

Problema 4. La siguiente gramática incontextual G genera una clase de instrucciones repetitivas de Java.

1. $S \longrightarrow \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X) Y$
2. $X \longrightarrow \underline{id} ++$
3. $X \longrightarrow \underline{id} --$
4. $Y \longrightarrow \underline{id} = E;$
5. $E \longrightarrow E + T$
6. $E \longrightarrow E - T$
7. $E \longrightarrow T$
8. $T \longrightarrow \underline{id}$
9. $T \longrightarrow \underline{int}$
10. $C \longrightarrow E < E$
11. $C \longrightarrow E <= E$

Se pide entonces:

- (a) Dar una derivación en G para la palabra

$\underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} + \underline{id} - \underline{int};$

(1 punto)

- (b) Siguiendo el método visto en clase, construir el autómata con pila M asociado a G .

(2 puntos)

- (c) Dar un cómputo en M que reconozca la palabra

$\underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$

(2 puntos)

- (d) Explicar por qué G no es una gramática LL(1).

(1 punto)

(e) Aplicar las reglas de factorización y recursión para transformar la gramática G en una gramática LL(1).

(2 puntos)

(f) Construir la tabla de análisis de la gramática obtenida en (e).

(2 puntos)

SOLUCIÓN:

(a) $S \Rightarrow^1 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y \Rightarrow^{10} \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; E < E; X)Y \Rightarrow^7 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; T < E; X)Y \Rightarrow^8 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < E; X)Y \Rightarrow^5 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < E + T; X)Y \Rightarrow^7 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < T + T; X)Y \Rightarrow^8 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + T; X)Y \Rightarrow^9 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; X)Y \Rightarrow^2 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)Y \Rightarrow^4 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = E; \Rightarrow^6 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = E - T; \Rightarrow^5 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = E + T - T; \Rightarrow^7 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = T + T - T; \Rightarrow^8 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = \underline{id} + T - T; \Rightarrow^8 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = \underline{id} + \underline{id} - T; \Rightarrow^9 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{id} + \underline{int}; \underline{id}++)\underline{id} = \underline{id} + \underline{id} - \underline{int};$

(b) $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, q_0, F)$, donde el conjunto de los estados es $K = \{q_0, f\}$, el vocabulario de la cinta es

$$\Sigma = \{\underline{for}, \underline{id}, \underline{int}, +, -, <, =, ;,), (, ++, --, <= \}$$

el vocabulario de la pila es $\Gamma = \Sigma \cup V$ siendo $V = \{S, X, Y, E, T, C\}$, el estado inicial es q_0 , el único estado aceptador es f y Δ está formado por las siguientes transiciones:

1. $((q_0, \lambda, \lambda), (f, S))$.
2. $((f, \lambda, S), (f, \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y))$.
3. $((f, \lambda, X), (f, \underline{id}++))$.
4. $((f, \lambda, X), (f, \underline{id}--))$.
5. $((f, \lambda, Y), (f, \underline{id} = E;))$.
6. $((f, \lambda, E), (f, E + T))$.

7. $((f, \lambda, E), (f, E - T))$.
8. $((f, \lambda, E), (f, T))$.
9. $((f, \lambda, T), (f, \underline{id}))$.
10. $((f, \lambda, T), (f, \underline{int}))$.
11. $((f, \lambda, C), (f, E < E))$.
12. $((f, \lambda, C), (f, E \leq E))$.
13. $((f, (, (, (f, \lambda)))$.
14. $((f,),), (f, \lambda))$.
15. $((f, \underline{for}, \underline{for}), (f, \lambda))$.
16. $((f, \underline{id}, \underline{id}), (f, \lambda))$.
17. $((f, \underline{int}, \underline{int}), (f, \lambda))$.
18. $((f, +, +), (f, \lambda))$.
19. $((f, -, -), (f, \lambda))$.
20. $((f, =, =), (f, \lambda))$.
21. $((f, <, <), (f, \lambda))$.
22. $((f, ;, ;), (f, \lambda))$.
23. $((f, ++, ++), (f, \lambda))$.
24. $((f, --, --), (f, \lambda))$.
25. $((f, \leq, \leq), (f, \lambda))$.

