Universidad
Rey Juan Carlos
Escuela Técnica Superior
Ingeniería de Telecomunicación

Visión Artificial

8. Flujo óptico

JOSÉ MIGUEL GUERRERO HERNÁNDEZ

EMAIL: JOSEMIGUEL.GUERRERO@URJC.ES

Índice de contenidos

Índice de contenidos

1. Introducción

- La detección de movimiento es un tema fundamental en visión artificial y la robótica
- Múltiples aplicaciones:
  - Seguimiento de objetos
  - Cálculo de la estructura a partir del movimiento
  - Reconstrucción 3D
  - Representación y compresión de vídeo

1. Introducción

- El principal objetivo del análisis del movimiento es calcular el movimiento en la escena 3D
- Pueden darse varias posibilidades:
  - 3D-3D: Registro de dos conjuntos 3D (ICP)
  - 2D-3D: Características 2D sobre datos 3D (RANSAC)
  - 2D-2D: Inferir movimiento 3D en base a movimientos detectados en imágenes 2D
- Nos centraremos en este último punto: inferir movimiento 3D en base a imágenes 2D

1. Introducción

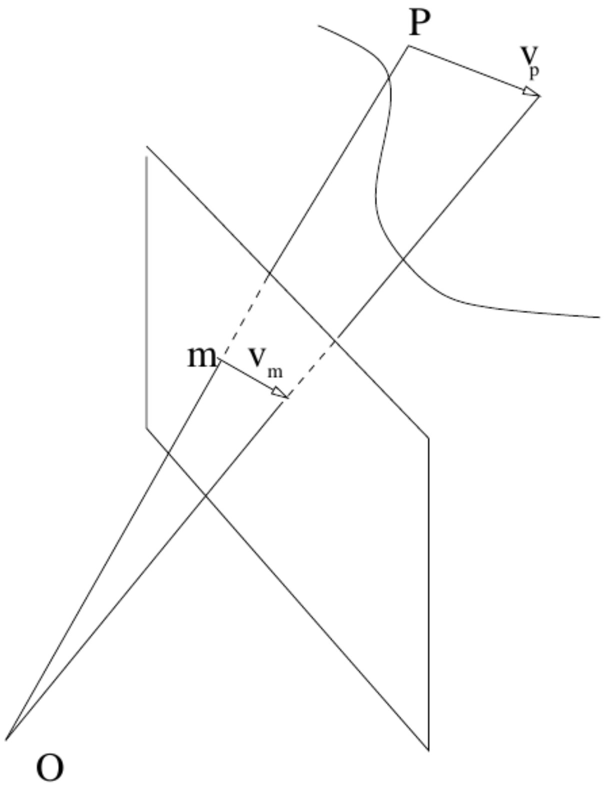
- Un aspecto clave para detectar movimiento es el emparejamiento de datos en dos imágenes consecutivas
- Atendiendo a cómo realizamos este emparejamiento agrupamos los métodos en:
  - **Dispersos**: cuando utilizan alguna característica extraída de las imágenes
  - **Densos**: cuando tienden a emparejar todos los puntos de las imágenes

Universidad Rey Juan Carlos | Escuela Técnica Superior Ingeniería de Telecomunicación

Índice de contenidos

2. Campo de movimiento

- Se asocia un vector de velocidad con cada punto de la imagen
- El conjunto de estos vectores es un campo de movimiento



$$p = [X, Y, Z]^T$$

$$m = [x, y]^T$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dZ}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} + Z\begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Campo de movimiento

- Desarrollando la ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dZ}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} + Z\begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Tenemos $V_p = \left(V_p^T k\right)\widehat{m} + Z v_m$ donde k es un vector unitario en la dirección de la profundidad
- Despejando $v_m = \frac{1}{Z}\left(V_p - \left(V_p^T k\right)\widehat{m}\right)$ lo que implica que el campo de movimiento v_m está en función de V_p/Z

Índice de contenidos

3. Flujo óptico

- Los vectores de **campo de movimiento** no pueden ser **observados** directamente
- Lo que tenemos son imágenes y puntos de éstas
- Podremos decir que un punto se ha movido de un lugar a otro de la imagen, lo que implica su **flujo óptico**

