UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Concurs Mate-Info – martie 2022

Proba scrisă la Informatică

NOTĂ IMPORTANTĂ:

În lipsa altor precizări, presupuneți că toate operatiile aritmetice se efectuează pe tipuri de date nelimitate (nu există *overflow / underflow*).

De asemenea, numerotarea indicilor tuturor șirurilor începe de la 1.

1. Se consideră algoritmul magic(x), unde x este un număr natural $(1 \le x \le 32000)$.

```
Algorithm magic(x):
    st ← 1
    dr \leftarrow x
    While st ≤ dr execute
         mj \leftarrow (st + dr) DIV 2
         If mj * mj = x then
              return True
         EndIf
         If mj * mj < x then</pre>
              st ← mj + 1
         else
              dr \leftarrow mj - 1
         EndIf
    EndWhile
     return False
EndAlgorithm
```

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- A. Pentru orice valoare de intrare x strict mai mică decât 10 algoritmul returnează False.
- B. Algoritmul descompune numărul x în factorii săi primi.
- C. Algoritmul returnează *True* dacă numărul *x* este pătrat perfect.
- D. Algoritmul nu returnează *True* pentru nici o valoare validă a parametrului de intrare x.
- 2. Se consideră algoritmul calculeaza(a,b), unde $a \neq b$ sunt numere naturale $(1 \leq a, b \leq 10000)$.

```
Algorithm calculeaza(a, b):
    x ← 1
    For i ← 1, b execute
        x ← (x MOD 10) * a
    EndFor
    return x
EndAlgorithm
```

- A. Dacă a = 107 și b = 101, valoarea returnată este 107.
- B. Dacă a = 1001 si b = 101, valoarea returnată este 1001.
- C. Pentru toate apelurile algoritmului cu $1 \le a \le 10000$ și b = 101, valoarea returnată este valoarea lui a.
- D. Pentru toate apelurile algoritmului cu a = 1001 și $1 \le b \le 10000$, valoarea returnată este 1001.
- 3. Se consideră algoritmul afis(n), unde n este un număr natural $(0 \le n \le 10000)$.

```
Algorithm afis(n):
Write n, " "
If n > 0 then
afis(n DIV 2)
Write n, ", "
EndIf
EndAlgorithm
```

Ce se va afișa la apelul afis(n)?

- A. Se afișează un șir de numere în care primul element este egal cu ultimul, al doilea cu penultimul etc. (cu excepția elementului din mijloc).
- B. Se afișează un șir de numere pare.
- C. Se afisează un sir de numere în ordine crescătoare urmate de numere în ordine descrescătoare.
- D. Se afisează un sir de numere în ordine descrescătoare urmate de numere în ordine crescătoare.
- **4.** Se consideră algoritmul cauta(n, b), unde $n \neq b$ sunt numere naturale $(0 \leq n \leq 10^6, 2 \leq b < 10)$.

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- A. Algoritmul determină și returnează câte cifre are numărul n.
- B. Algoritmul returnează 1 dacă numărul n este o putere a lui b și 0 altfel.
- C. Algoritmul determină și returnează numărul de cifre 0 din reprezentarea în baza **b** a numărului **n**.
- D. Algoritmul returnează 1 dacă numărul n se termină cu cifra b și 0 altfel.
- 5. Se consideră algoritmul abc(a, n, p), unde n este număr natural $(1 \le n \le 10000)$, p este număr întreg $(-10000 \le p \le 10000)$, iar a este un șir cu n numere naturale nenule (a[1], a[2], ..., a[n]).

```
Algorithm abc(a, n, p):

If n < 1 then
return -1
else

If (1 ≤ p) AND (p ≤ n) then
return a[p]
else
return 0
EndIf
EndIf
EndAlgorithm
```

- A. Algoritmul returnează 0 dacă și numai dacă p este negativ sau mai mare decât n.
- B. Algoritmul returnează elementul de pe poziția p dacă p este strict mai mare decât 0 și mai mic sau egal decât lungimea șirului.
- C. Algoritmul nu returnează niciodată 0 pentru valori ale parametrilor care respectă precondițiile din enunț.
- D. Algoritmul returnează elementul de pe poziția p dacă p este mai mare sau egal cu 0 și mai mic strict decât lungimea șirului.

