Electrònica

Pràctica 5: Filtres Actius amb Amplificadors Operacionals

Blai Ras i Albert Morales

1r Torn, 10:00 – 12:00

1. Introducció

En aquesta última pràctica ens dedicarem a un apartat molt concret del últim temari d'electrònica: els filtres passa-baixos. Concretament, veurem els filtres de Butterworth d'ordre 1 i 2, dels quals hem fet el circuit al laboratori.
Un cop realitzats, podem veure les seves propietats apreses a classe, és a dir, mirarem amb diferents freqüències com reaccionen i quins canvis sofreixen.
En aquesta pràctica, doncs, analitzarem les dades preses al laboratori i com sempre les compararem amb els valors teòrics i entendrem d'aquesta manera el seu funcionament.

2. Materials

a. Resistències
b. Condensadors
c. Integrats LM324
d. Generador de funcions
e. Font d'alimentació continua
f. Oscil·loscopi
g. Cables banana
h. Cables
i. *Protoboard*

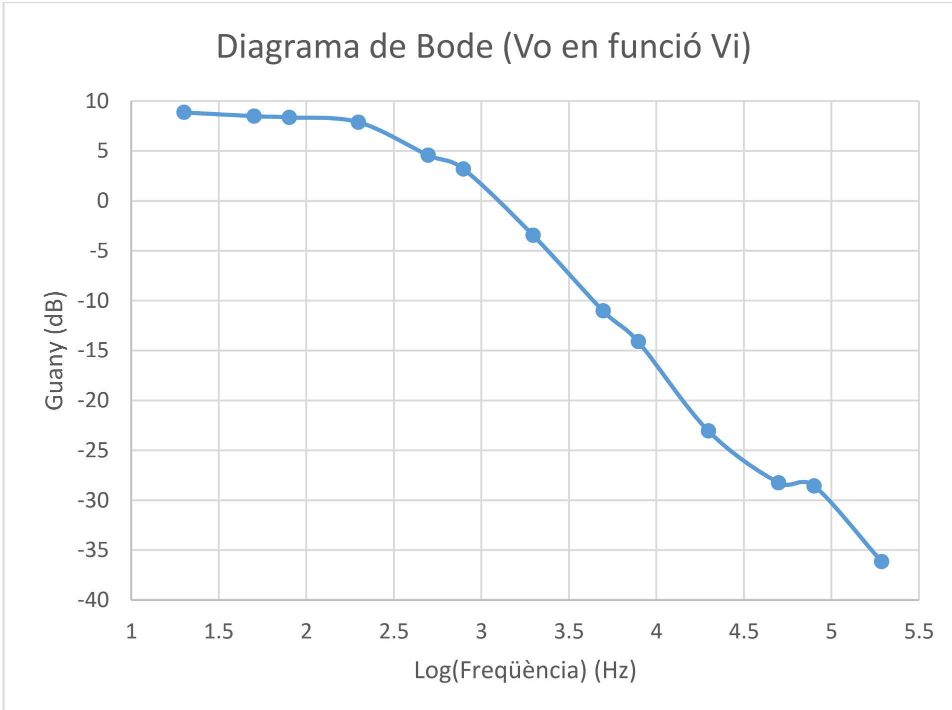
3. Informe

a. Filtre passa-baixos de Butterworth d'ordre 1

i. *Feu una taula amb les variables freqüència f (Hz), Vi(V), Vo(V), i guany H(dB), indicant el valor pic-apic del senyal d'entrada i de sortida del filtre entre 20 Hz i 200 kHz.*

