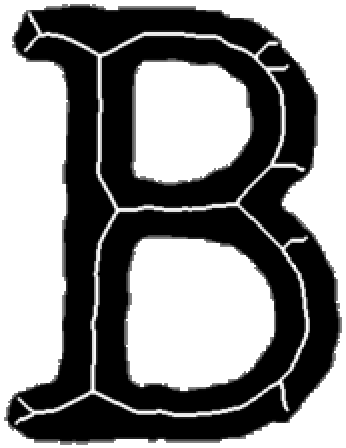
Universidad Rey Juan Carlos

Escuela Técnica Superior Ingeniería de Telecomunicación



Visión Artificial

6. Operaciones morfológicas

JOSÉ MIGUEL GUERRERO HERNÁNDEZ

EMAIL: JOSEMIGUEL.GUERRERO@URJC.ES

Índice de contenidos

Índice de contenidos

1. Principios básicos

- El procesamiento morfológico es una técnica de la visión por computador que analiza las imágenes basándose en propiedades de la forma, empleando álgebra de conjuntos
- Estos métodos pueden ser aplicados tanto a imágenes binarias, como a imágenes en niveles de gris y de color
- La utilidad de estos métodos es muy variada:
  - Preprocesamiento de la imagen
  - Operaciones para la supresión de ruido o el realce de objetos
  - Análisis de imágenes: extraer características tales como el esqueleto o definición del contorno

1. Principios básicos

- Operaciones básicas con conjuntos:
  - **Inclusión**: Un conjunto X está incluido en otro Y, si todo elemento de X también pertenece a Y

$$X \subset Y : \{\forall x \in X \text{ entonces } x \in Y\}$$

  - A cada transformación $\psi(X)$, se le puede asociar una transformación dual $\psi^*(X)$, de modo que si dos operaciones son duales, por ejemplo la intersección y la unión, se llegue al mismo resultando sustituyendo una por la otra y los conjuntos por sus complementarios. Esto también es aplicable al álgebra de Boole con las operaciones AND y OR reemplazando los 0 por 1

$$Complemento: X^c = \{x \mid x \notin X\}$$

$$Dualidad: \psi^*(X) = (\psi(X^c))^c$$

  - Más adelante aparecerán nuevas operaciones duales

1. Principios básicos

- Operaciones básicas con conjuntos:
  - **Unión** de conjuntos: Un conjunto es unión de los conjuntos X e Y si está constituido por todos los elementos de los conjuntos X e Y, es decir, sus elementos o bien pertenecen a X, a Y, o a ambos. La unión se programa fácilmente entre imágenes binarias con la operación booleana OR

$$X \cup Y = \{x \mid x \in X \ \vee \ x \in Y\}$$

  - **Intersección** de conjuntos: Es el conjunto formado por los elementos comunes de X e Y. La intersección es fácil de realizar entre imágenes binarias con la operación booleana AND

$$X \cap Y = \{x \mid x \in X \ \wedge \ x \in Y\} \text{ de forma dual } X \cap Y = (X^c \cup Y^c)^c$$

1. Principios básicos

- Operaciones básicas con conjuntos:
  - Tanto la unión como la intersección de conjuntos es **conmutativa**, **asociativa** e **idempotente**:

$$Conmutatividad\text{: } X \cap Y = Y \cap X; \;\; X \cup Y = Y \cup X$$

$$Asociatividad\text{: } (X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z); \;\; (X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$$

  - **Idempotencia**: Esta propiedad, que se cumple con algunas operaciones, implica que no se logra nada al repetir la operación sobre un conjunto si también se repite el mismo operador

$$(X \cap Y) \cap Y = (X \cap Y); \;\; (X \cup Y) \cup Y = (X \cup Y)$$

1. Principios básicos

- Operaciones básicas con conjuntos:
  - **Diferencia** entre conjuntos: Es el conjunto donde sus elementos son pertenecientes a un conjunto pero no al otro

