

# Álgebra II. Doble grado Informática-Matemáticas.

Curso 2019-2020.

Examen ordinario

22 de junio de 2020

**Cuestiones** (6 puntos. Cada apartado 1 punto).

Razonad, de forma breve, si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. Si  $\sigma = (1\ 2\ 4\ 3)(5\ 2) \in S_5$  entonces  $\sigma^{106} = \sigma$ .
2. Sea  $G$  un grupo finito y  $d$  un divisor de el orden de  $G$ . Sea  $H$  un subgrupo de  $G$  único tal que  $|H| = d$ . Demostrad que  $H$  es un subgrupo normal de  $G$ .
3. Un grupo  $G$  no abeliano de orden 27 no puede ser producto directo interno de subgrupos propios suyos.
4. Si  $G$  es un grupo con  $|G| = 98$  entonces  $fact(G) = \{C_2, C_2, C_7\}$ .
5. Si  $X$  es un conjunto con 23 elementos sobre el que actúa el grupo diédrico  $D_4$ , entonces en  $X$  hay un elemento fijo bajo dicha acción.
6. Dos grupos finitos son isomorfos si y sóloamente si tienen los mismos factores de composición.

**Ejercicio** (4 puntos. Cada apartado 1 punto).

Sea  $G$  un grupo de orden 1210.

1. Demostrad que  $G$  tiene un subgrupo normal  $N$  de orden 121 que es abeliano.
2. Demostrad que  $N$  contiene un subgrupo normal cíclico de orden 11 y  $G/N$  contiene un subgrupo normal de orden 5
3. Demostrad que  $G$  contiene un subgrupo normal  $M$  de orden 605 que contiene a  $N$ .
4. Describe una serie de composición de  $G$ . ¿Es  $G$  resoluble?