Gestion de portefeuille

Partie I: Les fondements théoriques et leurs applications

Chapitre 3: La théorie du portefeuille

3.1. Introduction

La théorie du portefeuille a été développée en 1952 par Harry Markowitz

Elle montre comment des investisseurs rationnels et averses au risque choisissent leur portefeuille optimal en situation d'incertitude

Elle constitue l'un des piliers de la théorie financière moderne

Ce chapitre rappelle/décrit et étend les concepts développés au cours de Bachelor II.

Il montre ensuite comment déterminer la composition des portefeuilles constituant la frontière efficiente à partir des données probabilistes de base sur les actifs financiers ($E(R)$, $\sigma(R)$, $Cov(R_i,R_j)$).

Ce chapitre discute également les problèmes liés à la détermination des portefeuilles efficients.

L'utilisation de la frontière efficiente par les établissements financiers est aussi présentée.

Ce chapitre aborde aussi quelques approches complémentaires de la notion de diversification.

3.1. Introduction

3.2. La théorie du portefeuille

3.2.1. Le cadre général

3.2.2. La théorie du portefeuille

3.2.3. Les caractéristiques des classes d'actifs financiers

3.3. La théorie du portefeuille en pratique

3.3.1. La détermination des portefeuille efficients

3.3.2. Les problèmes de mise en pratique

3.3.3. L'utilisation dans les établissements financiers

3.4. Approches complémentaires de la diversification

3.4.1. La diversification internationale

3.4.2. La diversification temporelle

3.4.3. Approche top-down ou bottom-up?

3.2 La théorie du portefeuille

3.2.1. Le cadre général

Modèle théorique développée par Markowitz en 1952, a valu le prix Nobel en sciences économiques à son auteur en 1990.

Propose un cadre conceptuel élégant pour effectuer ses choix d'investissement en situation d'incertitude.

Elle constitue l'une des hypothèses de base du modèle d'évaluation des actifs financiers.

a) L'incertitude sur les mouvements des actifs financiers

Modèle caractérisé par l'incertitude face à l'évolution future des prix des actifs financiers (conforme à l'efficience).

Un actif est défini par ses rentabilités futures possibles et par les probabilités qui y sont associées.

Exemple: Action Givaudan

Rentabilités possibles	Probabilités
-5%	10%
+2%	75%
+10%	15%

Cette information est synthétisée par la valeur espérée de l'actif financier et par la variance de ses rentabilités (dispersion autour de l'espérance).

b) Le comportement des agents économiques (des investisseurs)

Les investisseurs sont rationnels prennent leurs décisions de façon à augmenter leur satisfaction -> cherchent à maximiser leur fonction d'utilité.

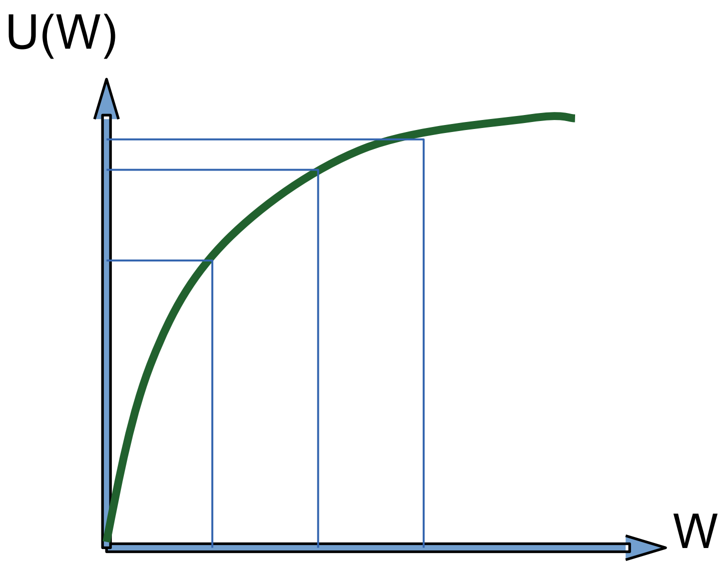
En situation d'incertitude, cherchent à maximiser leur utilité espérée.

Les agents sont averses au risque, c'est-à-dire qu'ils n'aiment pas prendre de risque. Ceci a notamment deux implications:

- Ils choisissent leurs actifs selon le critère de dominance:
  - A risque égal ils préfèrent le portefeuille qui leur donne la plus grande rentabilité espérée
  - A rentabilité espérée égale, ils préfèrent le portefeuille qui leur fait courir le plus petit risque possible.
- Ils demandent une compensation pour détenir un actif plus risqué
  - Cette compensation est incertaine et est appelée la prime de risque

On peut représenter graphiquement la fonction d'utilité d'agents rationnels averses au risque

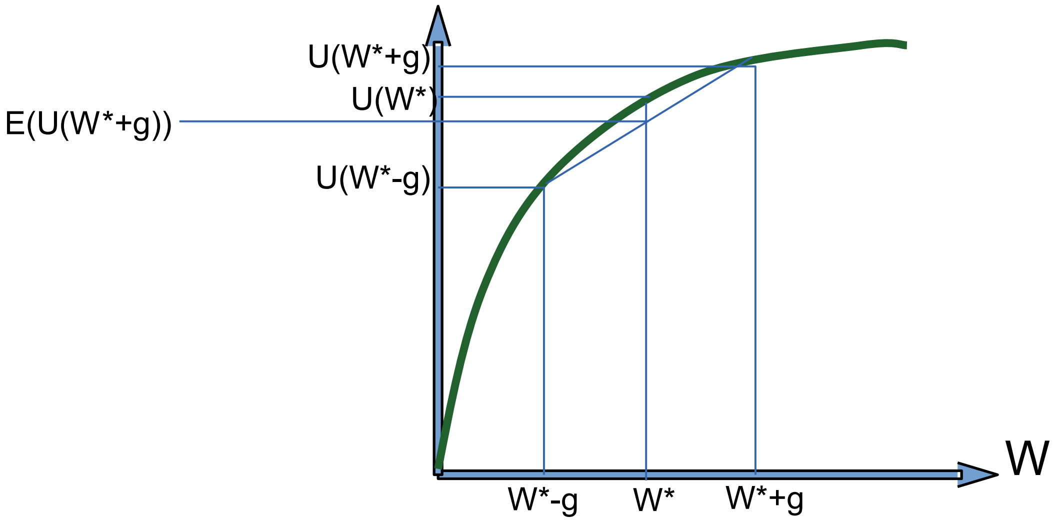
L'utilité mesure la satisfaction procurée par la possesion d'un certain niveau de richesse (W-pour wealth). La forme de la fonction d'utilité est:



On constate que $U' = U(W)' = \frac{dU}{dW} > 0 \quad , U'' = U(W)'' = \frac{d^2U}{dW^2} < 0$

U' > 0, implique une utilité croissante en fonction de la richesse, (donc des investisseurs qui cherchent à avoir des E(R) les plus élevés possibles).

U'' < 0, implique une utilité marginale décroissante et l'aversion au risque des investisseurs qui cherchent à maximiser leur utilité espérée.   U(W)



Soit g un élément aléatoire qui peut soit augmenter soit diminuer la richesse W.

On constate que $U(W^*) > [0.5U(W^*-g)+0.5U(W^*+g)] = E(U(W^*+g))$

c) Rentabilité et risque d'un portefeuille

Un portefeuille est une combinaison d'actifs financiers. Il est caractérisé par le poids (ou la fraction de richesse) investi dans chaque actif.

Exercice:

Soit un portefeuille constitué de 2 titres: UBS et Swatch. 50'000.- CHF sont investis en actions UBS alors que 150'000.- CHF sont investis en actions Swatch. Quel est le poids de chaque titre dans ce portefeuille?

Les paramètres d'intérêt pour un portefeuille sont E(R) et σ(R)

Comment calculer les caractéristiques d'un portefeuille E(R) et σ(R) à partir des caractéristiques des titres contenus dans le portefeuilles est des poids investis dans chaque titre?

Notations:

Soit R_i la rentabilité de l'actif i, w_i le poids investi dans l'actif i

Quelle est la rentabilité d'un portefeuille constitué de 2 actifs?

$$R_P = w_1 R_1 + w_2 R_2$$

Que vaut la rentabilité espérée et le risque d'un portefeuille de deux titres?

$$E(R_P) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

$$V(R_P) = w_1^2 \;{}^2(R_1) + w_2^2 \;{}^2(R_2) + 2 w_1 w_2 \operatorname{cov}(R_1, R_2)$$

σ σ

$$= w_1^2 \;{}^2(R_1) + w_2^2 \;{}^2(R_2) + 2 w_1 w_2 \;{}_{12} \;(R_1)\;(R_2)$$

De façon générale, que vaut la rentabilité espérée et le risque d'un portefeuille contenant n titres?

$$E(R_p) = \sum_{i=1} w_i E(R_i)$$

$$V(R_p) = \sum_{i=1} w_i^2 V(R_i) + \sum_{i=1} \sum_{j \neq i=1} w_i w_j \operatorname{cov}(R_i, R_j)$$

Exemple:

Supposez que les actions Roche et Nestlé ont les caractéristiques suivantes:

Roche: $E(R)=5\%$, $V(R)=25(\%^2)$, Nestlé: $E(R)=8\%$, $V(R)=36(\%^2)$

$\rho_{RNestlé,\ RRoche}=0.2$

Quelle est la rentabilité et le risque d'un portefeuille qui contient ces 2 titres dans les proportions suivantes $w_{Roche}= 70\%$, $w_{Nestlé} = 30\%$?

En utilisant les résultats de la page précédente on obtient:

$$E(R_P) = 0.70 \cdot 5\% + 0.30 \cdot 8\% = 5.9\%$$

$$V(R_P) = 0.70^2 \cdot 25(\%^2) + 0.30^2 \cdot 36(\%^2)$$

$$+ 2 \cdot \underset{w_{Roche}}{0.70} \cdot \underset{w_{Nestlé}}{0.30} \cdot \underset{\rho_{Roche,Nestlé}}{0.20} \cdot \underset{\sigma_{Roche}}{5\%} \cdot \underset{\sigma_{Nestlé}}{6\%} = 18.01(\%^2)$$

$$\sigma(R_P) = \sqrt{V(R_P)} = \sqrt{18.01} = 4.243\%$$

d) La diversification

Dans le cas d'un portefeuille contenant deux actifs, nous avons montré que le risque d'un portefeuille valait:

σ

$$V\left(R_P\right) = w_1^2 \quad {}^2\left(R_1\right) + w_2^2 \quad {}^2\left(R_2\right) + 2w_1w_2 \quad {}_{12} \quad \left(R_1\right) \quad \left(R_2\right)$$

Si ρ_{12}=1, alors on peut écrire

σ

$$V\left(R_P\right) = w_1^2 \quad {}^2\left(R_1\right) + w_2^2 \quad {}^2\left(R_2\right) + 2w_1w_2 \quad \left(R_1\right) \quad \left(R_2\right)$$

$$V\left(R_P\right) = \left(w_1 \quad \left(R_1\right) + w_2 \quad \left(R_2\right)\right)^2$$

Si ρ_{12}<1, alors on peut écrire

$$V\left(R_P\right) < \left(w_1 \quad \left(R_1\right) + w_2 \quad \left(R_2\right)\right)^2$$

Dans ce cas (le plus fréquent), le risque d'un portefeuille est inférieur à la somme pondérée des risques des titres qui constituent le portefeuille. On a diversifié (éliminé une partie) du risque!

Exemple 1

Soit un portefeuille contenant deux titres dont l'écart-type est de 20%. Le poids de chaque titre dans le portefeuille est de 50%. Quel est le risque du portefeuille, sachant que le coefficient de corrélation peut varier entre +1 et -1?