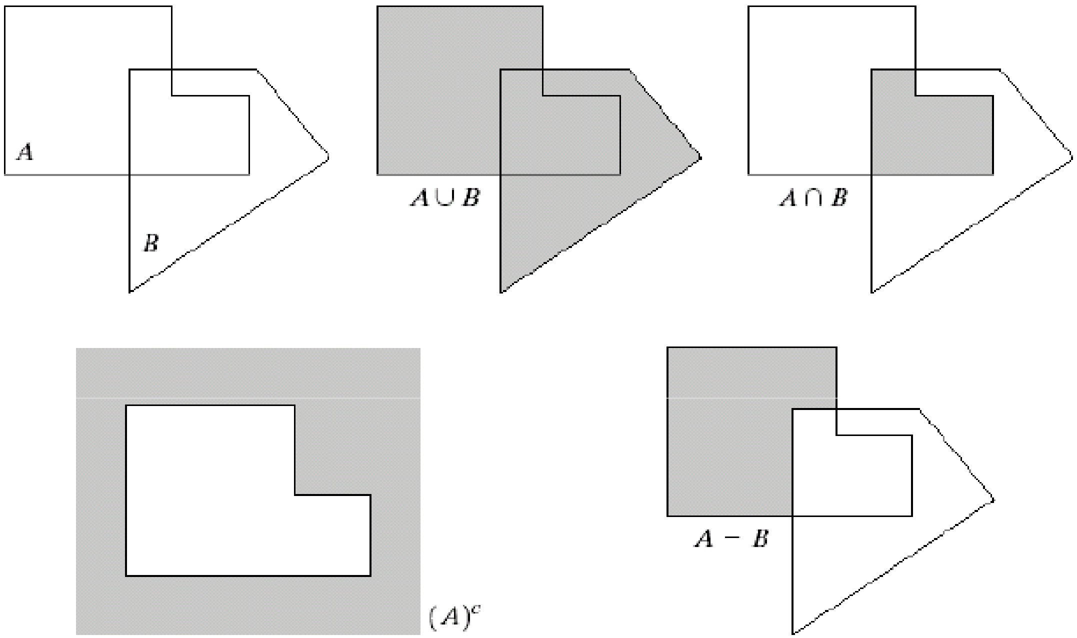
$$X - Y = \{x \mid x \in X \ \wedge \ x \notin Y\} = X \cap Y^c$$

  - **Traslación** por un vector: Un conjunto X es trasladado por un vector v de coordenadas $(\mathrm{v1}, \mathrm{v2})$ cuando cada uno de los elementos de x de coordenadas (a, b) sufre esa traslación

$$X_v = \{y \mid y = x + v \ \forall x \in X\}$$

1. Principios básicos

- Transformaciones morfológicas básicas:



1. Principios básicos

- Transformaciones morfológicas básicas:
  - Consisten en el empleo de las operaciones de conjuntos antes vistas
  - Se emplea, por una parte, un conjunto X constituido por un elemento de la imagen identificado como objeto, y otro conjunto B, habitualmente de pequeño tamaño, llamado elemento estructural
  - Según la forma y tamaño del elemento estructural, así como del tipo de funciones que se combinen, podrán realizarse multitud de transformaciones de la imagen con diversos ámbitos de aplicación

  - Elementos estructurales:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bullet 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & 1 & \\ 1 & \bullet 1 & 1 \\ & 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1 & \bullet 0 & 1 \end{array}$$

Índice de contenidos

2. Dilatación y erosión

- Dilatación:
  - Es la operación que da como resultado un conjunto de puntos, formado por todas las posibles sumas de pares de puntos, en las que uno pertenece al conjunto X y otro al elemento estructural desplazado

$$X \oplus B = \{c \mid c = x + b, \forall x \in X \ \wedge \forall b \in B\}$$

  - Al dilatar la imagen aumenta su tamaño, pero pueden perderse detalles de la forma
  - Se rellenan intersticios de la imagen y también, como efecto muchas veces pernicioso, se pueden fusionar objetos diferentes que se encuentren próximos entre si
  - Cuando el elemento estructural es grande el efecto es más acusado

2. Dilatación y erosión

- Dilatación, sus propiedades son:
  - Conmutatividad
  - Asociatividad
  - Invariante a la traslación:

$$X_v \oplus B = (X \oplus B)_v$$

  - Creciente:

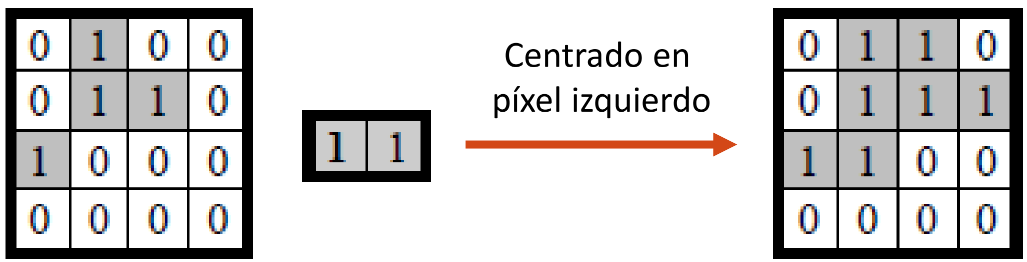
$$Si\ X \subset Y \rightarrow X \oplus B \subset Y \oplus B$$