(c) Cómputo que reconoce $\underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id} + +) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$

estado	cinta	pila	transición
q_0	$\text{for } (\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	λ	–
f	$\text{for } (\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	S	1
f	$\text{for } (\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\text{for } (\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y$	2
f	$(\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$(\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y$	15
f	$\underline{id} = \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y$	13
f	$= \underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$= \underline{int}; C; X)Y$	16
f	$\underline{int}; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\underline{int}; C; X)Y$	20
f	$; \underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$; C; X)Y$	17
f	$\underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$C; X)Y$	22
f	$\underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$E < E; X)Y$	11
f	$\underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$T < E; X)Y$	8
f	$\underline{id} < \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\underline{id} < E; X)Y$	9
f	$< \underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$< E; X)Y$	16
f	$\underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$E; X)Y$	21
f	$\underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$T; X)Y$	8
f	$\underline{int}; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\underline{int}; X)Y$	10
f	$; \underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$; X)Y$	17
f	$\underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$X)Y$	22
f	$\underline{id}++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\underline{id}++)Y$	3
f	$++) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$++)Y$	16
f	$) \underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$)Y$	23
f	$\underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	Y	14
f	$\underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$	$\underline{id} = E;$	5
f	$= \underline{id} - \underline{int};$	$= E;$	16
f	$\underline{id} - \underline{int};$	$E;$	20
f	$\underline{id} - \underline{int};$	$E - T;$	7
f	$\underline{id} - \underline{int};$	$T - T;$	8
f	$\underline{id} - \underline{int};$	$\underline{id} - T;$	9
f	$-\underline{int};$	$-T;$	16
f	$\underline{int};$	$T;$	19
f	$\underline{int};$	$\underline{int};$	10
f	$;$	$;$	17
f	λ	λ	22

(d) La gramática G no es LL(1), porque hay conflictos al construir su tabla de análisis. Por ejemplo, las producciones $2, 3 \in \text{TABLA}(X, \underline{id})$, ya que $\underline{id} \in \text{Primeros}(X)$.

(e) Aplicando la regla de factorización, reemplazamos las producciones $X \rightarrow \underline{id}++$, $X \rightarrow \underline{id}--$ por las producciones $X \rightarrow \underline{id}X'$, $X' \rightarrow ++$, $X' \rightarrow --$. Aplicando la regla de recursión, reemplazamos las producciones $E \rightarrow E+T$, $E \rightarrow E-T$, $E \rightarrow T$ por las producciones $E \rightarrow TE'$, $E' \rightarrow +TE'$, $E' \rightarrow -TE'$, $E' \rightarrow \lambda$. Finalmente, aplicando la regla de factorización, reemplazamos las producciones $C \rightarrow E < E$, $C \rightarrow E \leq E$ por las producciones $C \rightarrow EC'$, $C' \rightarrow < E$, $C' \rightarrow \leq E$.

La gramática G' obtenida con estas transformaciones tiene las siguientes reglas:

1. $S \rightarrow \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X) Y$
2. $X \rightarrow \underline{id}X'$
3. $X' \rightarrow ++$
4. $X' \rightarrow --$
5. $Y \rightarrow \underline{id} = E;$
6. $E \rightarrow TE'$
7. $E' \rightarrow +TE'$
8. $E' \rightarrow -TE'$
9. $E' \rightarrow \lambda$
10. $T \rightarrow \underline{id}$
11. $T \rightarrow \underline{int}$
12. $C \rightarrow EC'$
13. $C' \rightarrow < E$
14. $C' \rightarrow \leq E$

(f) La tabla de análisis de G' es la siguiente:

TABLA	<u>for</u>	<u>id</u>	<u>int</u>	+	-	++	--	;	=	<	<=	()
S	1												
X		2											
X'						3	4						
Y		5											
E		6	6										
E'				7	8			9		9	9		
T		10	11										
C		12	12										
C'										13	14		

Obsérvese que de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y \Rightarrow^5 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)\underline{id} = E; \Rightarrow^6 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)\underline{id} = TE';$$

se deduce que $;$ \in Siguientes(E') y, por tanto, la producción 9 \in TABLA(E' , $;$).

Por otra parte, de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y \Rightarrow^{12} \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; EC'; X)Y \Rightarrow^6 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; TE'C'; X)Y \Rightarrow^{13} \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; TE' < E; X)Y$$

deducimos que el símbolo $<$ \in Siguientes(E') y, por tanto, la producción 9 \in TABLA(E' , $<$).

Y de la derivación

$$S \Rightarrow^1 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; C; X)Y \Rightarrow^{12} \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; EC'; X)Y \Rightarrow^6 \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; TE'C'; X)Y \Rightarrow^{14} \underline{for}(\underline{id} = \underline{int}; TE' <= E; X)Y$$

deducimos que el símbolo $<=$ \in Siguientes(E') y, por tanto, la producción 9 \in TABLA(E' , $<=$).