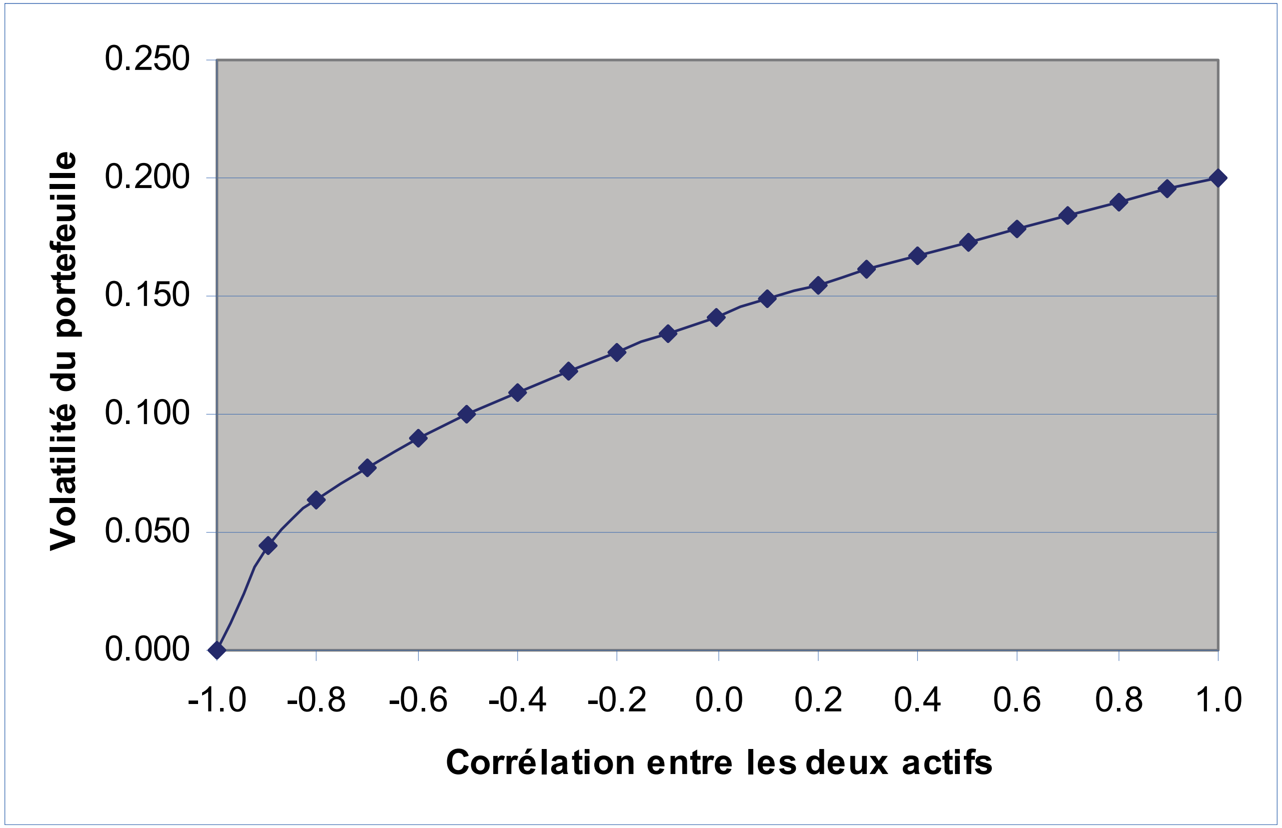
$$\rho = +1 \qquad \sigma_P = \sqrt{0.5^2 \cdot 0.2^2 + 0.5^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 1} = 20\%$$

$$\rho = +0.55 \qquad \sigma_P = \sqrt{0.5^2 \cdot 0.2^2 + 0.5^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.55} = 17.61\%$$

$$\rho = 0 \qquad \sigma_P = \sqrt{0.5^2 \cdot 0.2^2 + 0.5^2 \cdot 0.2^2} = 14.14\%$$

$$\rho = -1 \qquad \sigma_P = \sqrt{0.5^2 \cdot 0.2^2 + 0.5^2 \cdot 0.2^2 - 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 1} = 0\%$$

Impact de la corrélation entre les deux actifs sur le risque (écart-type du portefeuille).

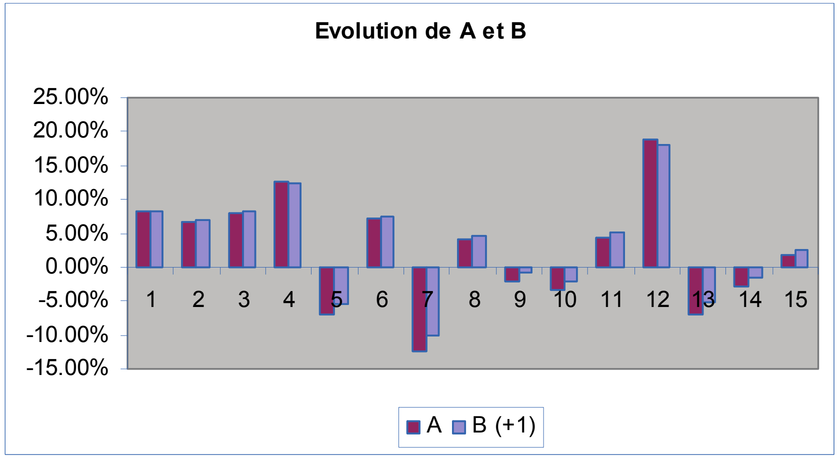


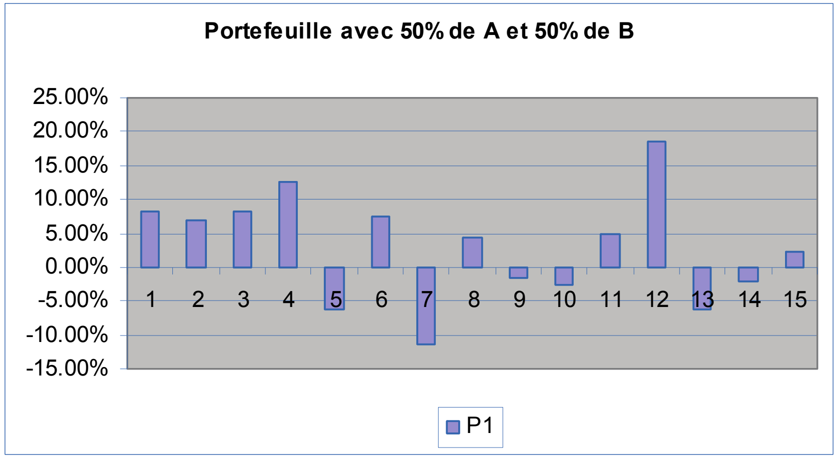
Exemple 2

Portefeuille contenant 2 titres parfaitement corrélés (ρ=+1)

σ(A)=8.32%, σ(B)=7.49%, σ(P1)=7.91%

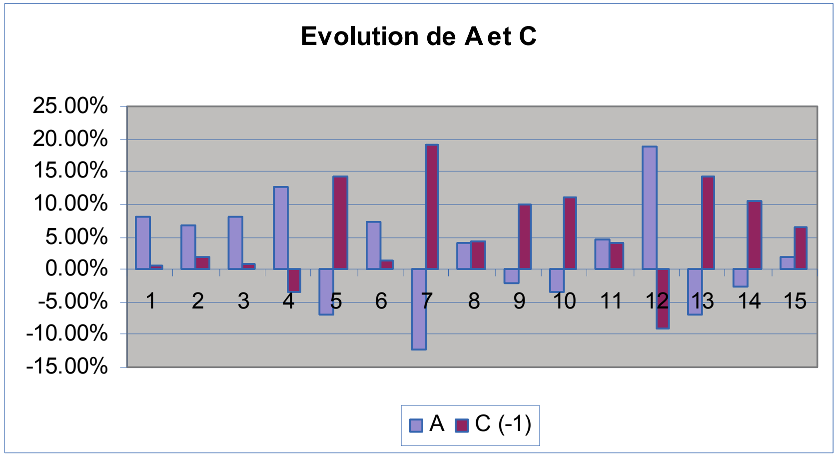
Rentabilités sur 15 périodes:

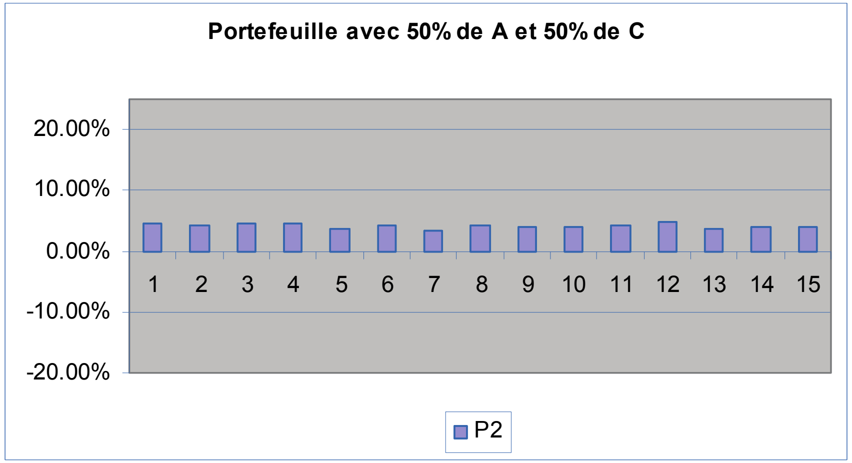




Portefeuille contenant 2 titres parfaitement négativement corrélés (ρ=-1)
σ(A)=8.32%, σ(C)=7.49%, σ(P2)=0.42%,

Rentabilités sur 15 périodes:

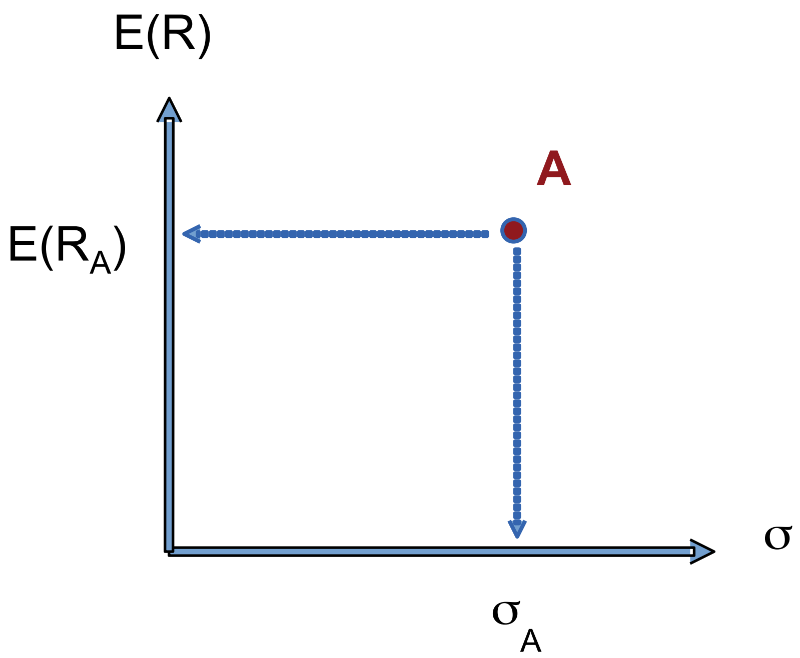




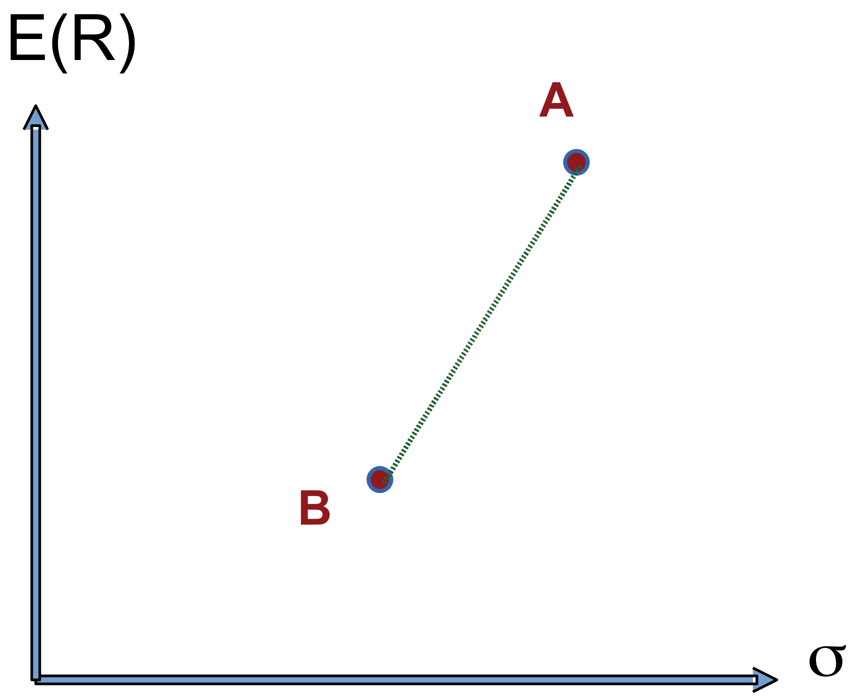
e) Combinaisons de deux actifs dans le plan $E(R)/\sigma(R)$

Nous allons maintenant analyser les différentes combinaisons possibles d'actifs risqués dans l'espace $E(R)/\sigma(R)$, en commençant par le cas de portefeuille de 2 actifs.