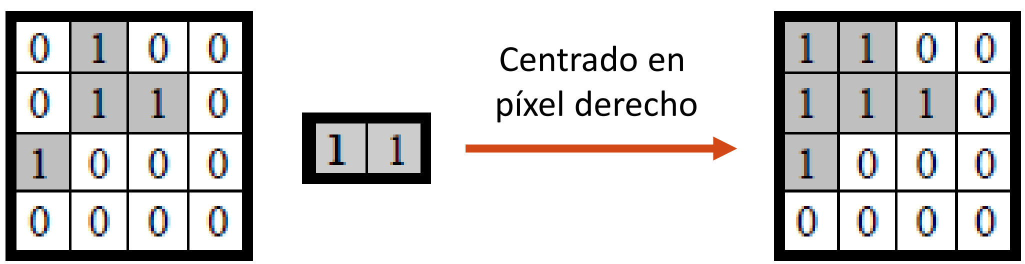
  - Distributiva respecto a la unión:

$$B \oplus (X \cup Y) \rightarrow (B \oplus X) \cup (B \oplus Y)$$

2. Dilatación y erosión

- Dilatación:





2. Dilatación y erosión

- Erosión:
  - Es una operación con el efecto contrario a la dilatación, por lo que reduce el tamaño de los objetos
  - La mecánica es semejante, desplazando el elemento estructural a lo largo de la imagen, pero ahora el resultado será 1 para el punto en estudio si todos los puntos del EE están contenidos dentro del conjunto del objeto

$$X \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq X\} = \{x \mid B_x \cap X^c \neq \phi\}$$

  - La erosión reducirá el tamaño de los objetos dependiendo de la dimensión y forma del elemento estructural
  - Aunque el efecto es contrario al de la dilatación esto no debe llevar al error de considerar que erosionando una imagen dilatada seremos capaces de recuperar la imagen original, esto nunca es así

2. Dilatación y erosión

- Erosión, sus propiedades son:
  - No existe conmutatividad
  - Invariante a la traslación
  - Creciente
  - Y además se cumple:

$$(X \cup Y) \ominus B \supseteq (X \ominus B) \cup (Y \ominus B)$$

$$B \ominus (X \cup Y) = (X \ominus B) \cup (Y \ominus B)$$

$$Si \quad D \subseteq B \quad entonces \quad X \ominus B \subseteq X \ominus D$$

2. Dilatación y erosión

- Erosión:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

1	1	1
1	1	1
1	1	1

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

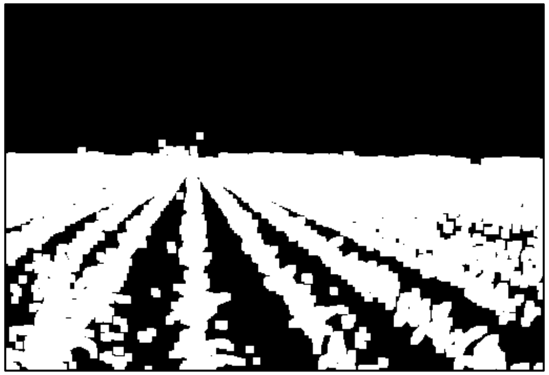
0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

2. Dilatación y erosión

- Ejemplo:

Imagen binaria



Dilatación

Erosión

Índice de contenidos

3. Apertura y cierre

- Apertura:
  - Esta operación se realiza mediante una **erosión** seguida de una **dilatación** empleando el mismo elemento estructural

$$X \circ B = (X \ominus B) \oplus B$$

  - Al erosionar se pierden detalles pequeños, desaparece el ruido, mengua la imagen
  - Haciendo seguidamente la dilatación la imagen crece, y los detalles que no llegaron a perderse se resaltan

Universidad Rey Juan Carlos | Escuela Técnica Superior Ingeniería de Telecomunicación

3. Apertura y cierre

- Apertura:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

1	1	1
1	1	1
1	1	1

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	1	0
1	1	1
0	1	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