- **6.** Pentru a genera numerele cu n cifre formate doar din cifrele 0, 6, 7, se utilizează un algoritm care, pentru n = 2, generează în ordine crescătoare numerele 60, 66, 67, 70, 76, 77. Dacă n = 4 și se utilizează același algoritm, care este numărul generat imediat după numărul 6767?
 - A. 7667 B. 6760
 - C. 6776

 - D. Niciuna dintre celelalte variante
- 7. Pentru un număr natural nr (1000 $\leq nr \leq$ 1000000), definim operația de decrementare în modul următor: dacă ultima cifră a lui *nr* nu este 0, scădem 1 din *nr*, altfel, împărțim *nr* la 10 și păstrăm doar partea întreagă. Care dintre următorii algoritmi returnează, la apelul decrementare(nr, k), numărul obtinut aplicând de k ori $(0 \le k \le 100)$ operatia de decrementare pe numărul nr? De exemplu, pentru nr= 15243 și k = 10, rezultatul este 151.

```
A.
    Algorithm decrementare(nr, k):
        If k = 0 then
             return nr
        else
             If nr MOD 10 \neq 0 then
                 return decrementare(nr - 1, k - 1)
                 return decrementare(nr DIV 10, k - 1)
             EndIf
        EndIf
    EndAlgorithm
B.
    Algorithm decrementare(nr, k):
        While k > 0 execute
             If nr MOD 10 = 0 then
                 nr ← nr DIV 10
             else
                 nr \leftarrow nr - 1
             EndIf
             k \leftarrow k - 1
        EndWhile
        return nr
    End Algorithm
C.
    Algorithm decrementare(nr, k):
        For i \leftarrow 1, k execute
             If nr MOD 10 > 0 then
                 nr ← nr DIV 10
             else
                nr \leftarrow nr - 1
             EndIf
        EndFor
        return nr
    EndAlgorithm
```

8. Algoritmul de mai jos are ca parametri de intrare un vector \mathbf{v} cu \mathbf{n} numere naturale ($\mathbf{v}[1]$, $\mathbf{v}[2]$, ..., $\mathbf{v}[\mathbf{n}]$) și numărul întreg \mathbf{n} ($1 \le \mathbf{n} \le 10000$).

```
Algorithm fn(v, n):
    a ← 0
    For i \leftarrow 1, n execute
        ok ← True
         b \leftarrow v[i]
        While (b \neq 0) AND (ok = True) execute
             If b \ MOD \ 2 = 1 \ then
                  ok ← False
             EndIf
             b ← b DIV 10
         EndWhile
         If ok = True then
             a ← a + 1
         EndIf
    EndFor
    return a
EndAlgorithm
```

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- A. Algoritmul returnează numărul elementelor impare din vectorul v.
- B. Algoritmul returnează numărul elementelor din vectorul v care sunt puteri ale lui 2.
- C. Algoritmul returnează numărul elementelor din vectorul v care au în componența lor doar cifre pare.
- D. Algoritmul returnează numărul elementelor din vectorul v care au în componența lor doar cifre impare.
- 9. Algoritmul magic(s, n) are ca parametri de intrare un șir s cu n caractere (s[1], s[2], ..., s[n]) și numărul întreg n ($1 \le n \le 10000$).

```
Algorithm magic(s, n):
    i ← n
    While 1 ≤ i execute
        If s[i] ≠ s[n - i + 1] then
            return 0
        EndIf
        i ← i - 1
    EndWhile
    return 1
EndAlgorithm
```

- A. Algoritmul returnează 1 dacă s are un număr par de caractere.
- B. Algoritmul returnează 1 dacă s este un palindrom.
- C. Algoritmul are o eroare deoarece expresia n i + 1 poate avea valori negative în cursul executiei.
- D. Algoritmul returnează 1 dacă s conține doar caractere alfanumerice.