Log_{10}(freq) (Hz)	**Freqüència (Hz)**	**$V_{i\ pic\ a\ pic}$ (V)**	**$V_{o\ pic\ a\ pic}$ (V)**	**Av = 20 Log (V_o/V_i) (dB)**
1.300161	19.96	5.12	14.2	8.860368
1.701136	50.25	5.04	13.4	8.493485
1.902384	79.87	5.12	13.4	8.356697
2.297323	198.3	5.12	12.7	7.890675
2.696356	497	5.08	8.6	4.572695
2.897352	789.5	5.12	7.4	3.199235
3.296226	1978	5.12	3.44	-3.45423
3.695044	4955	5.12	1.44	-11.0181
3.896195	7874	5.28	1.04	-14.112
4.297323	19830	5.12	0.36	-23.0593
4.698535	49950	5.16	0.2	-28.2324
4.900367	79500	5.36	0.2	-28.5627
5.285782	193100	5.12	0.08	-36.1236

ii. *Realitzeu el diagrama de Bode del guany H (en dB) respecte a f (en Hz). Feu servir les escales i unitats adequades per a la representació.*

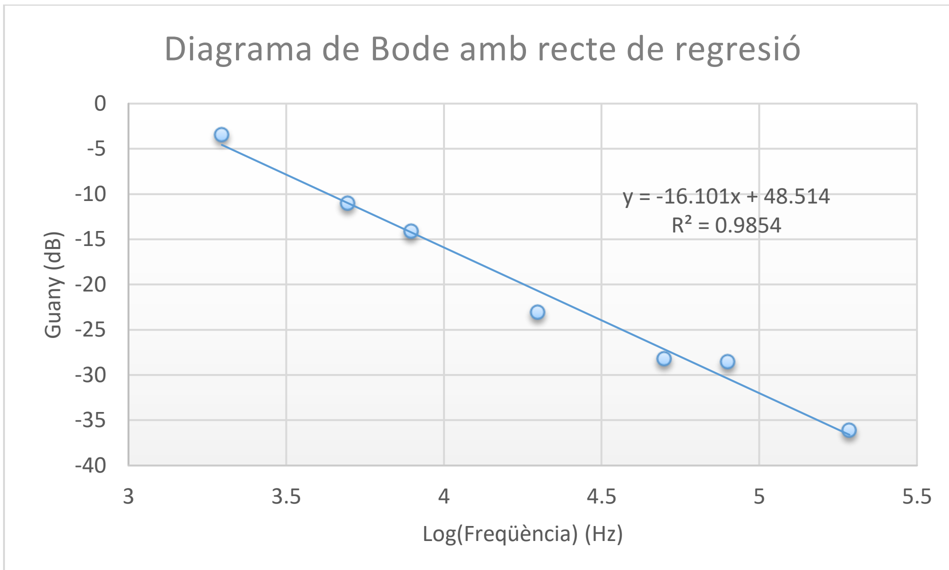


iii. *Verifiqueu que es compleixin les especificacions indicades:*

1. ***Avalueu el pendent m1 (en dB / dècada) de la corba del guany H per a altes freqüències (apliqueu una recta de regressió lineal en aquest interval de freqüències). Ensenyeu el gràfic del ajust lineal i doneu el valor numèric del paràmetre demanat, amb les unitats corresponents.***

Hem decidit que "altes freqüències" són a partir de 2000 Hz fins l'últim punt (200 KHz). Llavors, seguint la fórmula del pendent:

$$m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} = \frac{-36.1236 - (-3.45423)}{5.28578 - 3.29623} = -16.420 \frac{dB}{dècada}$$



En canvi, el pendent calculat és de -16.101, amb una fiabilitat (R^2) del 98.54%.