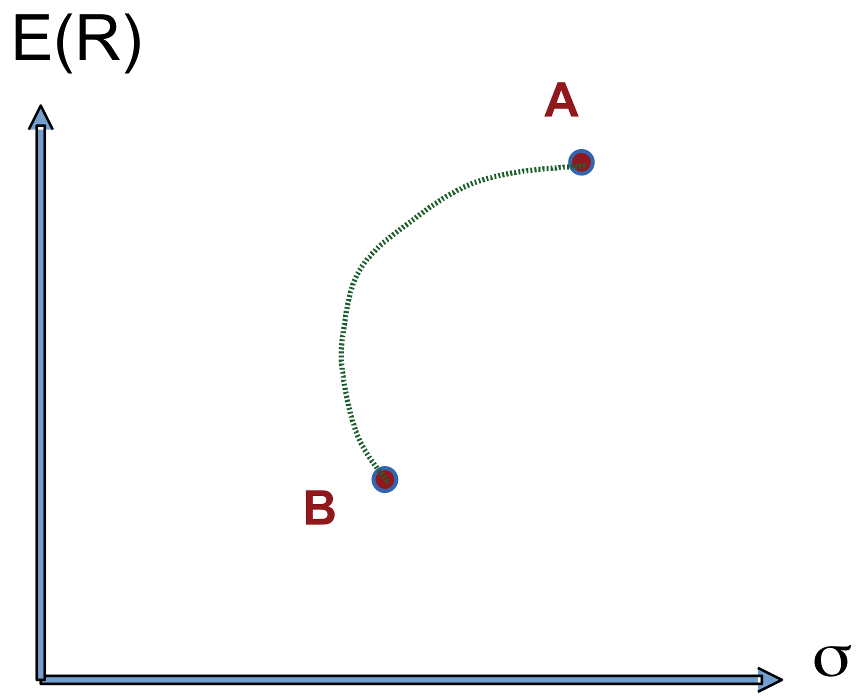
Nous travaillerons dans le plan $E(R)/\sigma(R)$



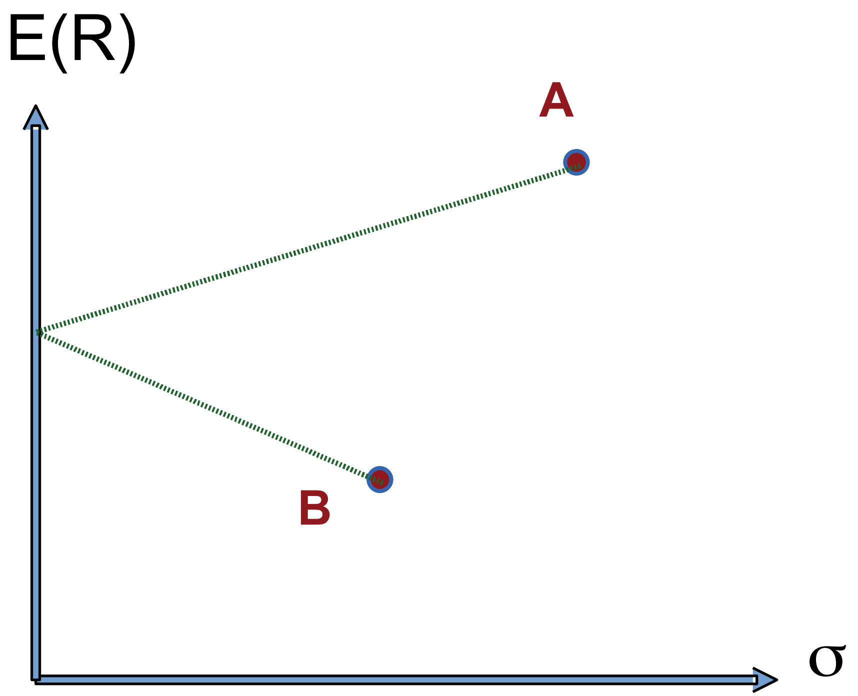
Combinaisons de deux actifs avec une corrélation parfaite (ρ=+1)



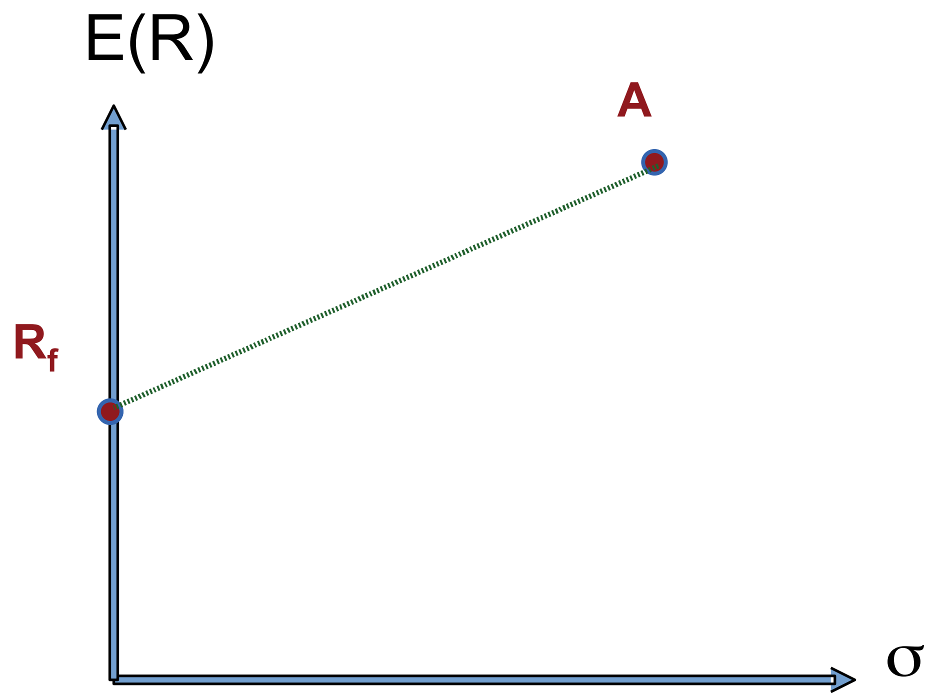
Combinaisons de deux actifs avec une corrélation comprise entre +1 et -1.



Combinaisons de deux actifs avec une corrélation parfaite négative (ρ=-1)

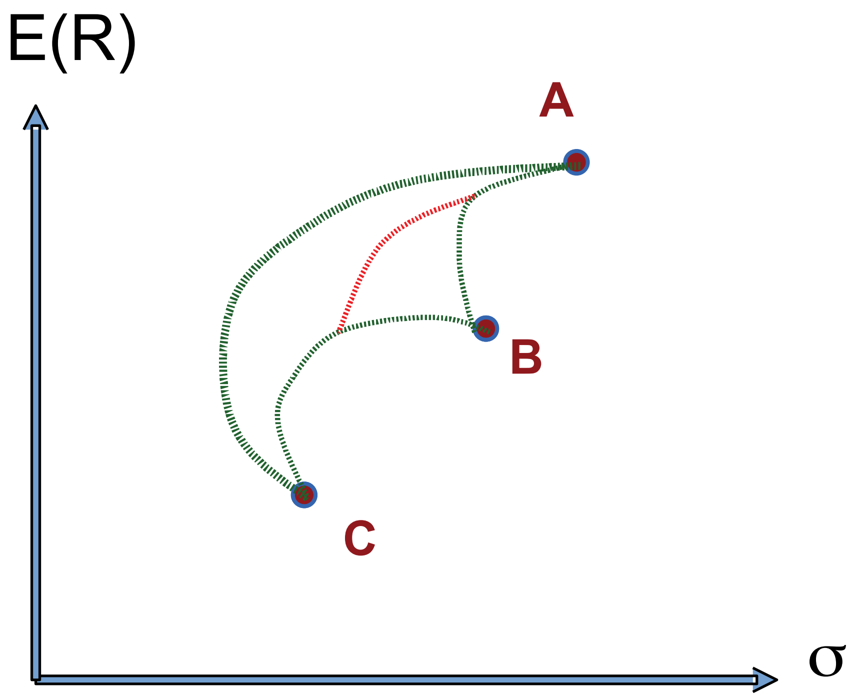


Combinaisons d'un actif sans risque avec un actif risqué



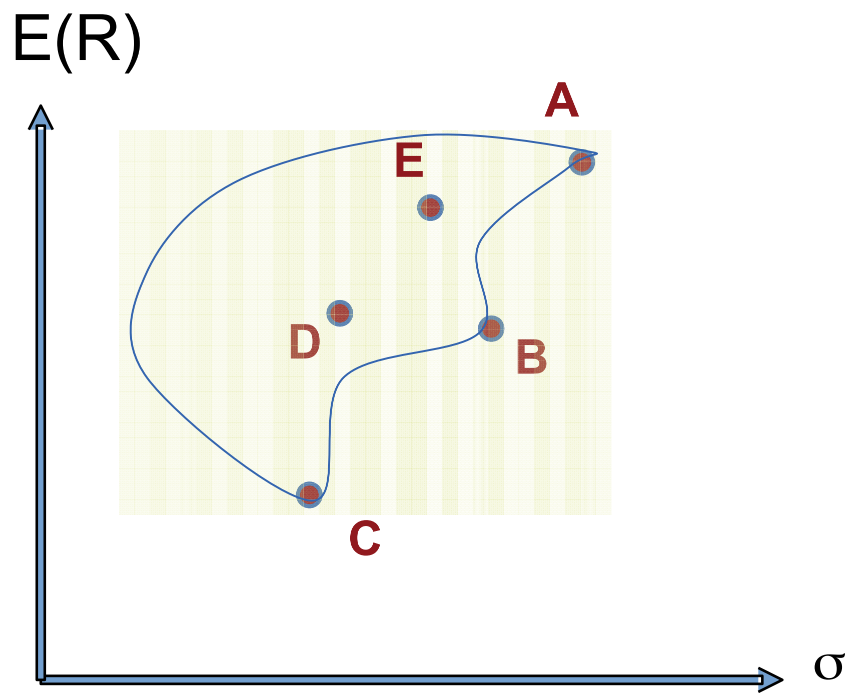
f) Combinaisons de 3 actifs risqués

Combinaisons possibles avec 3 actifs risqués (et des corrélations standards comprises entre +1 et -1).



g) Combinaisons avec n actifs risqués

Combinaisons possibles avec n actifs risqués (et des corrélations standards comprises entre +1 et -1).



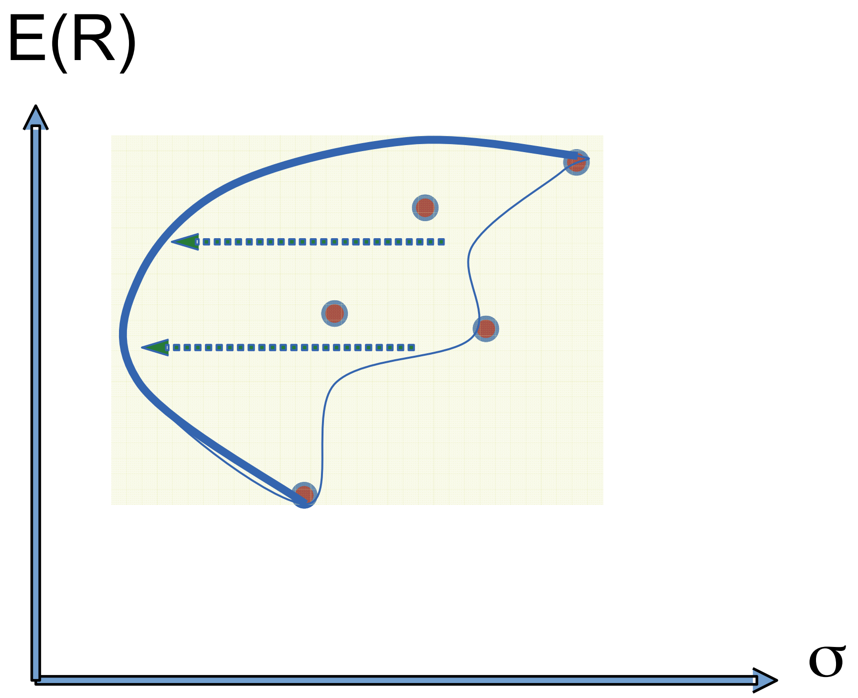
h) Les portefeuilles efficients

Les investisseurs sont averses au risque. Ils choisissent leurs actifs selon le critère de dominance:

- A risque égal ils préfèrent le portefeuille qui leur donne la plus grande rentabilité espérée
- A rentabilité espérée égale, ils préfèrent le portefeuille qui leur fait courir le plus petit risque possible.

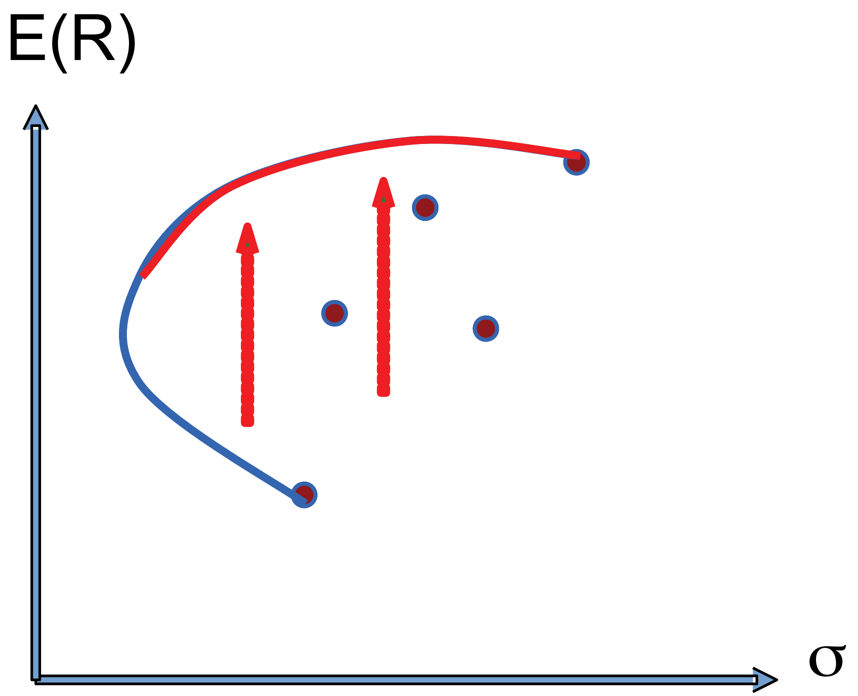
Quels portefeuilles vont-ils choisir parmi toutes les combinaisons d'actifs possibles?

Ils ne vont choisir que des portefeuilles qui à rentabilité espérée donnée ont le plus petit écart-type possible



Ils ne sélectionneront ceux qui sont sur la frontière à variance minimale!