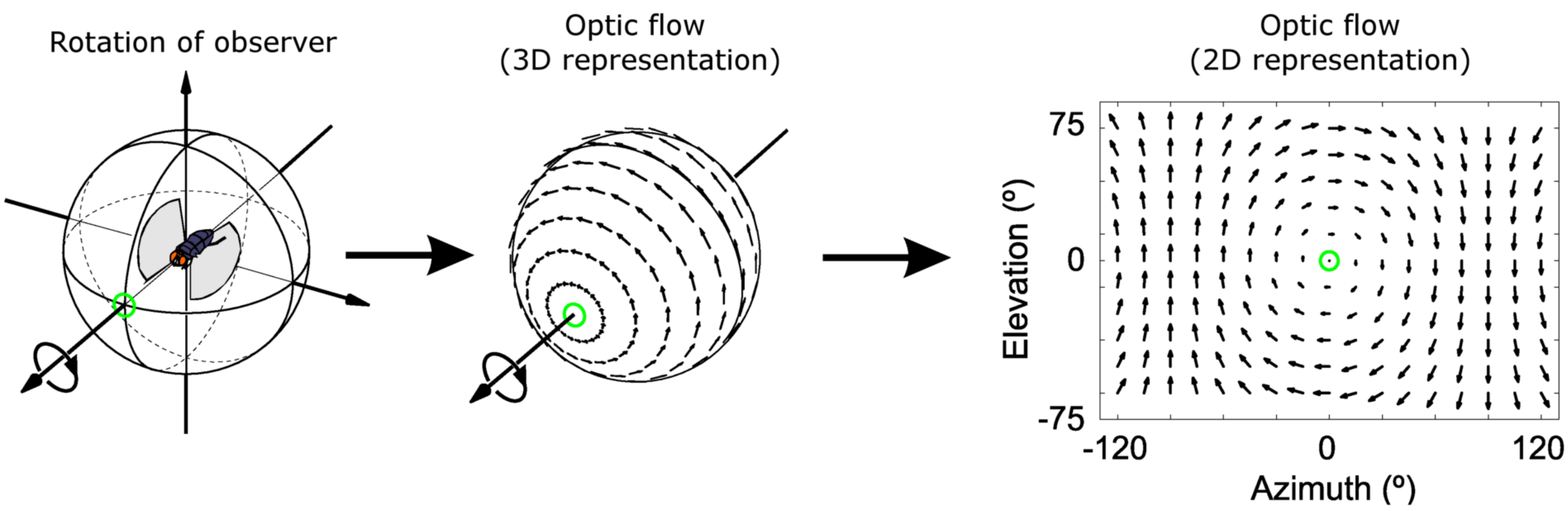
Flujo óptico ≠ campo de movimiento

3. Flujo óptico

- Flujo óptico (wikipedia): es el patrón del movimiento aparente de los objetos, superficies y bordes en una escena causado por **el movimiento relativo entre un observador** (un ojo o una cámara) **y la escena**
- Aunque, en general, el **flujo óptico** no es igual al **campo de movimiento**, es lo único que tenemos para estimarlo
- Asumiremos que el **campo de movimiento** no estará muy lejos del **flujo óptico** que detectemos en una sucesión de imágenes