10. Se consideră următoarea secvență de cod în pseudocod:

```
Read a

For i ← 1, a - 1 execute

For j ← i + 2, a execute

If i + j > a - 1 then

Write a, " ", i, " ", j

Write new line

EndIf

EndFor

EndFor
```

Câte perechi de soluții se vor afișa în urma execuției secvenței de cod pentru a = 9?

- A. 13
- B. 15
- C. 19
- D. nici unul din celelalte răspunsuri nu este corect
- 11. Algoritmul ceFace(n) are ca parametru de intrare un număr natural n ($0 \le n \le 10000$).

```
Algorithm ceFace(n):
    s ← 0
    While n > 0 execute
        c ← n MOD 10
    If c MOD 2 = 0 then
        s ← s + c
    EndIf
        n ← n DIV 10
    EndWhile
    return s
EndAlgorithm
```

Ce va returna apelul ceFace(9876)?

- A. 16
- B. 48
- C. 14
- D. 63

12. Algoritmul generare(n) prelucrează un număr natural n (0 < n < 100).

```
Algorithm generare(n):
    nr ← 0
    For i \leftarrow 1, 1801 execute
         used[i] \leftarrow False
    EndFor
    While not used[n] execute
         sum ← 0
         used[n] \leftarrow True
         While n ≠ 0 execute
              digit ← n MOD 10
              n \leftarrow n DIV 10
              sum ← sum + digit * digit * digit
         EndWhile
         n ← sum
         nr \leftarrow nr + 1
    EndWhile
    return nr
EndAlgorithm
```

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

A. Dacă n = 10, valoarea returnată este 2.

- B. Dacă n = 10, valoarea returnată este 1.
- C. Dacă n = 3, valoarea returnată este 4.
- D. Cele două apeluri generare(3) și generare(30) vor returna aceeași valoare.
- 13. Se dă algoritmul f(a, b) care primește ca parametri două numere naturale a și b $(1 \le a < b \le 1000)$:

```
Algorithm f(a, b):
    If a > 0 then
        return b + f(a DIV 2, b * 2)
    EndIf
    return b + f(a * 2, b DIV 2)
EndAlgorithm
```

Din păcate, algoritmul se autoapelează de o infinitate de ori. Precizați care este valoarea pe care o va avea parametrul \boldsymbol{b} , atunci când parametrul \boldsymbol{a} devine 0 pentru prima dată. Algoritmul se apelează cu instrucțiunea:

```
c \leftarrow f(20, 10)
```

- A. 100
- B. 160
- C. 320
- D. 640
- **14.** Precizați care dintre următoarele expresii are valoarea adevărat dacă și numai dacă numărul natural *n* este divizibil cu 3 și are ultima cifră 4 sau 6:

```
A. \ (\text{n MOD } 3 = \emptyset) \ \text{OR} \ ((\text{n MOD } 1\emptyset = 4) \ \text{AND} \ (\text{n MOD } 1\emptyset = 6)) B. \ (\text{n MOD } 6 = \emptyset) \ \text{AND} \ ((\text{n MOD } 1\emptyset = 4) \ \text{OR} \ (\text{n MOD } 1\emptyset = 6)) C. \ ((\text{n MOD } 9 = \emptyset) \ \text{AND} \ (\text{n MOD } 1\emptyset = 4)) \ \text{OR} \ ((\text{n MOD } 3 = \emptyset) \ \text{AND} \ (\text{n MOD } 1\emptyset = 6)) D. \ (\text{n MOD } 3 = \emptyset) \ \text{AND} \ ((\text{n MOD } 2 = \emptyset) \ \text{AND} \ (\text{n MOD } 5 = 1)))
```

15. Se consideră următoarea expresie logică (X **OR** Z) **AND** (X **OR** Y). Alegeți valorile pentru **X**, **Y**, **Z** astfel încât evaluarea expresiei să dea rezultatul *True*:

```
A. X ← False; Y ← False; Z ← True;
B. X ← True; Y ← False; Z ← False;
C. X ← False; Y ← True; Z ← False;
D. X ← True; Y ← True; Z ← True;
```

