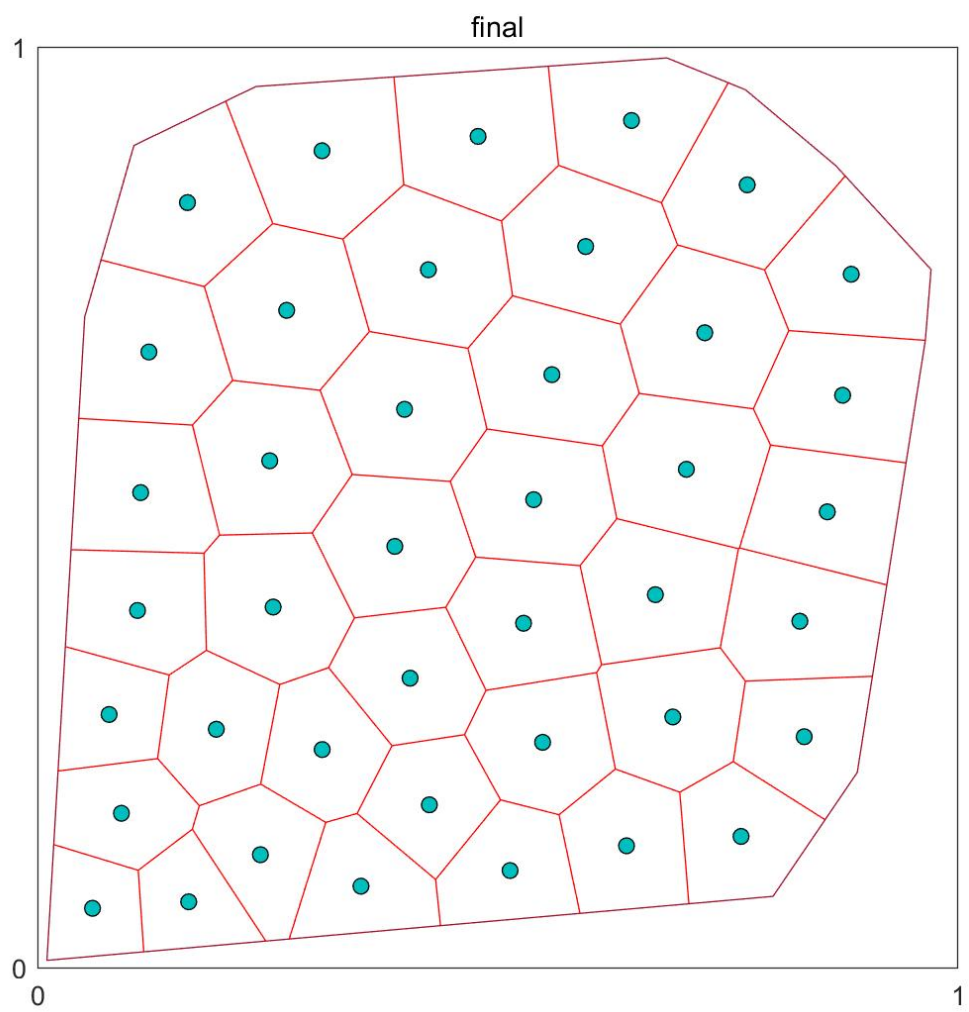


最终状态：

空间分布显著改善。

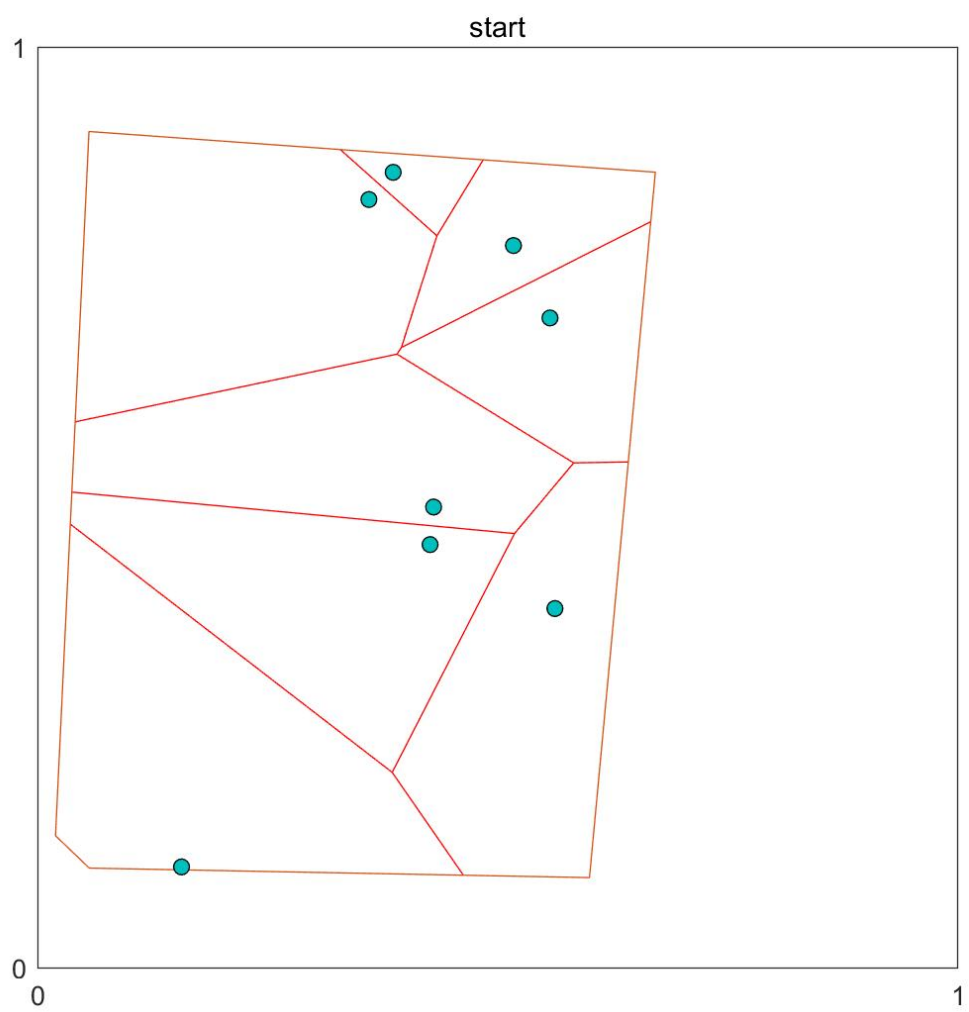
值得指出的是，点的数目很多的情况下，求解速度会显著变慢。

执行demo2所需的时间较长。

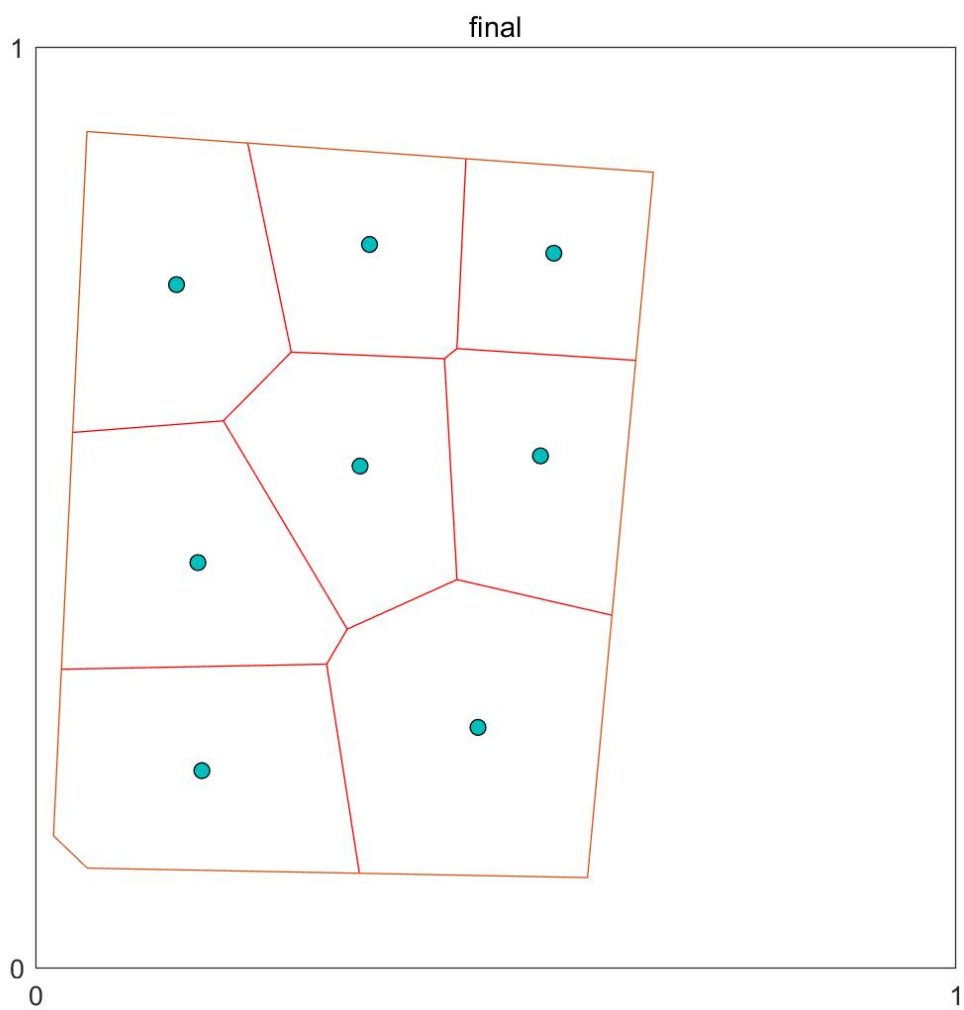


demo3.m

起始状态:



最终状态:



此外，实现了**动画演示功能**。

函数为**animate.m**

demo3中调用了该函数，在执行时会动态画出点的运动过程。

三种情况下的gif图片也保存在voronoi coverage文件夹下。

animation1.gif

animation2.gif

animation3.gif

