

## LÒGICA I LLENGUATGES

CURSO 2016-17

### PRIMERA PRUEBA PARCIAL DE PROBLEMAS

(a) Consideremos las siguientes fórmulas:

$$\varphi_1 = (P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \rightarrow \neg Q),$$

$$\varphi_2 = ((P \wedge Q) \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q \vee R)),$$

$$\varphi_3 = ((P \wedge R) \rightarrow S) \vee (T \rightarrow (R \wedge S)).$$

Se pide entonces:

- (1) Determinar si  $\varphi_1, \varphi_2$  y  $\varphi_3$  son tautologías, satisfactibles o contradicciones.
- (2) Calcular formas normales conjuntivas de  $\varphi_1, \varphi_2$  y  $\varphi_3$ .

(4 puntos)

(b) Queremos organizar los turnos de guardia nocturna de 40 farmacias de una ciudad durante un período de 60 noches. Cada noche tiene que haber exactamente una farmacia de guardia. Tenemos una lista  $R$  de restricciones en forma de pares  $(i, j)$  con  $1 \leq i < j \leq 60$  que significan que una misma farmacia no puede estar de guardia la noche  $i$  y la noche  $j$ . Además, cada farmacia  $k$  proporciona una lista  $L_k$  de noches en las que no puede estar de guardia. Se trata entonces de asignar los turnos de guardia respetando las restricciones de  $R$  y las restricciones de las listas  $L_k$  de las farmacias.

Se pide representar el problema mediante una fórmula proposicional en forma normal conjuntiva de manera que pueda ser resuelto por un SAT-solver. Para hacer la representación, considerar para  $1 \leq k \leq 40$  y para  $1 \leq i \leq 60$ , la proposición  $P_{ki}$  con el significado: “la farmacia  $k$  está de guardia la noche  $i$ ”.

(4 puntos)

(c) Demostrar por resolución que la fórmula  $P \rightarrow Q$  es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas  $\{T \rightarrow \neg P, S \rightarrow R, \neg Q \rightarrow U, R \rightarrow T, U \rightarrow S\}$ .

(2 puntos)