- **16.** Se consideră toate șirurile de lungime $l \in \{1, 2, 3\}$ formate din litere din mulțimea $\{a, b, c, d, e\}$. Câte dintre aceste șiruri au elementele ordonate strict crescător (conform alfabetului) și un număr impar de consoane? $(b, c \neq i d \text{ sunt consoane})$
 - A. 14
 - B. 13
 - C. 26
 - D. 81
- 17. Se dorește afișarea unui pătrat împreună cu diagonalele sale folosind doar caracterele * (asterisc) și . (punct) (pentru spațiul din interiorul pătratului cu excepția diagonalelor). Exemplul de mai jos ilustrează un pătrat având laturile de n=6 asteriscuri. Pentru acesta a fost necesară utilizarea a 28 asteriscuri și 8 puncte.

Care din afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- A. Pentru n = 5, este nevoie de exact 22 asteriscuri și 4 puncte.
- B. Pentru n = 7, este nevoie de exact 34 asteriscuri și 15 puncte.
- C. Pentru n = 7, este nevoie de exact 33 asteriscuri și 16 puncte.
- D. Pentru n = 18, este nevoie de exact 100 asteriscuri și 224 puncte.
- 18. Se consideră algoritmul ceFace(T, n, e), care primește ca și parametru un șir T cu n numere naturale ordonate crescător (T[1], T[2], ..., T[n]) și numerele naturale n și e ($1 \le n$, $e \le 10000$).

```
Algorithm ceFace(T, n, e):
              If e MOD 2 = 0 then
                  a ← 1
                  b ← n
                  While a ≤ b execute
                       m \leftarrow (a + b) DIV 2
                       If e < T[m] then</pre>
                            b \leftarrow m - 1
                       else
                            If e > T[m] then
                                a ← m + 1
                                return m
                            EndIf
                       EndIf
                   EndWhile
                   return 0
              else
                   c ← 1
                   g ← 0
                  While (c \le n) AND (g = 0) execute
                       If e = T[c] then
                           g = c
                       EndIf
                       c \leftarrow c + 1
                   EndWhile
                   return g
              EndIf
          EndAlgorithm
```

- A. Algoritmul returnează 0 dacă numărul e nu se află în șirul T.
- B. Dacă numărul e este impar și se află în șirul T, algoritmul returnează poziția din șirul T pe care se află e folosind algoritmul de căutare binară.
- C. Dacă numărul *e* este impar și se află în șirul *T*, algoritmul returnează poziția din șirul *T* pe care se află *e* folosind algoritmul de căutare secvențială.
- D. Algoritmul returnează poziția din șirul T pe care se află numărul e.

19. Se consideră algoritmul calcul(x, n), unde parametrii de intrare sunt numerele naturale n și x, având proprietatea $1 \le x \le n < 10$.

```
Algorithm calcul(x, n):
    b ← 1
    For i ← 1, n - x execute
        b ← b + i
    EndFor
    a ← b
    For i ← n - x + 1, n execute
        a ← a + i
    EndFor
    return a - b
EndAlgorithm
```

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:

- A. Dacă n = 5 și x = 2, atunci algoritmul returnează 20.
- B. Dacă n = 3 și x = 2, atunci algoritmul returnează 5.
- C. Algoritmul returnează cardinalitatea mulțimii $\{\overline{c_1c_2\dots c_x}: c_i\neq c_j\ \forall\ 1\leq i,j\leq x, i\neq j,\ 1\leq c_i\leq n\}$
- D. Algoritmul returnează întotdeauna o valoare strict mai mare decât 0.
- **20.** Se dă algoritmul s(a, b, c), unde a, b, c sunt numere naturale pozitive $(1 \le a, b, c \le 10000)$.

```
Algorithm s(a, b, c):
    If (a = 1) OR (b = 1) OR (c = 1) then
        return 1
    else
        If a > b then
            return a * s(a - 1, b, c)
        else
            If a < b then
                 return b * s(a, b - 1, c)
        else
                return c * s(a - 1, b - 1, c - 1)
        EndIf
    EndIf
EndIf
EndIgorithm</pre>
```

20a. Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate în cazul în care a = b și a < c:

