河海大学 2021-2022 学年第二学期

《高等数学 AII》期中试卷

考试对象: 2021 级力学、物理、海洋等专业

考试时间: 2022 年 4 月 13 日

专业__________ 学号____________ 姓名___________ 成绩__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	成绩
得分									

得分	

一. 选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 函数 $f(x,y)=\ln(\frac{1}{x}-\sqrt{y})$ 的定义域为(　　).

A. $\{(x,y)\,|\,x^2y<1\}$　　B. $\{(x,y)\,|\,0\le x^2y<1\}$

C. $\{(x,y)\,|\,0\le x^2y<1, x\ne 0\}$　　D. $\{(x,y)\,|\,0\le x^2y<1, x>0\}$

2. 设 $z=f(x,y)$ 在原点处的两个偏导数存在，则(　　).

A. $f(x,y)$ 在原点处连续　　B. $f(x,y)$ 在原点处沿任意方向的方向导数都存在

C. $f(x,y)$ 在原点处可微　　D. 以上皆错

3. 函数 $u=x(1+y^2)+e^{xz}$ 在点(-1,2,0)处函数值减小最快的方向是(　　).

A. (-5, 4, 1)　　B. (5, -4, -1)　　C. (-5, 4, -1)　　D. (5, -4, 1)

4. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}f(r\cos\theta,r\sin\theta)r^3dr=$(　　).

A. $\int_0^1dx\int_x^{\sqrt{2-x^2}}f(x,y)(x^2+y^2)dy$　　B. $\int_0^1dx\int_x^{\sqrt{2-x^2}}f(x,y)(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}dy$

C. $\int_0^1dy\int_y^{\sqrt{2-y^2}}f(x,y)(x^2+y^2)dx$　　D. $\int_0^1dy\int_y^{\sqrt{2-y^2}}f(x,y)(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}dx$

5. 设函数 $u=u(x,y)$ 在闭圆盘 $D:x^2+y^2\le 1$ 上连续，在 D 内部具有二阶连续偏导数，且满足方程 $u_{xx}-2u_{xy}+2u_{yy}=0$，$u_{xy}\ne 0$，则 u 在闭圆盘 D 上的最大值和最小值(　　).

A. 必在闭圆盘 D 的内部取到

B. 必在闭圆盘 D 边界上取到

C. 不一定能取到

D. 能取到，但无法判断是否在 D 内部取到

得分	

二．填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 $f(x,y)=e^{-x}\cos\dfrac{x}{y}$，则 $\left.\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}\right|_{(1,\frac{1}{\pi})}=$______________________.

2. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{x\sin y}{3-\sqrt{y\sin x+9}}=$________________(若不存在，填不存在).

3. 设 $z=z(x,y)$ 由 $xyz+\sqrt{x^3+y^2+z}=\sqrt{2}$ 所确定，则 $dz|_{(1,0)}=$____________________.

4. $\int_0^1 dx\int_x^1 e^{\frac{x}{y}}dy=$__________________.

5. 已知曲面 $z=4-x^4-y^2$ 上点 $P(x_0,y_0,z_0)$ 处的切平面平行于平面 $2x+y+\dfrac{z}{2}=1$，则点 P 坐标为 $(x_0,y_0,z_0)=$________________.

得分	

三．解答题(每小题 6 分，共 30 分)

1. 求函数 $u=xy^2z^3$ 在曲线 $x=4(1-t),\ y=1-\ln(1+t^2),\quad z=(1+t)^3$ 上点(4,1,1)处沿曲线在该点的切线正方向（对应于 t 增大的方向）的方向导数.

2. 设 $z=f(xy)+g(2x-y,x)$, 其中 f 二阶连续可导，g 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 求曲线$\begin{cases} x^2+2y^2=z \\ 2x^2+3y^2+z^2-6z=-4 \end{cases}$在点(-1,1,3)处的切线方程和法平面方程.

4. 求原点到曲线$\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ 2x+2y+z=6 \end{cases}$的最短距离.

5. 求由抛物线 $y=x^2$ 及直线 $y=1$ 围成的均匀薄片(面密度为常数 ρ)对于直线 $x=2$ 的转动惯量.

得分	

四. (8 分)设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$. 问：(1) $f(x,y)$ 在原点是否连续, 为什么？

(2) $f_x(0,0), f_y(0,0)$ 是否存在, 若存在, 计算之；(3) $f(x,y)$ 在原点是否可微, 为什么？

得分	

五. (8 分) 设 L 是由 $y=x, x^2+y^2=2x$ 和 $y=0$ 所围区域的边界闭曲线，其线密度 $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$. 求 L 的质量.

得分	

六．(8 分)求 $I=\int_L(2y+2x\cos y-y^2\sin x)dx+(2y\cos x-x^2\sin y)dy$，其中 L 是由原点到点 $(2a,0)$ 的上半圆周 $x^2+y^2=2ax\ (a>0)$.

得分	

七．(6 分)设 $f(u)$ 具有连续导数且 $f(0)=0$，$\Omega(t)$ 是上半球面 $z=\sqrt{t^2-x^2-y^2}\ (t>0)$ 与锥面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 所围立体. $F(t)=\iiint\limits_{\Omega(t)}f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})dxdydz$，求 $\lim\limits_{t\to 0^+}\dfrac{F(t)}{\pi t^4}$.

得分	

八．(10 分)记 $\Sigma_1 : z=\sqrt{4-x^2-y^2}$, $\Sigma_2 : 3z=x^2+y^2$，Ω 是 Σ_1 与 Σ_2 所围立体.

(1) 求 Σ_1 被 Σ_2 所截部分的面积；　(2) 求 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)dxdydz$.