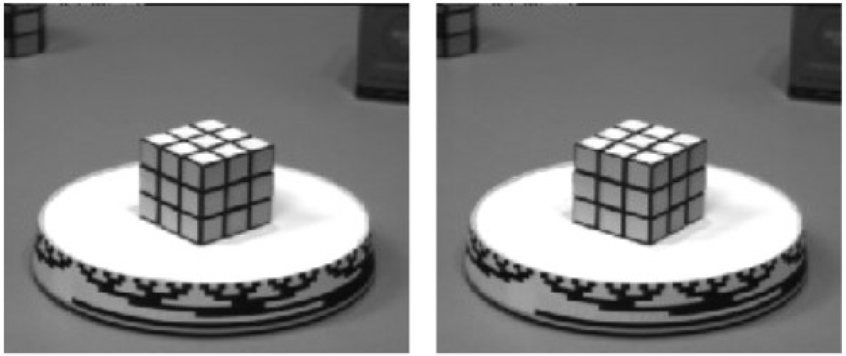
3. Flujo óptico

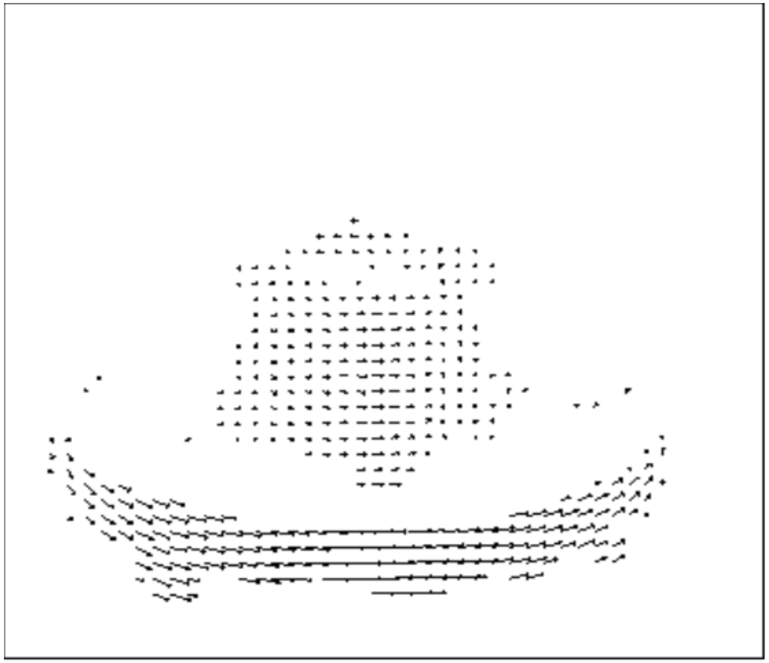
- Ejemplos:



3. Flujo óptico

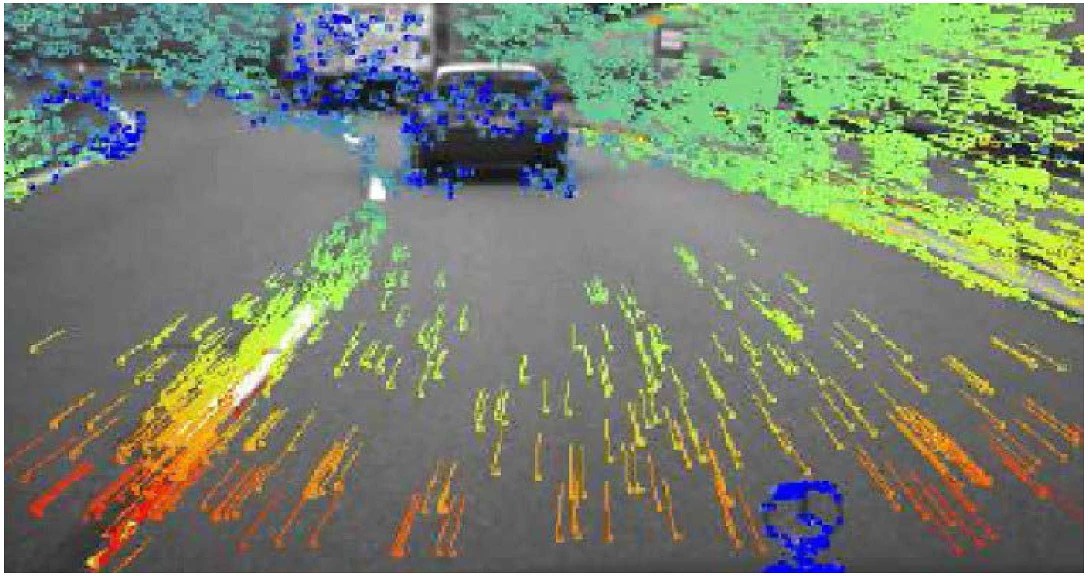
- Ejemplos:





3. Flujo óptico

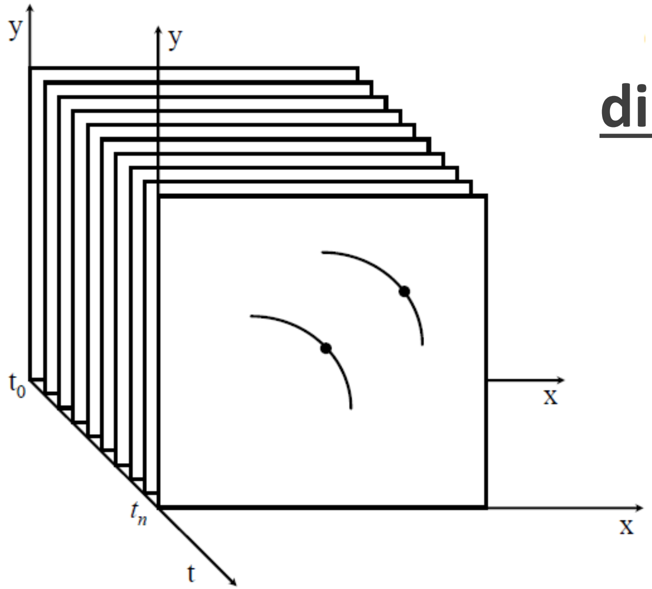
- Ejemplos:



Índice de contenidos

4. Cálculo del flujo óptico

- Dada una distribución espacio temporal de intensidad procedente de la secuencia de imágenes $I(x,y,t)$, el objetivo es obtener un vector de velocidad de la forma $v=(u,v)$



dimensión espacio-temporal

dimensión espacial: x, y

dimensión temporal: t

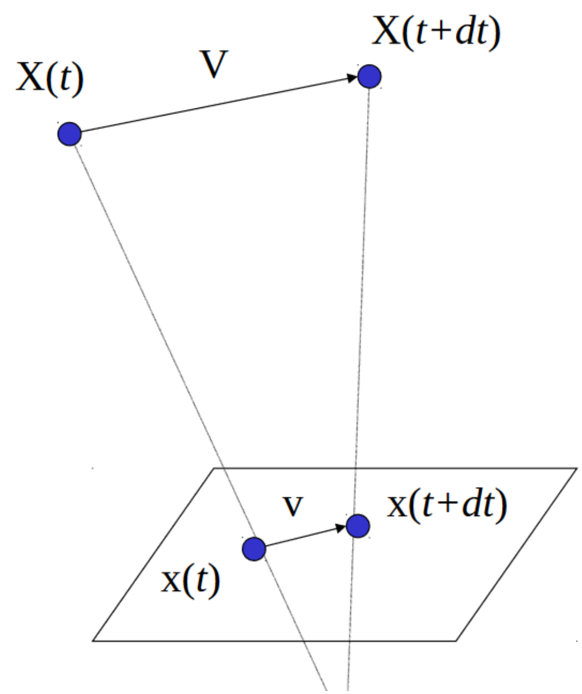
Flujo óptico

4. Cálculo del flujo óptico

- $\mathrm{X(t)}$ es un punto 3D en movimiento
- $\mathrm{x(t)} = \big(\mathrm{x(t)}, \mathrm{y(t)}\big)$ es la proyección de X en la imagen $I(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{t})$
- Velocidad aparente del píxel en la imagen v:

$$m = [x, y]^T$$

$$v_m = m = [v_x, v_y]^T = \begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{bmatrix}$$



4. Cálculo del flujo óptico

- Si asumimos que la intensidad de m no cambia en el tiempo:

$$I(x + v_x dt, y + v_y dt, t + dt) = I(x, y, t)$$

- Si la intensidad cambia levemente (series de Taylor)

$$I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} v_x dt + \frac{\partial I}{\partial y} v_y dt + \frac{\partial I}{\partial t} dt + O(dt^2) = I(x, y, t)$$

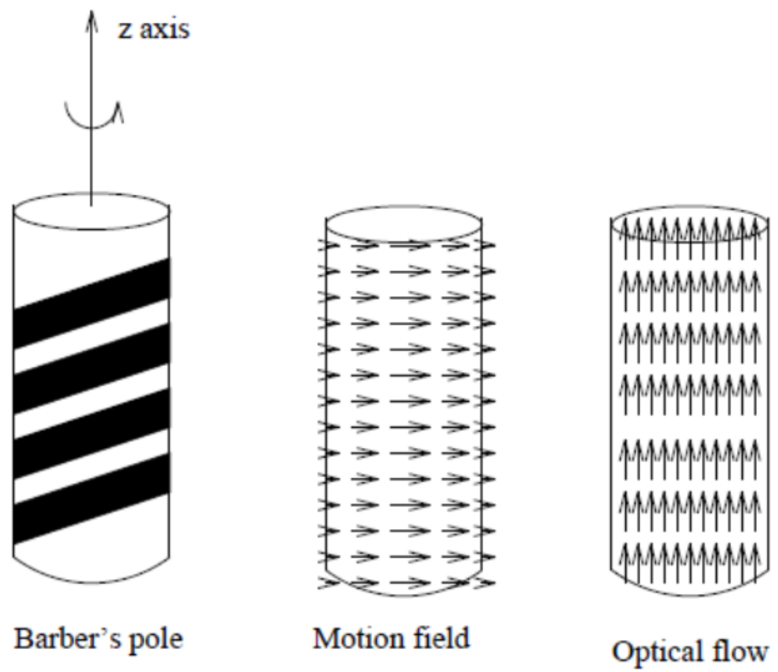
$$\frac{\partial I}{\partial x} v_x + \frac{\partial I}{\partial y} v_y + \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