2. ***Quina és la freqüència de tall fc1 del filtre? Expliqueu de quina manera avalueu aquest paràmetre.***

Seguint la teoria del filtre passa-baixos de Butterworth d'ordre 1, tenim que:

$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot fc}$$

D'on aïllem fc i on R és la suma en sèrie de R1 i R2:

$$fc = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (15{,}58 + 15{,}57) \cdot 10 \cdot 10^{-6} F} = 510.93\ Hz$$

I podem dir que més o menys s'acosta a la freqüència de tall de 500 Hz que ens indica que hauria de tenir l'enunciat de la pràctica.

b. Filtre passa-baixos de Butterworth d'ordre 2

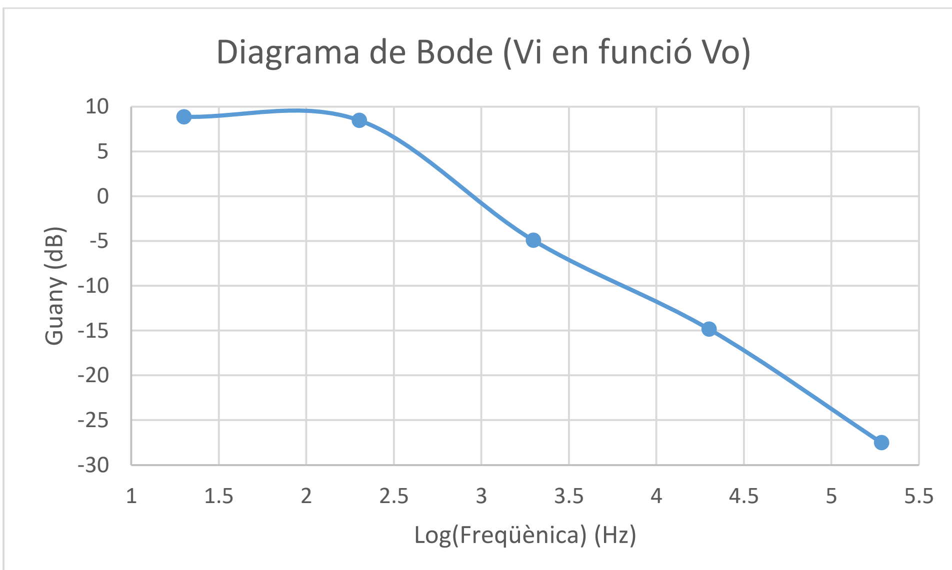
i. *Feu una taula amb les variables f(Hz), Vi(V), Vo(V), i guany H(dB)*

Malauradament, per culpa del temps de la pràctica i la complexitat del circuit d'aquest segon circuit de segon ordre, només vam poder calcular els voltatges per aquelles freqüències proporcionals a 20 Hz. No ens va donar temps, per tant, a fer les de 50 Hz i 80 Hz.

En conseqüència, tots els resultats a continuació són basats en aquets valors:

Log_{10} (freqüència)	Freqüència (Hz)	$V_{i\ pic\ a\ pic}$ (V)	$V_{o\ pic\ a\ pic}$ (V)	Av=20 Log (V_o/V_i)(dB)
1.30103	20	5.12	14.2	8.860368
2.302764	200.8	5.36	14.2	8.462471
3.296665	1980	5.36	3.04	-4.92582
4.300161	19960	5.52	1	-14.8388
5.286456	193400	5.52	0.232	-27.529