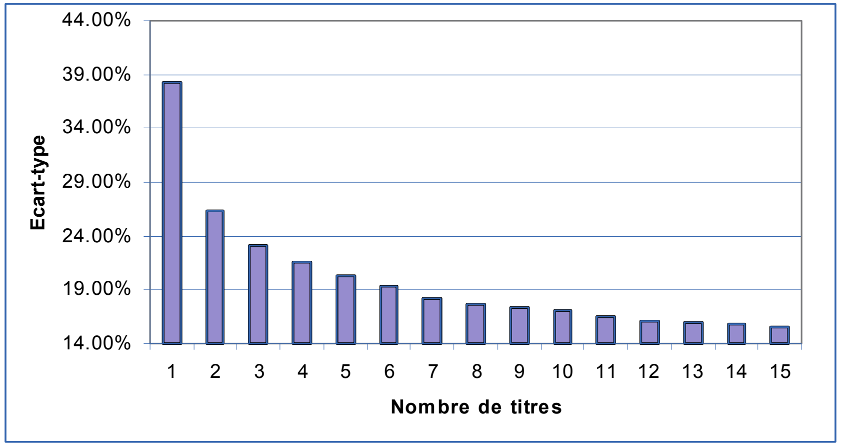
Parmi les portefeuilles à variance minimale, ils ne sélectionneront que ceux qui ont la rentabilité espérée maximale:



Ils ne seront intéressés que par les portefeuilles dits efficients, situés sur la frontière efficiente.

Illustration: Une autre perspective sur la notion de diversification

Si les titres ne sont pas parfaitement corrélés, le risque d'un portefeuille diminue lorsque leur nombre augmente



Le risque spécifique à chaque titre peut être éliminé par diversification. Seul subsiste le risque systématique

i) Préférences des investisseurs averses au risque dans le plan E(R)/σ(R)

Les investisseurs choisissent leurs actifs en ne considérant que E(R) et σ(R)

Ils sont averses au risque (n'aiment pas le risque)

Ils demandent une compensation pour détenir un actif plus risqué

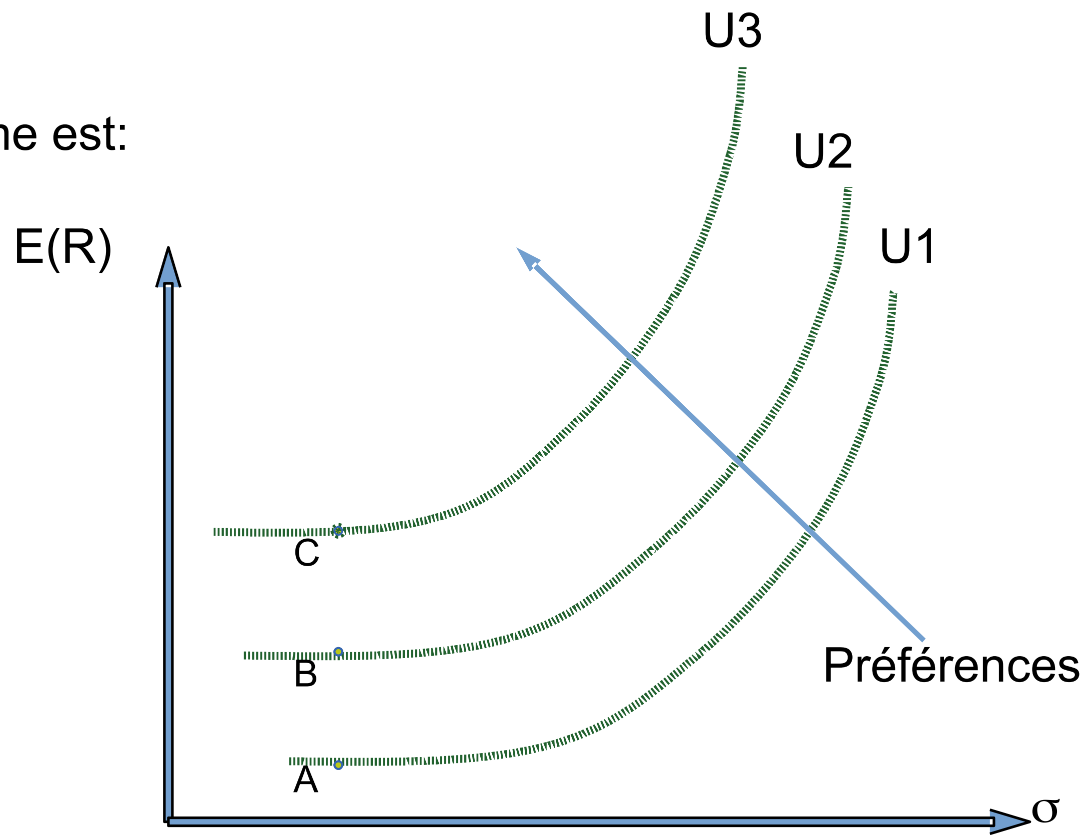
Cette compensation est incertaine et est appelée la prime de risque

Ils choisissent leurs actifs selon le critère de dominance

Ce critère ne suffit pas pour choisir entre différents actifs dans toutes les situations. Il faut une caractérisation plus fine du comportement des investisseur. Elles est donnée par les courbes d'indifférence.

On utilise des courbes d'indifférence pour représenter les portefeuilles entre lesquels l'individu est indifférent et qui procurent à l'individu une satisfaction donnée.

Leur forme est:



3.2.2. Théorie du portefeuille (choix du portefeuille optimal)

La théorie du portefeuille répond à la question suivante:

Quel est le portefeuille optimal pour un investisseur donné en fonction de son attitude face au risque et des caractéristiques des actifs présents?

a) Hypothèses du modèle

Modèle à une période

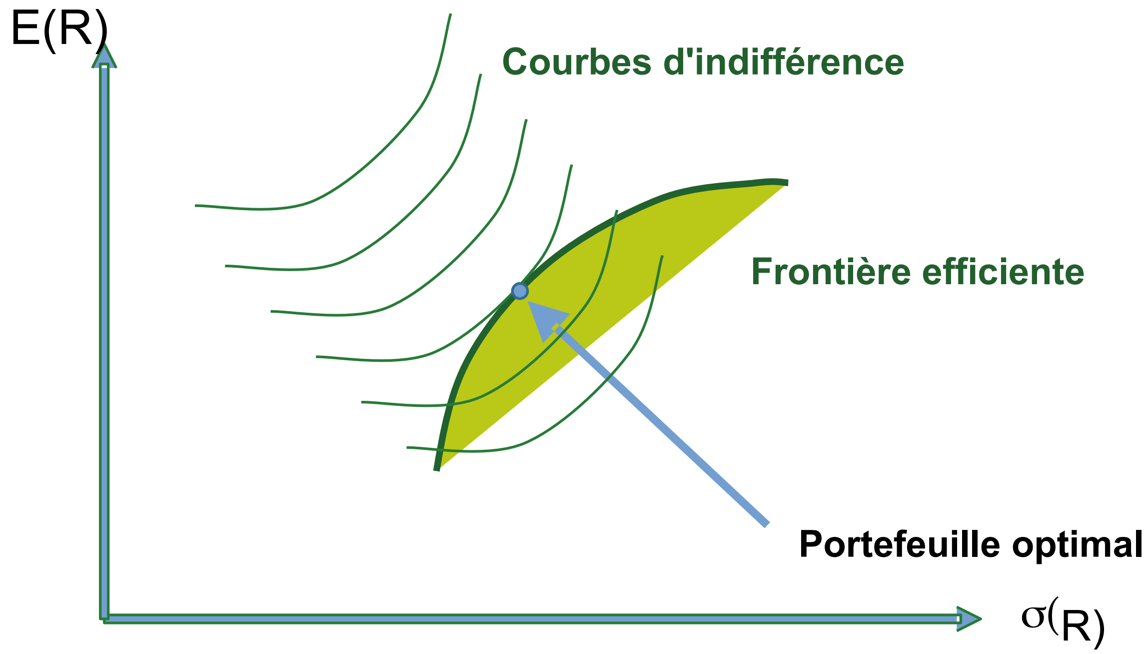
La capital est entièrement investi au début de la période

Il y a un nombre fini d'actifs

Les rentabilités futures des actifs financiers sont définies en termes probabilistes, c'est-à-dire qu'on connaît leurs espérances, variances et covariances.

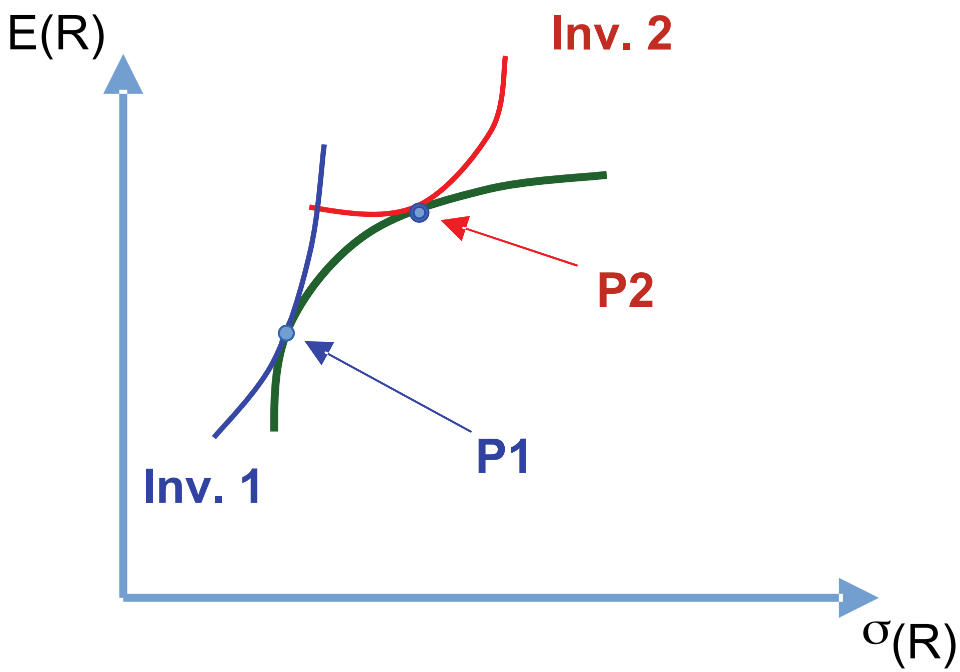
b) Choix du portefeuille optimal

Graphiquement on a:

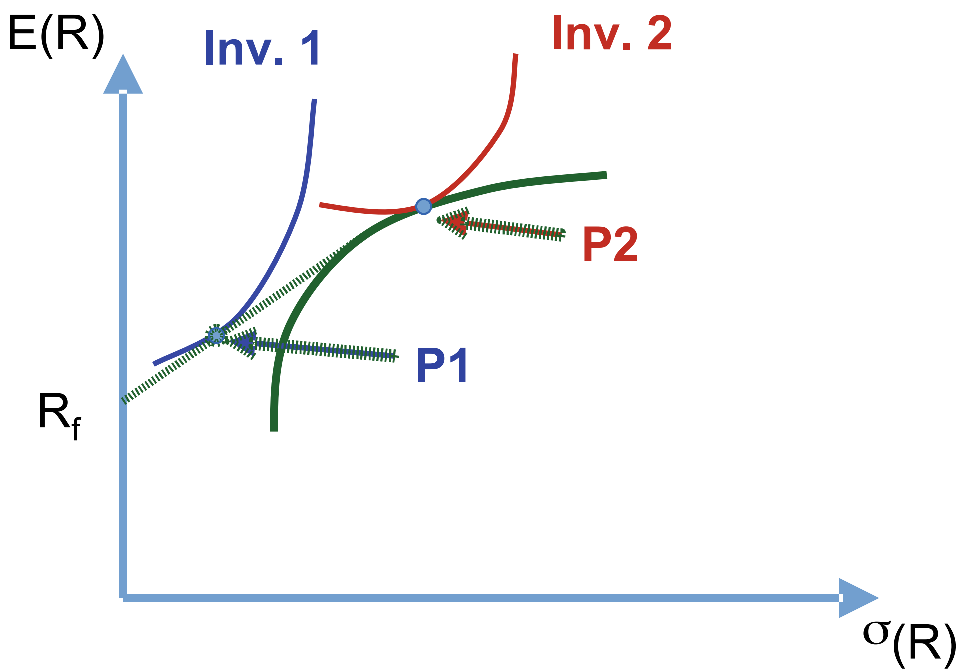


C'est le résultat essentiel de la théorie du portefeuille. L'investisseur choisit le portefeuille situé sur la frontière efficiente qui maximise son utilité.

Choix du portefeuille optimal pour des investisseurs ayant des attitudes face au risque différentes.

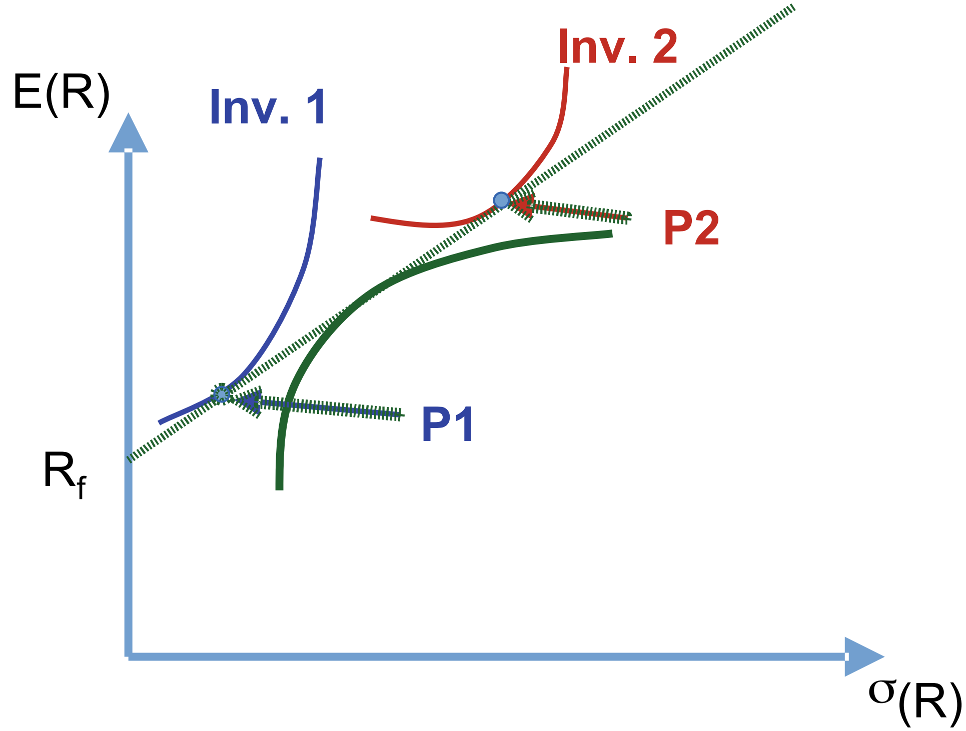


Choix du portefeuille optimal en présence d'un actif sans risque Rf et sans possibilités d'emprunter au taux hors risque



La frontière efficiente est modifiée, elle est en partie une droite entre R_f et le portefeuille tangent.