3. Apertura y cierre

- Cierre:
  - Esta operación se realiza mediante una **dilatación** seguida de una **erosión** empleando el mismo elemento estructural

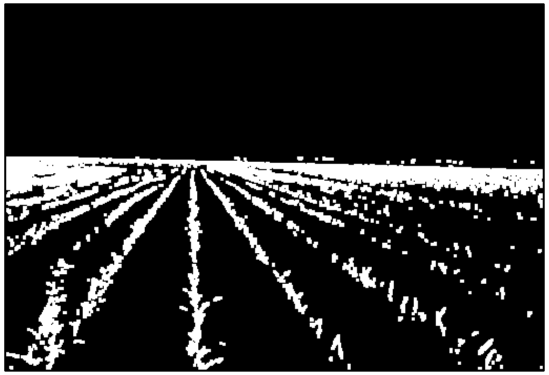
$$X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B$$

  - Al dilatar se rellenan intersticios, la imagen crece
  - Cuando se erosiona la imagen vuelve a un tamaño semejante al original

3. Apertura y cierre

- Ejemplo:

Imagen binaria



Apertura

Cierre

Índice de contenidos

4. Contornos

- Con las operaciones de erosión y dilatación es fácil obtener un contorno, de la parte exterior o interior al perímetro de una figura
- Para ello tomaremos la imagen dilatada y le restaremos la original, en el caso del contorno exterior

$$Contorno_{exterior} = (X \oplus B) - X$$

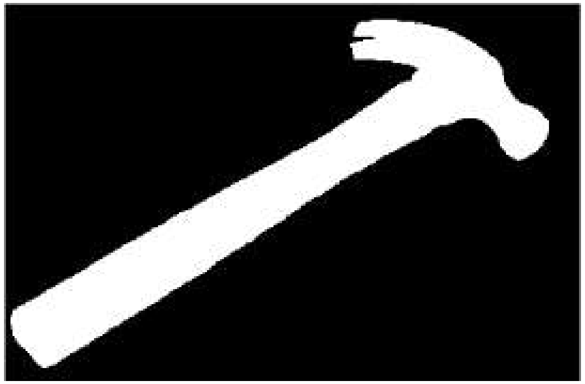
- Para la obtención del contorno interior restaremos de la imagen original la imagen erosionada

$$Contorno_{interior} = X - (X \ominus B)$$

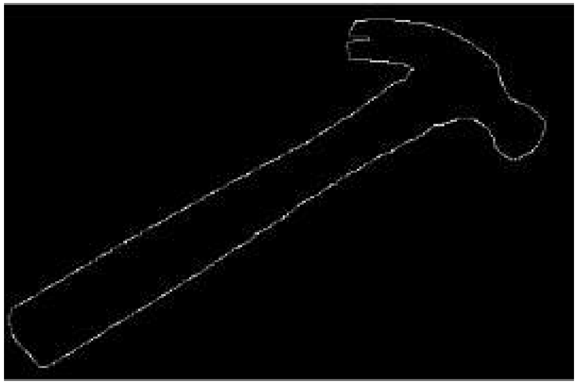
- El contorno puede ser tanto o más marcado empleando EE de mayor tamaño

4. Contornos

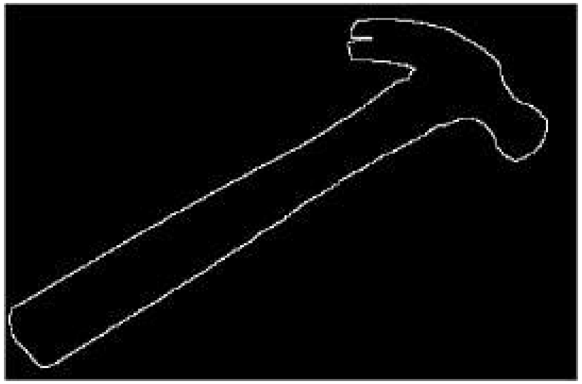
- Ejemplos:



original



Contorno exterior
EE cuadrado de 3



Contorno interior
EE cuadrado de 5

Índice de contenidos

5. Esqueleto

- Este es un procedimiento para obtener un descriptor de una región mediante un grafo
- La idea es que dos objetos diferentes tendrán distinto grafo, que ocupan mucho menos espacio de almacenamiento que la región y que son también más fáciles de procesar y comparar
- El esqueleto de una región sería el grafo de los puntos interiores cuya distancia mínima a algún punto del borde se repite dos o más veces