ii. *Realitzeu el diagrama de Bode corresponent, de manera semblant al punt 2).*

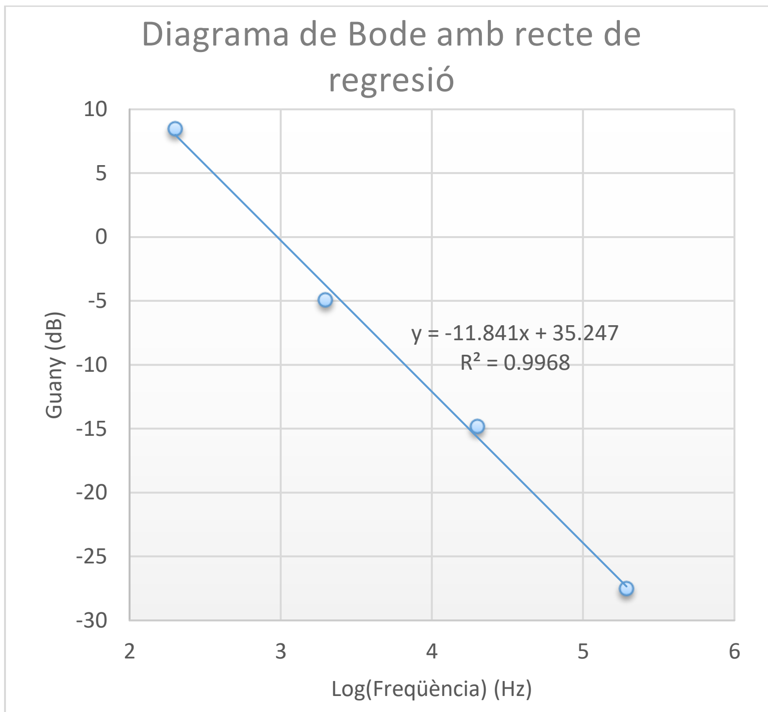


iii. Verifiqueu que es compleixin les especificacions indicades:

1. ***<u>Avalueu el pendent m2 (en dB / dècada) de la corba del guany H per a altes freqüències (apliqueu una recta de regressió lineal en aquest interval de freqüències). Ensenyeu el gràfic del ajust lineal i doneu el valor numèric del paràmetre demanat, amb les unitats corresponents.</u>***

Em considerat que "freqüències altes" són les de a partir de 200.8 Hz. Per tant, només tenim 4 punt a avaluar. Llavors, seguint la fórmula del pendent:

$$m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} = \frac{-27.529 - 8.462471}{5.286456 - 2.302764} = -12.06273 \frac{dB}{dècada}$$



En canvi, el pendent calculat és de -11.841, amb una fiabilitat (R^2) del 99.68%. Aquesta xifra es deguda als pocs valors que vam tenir temps a calcular al laboratori. Segurament, amb totes les xifres adequades, canviaria en gran mesura.

2. ***Quina és la freqüència fc2 de tall del filtre? Expliqueu de quina manera avalueu aquest paràmetre***

Seguint la teoria del filtre passa-baixos de Butterworth d'ordre 2, tenim que:

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot fc}$$

D'on aïllem fc i on R és la suma en sèrie de R1 i R2:

$$fc = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \pi \cdot (15{,}58 + 15{,}57) \cdot 10 \cdot 10^{-6} F} = 722.56\, Hz$$

c. Comparació dels experiments amb el model teòric

i. *Calculeu i demostreu matemàticament quin ha de ser el factor d'atenuació (en dB) i el guany (en dB) del filtre de Butterworth just a la freqüència de tall fc. Aquests factors depenen del ordre del filtre i del seu tipus (passa-baixos, ...)? Compareu-los amb els resultats obtinguts a partir de les mesures al laboratori, explicant les possibles diferències.*

En el primer filtre, segons ens indiquen en l'enunciat de la pràctica, la funció de transferència d'un filtre de Butterworth d'ordre 1 és:

$$H(s) = \frac{vo}{vi} = \frac{Ho}{1 + (Ra + Rb) \cdot C \cdot s}$$

On

$$Rb = Ra \cdot (Ho - 1)$$

De manera que apliquem Ra = 10 kΩ i Rb = 16 kΩ (valors teòrics ja que ho estem demostrant matemàticament:

$$Ho = \frac{Rb + Ra}{Ra} = 2{,}6$$

Ara que sabem Ho, podem escriure la mateixa funció de transferència però en funció de la freqüència de tall (és a dir, en comptes de "s" ho canviem per 2·π·fc :

$$H(2 \cdot \pi \cdot \mathrm{fc}) = \left| \frac{Ho}{1 + (R1 + R2) \cdot C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \mathrm{fc}} \right| = \frac{2.6}{\sqrt{2.01}}$$

On finalment podem calcular el factor d'atenuació:

$$20 \cdot \log\big(H(2 \cdot \pi \cdot \mathrm{fc})\big) = 20 \cdot \log\left(\frac{2{,}6}{\sqrt{2.01}}\right) = 20 \cdot \log(2{,}6) - 3$$

Això ens diu que màxim podem tenir 20·log(2,6) decibels però que sempre s'atenuarà en 3 dB, és a dir, la funció de transferència té un guany de -3 dB, cosa que tal i com vam veure a teoria sempre es compleix.