Choix du portefeuille optimal en présence d'un actif sans risque Rf et avec possibilités d'emprunter au taux hors risque



La frontière efficiente est modifiée, c'est une droite que passe par R_f et le portefeuille tangent.

3.2.3. Les caractéristiques des classes d'actifs financiers

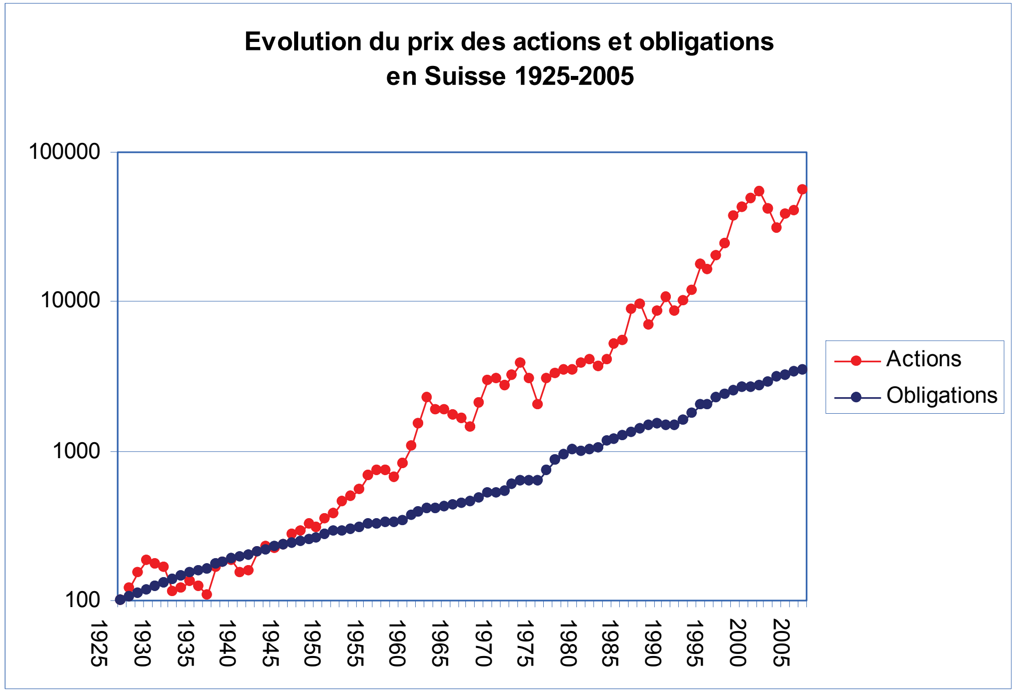
Pour déterminer ces caractéristiques, on se base le plus souvent sur des données historiques.

Il faut dans un premier temps obtenir les prix, puis calculer les rentabilités.

On peut ensuite calculer leur rentabilités moyennes ainsi que leur écart-types.

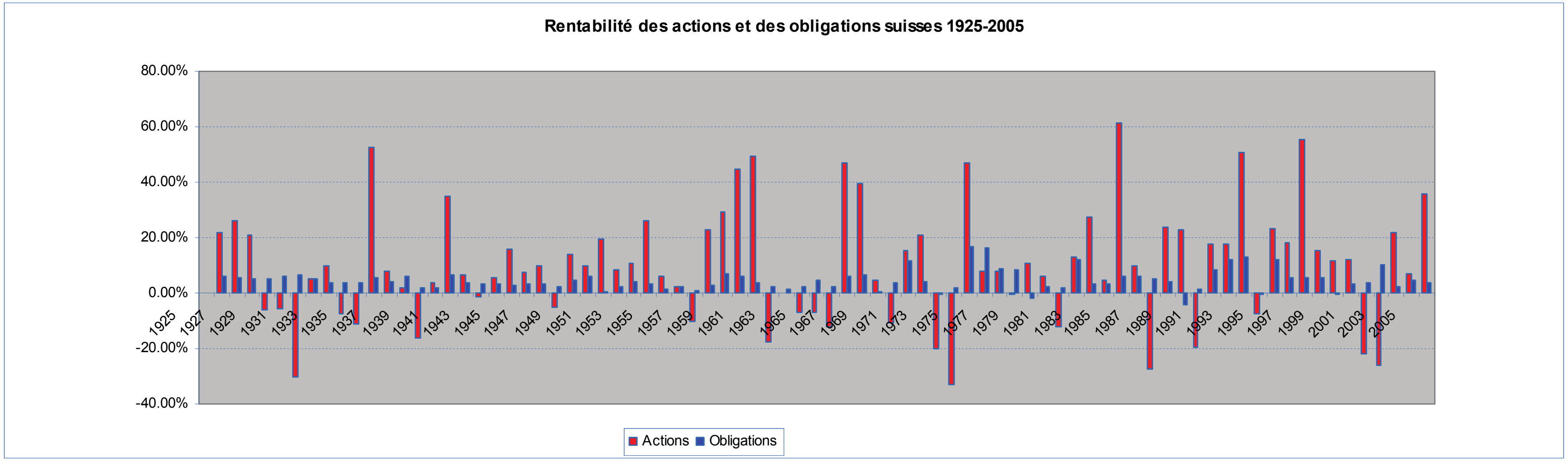
Analyse historique des rentabilité des actions et des obligations en Suisse de 1925 à 2003.

Le graphique présente l'évolution de deux indices pour les actions et les obligations suisses.



Source: Banque Pictet

Pour se prononcer sur le risque des deux types d'actifs, il faut calculer les rentabilités des indices:



Résultats sur une base annuelle:

Actions: rentabilités moyennes: 10.14%, écart-type: 20.69%

Obligations: rentabilités moyennes 4.60%, écart-type 3.65%

Rentabilité moyennes annuelles moyennes et écart-types pour différents marchés sur la période 1900-2000.

	Actions		Obligations	
	Moy.	σ	Moy.	σ
Canada	7.7	16.8	2.4	10.6
France	6.3	23.1	0.1	14.4
Allemagne	8.8	32.3	0.3	15.9
Italie	6.8	29.4	-0.8	14.4
Japon	9.3	30.3	1.3	20.9
Suisse	6.9	20.4	3.1	8.0
Gr.- Bretagne	7.6	20.0	2.3	14.5
USA	8.7	20.2	2.1	10.0

Source: Dimson, Marsh, Staunton (2002)

De façon générale on observe:

3.3. La théorie du portefeuille en pratique

3.3.1. La détermination des portefeuille efficients

La frontière efficiente est constituée d'un ensemble de portefeuilles (combinaison linéaires d'actifs de départ) qui maximisent la rentabilité espérée à différents niveaux de volatilité.

La frontière efficiente est donc une série de couples E(R)-σ qui max. la E(R) à des σ donnés.

Ces couples représentent différents portefeuilles. Lorsque l'on cherche la frontière, on cherche ces portefeuilles (combinaisons d'actifs de départ).

a) Estimation sans contraintes

On cherche à maximiser E(R) sous contraintes que σ(R)=s et que la somme des poids =1

Ainsi on a $E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(R_i)$ $\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}$

On a le programme: max $E(R_p)$

s.t. $\sigma(R_p)$=s

$\Sigma x_i = 1$

On cherche l'ensemble de poids **x_1, x_2, x_3, …,x_N** qui sont tels que la valeur de $E(R_p)$ est maximisée.

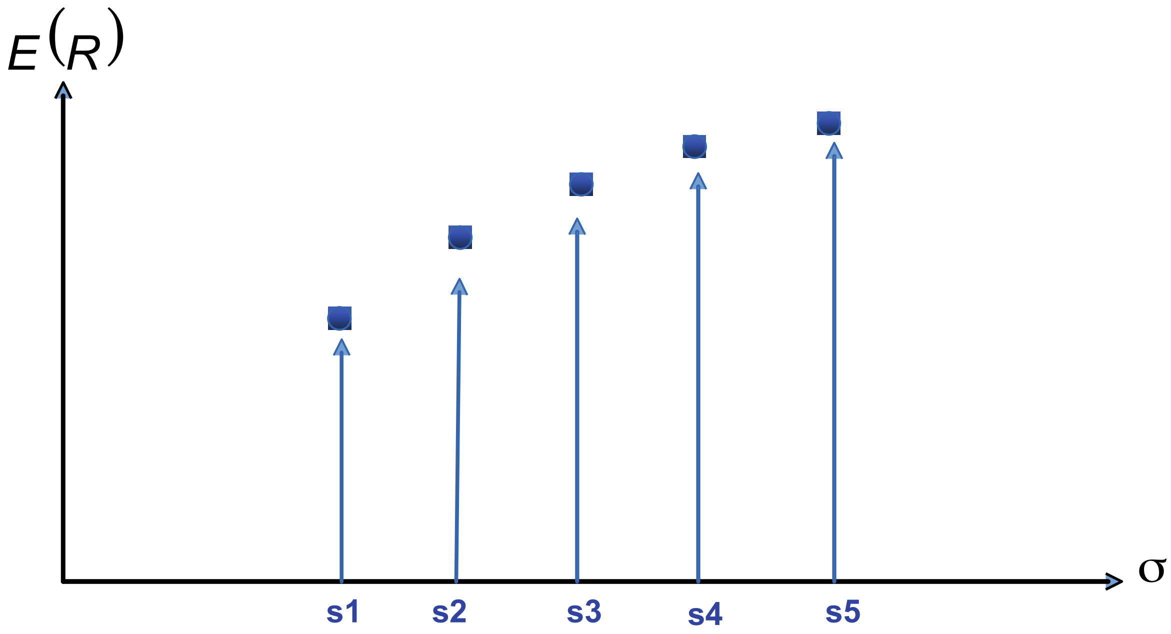
Une fois ces poids trouvés, on aura E(R) et σ(R) du portefeuille efficient correspondant.

En effet, à l'aide des poids optimaux trouvés, on peut calculer:

$$E\left(R_p^*\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i E\left(R_i\right) \qquad \sigma^2\left(R_p^*\right) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}$$

On recommence la procédure pour un nouveau niveau **s**

Graphiquement:



Les inputs nécessaires pour trouver ces portefeuilles sont:

- Les rentabilités espérées de chaque actif
- Les variances des rentabilités de chaque actif
- Les covariances entre chaque actif

Comment obtenir ces inputs?

Généralement, on raisonne en termes historiques et on calcule ces paramètres à partir d'observations passées des rentabilités des différents actifs.

L'hypothèse implicite est que ces estimations sont précises ou en d'autres termes que le passé se répète.

Estimation pratique de la frontière efficiente dans Excel:

Il faut d'abord calculer le vecteur des rentabilités espérées et la matrice de variances-covariances.

On écrit une fonction qui permet de calculer $E(R_p)$ et $\sigma(R_p)$. Sous forme matricielle, les calculs sont plus faciles (en particulier s'il y a beaucoup de titres): $E(R_p)=x'\mu$ et $V(R_p)=x'\Sigma x$.

Créer un vecteur contenant des 1 pour vérifier la contrainte que la somme des poids est égale à un.

Créer un vecteur contenant les poids investis dans chaque titres (qui sera variable).

Calcul de la frontière efficiente:

Etape 1: Calculer la variances minimale et maximale qui peut être obtenue avec l'ensemble de titres à disposition avec le solveur. (min. $\sigma(R_p)$ s.c. $\Sigma x_i=1$ et max. $\sigma(R_p)$ s.c. $\Sigma x_i=1$)

Etape 2: Calculer les poids des titres et les paramètres $E(R_p)$ et $\sigma(R_p)$ pour chaque portefeuille efficient à l'aide du solveur (en appliquant les contraintes du programme d'optimisation).