5. Esqueleto

- Obtener el esqueleto mediante el cálculo de distancias sería muy costoso computacionalmente por lo que se sustituye por otro más rápido basado en la utilización de filtros morfológicos, que pueden orientarse a trabajar con conectividades a 4 o a 8

X	0	X
X	1	X
1	1	1

X	0	0
1	1	0
1	1	X

X	X	1
0	1	1
X	X	1

0	0	X
0	1	1
X	1	1

1	1	1
X	1	X
X	0	X

X	1	1
0	1	1
0	0	X

1	X	X
1	1	0
1	X	X

1	1	X
1	1	0
X	0	0

- A base de sucesivas iteraciones se iría adelgazando la imagen, hasta obtener el esqueleto cuando no haya diferencia entre dos iteraciones

5. Esqueleto

- En cada iteración deben respetarse 2 normas:
  - No suprimir puntos extremos
  - No debe romperse la conectividad
- Este método es también computacionalmente costoso, en cada iteración se empleas 8*2=16 máscaras, 12*2 en el caso de la conectividad a 8, y debe iterarse hasta reducir la figura a un grafo
- Hay otro método diferente que puede ofrecer mejores resultados

5. Esqueleto

- Método:
  - Se definen 8 vecinos de un píxel y, de forma iterativa, se aplican dos conjuntos de condiciones
  - Aquellos píxeles que cumplan en una etapa todas las condiciones de un conjunto se eliminan
  - No debe romperse la conectividad

P8	P1	P2
P7		P3
P6	P5	P4

Vecindad de 8

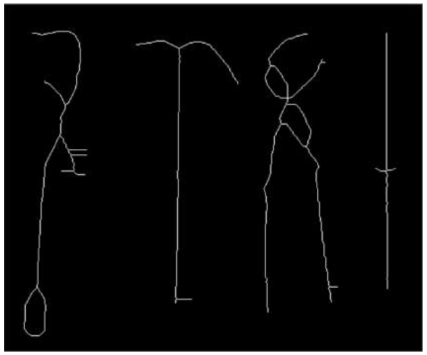
5. Esqueleto

- Método:
  - Conjunto 1:
    1. Para preservar el mantenimiento de los puntos finales se examina si el número de vecinos distintos de 0 es ≥2 y ≤6
    2. Que solamente se pasa de 0 a 1 una vez si se recorre el borde del entorno de P1 a P8
    3. Que alguno de los vecinos P1, P3 y P5 es cero
    4. Que alguno de los P3, P5 o P7 es cero
  - Conjunto 2:
    1. Igual a la del conjunto 1
    2. Igual a la del conjunto 2
    3. Que alguno de los P1, P3 y P7 es cero
    4. Que alguno de los P1, P5 o P7 es cero

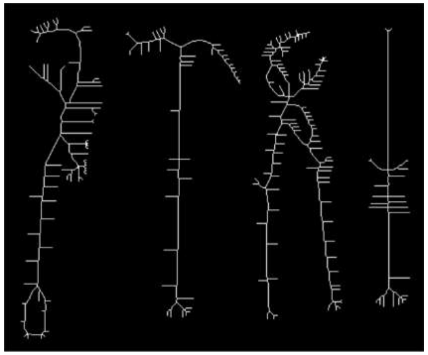
5. Esqueleto

- Ejemplo:

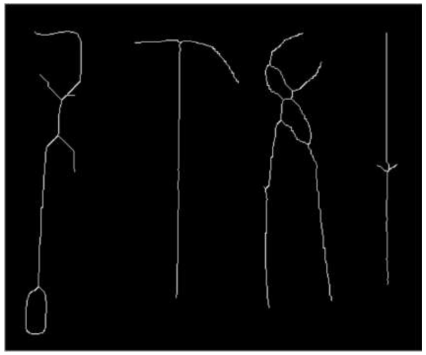
Original



Adelgazada hasta 1 píxel



Esqueleto v1



Esqueleto v2

Índice de contenidos

6. Rellenado de huecos

- Como ya se vio, mediante el cierre pueden rellenarse intersticios y huecos interiores
- Hay otro método iterativo que permite rellenar regiones sin tener que usar grandes elementos estructurales