En canvi, en el filtre de Butterworth d'ordre dos, l'enunciat ens diu que té una funció de transferència...:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_{\text{in}}} = \frac{\dfrac{A_0}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \left[\dfrac{1}{R_2 C_2} + \dfrac{1}{R_2 C_1} + \dfrac{1}{R_1 C_1} - \dfrac{A_0}{R_2 C_2}\right] \cdot s + \dfrac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

On sabem que (Ra = 10 kΩ i Rb = 16 kΩ):

$$Ho = \frac{Ra + Rb}{Ra} = \frac{10 + 16}{10} = 1{,}59$$

Ara que sabem Ho, podem fer el mateix que en el del filtre 1, posar la seva funció de transferència en funció de la freqüència:

$$H(2 \cdot \pi \cdot fc) =$$

$$= \left| \frac{\dfrac{H_0}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} - 4 \cdot {f_c}^2 \cdot \pi^2\right)^2 + 4 \cdot {f_c}^2 \cdot \pi^2 \left(\dfrac{1}{R_2 \cdot C_2} + \dfrac{1}{R_2 \cdot C_1} + \dfrac{1}{R_1 \cdot C_1} - \dfrac{H_0}{R_2 \cdot C_2}\right)^2}} \right|$$

De manera que finalment:

$$H(2 \cdot \pi \cdot \mathrm{fc}) = \frac{2{,}6}{\simeq \sqrt{2}}$$

Llavors, per calcular el factor d'atenuació:

$$20 \cdot \log\big(H(2 \cdot \pi \cdot \mathrm{fc})\big) = 20 \cdot \log\left(\frac{2{,}6}{\sqrt{2}}\right) = 20 \cdot \log(2{,}6) - 3$$

De manera que d'igual manera el filtre passa-baixos d'ordre dos té una atenuació de 3 dB i un guany per tant de 3 dB, tal i com hem vist a teoria: el guany de la freqüència de tall sempre és el mateix: 3 dB.

Comparació:

Per una freqüència de 467 Hz, teníem una Vi de pic a pic de 5,08 Volts, una Vo pic a pic de 8.6 Volts i per tant un Av de 4,57269.

En canvi, matemàticament hem calculat que ens donava 5,26. No coincideixen, és obvi, ja que com dic no teníem una freqüència exacte de 500 Hz, les resistències eren de 15,58 i 9.9, etc.

ii. *Quin dels dos filtres passa-baixos que heu caracteritzat en laboratori presenta unes característiques més properes a les del corresponent model analític de filtre de Butterworth? El de primer o el de 2n ordre? Per què?*

1. ***<u>Ordre 1</u>***

   En el filtre d'ordre 1 teníem una freqüència teoria de 500 Hz, però tal i com hem calculat a la secció A) apartat b), experimentalment ens surt una freqüència de tall de 510.93 Hz:

$$Er = \frac{510.93 - 500}{500} \cdot 100 = 2.186$$

2. ***<u>Ordre 2</u>***

   Si recordem, en el circuit de filtre de Butterworth d'ordre 2, no vam tenir temps per calcular totes les freqüències, així que l'error òbviament se'ns dispara, ja que hauria de ser de 850 Hz i vam calcular experimentalment 722.56 Hz, de manera que ens surt un error relatiu del 14%...

Per tant, si fem cas als nostres resultats (erronis), diríem que el filtre d'ordre 2 és el que presenta millors característiques, però per culpa d'aquesta falta de valors. Per la teoria donada a classe, però, sabem que és el d'ordre 1, el millor.