Etape 3: Répéter l'étape 2 pour différents niveaux de s

Note: Ecriture matricielle de l'espérance et de la variance d'un portefeuille avec N actifs

Vérifier que l'on peut réécrire sous forme matricielle les expressions

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(R_i) \quad \text{et} \quad \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}$$

comme $E(R_p) = x'\mu$ et $V(R_p) = x'\Sigma x$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \quad \mu = \begin{pmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_N) \end{pmatrix} \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_N^2 \end{pmatrix}$$

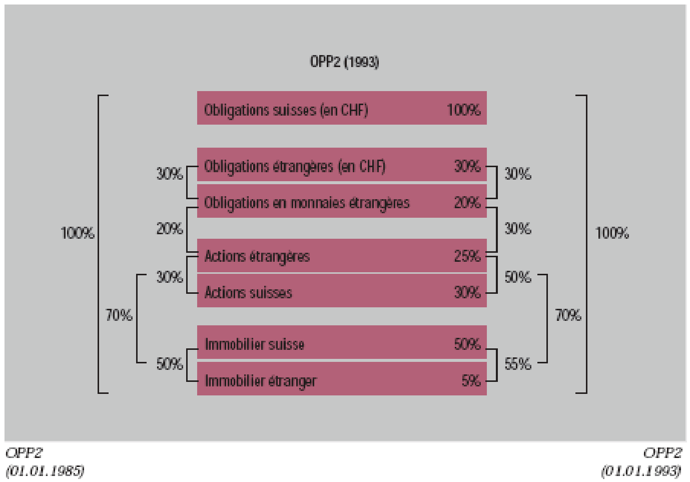
Avec Σ qui est appelée la matrice de variances-covariances

b) Estimation avec contraintes

Il y a souvent des contraintes sur les possibilités d'investissement dans la réalité:

- Pas de vente à découvert (tous les poids doivent être positifs)
- Contraintes de diversification (poids d'un actif ne doit pas dépasser 20% par ex.).
- Contraintes sur classes d'actifs, ex: OPP2:

Figure 1: Limites d'investissement LPP pour les caisses de pensions suisses



Source: Pictet et Cie

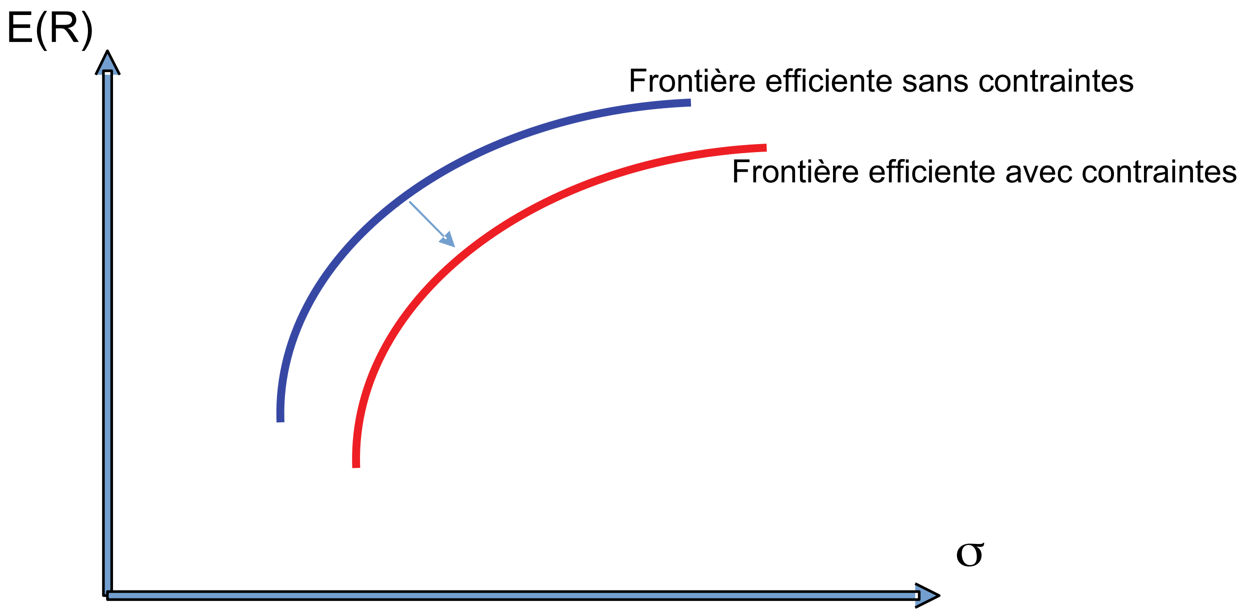
Comment déterminer les portefeuilles constituant la frontière efficiente dans ce cas?

Il suffit d'intégrer les contraintes dans le programme d'optimisation (et dans le solveur pour Excel).

Par exemple avec des contraintes non-vente à découvert, on a le programme d'optimisation suivant:

$$\max E(R_p)$$
$$\text{s.t. } \sigma(R_p)=s$$
$$\Sigma x_i=1$$
$$x_i >= 0 \text{ quel que soit } i$$

Impact (potentiel) des contraintes sur la frontière efficiente?



3.3.2 Les problèmes de mise en pratique

a) Choix du portefeuille optimal?

Difficile d'estimer les courbes d'indifférences des individus.

Solutions:

On peut choisir le portefeuille qui maximise le rapport $E(R)/\sigma$

On choisit des portefeuilles type par grande catégories de risque (volatilité).

b) Choix du portefeuille optimal avec un actif sans risque?

On répète la même procédure que pour une frontière efficiente d'actifs risqués en intégrant le taux sans risque dans le calcul de E(R) et on cherche celui qui aura la plus grande pente $E(R)-R_f/\sigma$

c) Nombre de paramètres à estimer

Explosion du nombre de paramètres pour estimer la matrice de variances-covariances lorsque le nombre d'actifs est grand.

Avec la procédure de Markowitz on a besoin de ($N^2 + N$) / 2 estimations de covariances et de variances.

Solution:

Utiliser le modèle de marché, en effet on sait que $R_i = \alpha_i + \beta_i \cdot R_M + \varepsilon_i$

$$\sigma_{\varepsilon_i \varepsilon_j} = 0 \quad \forall i \neq j$$

Ce qui implique que: $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2$ et $\sigma_{ij} = \beta_i \cdot \beta_j \cdot \sigma_M^2$

Ainsi, on a besoin que de N paramètres β et de la variance du portefeuille de marché pour estimer toutes les covariances. Cela réduit considérablement le nombre de paramètres à estimer.

Le tableau suivant donne le nombre de paramètres nécessaires pour estimer la matrice de variances-covariances:

N	**Markowitz**	**Modèle marché**
2	3	3
3	6	4
4	10	5
5	15	6
10	55	11
50	1275	51
100	5050	101
1000	500'500	1'001
2000	2'001'000	2'001
5000	12'502'500	5'001

d) Précision de l'estimation des paramètres

Lorsque les paramètres sont estimés à partir de données historiques les résultats sont très mauvais en termes de gestion de portefeuille car:

- Les portefeuilles "efficients" historiquement ne le sont pas dans le futur
- On obtient souvent de bien meilleurs résultats avec le portefeuille à var. minimale par ex. (car les variances sont plus stables dans le temps)!

Très grande sensibilité des résultats au paramètres E(R) (moindre sensibilité pour la matrice de variance-covariance). En effet,

- Si E(R) d'un titre est grand, la solution optimale aura tendance à privilégier ce titre.
- Si E(R) d'un titre est petit, la solution optimale aura tendance à ignorer ce titre.

Solutions: Estimation alternatives de l'espérance de rentabilités

Estimation robustes (qui mitigent les observations extrêmes, estimateurs de Bayes-Stein par exemple).

Utiliser les prévisions d'analystes dans des modèles actuariels de type Gordon-Shapiro.

Utiliser des modèles économétriques de prévision des espérances de rentabilité.

3.3.3. L'utilisation dans les établissements financiers

Comment est-ce utilisé dans les établissements financiers?

Malgré le fait qu'elle date de plus de 50 ans, la théorie du portefeuille ne fait pas l'unanimité.

Il y a deux approches:

- Les établissements qui l'utilisent directement ou presque
- Les établissements qui utilisent une version dérivée

a) Les établissements qui utilisent directement la théorie du portefeuille

Etablissements ou départements qui sont spécialisés dans l'analyse quantitative.

Utilisent directement la théorie du portefeuille en

- corrigeant pour les erreurs d'estimation sur la moyenne et
- en maximisant le ratio $[E(R)-R_f]/\sigma$

Evite les problèmes majeurs posés par la théorie du portefeuille

b) Les établissements qui utilisent une version dérivée de la théorie du portefeuille

La majorité des établissements n'utilise pas directement la théorie du portefeuille car elle pose différents problèmes:

- L'allocation stratégique est une décision centrale qui est souvent prise par la direction de la banque (pas de confiance aux modèles quantitatifs).
- Elle donne des portefeuilles optimaux qui sont parfois difficiles à justifier.
- Elle souffre des problèmes mentionnés plus haut.

La plupart l'utilisent indirectement en déterminant une allocation stratégique qui utilise entre autre la théorie du portefeuille mais également les prévisions économiques de ses stratégistes.

Toutefois la plupart des établissements classiques proposent à leur clientèles différentes politiques de placements en fonction de l'aversion au risque des investisseurs qui a été déterminée à l'aide d'un questionnaire

Ces politiques de placement dérivent de l'esprit de la théorie du portefeuille

Exemple: Questionnaire de la banque CBC

3.4. Approches complémentaires de la diversification

Au-delà des principes de la théorie du portefeuille, différentes approches sont utilisées dans la pratique en partant des principes de base de celle-ci

Toutefois, ces approches suscitent des débats quant à leur validité.

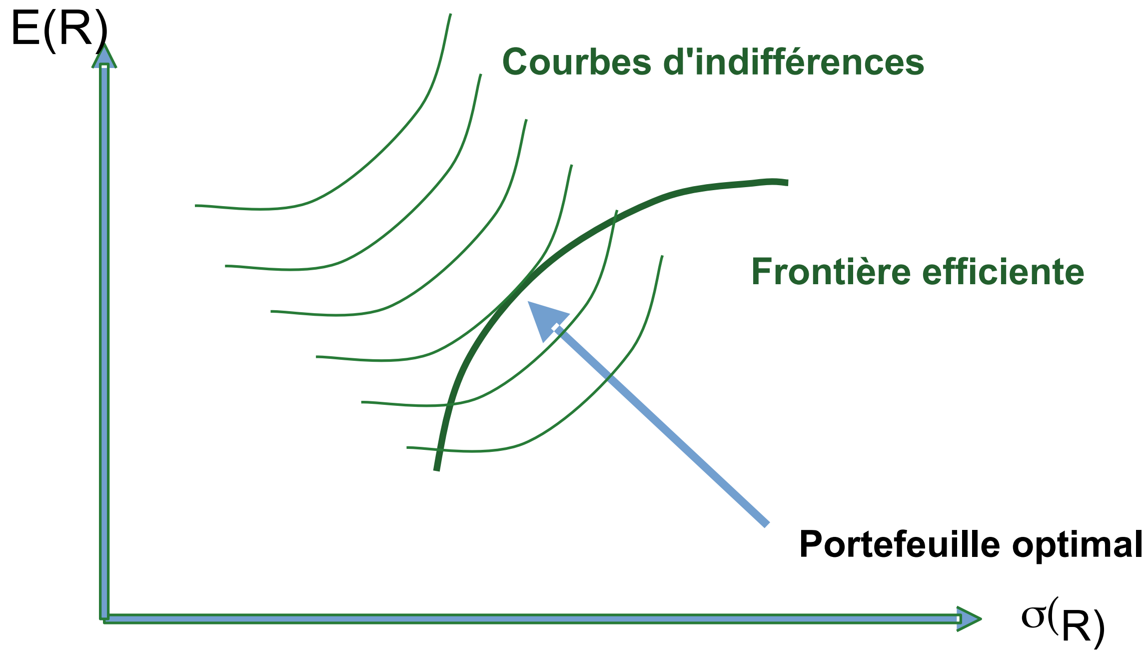
Cette section présente les concepts de ces approches et les débats qui les accompagnent.

Les trois approches sont :

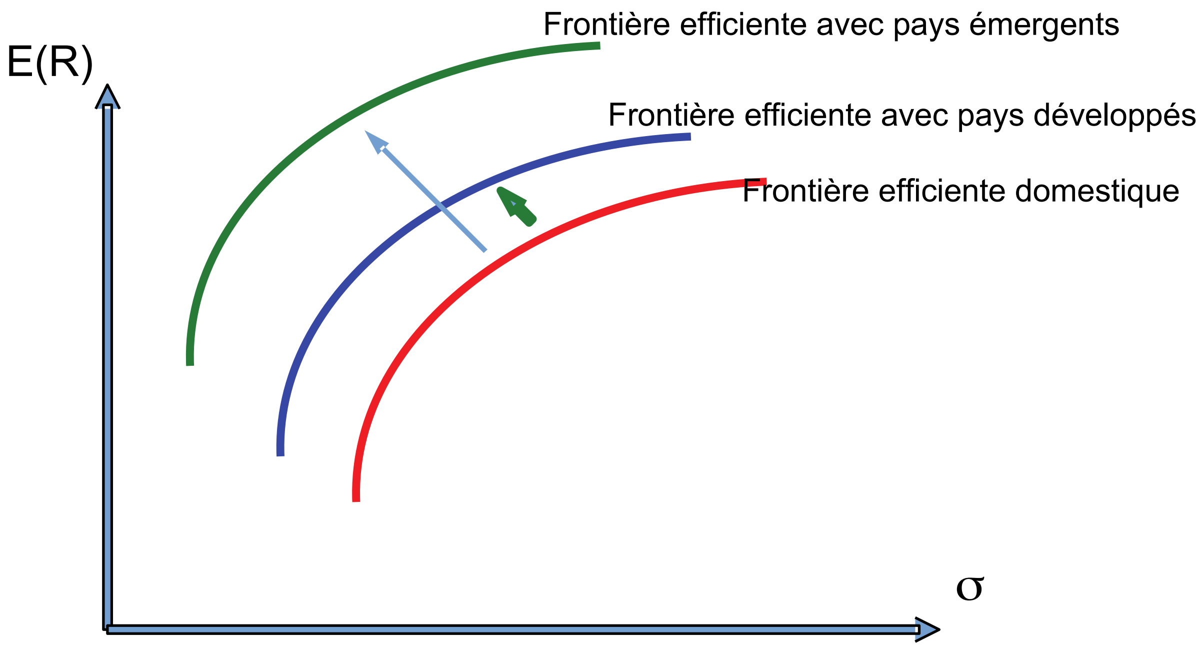
- La diversification internationale
- La diversification temporelle
- Choix entre approche top-down et bottom-up

3.4.1. La diversification internationale

Résultat essentiel dans un cadre domestique:



L'argument classique en faveur de la diversification internationale est qu'un investissement à l'étranger permet de déplacer la frontière efficiente vers le Nord-Ouest



Cet effet sera amplifié si les corrélations internationales sont plus faibles que les corrélations domestiques.