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c$$

- Se irá construyendo un conjunto de puntos X_k, partiendo de una imagen en la que solo contiene un punto del interior, hasta que se encuentre que X_k y X_{k-1} son iguales
- En cada iteración el conjunto X_k es el resultado de la dilatación de X_{k-1} con el Elemento Estructural y la posterior intersección con el complementario del conjunto de la imagen original

6. Rellenado de huecos

- Ejemplo:

0	1	0
1	1	1
0	1	0

EE 4 vecinos

0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0

original

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

inicio

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

k=1

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

k=2

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

k=6

Índice de contenidos

7. Operaciones en imágenes de grises

- En imágenes binarias, la determinación de pertenencia a objeto o fondo es inmediata
- Ahora dentro de los píxeles que definen un objeto puede haber múltiples valores
- Ahora trabajaremos con cotas, superior e inferior
- Trabajar con escalas de grises, manejando los operadores de mínimo y máximo, supone pasar de operar con conjuntos a hacerlo con funciones
- El valor de gris es representativo del valor de la función en cada punto: $E \rightarrow T$, donde E es el espacio de puntos y T el de niveles de grises, que será siempre un subconjunto de los números reales

7. Operaciones en imágenes de grises

- **Dilatación**:

$$X \oplus B = \max\{f(x-i, y-j) + b(i,j) | (x-i, y-j) \in Df; (i,j) \in Db\}$$

- **Erosión**:

$$X \ominus B = \min\{f(x-i, y-j) - b(i,j) | (x-i, y-j) \in Df; (i,j) \in Db\}$$

  - Siendo Df el dominio de la imagen y Db el dominio del EE; (x, y) definen las coordenadas en el dominio de la imagen e (i, j) lo hacen en el del EE
  - Como los valores (i, j) de las coordenadas del EE aparecen restando a las (x, y) de la imagen, a la hora de operar puede emplearse el reflejo del EE
  - Para cada evaluación de un entorno el resultado será el valor máximo o mínimo del resultado de sumar en una vecindad los valores de los puntos de la imagen y los del EE reflejado. Es frecuente utilizar EE planos, con todos sus valores a cero

7. Operaciones en imágenes de grises

- Ejemplos:

3	4	2	3	4	5	4
5	2	3	4	4	1	2
3	4	5	6	6	6	3
3	2	4	4	3	4	2
5	2	4	4	4	1	2
3	3	4	4	3	2	2
2	1	1	2	2	1	1

Original

1	1	1
1	1	1
1	1	1

6	6	5	5	6	6	6
6	6	7	7	7	7	7
6	6	7	7	7	7	7
6	6	7	7	7	7	7
6	6	5	5	5	5	5
6	6	5	5	5	5	5
4	5	5	5	5	4	3

Dilatada

1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	2	0	0	0
1	1	1	2	0	0	0
1	1	1	2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

Erosionada

7. Operaciones en imágenes de grises

- Ejemplos:

Original

Erosionada con 3x3 a cero

Dilatada con 3x3 a cero

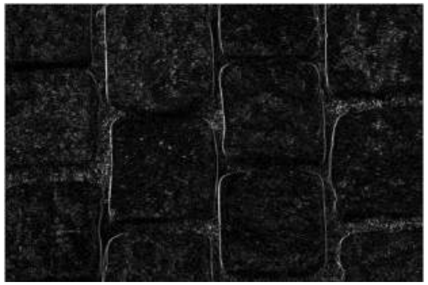
- Al dilatar no solo la imagen resultante es más clara, también los objetos brillantes ganan extensión y aumenta el valor medio del brillo, por el contrario los oscuros pierden contraste y pueden desaparecer
- Los efectos de la erosión son justamente los opuestos

7. Operaciones en imágenes de grises

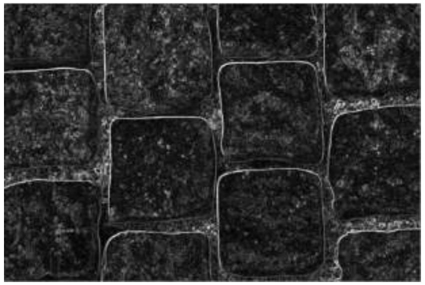
- **Gradiente morfológico**:
  - Consiste en resaltar los elementos de alta frecuencia de la imagen, y de forma particular los contornos de la misma
  - Este efecto se puede conseguir sustrayendo de la dilatación el resultado de la erosión

$$X \oplus B - X \ominus B$$

Original



Apertura EE 5x5



Cierre EE 9x9