$$\nabla I \cdot v_m + \frac{\partial I}{\partial t} = 0$$

Índice de contenidos

5. Problema de la apertura

- El campo de movimiento y el flujo óptico pueden no coincidir

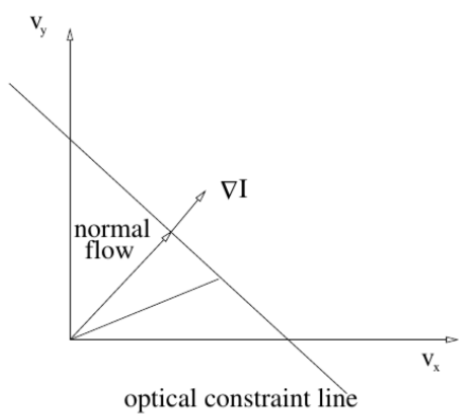


5. Problema de la apertura

- Tenemos una ecuación y dos incógnitas: no podemos determinar unívocamente el flujo óptico

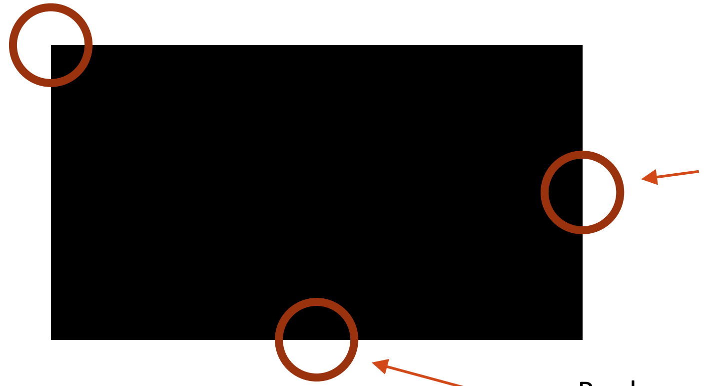
$$\left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}\right) \cdot (V_x, V_y) = -\frac{\partial I}{\partial t}$$

- Sólo podremos calcular el flujo óptico en la dirección normal del gradiente: **problema de la apertura**



5. Problema de la apertura

- Cada neurona del sistema visual es sensible a la entrada en una pequeña parte del campo de visión, ya que la está mirando a través de una pequeña ventana o apertura
- Una variedad de contornos con diferentes orientaciones moviéndose a diferentes velocidades pueden causar respuestas visuales idénticas