Corrélations domestiques moyennes et entre différents marchés (rentabilités calculées en monnaie domestique)

Stock Market	AU	FR	GM	JP	NL	SW	UK	US
Australia (AU)	0.586							
France (FR)	0.286	0.576						
Germany (GM)	0.183	0.312	0.653					
Japan (JP)	0.152	0.238	0.300	0.416				
Netherlands (NL)	0.241	0.344	0.509	0.282	0.624			
Switzerland (SW)	0.358	0.368	0.475	0.281	0.517	0.664		
United Kingdom (UK)	0.315	0.378	0.299	0.209	0.393	0.431	0.698	
United States (US)	0.304	0.225	0.170	0.137	0.271	0.272	0.279	0.439

*The exhibit provides the average pairwise correlations of individual stock returns within each country in the diagonal cells and the average pairwise correlations between countries in the off-diagonal cells. The correlations were computed using the weekly returns from the period 1973–1982.
Source: C. Eun and B. Resnick, "Estimating the Correlation Structure of International Share Prices," *Journal of Finance,* December 1984, p. 1314.

Qu'en est-il si l'on veut inclure les rentabilités espérées dans la discussion

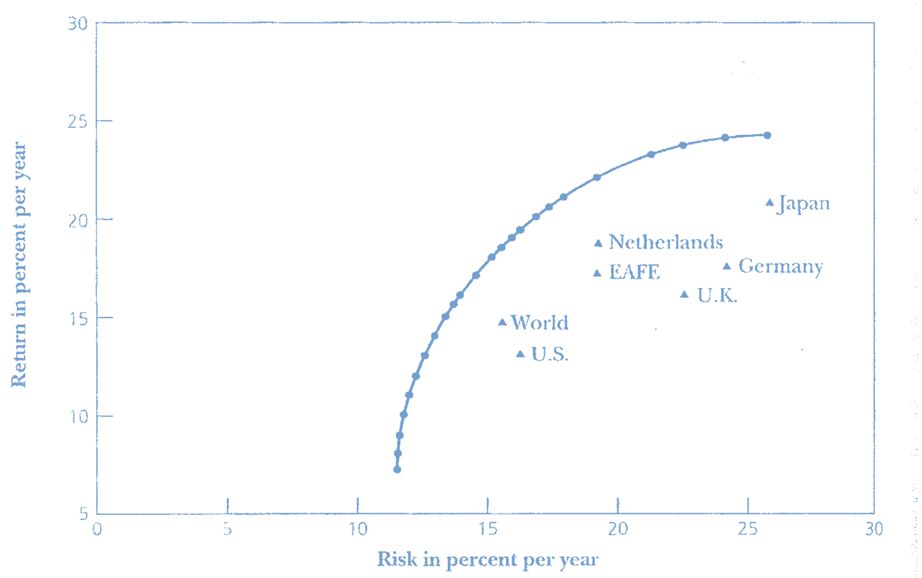
Si l'investisseur cherche à maximiser le ratio [E(R)-Rf]/σ (ratio de Sharpe)

$$S_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma(R_p)}$$

On peut représenter les gains potentiels de la diversification à partir de données historiques

EXHIBIT 9.7

Efficient Frontier for Stocks (U.S. dollar, 1980–1990)



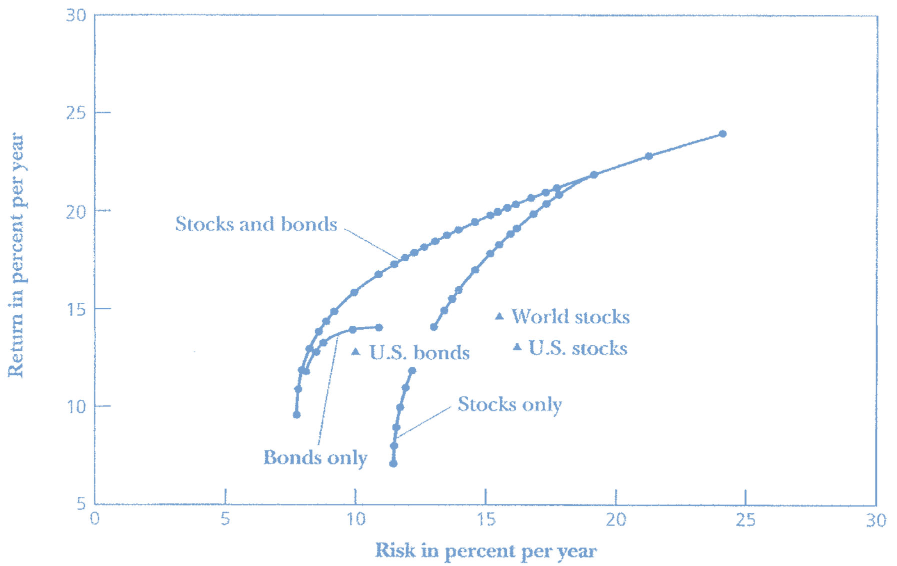
Source: P. Odier and B. Solnik. Adapted from "Lessons for International Asset Allocation," *Financial Analysts Journal*, March/April 1993. Copyright 1993, Association for Investment Management and Research. Reproduced and republished from *Financial Analysts Journal* with permission from the Association for Investment Management and Research. All rights reserved.

source: Solnik McLeavey (2004)

L'inclusion des obligations dans les possibilités d'investissement améliore les ratios de Sharpe.

EXHIBIT 9.8

Global Efficient Frontier for Stocks and Bonds (U.S. dollar, 1980–1990)



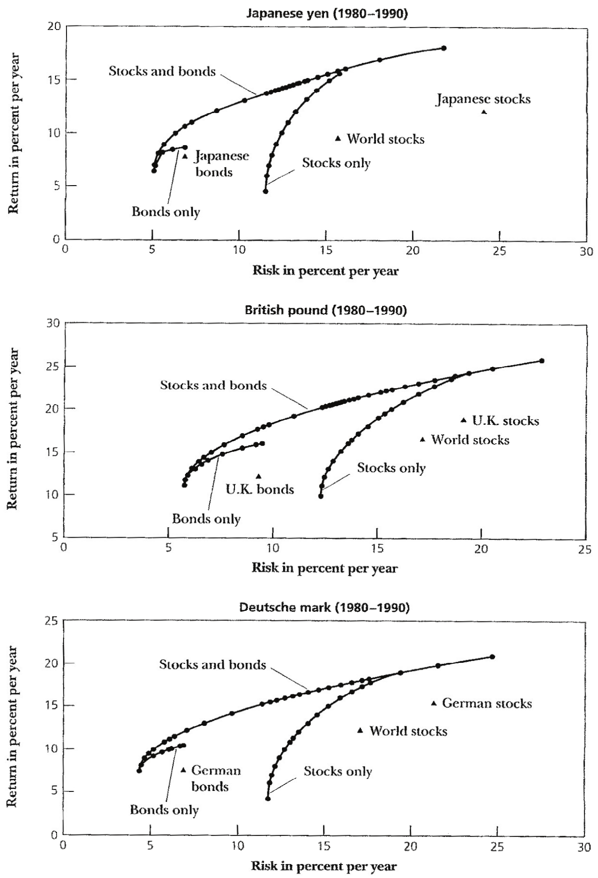
Source: P. Odier and B. Solnik. Adapted from "Lessons for International Asset Allocation," *Financial Analysts Journal*, March/April 1993. Copyright 1993, Association for Investment Management and Research. Reproduced and republished from *Financial Analysts Journal* with permission from the Association for Investment Management and Research. All rights reserved.

source: Solnik McLeavey (2004)

Améliorations ne sont pas toujours spectaculaires et dépendent de la perspective du pays et de la période examinée.

EXHIBIT 9.9

Global Efficient Frontiers for Non-U.S. Investors



source: Solnik McLeavey (2004)

Toutes les illustrations précédentes doivent être considérées avec précaution car les corrélations peuvent changer au cours du temps:

EXHIBIT 9.10

Mean Return and Correlation of Selected Markets with the U.S. Equity Market

Five-Year Periods from 1971 to 2000, in U.S. Dollars

	Mean Return (in % per year)				Correlation with U.S.		
5-Year Period	U.S.	Japan	Europe	EAFE	Japan	Europe	EAFE
1971–1975	1.4	22.1	5.5	9.8	0.40	0.61	0.59
1976–1980	12.3	20.7	12.2	17.0	0.12	0.28	0.36
1981–1985	15.0	19.3	16.3	16.8	0.32	0.49	0.46
1986–1990	12.7	20.6	18.2	18.7	0.25	0.64	0.44
1991–1995	16.9	5.6	12.9	10.1	0.22	0.65	0.47
1996–2000	18.4	−4.6	16.0	7.6	0.48	0.62	0.66

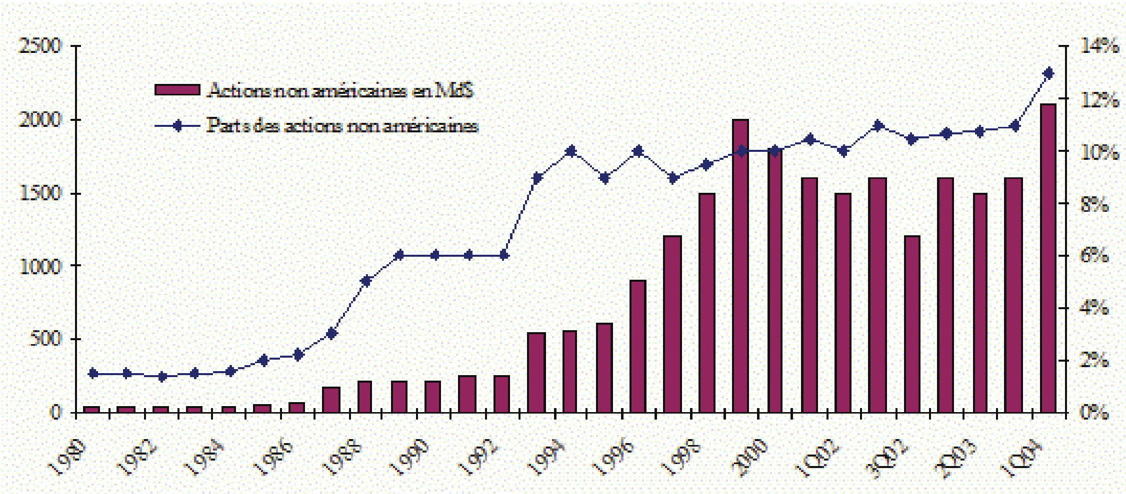
Source:

Solnik-McLeavey (2004)

Toutefois, les investisseurs sont moins diversifiés internationalement que ce que prédit la théorie.

Ils souffrent du "biais domestique" et peut-être que la diversification internationale n'est pas aussi bénéfique que ce que l'on croit.

Un exemple de biais domestique:



Source : US Federal Reserve, juin 2004.

Explications possibles (et arguments contre la diversification internationale):

- Augmentation des corrélations dans le temps
- Données historiques peu fiables
- Barrières à l'investissement international

3.4.2. La diversification temporelle

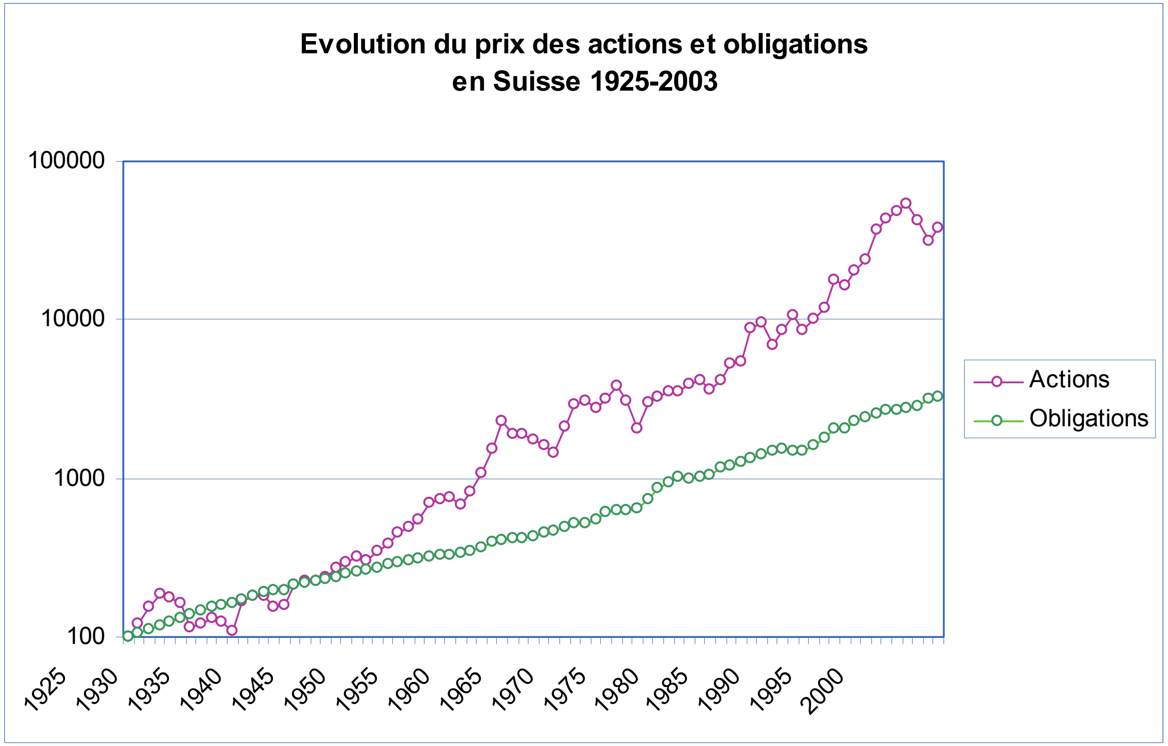
La notion de diversification temporelle n'est pas liée à la détention de différents actifs mais à la détention du même actif sur différentes périodes.

