LÒGICA I LLENGUATGES

CURSO 2017-18

SEGUNDA PRUEBA PARCIAL DE PROBLEMAS

(a) Consideremos el vocabulario $\sigma = \{c, P^1, Q^1, R^2\}$ y la σ-interpretación I definida de la siguiente forma:

- dominio de $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
- $I(c) = 5$,
- $I(P) = \{2, 5\}$,
- $I(Q) = \{3, 4, 5\}$,
- $I(R) = \{(1, 1), (2, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 5)\}$.

Determinar entonces, razonando la respuesta, si las siguientes fórmulas son verdaderas o falsas en I:

(1) $\forall x(Rxc \to Qx)$,

(2) $\forall x(Px \lor Qx \lor Rxx)$,

(3) $\forall x \exists y Rxy$,

(4) $\exists x \forall y(Rxy \lor Ryx)$.

(7 puntos)

(b) Demostrar por resolución que la cláusula vacía $\square$ se deduce de las siguientes cláusulas:

$\varphi_1 = \neg Qxy \lor \neg Py \lor Rf(x)$,

$\varphi_2 = \neg Rz$,

$\varphi_3 = Qab$,

$\varphi_4 = Pb$.

(3 puntos)

Solución:

(a) (1) es falsa, pues el valor $x = 1$ hace falsa la fórmula $Rxc \to Qx$, ya que tenemos que $\overline{R}15 \to \overline{Q}1 = V \to F = F$.

(2) es verdadera. Para demostrarlo, comprobamos que todos los valores posibles de x en el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ hacen verdadera la fórmula $Px \vee Qx \vee Rxx$. Si $x = 1$, tenemos que $\overline{R}11 = V$. Si $x = 2$, tenemos que $\overline{P}2 = V$. Si $x = 3$, $\overline{Q}3 = V$. Si $x = 4$, $\overline{Q}4 = V$. Y si $x = 5$, tenemos que $\overline{P}5 = V$.

(3) es verdadera. Para demostrarlo, comprobamos que todos los valores posibles de x en el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ hacen verdadera la fórmula $\exists y Rxy$. Para ello, si $x = 1$, tomamos $y = 1$ y tenemos que $\overline{R}11 = V$. Si $x = 2$, tomamos $y = 2$ y vemos que $\overline{R}22 = V$. Si $x = 3$, tomamos $y = 4$ y vemos que $\overline{R}34 = V$. Si $x = 4$, tomamos $y = 3$ y vemos que $\overline{R}43 = V$. Y si $x = 5$, tomamos $y = 5$ y tenemos que $\overline{R}55 = V$.

(4) es falsa, pues no hay ningún valor de x en el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ que haga cierta la fórmula $\forall y(Rxy \vee Ryx)$. Para ello, comprobamos que para cada valor de x en el dominio $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ hay un valor de y en ese dominio que hace falsa la fórmula $Rxy \vee Ryx$. Entonces, si $x = 1$, tomamos $y = 2$. Si $x = 2$, tomamos $y = 1$. Si $x = 3$, tomamos $y = 1$. Si $x = 4$, tomamos $y = 1$. Y si $x = 5$, tomamos $y = 2$.

(b) Tenemos la siguiente prueba por resolución:

1. $\neg Qxy \vee \neg Py \vee Rf(x)$	input
2. $\neg Rz$	input
3. Qab	input
4. Pb	input
5. $\neg Pb \vee Rf(a)$	(1,3) tomando $\{x = a, y = b\}$
6. $Rf(a)$	(4,5)
7. $\square$	(2,6) tomando $\{z = f(a)\}$