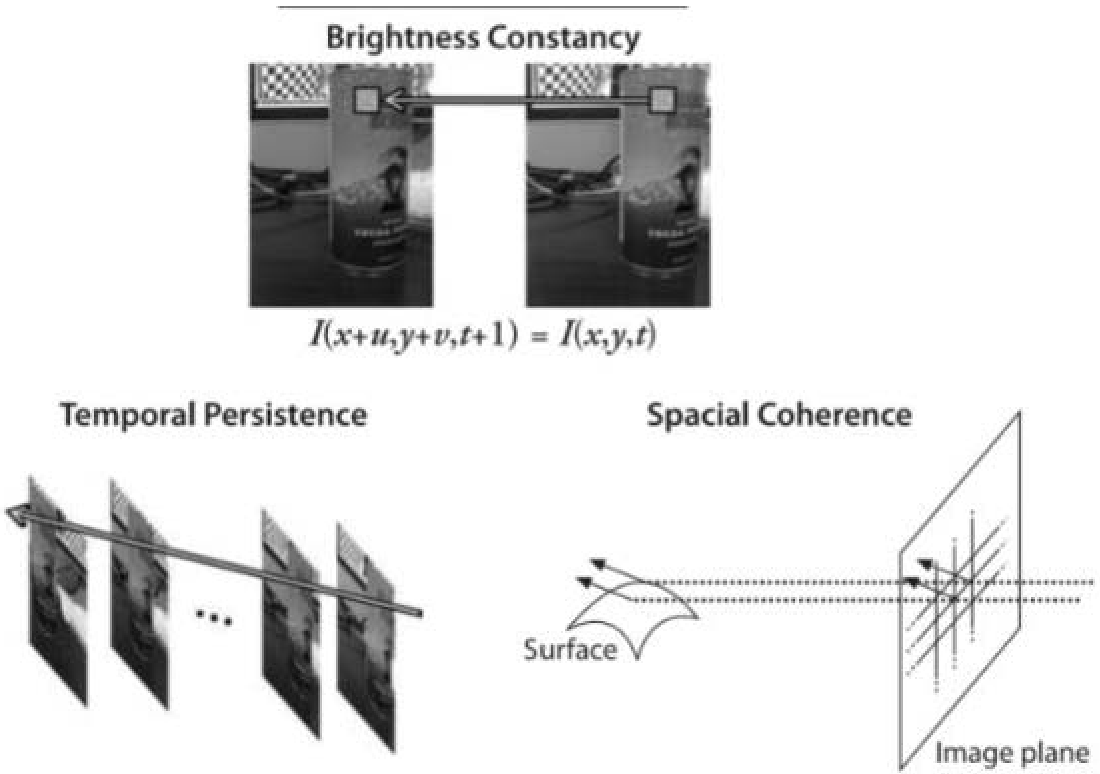
Índice de contenidos

6. Método de Lucas-Kanade

- La solución al problema de la apertura, es la propuesta por **Lucas-Kanade**
- Consideraciones previas:
  - **Consistencia luminosa**: se asume que los keypoints cambian su posición pero no su intensidad. Cualquier cambio en la intensidad de la imagen se debe al movimiento, la iluminación de la escena permanece constante y las superficies de los objetos son opacas (superficies Lambertianas)
  - **Coherencia espacial**: puntos vecinos pertenecen a la misma superficie y comparten misma velocidad
  - **Persistencia temporal**: los movimientos de un objeto en la escena son muy lentos en cuanto al tiempo Δt. Los incrementos temporales son más rápidos que los movimientos de los objetos

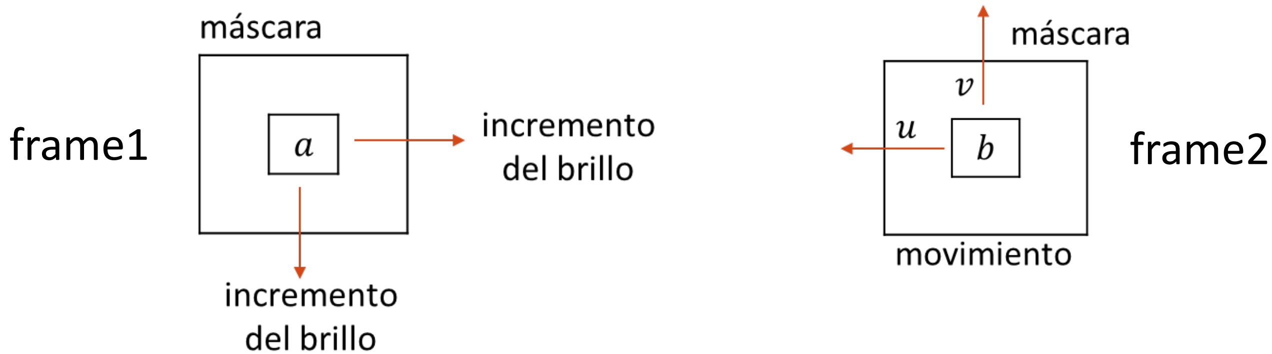
6. Método de Lucas-Kanade

- Consideraciones previas:



6. Método de Lucas-Kanade

- Método local, analiza la vecindad de cada punto:
  - Se sume que nosotros vemos la escena a través de una zona limitada, ventana de vecindad



  - La intensidad a dentro de esa ventana es variable
  - En el siguiente frame se ha movido a b
  - Es fácil asumir que a se ha desplazado arriba y a la izquierda a una nueva intensidad b, visible dentro de la máscara

6. Método de Lucas-Kanade

- Después de un movimiento de un píxel (x, y): u píxeles en la dirección x y v en la dirección y, tenemos:

$$I_x(x, y) \cdot u + I_y(x, y) \cdot v$$

- Esto hace que la diferencia local en intensidad sea:

$$I_x(x, y) \cdot u + I_y(x, y) \cdot v = -I_t(x, y)$$

- El signo negativo es necesario porque para I_x, I_y y I_t positivos, tenemos un movimiento a la izquierda y abajo