Elle se réfère au fait que si on calcule le risque d'un actif sur différents horizons de temps il va changer.

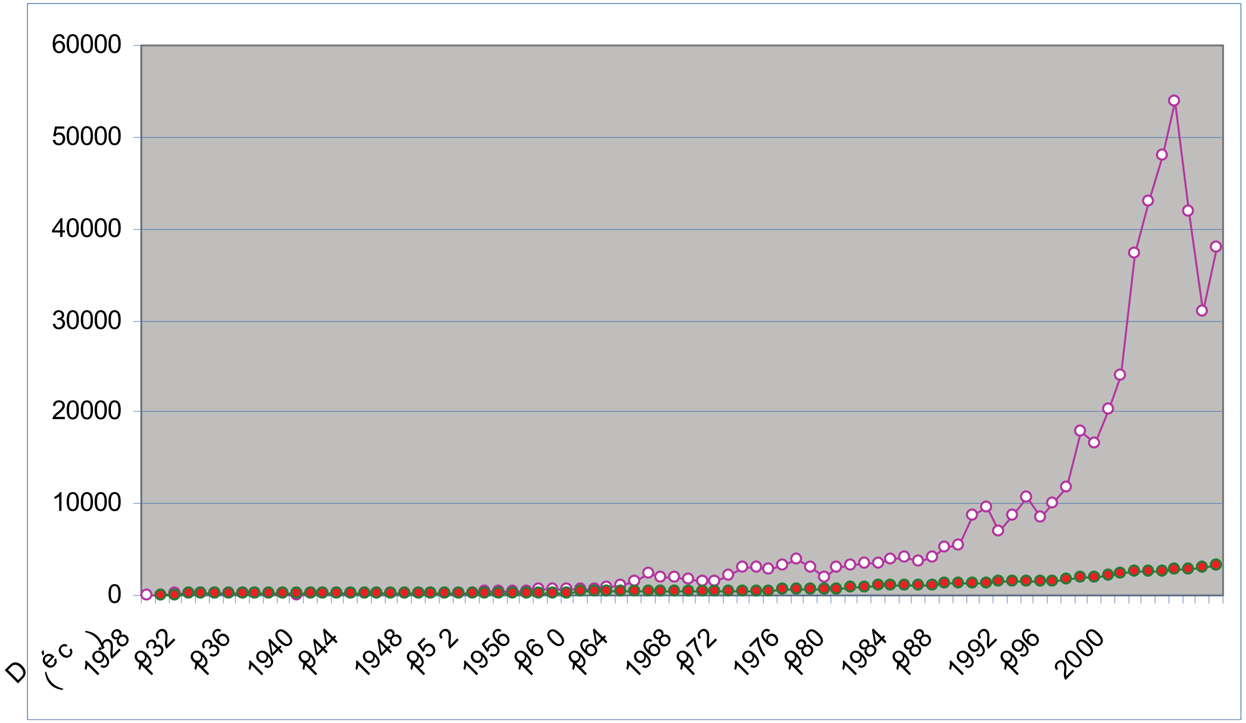
En particulier le risque des actions va diminuer si l'on investit sur de longues périodes.

Ces résultats sont connus depuis 1924, où ils ont été publiés pour la première fois par E.L. Smith dans son ouvrage "Common stocks as long term investments" et remis au premier plan par le livre de J. Siegel "Stock for the long run" paru pour la première fois en 1994.

Ces résultats son fondés sur l'observation qu'à long terme, les actions performent mieux que les obligations.



Même graphique avec une échelle linéaire



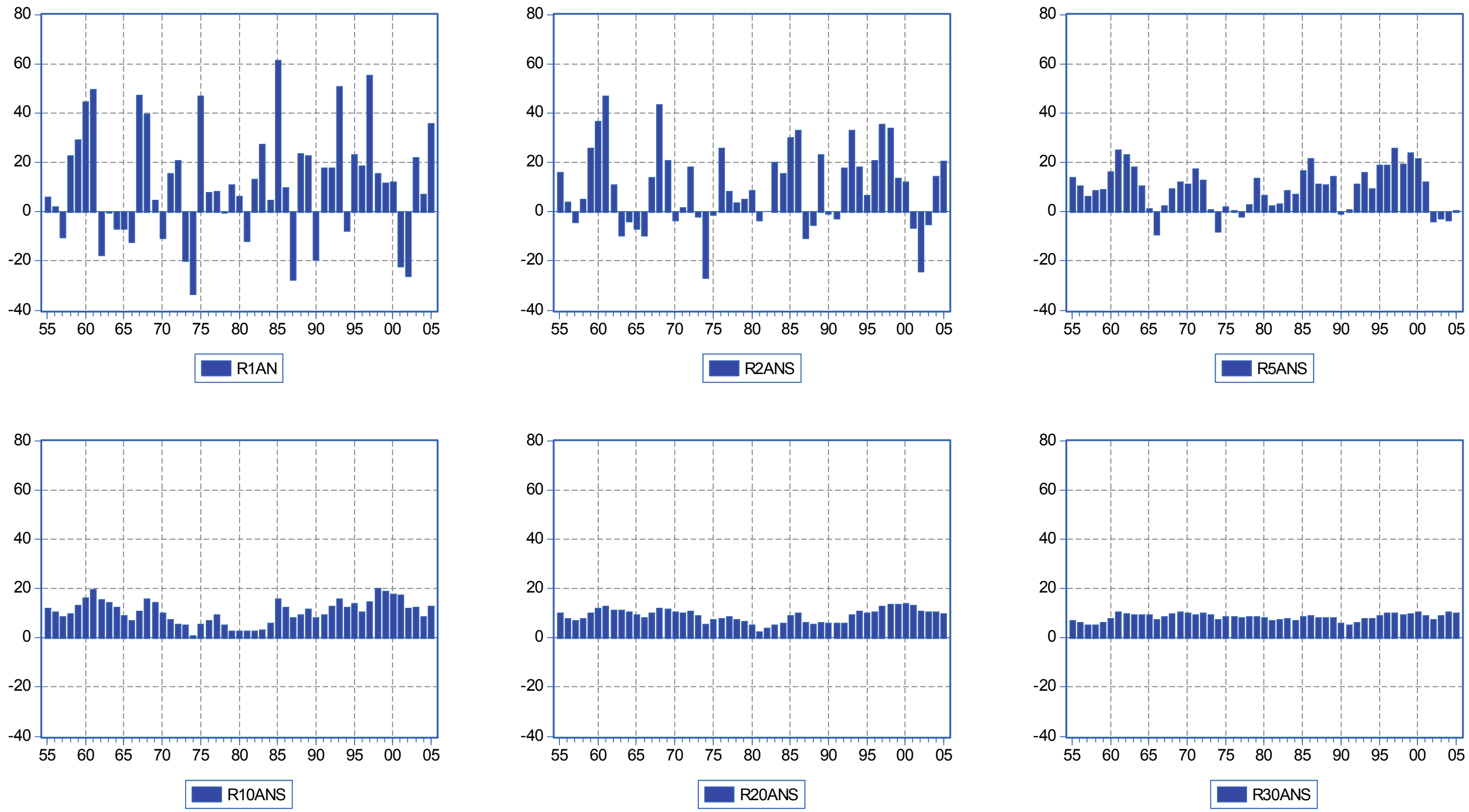
La diversification temporelle est illustrée en calculant les rentabilités obtenues sur des périodes de plus en plus longues.

On constate que la rentabilité moyenne (annualisée) reste à peu près stable alors que le risque (volatilité diminue).

Les partisans de la diversification temporelle en concluent que cela constitue un avantage irréfutable pour un investissement en actions sur le long terme.

Illustration pour le cas suisse (à partir des données de Pictet de 1926 à 2005).

On calcule les rentabilités du marché des actions sur des horizons de 1, 2, 5, 10 , 20 et 30 ans, qu'on annualise ensuite



Les statistiques descriptives de ces séries sont :

	Perf sur 1 an	Perf sur 2 ans	Perf sur 5 ans	Perf sur 10 ans	Perf sur 20 ans	Perf sur 30 ans
Moyenne	10.14%	9.00%	8.02%	9.38%	8.43%	8.33%
Ecart-type	20.70%	14.99%	8.15%	4.92%	2.92%	1.45%
Max	61.36%	46.90%	25.77%	19.91%	13.72%	10.54%
Min	-33.14%	-26.86%	-8.97%	-1.96%	2.30%	5.04%
Nombre d'observations	80	79	76	70	61	51
Prob (r<0)	30.00%	30.38%	15.79%	2.86%	0.00%	0.00%

On constate bien que les résultats des rentabilités à long termes sont plus favorables en termes de rentabilités-risque.

De plus, une comparaison avec les obligations indique les actions sont moins risquée sur le long terme!

Et ceci est aussi vrai lorsqu'on raisonne en termes réels (hors inflation).

Ainsi plus l'horizon est long plus le risque diminue sans altérer la rentabilité moyenne.

Un conseil standard d'investissement basé sur ces résultats est d'investir une large proportion de son portefeuille en actions lorsqu'on est jeune et de diminuer cette proportion lorsqu'un vieillit pour n'en détenir qu'une plus petite part lorsque l'on est à la retraite.

Plus spécifiquement le conseil est de détenir (100-âge)% en actions dans son portefeuille.

Exemples:

à 20 ans, il faut avoir 100-20=80% en actions et 20% en obligations.

à 40 ans il faut avoir 60% en actions et 40% en obligations.

à 70 ans, il faut avoir 30% en actions et 70% en obligations.

Différents critiques ont été émises à l'égard de ces résultats:

- Samuelson (1964) affirme que ces résultats ne sont valables que s'il existe une forte auto-corrélation négative entre les rentabilités, or ce n'est le cas.
- Il critique également le fait que les rentabilités calculées ne sont pas indépendantes (puisqu'elles se chevauchent).
- Enfin, il critique le fait que ces calculs sont réalisés sur des données passées, sans période de rupture (comme une guerre par ex.) et qu'on ne peut pas extrapoler pour le futur.
- D'autres critiques plus sophistiquées (sur les fonction d'utilités ou l'horizon utilisé) sont également apparues récemment comme dans Bodie (1995) ou Kritzman (1994)

3.4.3. Approche top-down ou bottom-up?

La question posée ici est de savoir quelle est la meilleure manière de procéder pour allouer les actifs de son portefeuille. En effet, il y a deux alternatives:

Sélectionner les titres en prévoyant l'évolution du marché dans son ensemble (market timing) ou sélectionner les titres qui vont surperformer le marché (sélectivité) et ensuite construire un portefeuille (approche bottom-up).

Déterminer l'investissement dans les grandes classes d'actifs (allocations d'actifs entre actions/obligations/ liquidités) et ensuite choisir les titres au sein des différentes classes (approche top-down).

La sagesse populaire, ou plutôt la pratique la plus répandue tend à privilégier la deuxième approche (top-down, allocation d'actifs).

Ceci est dû à deux articles académiques qui ont analysé le sujet:

- Brinson, Hood et Beebower, 1986, Determinants of portfolio performance, *Financial Analysts Journal*.
- Brinson, Singer et Beebower, 1991, Determinants of portfolio performance II: An update, *Financial Analysts Journal*.

Ces deux articles ont décomposé la performance des rentabilités obtenues par différentes caisses de pensions d'entreprises américaines placés auprès de l'entreprise SEI.

Ils ont attribué la performance à plusieurs choix:

- Allocation d'actifs
- Market timing
- Sélectivité de titres
- Autres

Les résultats (annualisés) des deux études sont les suivants:

	Brinson, Hood et Beebower (1986)	Brinson, Singer et Beebower (1991)
	91 fonds de pension 1974-1983	82 fonds de pension 1977-1987
Allocation d'actifs	10.11%	13.49%
Market timing	-0.66%	-0.26%
Sélectivités des titres	-0.36%	+0.26%
Autres	-0.07%	-0.07%
Total	9.01%	13.41%

Depuis, ces résultats sont considérés comme la justification d'une approche top-down dans la gestion de portefeuille.

Toutefois différentes critiques sont apparues, en particulier sur la plan méthodologiques de ces études:

- Ces études se concentrent uniquement sur la variabilités des rentabilité et non la rentabilité moyenne.
- Mauvaise mesure du risque.
- Choix des fonds analysés, gérés par une seule institution.
- Information sur l'allocation stratégique des fonds imprécise.

Les analyses de BHB (1986) et BSB (1991) pourraient être améliorées si de nouvelles données sont disponibles.