- A. Algoritmul calculează și returnează c! / (c a)!
- B. Algoritmul calculează și returnează c! / (c a + 1)!
- C. Algoritmul calculează și returnează c! / (c a 1)!
- D. Algoritmul calculează și returnează combinări de *c* luate câte (*a* 1)

20b. Pentru a = 3, b = 4, c = 7, algoritmul returnează:

- A. 224
- B. 56
- C. 336
- D. 168

21. Se consideră algoritmul numere(a, b, c, d, e), care primește ca parametri cinci numere întregi a, b, c, d și e ($1 \le a, b \le 10000, 2 \le c \le 16, 1 \le d < c$).

```
Algorithm numere(a, b, c, d, e):
    If a = 0 AND b = 0 then
        If e = 0 then
            return True
        else
            return False
        EndIf
    EndIf
    If a MOD c = d then
        e = e + 1
    EndIf
    If b MOD c = d then
        e = e - 1
    EndIf
    return numere(a DIV c, b DIV c, c, d, e)
EndAlgorithm
```

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate pentru apelul numere(a, b, c, d, 0):

- A. Algoritmul returnează True dacă reprezentările în baza c a numerelor a și b conțin cifra d de număr egal de ori, False în caz contrar
- B. Algoritmul returnează True dacă cifra d apare în reprezentarea în baza c a numărului a și în reprezentarea în baza c a numărului b, False în caz contrar
- C. Apelul numere(a, b, c, d, 0) returnează aceeași valoare ca și apelul numere(b, a, c, d, 0)
- D. Algoritmul returnează True dacă cifra d apare pe aceleași poziții în reprezentarea în baza c a numerelor a și b, False în caz contrar
- **22.** Fie s un sir de numere naturale unde elementele s_i sunt de forma

```
s_i = \begin{cases} x, & \text{dacă } i = 1 \\ x+1, & \text{dacă } i = 2 \\ s_{(i-1)} @ s_{(i-2)} & \text{dacă } i > 2 \end{cases}, (i = 1, 2, ...). Operatorul @ concatenează cifrele operandului stâng
```

cu cifrele operandului drept, în această ordine (cifre aferente reprezentării în baza 10), iar x este un număr natural ($1 \le x \le 99$). De exemplu, dacă x = 3, șirul s va conține valorile 3, 4, 43, 434, 43443, Pentru un numar natural k ($1 \le k \le 30$) precizați numărul cifrelor acelui termen din șirul s care precede termenul format din s cifre, unde s este cel mai mic număr cu proprietatea că s cifre.

- A. dacă x = 15 și k = 8, numărul cifrelor termenului căutat este 6.
- B. dacă x = 2 și k = 6, numărul cifrelor termenului căutat este 6.
- C. dacă x = 14 și k = 27, numărul cifrelor termenului căutat este 26.
- D. dacă x = 5 și k = 12, numărul cifrelor termenului căutat este 8.
- 23. Se consideră următorul algoritm recursiv fibonacci(n), unde n este un număr natural ($1 \le n \le 100$). Să se determine de câte ori se afișează mesajul "Aici" în cazul unui apel fibonacci(n).

```
Algorithm fibonacci(n):
    If n ≤ 1 then
        Write "Aici"
        return 1
    else
        return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2)
    EndIf
EndAlgorithm
```

- A. De fibonacci(n) ori.
- B. De fibonacci(n-1) ori.
- C. De fibonacci(n)-1 ori.
- D. De fibonacci(n) fibonacci(n-1) ori.
- 24. Se considera expresia: $E(x) = a_0 + a_1^*x + a_2^*x^2 + a_3^*x^3 + a_4^*x^4$, unde a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 și x sunt numere reale nenule. Numărul minim de înmulțiri necesare pentru a calcula valoarea expresiei E(x) este:
 - A. 4 B. 5 C. 7 D. 3
- 25. Se consideră algoritmul f(x, n) unde x, n sunt numere naturale și x > 0.

```
1. Algorithm f(x, n):
2.
        If n = 0 then
             return 1
3.
        EndIf
4.
        m ← n DIV 2
5.
        p \leftarrow f(x, m)
6.
7.
        If n MOD 2 = 0 then
8.
             return p * p
9.
        EndIf
        return x * p * p
10.
11. EndAlgorithm
```

