

ALGORITHME D'ATTRIBUTION CROISEE

Soient les soupirants A, B, C, D, E ; soient les candidates L, M, N, O, P.

Les choix des soupirants sont les suivants :

Soupirant A : M ; P ; L ; N ; O.

Soupirant B : L ; M ; N ; O ; P.

Soupirant C : M ; N ; P ; O ; L.

Soupirant D : L ; N ; M ; O ; P.

Soupirant E : P ; N ; M ; L ; O.

Les choix des candidates sont les suivants :

Candidates L : E ; A ; D ; B ; C.

Candidates M : D ; E ; B ; A ; C.

Candidates N : A ; D ; B ; C ; E.

Candidates O : C ; B ; D ; A ; E.

Candidates P : D ; B ; C ; E ; A.

Le principe de la solution proposée est de créer un soupirant supplémentaire : le « vilain » qui sera fiancé d'office à chaque candidate mais qui sera positionné en dernier choix des candidates.

Si le nombre de soupirants est différent de celui des candidates, on remplit alors les choix avec le vilain. Si le nombre de candidates est différent de celui des soupirants, on remplit les choix manquant avec une « sorcière ». Attention, dans ces configurations du problème, l'obtention d'une solution stable n'est pas garantie.

Puis, on remplit le tableau des couples, comme ci-dessous :

Tableau des couples :

L	M	N	O	P
V	V	V	V	V

La liste des soupirants libres est : A, B, C, D, E ;

Le principe de l'algorithme est de présenter chaque soupirant aux candidates dans l'ordre de ses choix. Si la candidate préfère son partenaire actuel au soupirant, on continue sur la liste du soupirant jusqu'à qu'il soit casé. Sinon elle rompt son engagement précédent et se fiance au soupirant. Si celui-ci ne prend pas la place du vilain, le fiancé éconduit reprend place en tête de la liste des soupirants libres.

L'opération est réitérer jusqu'à obtenir une liste de soupirants vide.

Déroulement de l'algorithme :
 (Acteurs retenus à chaque étape en gras)

Liste des soupirants libres : **A, B, C, D, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
V	V	V	V	V

Liste des soupirants libres : **B, C, D, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
V	A	V	V	V

Liste des soupirants libres : **C, D, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
B	A	V	V	V

Liste des soupirants libres : **C, D, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
B	A	V	V	V

Liste des soupirants libres : **D, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
B	A	C	V	V

Liste des soupirants libres : **B, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
D	A	C	V	V

Liste des soupirants libres : **A, E** ;
 Tableau des couples :

L	M	N	O	P
D	B	C	V	V

Liste des soupirants libres : **E** ;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
D	B	C	V	A

Liste des soupirants libres : **A** ;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
D	B	C	V	E

Liste des soupirants libres : **D** ;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
A	B	C	V	E

Liste des soupirants libres : **C** ;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
A	B	D	V	E

Liste des soupirants libres : **E** ;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
A	B	D	V	C

Liste des soupirants libres : **B** ;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
A	E	D	V	C

Liste des soupirants libres : vide;
Tableau des couples :

L	M	N	O	P
A	E	D	B	C

Résultat : tout les soupirants sont casés.

La méthode a tendance à favoriser les prétendants vis à vis des candidates. En effet, les candidates n'exprime leur choix que vis à vis des soupirants présentés et non de l'ensemble des soupirants.

Cependant on arrive rapidement à un résultat stable, qui n'était pas garantit au départ vu la complexité du problème au premier abord.

L'ordre de complexité de cet algorithme est de $n \cdot \log n$, alors que le nombre de permutations possibles est $n !$

La mécanique de cet algorithme a été abordée par F. Dardel en 1992 dans SVM. Il signale aussi l'ouvrage « Mariages Stables » de D Knuth, « l'un des pères de l'étude des algorithmes » (publication aux Presses de l'Université de Montréal en 1976).

Pascal Pignard, février 2001.