6. Método de Lucas-Kanade

- Dentro de una vecindad, por ejemplo $3x3$, tenemos 9 ecuaciones lineales:

$$I_x(x+\Delta x, y+\Delta y)\cdot u + I_y(x+\Delta x, y+\Delta y)\cdot v = -I_t(x+\Delta x, y+\Delta y)$$

para $\Delta x = -1, 0, 1$ y $\Delta y = -1, 0, 1$

- Las ecuaciones se pueden resumir como la siguiente igualdad:

$$S\binom{u}{v} = \vec{t}$$

donde S es la matriz $9x2$ que contiene las filas $\left(I_x(x+\Delta x, y+\Delta y), I_y(x+\Delta x, y+\Delta y)\right)$ y $\vec{t}$ es un vector que contiene los 9 términos $-I_t(x+\Delta x, y+\Delta y)$

6. Método de Lucas-Kanade

- En el caso general, la siguiente ecuación no tiene solución exacta, por lo que la solución por mínimo cuadrados se consigue multiplicando la ecuación por S^T

$$S^T S \binom{u}{v} = S^T \vec{t}$$

- E invirtiendo $S^T S$:

$$\binom{u}{v} = (S^T S)^{-1} S^T \vec{t}$$

6. Método de Lucas-Kanade

- La mejor solución es cuando $S^T S$ es invertible. Para ello se pueden observar cómo de buena es la solución estudiando los vectores propios o autovectores (eigenvalues)

$$S^T S = U \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} U^T$$

donde U es una matriz $2x2$

- Si $S^T S$ no es invertible, λ_1 o λ_2 o los dos, son cero
- Si uno de ellos, o los dos, son valores muy pequeños, entonces la matriz inversa es mal condicionada

6. Método de Lucas-Kanade

- Resumen:
- Considerando un píxel $I(x, y, t)$ en el primer cuadro (se agrega una nueva dimensión, el tiempo)
- Este se mueve una cierta distancia (dx, dy) en el siguiente cuadro, tomado después del tiempo dt
- Si los píxeles son los mismos y la intensidad no cambia, podemos decir:

$$I(x, y, t) = I(x + dx, y + dy, t + dt)$$

- Entonces, tomando la aproximación de la serie de Taylor del lado derecho, eliminando los términos comunes y dividiendo por dt, obtenemos la siguiente ecuación:

$$f_x u + f_y v + f_t = 0$$

6. Método de Lucas-Kanade

- De la ecuación anterior, conocida como ecuación general del flujo óptico, tenemos:

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x} \qquad f_y = \frac{\partial f}{\partial y} \qquad u = \frac{\partial x}{\partial t} \qquad v = \frac{\partial y}{\partial t}$$

- De notar, que f_x y f_y son imágenes de gradientes, al igual que f_t, solo que a lo largo del tiempo
- Pero (u, v) son desconocidos
- Para obtener estos valores (u, v), existen multitud de métodos, y uno de ellos es el de Lucas-Kanade

6. Método de Lucas-Kanade

- Asumiendo que todos los píxeles de una vecindad 3x3 tienen el mismo movimiento, los 9 puntos tienen un comportamiento similar
- Se puede entonces encontrar f_x , f_y y f_t para los 9 puntos, lo que se reduce en resolver 9 ecuaciones con dos incógnitas
- Un solución que proporciona buenos resultados, es la de mínimos cuadrados
- Finalmente, todo se reduce a la obtener la siguiente solución:

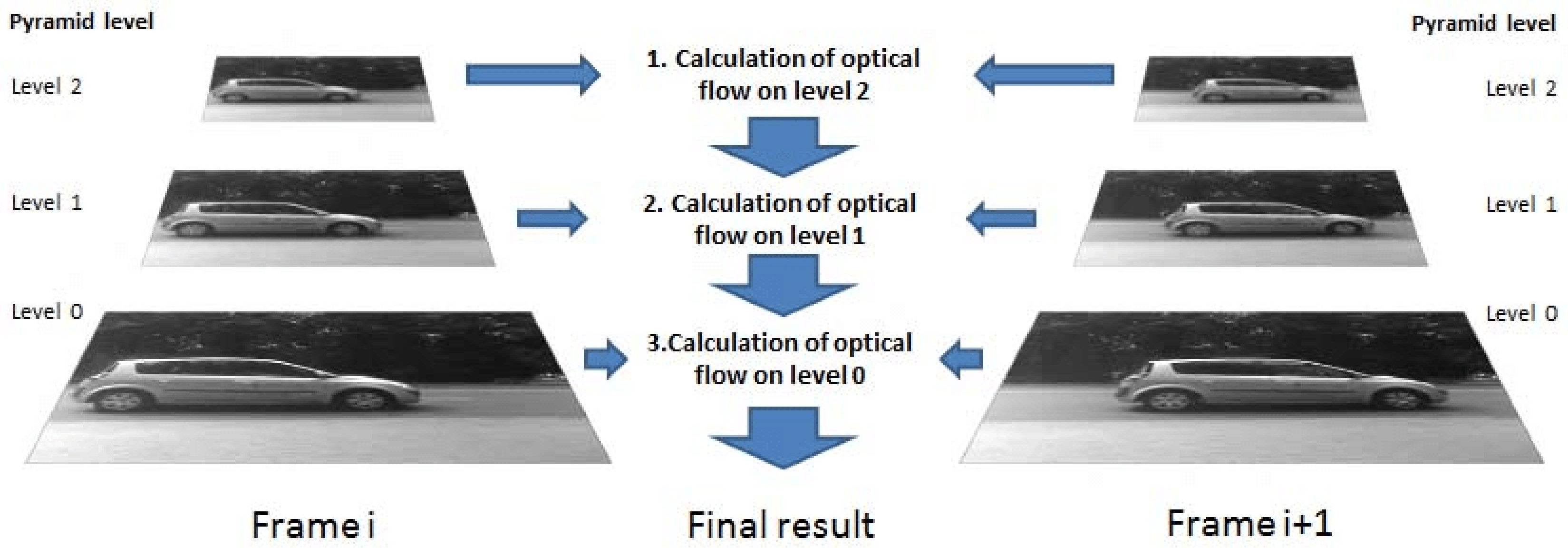
$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i f_{x_i}^2 & \sum_N f_{x_i} f_{y_i} \\ \sum_N f_{x_i} f_{y_i} & \sum_N f_{y_i}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\sum_N f_{x_i} f_{t_i} \\ -\sum_N f_{y_i} f_{t_i} \end{bmatrix}$$

- Puede verse la similitud de la matriz inversa con el detector de esquina de Harris, esto nos indica que las esquinas son los mejores puntos para ser rastreados

6. Método de Lucas-Kanade

- La idea después de todo es sencilla:
  - Se obtienen unos puntos para rastrear
  - Se obtienen los vectores de flujo óptico de esos puntos
- Problemas:
  - Al trabajar con movimientos pequeños funciona, pero falla para movimientos grandes
- Solución:
  - Utilizar una pirámide
  - Cuando se sube en la pirámide, se eliminan los movimientos pequeños y los movimientos grandes se convierten en pequeños
  - Obtenemos el flujo óptico con la escala

6. Método de Lucas-Kanade



Índice de contenidos

7. Método de diferencias

- Sean $f_1(i,j,t_1)$ y $f_2(i,j,t_2)$ dos imágenes consecutivas separadas por un intervalo de tiempo. Un elemento $d(i,j)$ de la diferencia de imágenes entre f_1 y f_2 puede tener un valor 1, debido a alguna de las siguientes razones:
    1. $f_1(i,j)$ es un píxel de un objeto en movimiento y $f_2(i,j)$ es un píxel estático del fondo o viceversa
    2. $f_1(i,j)$ es un píxel de un objeto en movimiento y $f_2(i,j)$ es un píxel de otro objeto en movimiento
    3. $f_1(i,j)$ es un píxel de un objeto en movimiento y $f_2(i,j)$ es un píxel de una parte diferente del mismo objeto en movimiento
    4. Ruido o imprecisiones en el posicionamiento de la cámara estacionaria

7. Método de diferencias

- El método de diferencias acumuladas se lleva acabo de la siguiente manera:

$$d_{acum}(i,j) = \sum_{k=1}^{n} a_k |f_1(i,j) - f_k(i,j)|$$

- a_k proporciona la importancia de las imágenes en la secuencia de las n imágenes

$$a_k = \frac{k-1}{n-1} \rightarrow n = 4; a_k = 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$$

7. Método de diferencias

$$f_1 = \begin{bmatrix} 30 & 30 & 0 & 0 & 0 \\ 30 & 30 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad f_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad f_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$d_{acum} = \begin{bmatrix} 60 & 60 & 0 & 0 & 0 \\ 60 & 50 & 30 & 20 & 0 \\ 0 & 10 & 30 & 50 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 30 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$