

## LOGICA I LLENGUATGES

### PROBLEMES

#### Llenguatges incontextuals

Exercici 1. Considerem l'autòmat amb pila  $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, q_0, F)$  on  $K = \{q_0, f\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \{\lambda\}$ ,  $F = \{f\}$  i  $\Delta$  consta de les següents transicions:

1.  $((q_0, 0, \lambda), (q_0, 1))$ ,
2.  $((q_0, 0, \lambda), (q_0, 11))$ ,
3.  $((q_0, \lambda, \lambda), (f, \lambda))$ ,
4.  $((f, 1, 1), (f, \lambda))$ .

Llavors, es demana:

- (a) Demostrar que  $\lambda, 011, 00111 \in L(M)$ .
- (b) Descriure el llenguatge  $L(M)$ .

Exercici 2. Considerem l'autòmat amb pila  $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, q_0, F)$  on  $K = \{q_0, f\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $\Gamma = \{a\}$ ,  $F = \{f\}$  i  $\Delta$  consta de les següents transicions:

1.  $((q_0, 0, \lambda), (q_0, 0))$ ,
2.  $((q_0, 1, \lambda), (q_0, 0))$ ,
3.  $((q_0, 0, \lambda), (f, \lambda))$ ,
4.  $((f, 0, 0), (f, \lambda))$ ,
5.  $((f, 1, 0), (f, \lambda))$ .

Llavors, es demana:

- (a) Demostrar que  $100, 101, 10000 \in L(M)$ .
- (b) Descriure el llenguatge  $L(M)$ .

Exercici 3. Programar en JAVA l'autòmat amb pila determinista  $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, q_0, F)$  on  $K = \{q_0, f\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $\Gamma = \{a, b\}$ ,  $F = \{f\}$  i  $\Delta$  consta de les següents transicions:

1.  $((q_0, a, \lambda), (q_0, a))$ ,
2.  $((q_0, b, \lambda), (q_0, b))$ ,
3.  $((q_0, c, \lambda), (f, \lambda))$ ,
4.  $((f, a, a), (f, \lambda))$ ,
5.  $((f, b, b), (f, \lambda))$ .

Exercici 4. (a) Definir una gramàtica incontextual que generi el llenguatge  $\{xx^I : x \in \{0, 1, \dots, 9\}^*\}$ .

(b) Definir una gramàtica incontextual que generi el llenguatge  $\{x \in \{0, 1, \dots, 9\}^* : x = x^I\}$ .

Exercici 5. Definir gramàtiques incontextuals que generin els següents llenguatges:

- (a)  $\{a^i b^j : i \geq j\}$ .
- (b)  $\{a^i b^j : j \leq i \leq 2j\}$ .
- (c)  $\{a^i b^j c^k : i = j + k\}$ .
- (d)  $\{a^i b^j c^k : j = i + k\}$ .
- (e)  $\{a^i b^j c^k : i = j \text{ o } i = k\}$ .

Exercici 6. Considerem la gramàtica incontextual  $G = (V, \Sigma, P, S)$  on  $V = \{S\}$ ,  $\Sigma = \{(\cdot), [\cdot]\}$  i  $P = \{S \rightarrow \lambda, S \rightarrow SS, S \rightarrow (S), S \rightarrow [S]\}$ . Llavors, es demana:

- (a) Donar una derivació en la gramàtica per a la paraula  $((\cdot)[\cdot])$ .
- (b) Determinar el llenguatge  $L(G)$ .
- (c) Utilitzant l'algorisme vist a classe, simular la gramàtica  $G$  mitjançant un autòmat amb pila.
- (d) Donar un còmput en l'autòmat de l'apartat (c) que reconegui la paraula  $((\cdot)[\cdot])$ .