- 25a. Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:
 - A. Algoritmul returnează x^n efectuând aproximativ n apeluri recursive.
 - B. Algoritmul returnează x^n efectuând aproximativ $log_2 n$ apeluri recursive.
 - C. Algoritmul returnează x^n dacă și numai dacă n este putere a lui 2
 - D. Algoritmul returnează x^n dacă și numai dacă n este par.
- 25b. Considerăm linia 10 înlocuită cu:

```
10. return x * f(x, n - 1)
```

- A. Algoritmul nu mai returnează x^n
- B. Algoritmul returneaza x^{n+1}
- C. Algoritmul efectueaza aproximativ n^2 apeluri recursive.
- D. Algoritmul returnează x^n
- **26**. Se consideră algoritmul f(a,b) cu parametrii a și b numere naturale, și algoritmul f(arr, i, n, p) având ca parametri șirul arr cu n numere întregi (arr[1], arr[2], ..., arr[n]), și numerele întregi i și p.

```
Algorithm f2(a, b):
    If a > b then
        return a
    else
        return b
    EndIf
EndAlgorithm
Algorithm f(arr, i, n, p):
    If i = n then
        return 0
    EndIf
    n1 \leftarrow f(arr, i + 1, n, p)
    n2 ← 0
    If p + 1 \neq i then
        n2 \leftarrow f(arr, i + 1, n, i) + arr[i]
    EndIf
    return f2(n1, n2)
EndAlgorithm
```

Precizați care este rezultatul apelului f(arr, 1, 9, -10), dacă șirul *arr* conține valorile (10, 1, 5, 4, 7, 12, 1, 12, 6).

- A. 24
- B. 37
- C. 39
- D. 56
- **27.** Fie algoritmul f(n), având ca parametru numărul natural nenul n și care returnează un număr natural.

```
Algorithm f(n):
    j ← n
While j > 1 execute
    i ← 1
While i ≤ n⁴ execute
    i ← 4 * i
    Write "*"
EndWhile
If j DIV 2 > 1 then
    Write " "
EndIf
    j ← j DIV 2
EndWhile
return j
EndAlgorithm
```

- **27a**. În care dintre următoarele clase de complexitate se încadrează complexitatea timp a algoritmului?
 - A. $O(\log_2 n)$
 - B. $O(\log_2^2 n)$
 - C. $O(\log_4^2 n)$
 - D. $O(\log_2 \log_4 n)$
- 27b. Care dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate?
- A. Dacă n = 10, algoritmul afișează grupuri formate din câte 7 steluțe, grupurile fiind despărțite prin câte un spatiu.
- B. Dacă n = 20, algoritmul afișează 4 grupuri de steluțe și 4 caractere spațiu.
- C. Dacă n = 25, algoritmul afișează 48 de steluțe, iar după fiecare grup afișează un spațiu.
- D. Dacă n = 100, algoritmul afișează 84 de steluțe și 5 caractere spațiu.

UNIVERSITATEA BABEȘ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA FACULTATEA DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ

Concurs Mate-Info UBB 25 martie 2022 Proba scrisă la INFORMATICĂ

BAREM ŞI REZOLVARE 23 – 03 - 2022

OFICIU: 10 puncte

1	С	3 puncte
2	ABD	3 puncte
3	AD	3 puncte
4	С	3 puncte
5	В	3 puncte
6	D	3 puncte
7	ABD	3 puncte
8	С	3 puncte
9	В	3 puncte
10	С	3 puncte
11	С	3 puncte
12	ACD	3 puncte
13	С	3 puncte
14	В	3 puncte
15	BD	3 puncte
16	В	3 puncte
17	CD	3 puncte
18	AC	3 puncte
19	BD	3 puncte
21	AC	3 puncte
22	AD	3 puncte
23	Α	3 puncte
24	Α	3 puncte
26	С	3 puncte
20a	В	3 puncte
20b	D	3 puncte
25a	В	3 puncte
25b	D	3 puncte
27a	ВС	3 puncte
27b	AD	3 puncte