Exercici 7. Considerem la gramàtica incontextual  $G$  donada per les següents produccions:

1.  $S \rightarrow D; S$
2.  $S \rightarrow D;$
3.  $D \rightarrow TV$
4.  $T \rightarrow \underline{int}$
5.  $T \rightarrow \underline{float}$
6.  $V \rightarrow \underline{id}$
7.  $V \rightarrow \underline{id}, V$

Llavors, es demana:

- (a) Donar una derivació en  $G$  per a la paraula  
 $\underline{int} \ \underline{id}, \ \underline{id}; \ \underline{float} \ \underline{id};$
- (b) Determinar el llenguatge  $L(G)$ .
- (c) Utilitzant l'algorisme vist a classe, simular la gramàtica  $G$  mitjançant un autòmat amb pila.
- (d) Donar un còmput en l'autòmat de l'apartat (c) que reconegui la paraula  
 $\underline{int} \ \underline{id}, \ \underline{id};$

Exercici 8. Considerem la següent gramàtica incontextual  $G$ :

1.  $S \rightarrow (S)$
2.  $S \rightarrow SS$
3.  $S \rightarrow \lambda$

Llavors, es demana:

- (a) Donar arbres de derivació per a les paraules  $()()()$  i  $((())())$ .
- (b) Demostrar que  $G$  és ambigua.
- (c) Definir una gramàtica equivalent a  $G$  que no sigui ambigua.

Exercici 9. Considerem la següent gramàtica incontextual per dissenyar una calculadora de dígit decimal, on  $E$  és el símbol inicial.

1.  $E \rightarrow T$
2.  $E \rightarrow EOE$
3.  $T \rightarrow A$
4.  $T \rightarrow TPA$
5.  $O \rightarrow +$
6.  $O \rightarrow -$
7.  $P \rightarrow *$
8.  $P \rightarrow /$
9.  $A \rightarrow \underline{int}$
10.  $A \rightarrow \underline{float}$

Llavors, es demana:

- (a) Demostrar que  $G$  és ambigua.
- (b) Definir una gramàtica equivalent a  $G$  que no sigui ambigua.

Exercici 10. Considerem la següent gramàtica incontextual:

1.  $S \rightarrow aSA$
2.  $S \rightarrow \lambda$
3.  $A \rightarrow bB$
4.  $B \rightarrow cbB$
5.  $B \rightarrow \lambda$

Llavors, es demana:

- (a) Obtenir els conjunts de Primers i Següents de les variables de la gramàtica.
- (b) Determinar si la gramàtica és LL(1).

Exercici 11. Considerem la següent gramàtica per generar instruccions condicionals:

$$S \rightarrow I \mid t$$

$$I \rightarrow \underline{if} (E) S R$$

$$R \rightarrow \underline{else} S \mid \lambda$$

$$E \rightarrow 0 \mid 1$$

Llavors, es demana:

- (a) Obtenir els conjunts de Primers i Següents de les variables de la gramàtica.
- (b) Determinar si la gramàtica és LL(1).

Exercici 12. Considerem la gramàtica  $G$  de l'exercici 7. Llavors, es demana:

- (a) Demostrar que  $G$  no és una gramàtica LL(1).
- (b) Transformar la gramàtica  $G$  en una gramàtica LL(1).
- (c) Construir la taula d'anàlisi de la gramàtica obtinguda en (b).

Exercici 13. La següent gramàtica incontextual  $G$  genera una classe de instruccions de Java.

1.  $S \rightarrow \{L\}$

2.  $S \rightarrow \underline{id} = E$

3.  $L \rightarrow S ; L$

4.  $L \rightarrow S$

5.  $E \rightarrow E + T$

6.  $E \rightarrow E - T$

7.  $E \rightarrow T$

8.  $T \rightarrow \underline{id}$

9.  $T \rightarrow \underline{int}$

10.  $T \rightarrow \underline{float}$

Llavors, es demana:

- (a) Donar una derivació en  $G$  per a la paraula  
 $\{\underline{id} = \underline{id} + \underline{int}; \underline{id} = \underline{int} - \underline{float}; \underline{id} = \underline{id}\}$
- (b) Demostrar que  $G$  no és una gramàtica LL(1).
- (c) Transformar la gramàtica  $G$  en una gramàtica LL(1).
- (d) Construir la taula d'anàlisi de la gramàtica obtinguda en (c).

Exercici 14. Considerem la següent gramàtica incontextual:

$$S \rightarrow \underline{id} = C \mid \underline{if} (C) S \mid \underline{while} (C) S \mid \{L\}.$$
$$L \rightarrow S \mid L ; S.$$
$$C \rightarrow \underline{id} == \underline{id} \mid \underline{id} != \underline{id} \mid C \&\& \underline{id}.$$

Llavors, es demana:

- (a) Demostrar que la gramàtica no és LL(1).
- (b) Obtenir una gramàtica equivalent LL(1).
- (c) Construir la taula d'anàlisi de la gramàtica obtinguda en (b).